

ZBORNİK RADOVA SVEUČILIŠTA U RIJECI  
MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM FLUMINENSIS



**GRAĐEVINSKI FAKULTET**  
**Sveučilišta u Rijeci**

**Izdavač:**

Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, V. C. Emina 5

**Za izdavača:**

prof. dr. sc. Nevenka Ožanić

**Glavni i odgovorni urednik:**

prof. dr. sc. Nevenka Ožanić

**Urednici:**

doc. dr. sc. Željko Arbanas, prof. dr. sc. Gojko Balabanić, prof. dr. sc. Čedomir Benac,  
prof. dr. sc. Adriana Bjelanović, doc. dr. sc. Diana Car-Pušić, doc. dr. sc. Aleksandra  
Deluka-Tibljaš, prof. dr. sc. Svjetlan Feretić, prof. dr. sc. Gordan Jelenić, doc. dr. sc.  
Barbara Karleuša, prof. dr. sc. Ivica Kožar, prof. dr. sc. Nevenka Ožanić, prof. dr. sc.  
Boris Podobnik, prof. dr. sc. Ivan Vrkljan

**Recenzenti:**

prof. dr. sc. Gojko Balabanić, mr. sc. Ivo Brozović, doc. dr. sc. Aleksandra Deluka-Tibljaš,  
prof. dr. sc. Svjetlan Feretić, prof. dr. sc. Gordan Jelenić, doc. dr. sc. Barbara Karleuša,  
Siniša Lukarić, dipl. ing. građ., prof. dr. sc. Nevenka Ožanić, prof. dr. sc. Joško Ožbolt

**Adresa uredništva:**

Rijeka, Viktora Cara Emina 5

**Grafičko rješenje omota:**

Alen Karlović, student

**Grafička obrada, prijelom i tisak:**

Digital point tiskara d.o.o.

**Naklada:**

300 primjeraka

**Kategorizacija:**

Znanstvena monografija

**ISSN 0350-8552**  
**ISBN 987-953-6953-14-1**

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

# ZBORNİK RADOVA

KNJIGA XI

Rijeka, lipanj 2008.

**GRAĐEVINSKI FAKULTET  
Sveučilišta u Rijeci****ZBORNİK RADOVA  
KNJIGA XI****Autori:**

Sergije Babić, dipl. ing. građ.

prof. dr. sc. Nevenka Ožanić

Ivan Brdar, dipl. ing. građ.

doc. dr. sc. Barbara Karleuša

Elvis Žic, dipl. ing. građ.

Silvija Prpić, student

mr. sc. Alka Korin-Lustig

Siniša Lukarić, dipl. ing. građ.

Ines Radošević, prof. mat.

Melita Štefan Trubić, prof. mat.

Edita Papa, dipl. ing. građ.

prof. dr. sc. Gordan Jelenić

Milivoj Benigar, dipl. ing. građ.

doc. dr. sc. Diana Car-Pušić

Fadil Husić, dipl. ing. građ.

Ivan Marović, dipl. ing. građ.

Kristijan Ljutić, dipl. ing. građ.

doc. dr. sc. Aleksandra Deluka-Tibljaš

Antonela Jurina, dipl. ing. građ.

prof. dr. sc. Gojko Balabanić

## PREDGOVOR

Nova knjiga iz serije **Zbornika radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci** nastavlja dugogodišnji kontinuitet publiciranja aktualne znanstveno-stručne problematike iz domene djelovanja Fakulteta.

U ovom izdanju Zbornika objavljeno je 11 radova iz područja hidrotehnike, informatike, matematike, tehničke mehanike, prometnica, organizacije građenja i materijala. Namjera je Uredništva Zbornika da se ovim putem da djelotvoran doprinos prepoznatljivosti Fakulteta u svim područjima njegove djelatnosti. Specifičnost ovoga izdanja u odnosu na prethodne jest to da u velikoj mjeri sadrži zajedničke radove nastavnika i studenata Fakulteta, većinom proizišle iz diplomskih radova studenata nastalih pod mentorskim radom nastavnika. Na ovaj način Uredništvo želi potaknuti nastavnike na uključivanje studenata u znanstveni i stručni rad već na razini dodiplomskog studija, a u samim studentima potaknuti zanimanje za takvim radom na samom početku njihovog profesionalnog puta. Ovakvo opredjeljenje Uredništvo namjerava zadržati i u idućim izdanjima Zbornika radova Građevinskog fakulteta u Rijeci.

Građevinska djelatnost spada u one aktivnosti ljudskoga društva koje su prethodile svim ostalima i čine osnovu za nadogradnju društvenoga, gospodarskoga, znanstvenoga i inog razvoja bilo kojeg sustava. Nije poznata niti jedna civilizacija iz prošlosti koja se nije temeljila na čvrsto razvijenim osnovama graditeljskog umijeća, jer joj je upravo graditeljstvo osiguralo i omogućilo da dostigne visoke razine društvenih i duhovnih dosega.

Ideje i aktivnosti za razvoj građevinskoga visokog školstva u Rijeci i riječkoj regiji datiraju još od 1955. godine, dakle od kad se začela javljati potreba za otvaranjem pojedinih fakulteta na ovom prostoru i prije nego li je bilo koji fakultet stvarno i započeo radom. Bio je to odraz potreba tadašnjeg stanja u gospodarstvu regije kao i perspektive koja se sagledavala iz dugoročnih planova njena razvoja.

Različite okolnosti, prilike i poteškoće toga doba utjecale su da se ta potreba, koja je proizlazila iz realnih okolnosti i stanja u društvu ne ostvari tada, već punih 15 godina kasnije i to otvaranjem Više tehničke građevinske škole. To je uslijedilo tek 1969. godine. Od tada pa do danas teče put popraćen raznoraznim reorganizacijama i transformacijama koji je dugačak gotovo četiri desetljeća, da bismo konačno došli do Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, kakav je danas.

Danas se na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci organiziraju i provode stručni i sveučilišni studijski programi građevinarstva reformirani na načelima Bolonjske deklaracije i usvojeni od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske tijekom 2005. Usvojena su i od akademske godine 2005/06 na sveučilišnom studiju izvode se tri ciklusa obrazovanja i to: 3+2+3 godine (odnosno 3

godine preddiplomski studij, 2 godine diplomski studij, te 3 godine doktorski studij). Od 2005/06. akademske godine započeto je i izvođenje Poslijediplomskog dokorskog studija građevinarstva, smjer Hidrotehnika i geotehnika i Mehanika konstrukcija.

Kako je temeljna zadaća Građevinskog fakulteta u Rijeci obrazovanje suvremenog i kvalitetnog graditeljskog kadra na dodiplomskoj i poslijediplomskoj razini, znamo da je ostvarenje ove zadaće moguće samo ukoliko se usporedno razvija znanstveno – istraživačka i stručna djelatnost te uvode suvremene osnove nastavnog procesa i probiru najkvalitetniji i najkompetentniji kadrovi za obrazovanje novih stručnjaka graditeljske struke. U tom je smislu znanstveno-istraživački i stručni interes nastavnika Fakulteta iskazan i kroz publiciranje radova. Osim kroz publiciranje radova u znanstvenim i stručnim časopisima ili konferencijskim radovima, na Višoj je tehničkoj građevinskoj školi Rijeka 1973. godine započelo i objavljivanje Zbornika radova. Tako je u razdoblju od 1972. – 1994. objavljeno 10 Zbornika i to:

- Zbornik radova Više tehničke građevinske škole Rijeka – knjiga I, iz 1972. godine, s 21 objavljenim radom,
- Zbornik radova Više tehničke građevinske škole Rijeka – knjiga II, iz 1974. godine, s 21 objavljenih rada,
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga III, iz 1977. godine, s 18 objavljenih radova,
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga IV, iz 1979. godine, s 18 objavljenih radova,
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga V, iz 1980. godine, s 24 objavljenih rada,
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga VI, iz 1981. godine, s 28 objavljenih radova,
- Zbornik radova Građevinskog instituta OOUR Fakultet graditeljskih znanosti u Rijeci – knjiga VII, iz 1982. godine, s 22 objavljenih rada,
- Zbornik radova Građevinskog instituta OOUR Fakultet graditeljskih znanosti u Rijeci – knjiga VIII, iz 1983. godine, s 20 objavljenih radova,
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga IX, iz 1992. godine, s 23 objavljenih rada i
- Zbornik radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga X, iz 1994. godine, s 18 objavljenih radova.

Koristim priliku da se zahvalim svim autorima radova, recenzentima, Uredništvu, kao i drugim suradnicima na ovom projektu koji su omogućili izdavanje Zbornika radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci – knjiga XI na ukazanom povjerenju.

Rijeka, lipanj 2008.

Prof. dr. sc. Nevenka Ožanić

**SADRŽAJ**

1. <i>Sergije Babić, Nevenka Ožanić:</i> Proračun oborinske odvodnje u urbanim područjima – Retencijska metoda .....	9
2. <i>Ivan Brdar, Nevenka Ožanić:</i> Rezultati hidroloških istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu (2001.-2006.) .....	31
3. <i>Barbara Karleuša, Elvis Žic, Silvija Prpić:</i> Stanje i mogućnosti zbrinjavanja otpadnih voda malih naselja u Hrvatskoj .....	55
4. <i>Elvis Žic, Nevenka Ožanić:</i> Metode određivanja koeficijenta hrapavosti u riječnim koritima.....	81
5. <i>Alka Korin - Lustig, Siniša Lukarić:</i> Implementacija e-learning alata u nastavni proces – iskustva s Građevinskog fakulteta u Rijeci .....	103
6. <i>Ines Radošević, Melita Štefan Trubić:</i> Numerička integracija – Gaussove integracijske formule.....	117
7. <i>Edita Papa, Gordan Jelenić:</i> Vezana interpolacija u konačnim elementima Timošenkovih prostornih greda.....	131
8. <i>Milivoj Benigar:</i> Točke preokreta u nekonzistentnoj prometnoj politici Grada Rijeke.....	149
9. <i>Diana Car-Pušić, Fadil Husić, Ivan Marović:</i> Analiza učinaka standardne građevinske mehanizacije na izgradnji ceste Vodnjan-Pula .....	175
10. <i>Kristijan Ljutić, Aleksandra Deluka-Tibljaš, Sergije Babić:</i> Mogućnosti unapređenja planiranja i projektiranja cesta uporabom računala .....	189
11. <i>Antonela Jurina, Gojko Balabanić:</i> Ponovljivost rezultata mjerenja fizikalnih i geometrijskih svojstava agregata .....	205





## **Proračun oborinske odvodnje u urbanim područjima – Retencijska metoda**

### Calculation of Rainwater Drainage in Urban Areas – Retention Method

**Sergije Babić<sup>1</sup>, Nevenka Ožanić<sup>2</sup>**

#### **Sažetak**

Retencijska metoda opisuje tečenje u slivu u realnom vremenu. Njenom primjenom u sustavima oborinske odvodnje u urbanim područjima može se prikazati cjelokupno stanje tečenja u sustavu. Mjerodavni odnosno kritični protoci u pojedinim točkama sustava rezultat su stanja tečenja u realnom vremenu na uzvodnom dijelu sustava. Analiza izmjene uvjeta tečenja u postojećoj ili planiranoj mreži daje mogućnost utjecanja na veličine mjerodavnih protoka na kritičnim lokacijama sustava. Ulazno opterećenje sustava definira se mjerodavnim hidrogramom, a metodom se može simulirati utjecaje različitih oblika ulaznih hidrograma, od statistički uprosječenih preko realno opaženih u proteklom razdoblju do kritičnih hidrograma na promatranom sustavu odvodnje oborinskih voda. U radu se opisuju tijek proračuna s primjenom više metoda za određivanje mjerodavnih protoka u realnom vremenu.

**Ključne riječi:** oborinska odvodnja, retencijska metoda, hidrogram, kritični protok

#### **Abstract**

The retention method describes the flow within the basin in real time. The whole flowing circumstances can be shown by its application within the rainwater drainage systems in urban areas. The relevant, that is, the critical flows in specific points of the system are the result of the flowing circumstances in the upstream part of the system in real time. The analysis of flowing condition changes in an existing or a planned network offers the possibility of influencing the volume of relevant flows at critical locations of the system.

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, Hrvatska, sergije.babic@gradri.hr

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, Hrvatska, nozanic@gradri.hr

The entry load is defined by the relevant hydrogramme, while the method can simulate impacts of different forms of entry hydrogrammes, from the statistically average, through effectively observed ones within the past period, to critical hydrogrammes on the monitored rainwater disposal system.

The paper describes the course of calculation applying several methods of determining relevant flows in real time.

**Key words:** rainwater drainage, retention method, hydrogramme, critical flow

## 1. Uvod

Odvodnja u urbanim sredinama postaje sve složeniji i zahtjevniji zadatak. Izgradnjom i uređenjem urbanih sredina mijenjaju se uvjeti tečenja i kvaliteta površinskih oborinskih voda. Od usvojene metode proračuna očekuju se i odgovori o kretanju količina i onečišćenja voda kako zbog dimenzioniranja transportnih i sustava pročišćavanja tako i zbog prilagođavanja postojećih sustava te sprječavanja nepovoljnih utjecaja na urbanu sredinu i zaštitu okoliša. Retencijska metoda proračuna je jedna od metoda koje omogućuju praćenje količine i kvalitete vode u uvjetima tečenja, a primjenjiva je na razdjelne i mješovite sustave odvodnje.

U nastavku su obrazložene pojave koje utječu na izbor sustava odvodnje i tretman prikupljenih voda, kao i prikaz modela proračuna kojim se prati protok u realnom vremenu na osnovu ulaznih hidrograma (polutograma).

Kruženje vode u prirodi je jedna od osnovnih pretpostavki održivosti života na Zemlji. Porastom broja stanovnika, povećavaju se izgrađene površine, mijenjaju uvjeti proizvodnje hrane i dobara, čime se unose promjene u prirodni ciklus kruženja vode u prirodi. Na izgrađenim područjima mijenjaju se prirodni tokovi vode, a ona u pojedinim etapama kruženja biva opterećena različitim onečišćenjima koja pronosi i taloži u sredinama kojima se kreće. Onečišćenja izazivaju fizičke i kemijske promjene koje utječu na kvalitetu vode.

Uviđajući potrebu zaštite voda razvijeni su sustavi prikupljanja i pročišćavanja korištenih voda. Od sustava se očekuje da u svakom koraku pruži kvalitetan odgovor na sve vrste onečišćenja, odnosno da voda po izlasku iz sustava bude prihvatljive kvalitete. [1]

Sustavi prikupljanja i pročišćavanja otpadnih voda prilagođeni su uvjetima sredine kojoj su namijenjeni tako da razlikujemo usko specijalizirane sustave podređene poznatim opterećenjima onečišćenja (industrijski pogoni, ceste, zatvoreni sustavi korištenih voda), opće sustave koji prihvaćaju široki spektar onečišćenja (naselja i gradovi) te područja koja nemaju razvijene sustave zbrinjavanja voda (poljoprivredna zemljišta). Način zbrinjavanja ovisi o stupnju i vrsti zagađenja, količini korištenih voda i traženoj kvaliteti ispuštene vode.

Naselja i gradovi su specifične sredine u kojima razlikujemo vode korištene za potrebe stanovništva (sanitarne vode) koje u sustav ulaze kontrolirano uz uglavnom poznate vrste i količine onečišćenja i oborinske vode koje se u sustavu javljaju povremeno uz predvidive vrste onečišćenja ali vrlo promjenjive količine voda. Porastom izgrađenosti područja naselja i gradova prikupljanje i zbrinjavanje onečišćenih voda postaje sve zahtjevnije i traži kvalitetne odgovore na zahtjeve standarda stanovanja i očuvanja okoliša.

Oborine su uvjetno čiste vode. One su onečišćene još u atmosferi kada na sebe apsorbiraju u zraku raspršena onečišćenja. Ova onečišćenja mogu biti značajna a na njih možemo utjecati jedino kontrolom onečišćenja atmosfere. Daljnje značajno onečišćenje oborinskih voda nastaje otapanjem i pronosom površinskih onečišćenja na slivu. Pored toga oborine su vrlo promjenjive i po količini i periodičnosti. [2]

U naravi možemo govoriti o potrebi prikupljanja i zbrinjavanja onečišćenih (i sanitarnih i oborinskih) voda koje se javljaju na područjima naselja i gradova. Za prikupljanje sanitarnih voda uspostavljeni su kanalizacijski sustavi koji korištene vode dovode do mjesta pročišćavanja i ispuštanja. Povećanjem količine onečišćenja razvijani su i različiti sustavi zbrinjavanja. Podsustav prikupljanja se relativno jednostavno dimenzionira zbog predvidivih oscilacija u količini i stupnju onečišćenja (prema ekstremnim količinama) a sustavi za pročišćavanje kompenziraju oscilacije prema srednjoj vrijednosti količine voda u nekom razdoblju. Na taj način je u uvjetima podjednakog dotoka opravdano zanemaren i vremenski slijed oscilacija količine i stupnja onečišćenja. [1]

Potreba za prikupljanjem i zbrinjavanjem i oborinskih voda u naseljima dovela je do korištenja sustava sanitarne odvodnje i za potrebe oborinske odvodnje odnosno uspostave mješovitog sustava odvodnje. Kako su količine oborinskih voda značajno veće od količina sanitarnih voda, za dimenzioniranje sustava mješovite odvodnje uglavnom su mjerodavne količine oborinske vode. Karakter oborinskih voda s velikim oscilacijama u dotocima uzrokuje poteškoće u upravljanju sustavima u sušnim razdobljima s minimalnim protocima koji često nisu dovoljni za uspješno funkcioniranje sustava za pročišćavanje. Povremeni dotoci oborinskih voda mijenjaju i kvalitetu vode odnosno stupanj onečišćenja čime se znatno mijenjaju uvjeti pročišćavanja u uređajima za zbrinjavanje voda. Odvodnja u ovakvim sustavima zahtjeva izgradnju većih uređaja koji mogu odgovoriti na oscilacije dotoka oborinskih voda.

Zbog različitog karaktera sanitarnih i oborinskih voda grade se razdjelni sustavi. U dijelu sanitarne odvodnje ovi sustavi su ravnomjerno opterećeni i predstavljaju racionalna rješenja s kontroliranim zbrinjavanjem onečišćenih voda. U dijelu oborinske odvodnje javlja se potreba za gradnjom paralelnog sustava

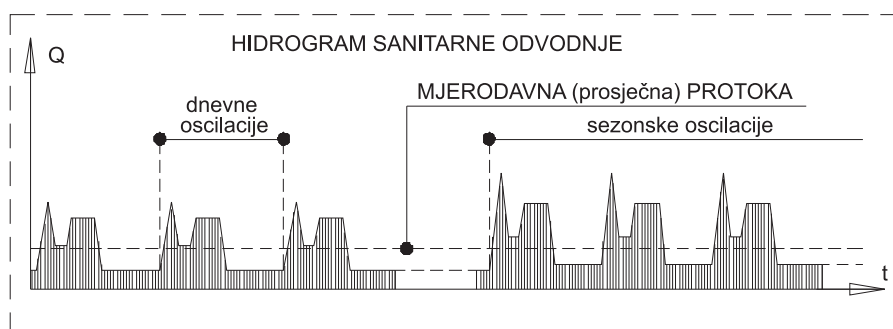
odvodnje koji odgovara karakteru oborinskih voda. Ovisno o načinu pročišćavanja i ispuštanja oborinskih voda ovi sustavi mogu biti značajni po veličini i složenosti uređaja. Zatvoreni sustavi oborinske odvodnje uglavnom se koriste na specifičnim objektima radi sprječavanja otjecanja onečišćenih voda u teren (ceste, industrijski pogoni,...)

Konačan cilj prikupljanja i zbrinjavanja onečišćenih voda je kontrolirano ispuštanje uvjetno čistih voda u recipijent. Izbor sustava odvodnje u naseljima svodi se na odluku o uspostavi razdjelnog ili mješovitog sustava odvodnje i uglavnom podrazumijeva izbor transportnog podsustava i eventualnu prilagodbu sustava za tretman oborinskih voda. [3]

## 2. Odvodnja sanitarnih i oborinskih voda u urbanim područjima

### 2.1. Odvodnja sanitarnih voda

Sustav sanitarne odvodnje uspostavlja se na način da se prikupljene onečišćene vode transportiraju do uređaja za pročišćavanje koji je obično smješten u blizini recipijenta. Dotoci u sustav su kontinuirani s predvidivim dnevnim ili sezonskim oscilacijama. Kvaliteta vode odnosno stupanj onečišćenja je ujednačen i poznat. Time su definirane i ulazne veličine za dimenzioniranje svih dijelova sustava (slika 1). Ujednačenost dotoka i kvalitete vode daje dobre preduvjete za uspješno pročišćavanje sanitarnih voda.



Slika 1. Hidrogram i mjerodavna protoka pri sanitarnoj odvodnji

### 2.2. Oborinska odvodnja

Osnovna karakteristika oborinske odvodnje je da se ulazne veličine ne mogu svesti na oblik prikladan za uvjete sanitarne odvodnje. Količina oborinske vode prvenstveno je ovisna o oborini, a koja je nepredvidiva i po količini i učestalosti.

Statističkim obradama višegodišnjih oborina na nekom području formiraju se ITP (intenzitet, trajanje, povratni period) krivulje, mjerodavne za dimenzioniranje sustava odvodnje. Hidrološkim analizama određuju se karakteristike slivnog područja i određuju veličine mjerodavne za dimenzioniranje sustava odvodnje. Za urbana područja karakteristične su i dominantne površine s visokim koeficijentima otjecanja. Slivna područja su samo načelno određena topografskim karakteristikama područja, pa su za njihovo točnije određivanje potrebne detaljne analize izgrađenosti pojedinih područja.

Onečišćenja oborinskih voda u urbanim su područjima značajna i vrlo promjenjiva. Kako se radi o površinskom onečišćenju koje se ispire oborinama ono je značajno u prvim količinama oborina, a kod dugotrajnih oborina je zanemarivo.

Prikupljanje oborinskih voda u naseljima vrši se pretežno na cestovnim površinama na koje se slijevaju oborinske vode s okolnih slivnih područja. Ovi uređaji uspješno prikupljaju oborinske vode do određenog intenziteta oborina kada dolazi do pojave plavljenja slijevanjem većih količina oborinske vode u depresijama na nižim kotama slivnog područja.

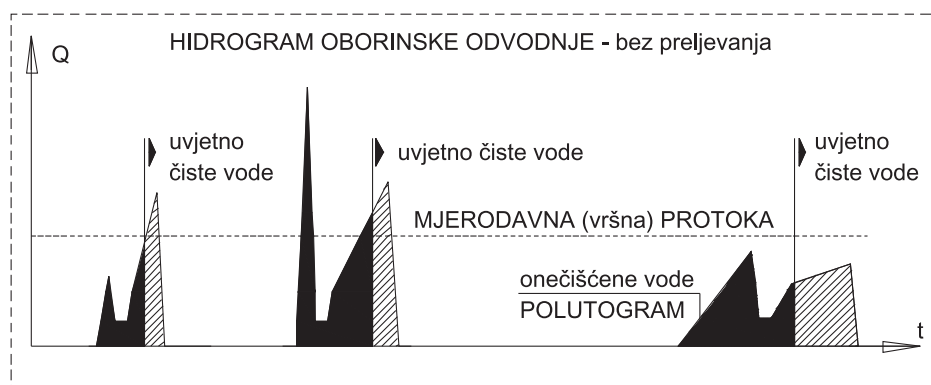
Transportni sustavi oborinske odvodnje su zbog količine oborina značajnijih dimenzija od transportnih sustava sanitarne odvodnje. Ovi sustavi su iskorišteni u vrlo kratkim periodima kada moraju odgovoriti na uvjete transporta značajnih količina oborina.

Svjесni činjenice da su oborinske vode onečišćene, iste se tretiraju u uređajima kojima se uglavnom vrši mehaničko izdvajanje krutih i zauljenih čestica koje se deponiraju u uređaju i povremeno otpremaju na prikladne lokacije. Izdvajanje disperziranih onečišćenja (lagune) se često ne vrši na adekvatan način, a u urbanim sredinama se teško pronalaze adekvatne lokacije za dugotrajniji tretman većih količina prikupljenih oborina. Dimenzioniranje ovih uređaja na ukupne količine mjerodavnih oborina zahtijeva izgradnju objekata značajnih dimenzija (slika 2). Smještanje ovakvih objekata u urbanim područjima pored prostornih zahtijeva, podrazumijeva i provedbu mjera sanitarne zaštite.

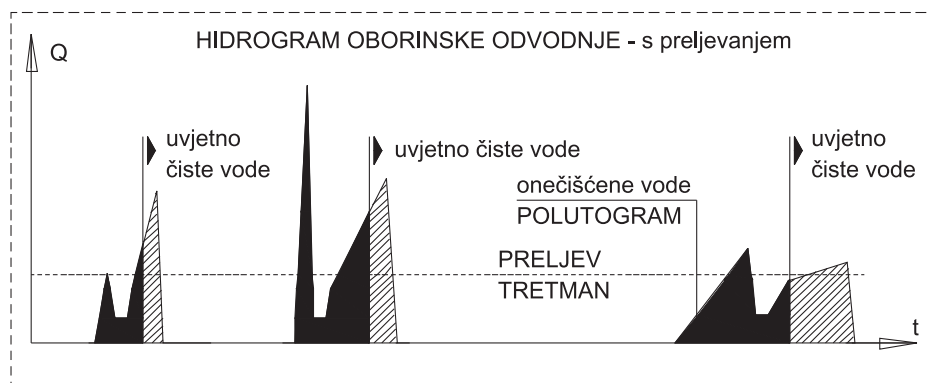
Sustavi za tretman isključivo oborinskih voda, tretiraju vode nestalnog i vrlo promjenjivog dotoka. Stupanj onečišćenja je predvidivo promjenjiv na način da su prvi dotoci s najvećim stupnjem onečišćenja i trendom opadanja tako da poslije izvjesnog vremena opažamo dotoke uvjetno čiste vode. Ova činjenica koristi se za dimenzioniranje sustava na način da se određene količine oborinske vode preljevima ispuštaju u recipijente prije dotoka do središnjeg sustava za pročišćavanje ili na samom sustavu za pročišćavanje (slika 2). Uređaji za prelijevanje uglavnom vrše odjeljivanje po načelu količine protoke tako da se pri pojavi prvih obilnih oborina u recipijent bez tretmana ispuštaju i onečišćene vode. Pravilnim dimenzioniranjem sustava odvodnje ove se pojave minimiziraju.

Prirodni recipijenti za ispuštanje oborinskih voda su pretežno postojeći vodotoci ili vode stajačice i rjeđe podzemlje dovoljne upojnosti.

a)



b)



Slika 2. Hidrogram i mjerodavna protoka pri oborinskoj odvodnji  
a) bez prelijevanja i b) sa prelijevanjem

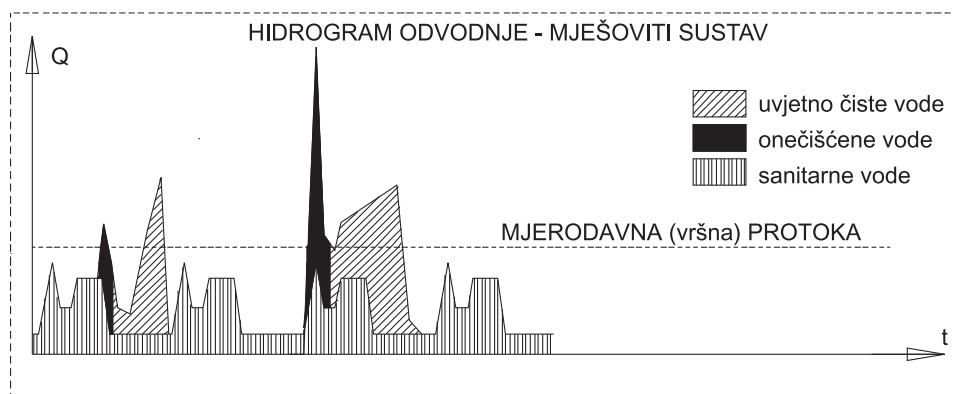
### 2.3. Mješovita odvodnja

Mješovita odvodnja podrazumijeva korištenje zajedničkih transportnih sustava, uređaja za pročišćavanje i recipijenata. Za dimenzioniranje transportnih sustava mjerodavne su oborinske vode, pri čemu se iste transportiraju (po uvjetima sanitarne odvodnje) na uređaje za pročišćavanje (slika 3) i redovito zahtijevaju

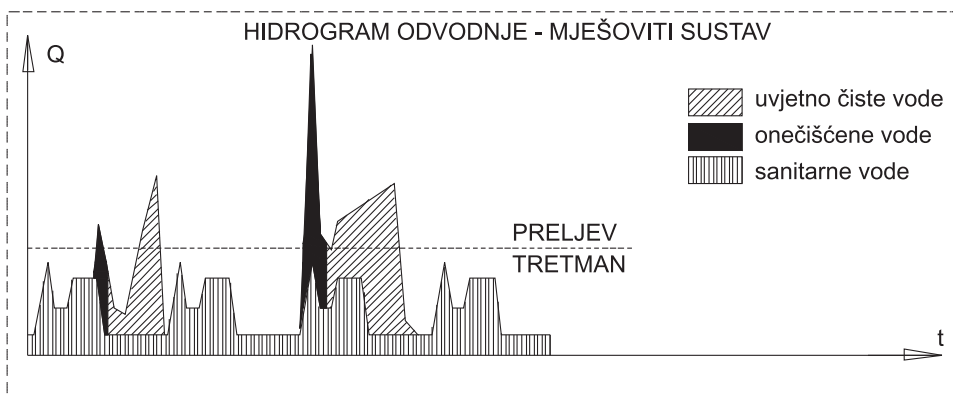
korištenje daleko većih profila od potreba sanitarne odvodnje. U transportnom sustavu dolazi do miješanja sanitarne i oborinske vode tako da u kišnim periodima ovisno o količini i trajanju oborina dolazi do pojave tečenja visoko razrijeđene vode bliske uvjetno čistim vodama.

Uređaji za pročišćavanje pored pročišćavanja sanitarnih voda moraju udovoljiti i potrebama velikih količina oborinskih voda. Zbog iznimno velikih oscilacija u dotocima vrši se prelijevanje vršnih protoka na koje uređaj nije dimenzioniran (slika 3). Recipijent je na taj način ugrožen i razrijeđenim sanitarnim vodama koje se prelijevaju pri obilnijim oborinama.

a)



b)



Slika 3. Hidrogram i mjerodavna protoka pri mješovitom sustavu odvodnje  
a) bez prelijevanja i b) sa prelijevanjem

#### **2.4. Izbor sustava odvodnje**

Izbor sustava odvodnje i metode proračuna potrebno je prilagoditi poznavanju hidroloških karakteristika slivnog područja, ciljnom stupnju sigurnosti urbanog slivnog područja i stupnju zaštite okoliša u koji ispuštamo tretirane oborinske vode. Pored dobrog poznavanja ulaznih hidroloških veličina za odabir sustava odvodnje neophodno je poznavati mogućnosti prihvata tretiranih oborinskih voda.

Zbog izgrađenosti urbanih područja koeficijenti otjecanja su vrlo visoki, kao i brzina otjecanja, tako da se u kratkom vremenu prikupljaju velike količine oborinskih voda. Princip centraliziranog prikupljanja (kao kod sanitarne odvodnje) oborinskih voda neminovno vodi ka izgradnji velikih i skupih transportnih i sustava pročišćavanja oborinskih voda. Zbog karaktera povremenosti pojave oborina ovaj sustav je veći dio vremena neiskorišten. Racionalniji pristup zbrinjavanju oborinskih voda potrebno je prilagoditi njihovom nastajanju. Izgrađene nepropusne površine promijenile su prirodne tokove otjecanja površinskih oborinskih voda i smanjile procjeđivanje vode u tlo. Na taj način su se povećale količine prikupljenih oborinskih voda. [3] Disperzijom prikupljenih oborinskih voda u tlo u blizini mjesta prikupljanja znatno se smanjuju količine oborinskih voda u transportnim sustavima a donekle se uspostavlja i prvobitno stanje prirodnog otjecanja i procjeđivanja. Izgrađene nepropusne površine su i mjesta skupljanja onečišćenja u prethodnim sušnim periodima. Ova onečišćenja se pojavom površinskog tečenja prikupljaju oborinskom vodom. Karakter prikupljanja onečišćenja je takav da je količina onečišćenja nakon određenog trajanja oborina zanemariva te da oborinske vode možemo smatrati i uvjetno čistim vodama. Prve količine oborina su stoga opterećene velikim dijelom prikupljenog onečišćenja a daljnjim prikupljanjem oborinskih voda vrši se njihovo disperziranje na sveukupnu količinu prikupljene oborinske vode. Za proces pročišćavanja oborinskih voda poželjno je da početna koncentracija onečišćenja bude u što je moguće manjoj mjeri disperzirana.

Poželjan sustav odvodnje oborinskih voda tretirao bi oborinske vode na mjestu nastajanja na način transportiranja visoko onečišćenih voda i ispuštanja u prirodni recipijent uvjetno čistih voda. Navedeno navodi na potrebu odjeljivanja oborinskih voda i to prema kriteriju kakvoće i količine oborinskih voda. Jednostavni oblici odjeljivanja oborinskih voda svode se na definiranje mjere površinskog onečišćenja sliva ili njegovih pojedinih udjelova. Poznavajući emitente zagađenja (industrijski pogoni, toplane, promet,...), njihov položaj u naselju i uvjete rasprostiranja onečišćenja (vjetar) možemo klasificirati područja prema stupnju očekivanog zagađenja. Ovdje je potrebno promatrati i utjecaje trajanja sušnih perioda u kojima dolazi do taloženja onečišćenja na površinu sliva. Složeniji oblici odjeljivanja oborinskih voda svode se na sprječavanje dotoka uvjetno čistih voda u transportni sustav čime se omogućava dotok visoko onečišćenih voda do uređaja za pročišćavanje.



Poželjan sustav odvodnje će pored navedenog izvršiti i ujednačenije vršne protoke odnosno produljiti vrijeme protjecanja kroz transportni sustav. Na taj način se transportni sustav koristi u duljim vremenskim periodima uz manje protoke i adekvatno tome ekonomičniju izvedbu transportnog sustava.

U praksi ne treba očekivati potpunu uspješnost u uspostavi željenog sustava odvodnje, ali svako korektno izvedeno smanjenje protoke u transportnom sustavu ili povremeno retenciranje oborinske vode može donijeti znatne uštede u izgradnji sustava, veći stupanj sigurnosti od plavljenja te vremenski ravnomjernije korištenje uređaja za pročišćavanje.

Osnovni cilj željenog sustava odvodnje je odjeljivanje visoko onečišćene i uvjetno čiste vode u blizini mjesta nastajanja te zadržavanje (retenciranje) oborinske vode uz vremenski odgođeno i količinski kontrolirano ispuštanje u transportni sustav (prema uređaju za pročišćavanje) i recipijent. Ovakav sustav je složen zbog velikog broja objekata, a provedba zahtijeva poznavanje kako ulaznih hidroloških veličina tako i mehanizme taloženja onečišćenja na slivnom području. Proračun sustava ne može se svesti samo na dimenzioniranje pojedinih elemenata sustava već na cjelovito sagledavanje stanja protoke u sustavu kroz dulji vremenski period. Ovakav način praćenja stanja u sustavu moguć je modeliranjem sustava u realnom vremenu i realnim uvjetima što ga čini primjenjivim kako za projektiranje novih sustava tako i za praćenje stanja u postojećim sustavima.

Jedna od metoda koje omogućavaju praćenje protoke u realnom vremenu je i retencijska metoda proračuna kojom se pored protoke može pratiti i kretanje onečišćenja u sustavu te pravilnim modeliranjem predvidjeti, a potom i spriječiti neželjene pojave prelijevanja onečišćenih voda u recipijente. Retencijska metoda proračuna zahtijeva detaljnije poznavanje hidroloških karakteristika sliva tako da se u praksi rijetko koristi (najčešće se koristi Racionalna formula).

## ***2.5. Karakteristike proračuna oborinske odvodnje u urbanim područjima***

Proračun objekata i elemenata oborinske odvodnje provodi se u tri slijedom povezane cjeline koje se odnose na otjecanje i prikupljane površinskih oborinskih voda, transport prikupljenih voda i u konačnici zbrinjavanje kojim vršimo pročišćavanje i ispuštanje oborinskih voda. [3]

Površinsko otjecanje je posebna cjelina kojom se hidrološkim metodama utvrđuje mjerodavna količina oborina i uvjeti površinskog tečenja. Pravilnim sagledavanjem površinskog otjecanja dobiti će se prihvatljivo točne količine površinskih oborinskih voda koje je potrebno prihvatiti u transportnom sustavu. Rezultat ovih proračuna uobičajeno su intenziteti oborina iskazani kroz ITP krivulje različitih povratnih perioda. Detaljnije analize slivnog područja i oborina

podrazumijevaju izradu hidrograma i polutograma otjecanja s slivnog područja. [2]

Dimenzioniranje transportnog sustava je iterativan postupak kojim se definiraju protoci i dimenzije pojedinih elemenata transportnog sustava prema prihvaćenom mjerodavnom dotoku. Metode proračuna su različite i ovise o veličini slivnog područja, točnosti ulaznih podataka i zahtijevanoj točnosti proračuna. Koriste se različite teorijske ili empiričke metode, statističke metode ili metode modeliranja cjelovitog sustava. [3]

Pored količine i kakvoće oborinskih voda za dimenzioniranje su mjerodavni uvjeti ispuštanja oborinskih voda u recipijente. Ovi uvjeti odnose se na zadanu razinu kakvoće oborinskih voda i mogućnosti prijema recipijenata.

Počeci korištenja retencijske metode sežu u 50-te godine prošlog stoljeća kada je "Transport and Road Research Laboratory (TRRL) iz Velike Britanije razvio jednostavnu i učinkovitu metodu preventivno za proračun odvodnje autocesta, cesta i urbanih površina" [4].

Osnovna ideja retencijske metode je činjenica da se tečenje vode odvija ovisno o hodogramu oborina i to po različnim uvjetima površinskog ili tečenja u cijevima odvodnog sustava. Količina oborina je vremenski promjenjiva veličina pa se tečenje promatra u vremenskim intervalima  $dt$  kojima pripada određena količina oborina. Svako tečenje ima svoje vrijeme koncentracije odnosno vrijeme potrebno da voda iz najudaljenije točke promatranog dijela sliva stigne do narednog dijela sliva. Promatranjem nekog segmenta sliva (površina, cijev ili element sustava) u vremenskom intervalu  $dt$  možemo postaviti jednadžbu vodnog bilanca promatranog segmenta sliva. Poznavanjem ulaznog dotoka i karakteristika segmenta sliva možemo odrediti veličine volumena i brzine tečenja, a prema tome i količinu istjecanja iz segmenta. Promatrano u vremenskim intervalima  $dt$  jednadžba kontinuiteta dobiva oblik:

$$U = R + I,$$

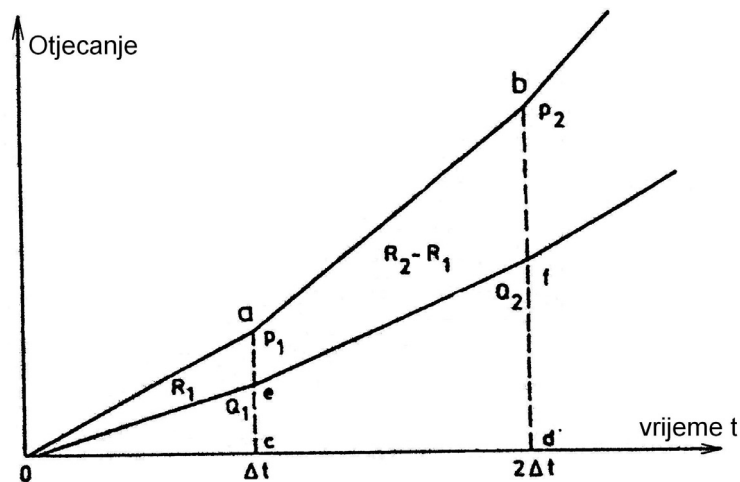
gdje je:

$U$  – količina koja je ušla u segment u vremenu  $dt$

$R$  – količina koja se nalazi u segmentu (retencirana količina)

$I$  – količina koja je istekla iz segmenta u vremenu  $dt$

Promatrano u slijedu vremenskih intervala  $dt$  jednadžbe kontinuiteta možemo opisati i grafički (slika 4).

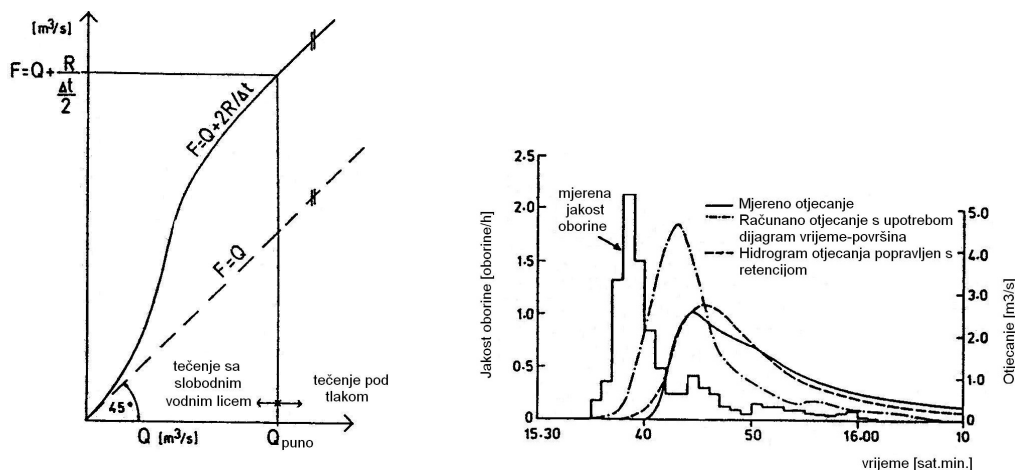


Slika 4. Princip retencijske relacije prema hidrogramu dotoka i otjecanja

Gdje je linija 0-a-b – ulazni hidrogram, a linija 0-a<sub>1</sub>-a<sub>2</sub> – izlazni hidrogram promatranog segmenta. Retenciranu količinu dobijemo kao razliku ova dva dijagrama.

Ako je vremenski interval  $\Delta t$  određen tako da je manji od vremena koncentracije  $t_c$  tada za vrijeme  $t < t_c$  jednadžba kontinuiteta dobiva oblik  $U = R$ , odnosno  $I=0$  jer unutar vremena  $t_c$  nema pojave istjecanja iz segmenta. Iz navedenog slijedi da će početak izlaznog hidrograma imati vremenski pomak upravo za vrijeme  $t_c$ . Vrijeme koncentracije proporcionalno je brzini tečenja odnosno količini vode u segmentu. Kako se po prestanku dotoka retencirana količina smanjuje ujedno se produžava i pripadajuće vrijeme koncentracije  $t_{c_z}$ .

U trenutku prestanka dotoka u segmentu se nalazi retencirana količina koja će iz segmenta isteći u vremenu  $t_{c_z}$  tako da završetak izlaznog hidrograma ima vremenski pomak  $t_{c_z}$ . Ovu pojavu nazivamo suhim tečenjem. Saznanja o tečenju u segmentu sliva se nastavno prenose na nizvodne segmente sliva na način da izlazni hidrogram uzvodnog segmenta postaje ulazni segment nizvodnog elementa. Proces promatramo za cijeli sliv u vremenskim intervalima  $\Delta t$  i realnom vremenskom slijedu. Hidrogram otjecanja iz posljednjeg segmenta sliva ujedno je i hidrogram otjecanja cijelog sliva za pripadajuće oborine koje su dovele do pojave tečenja.



Slika 5. Određivanje kišnog otjecanja po retencijskoj metodi  
(Anonymus, TRRL, 1962.) [4]

Na razvoj retencijskog modela otjecanja snažan utjecaj ima razvoj računalne industrije, jer omogućava uvođenje detaljnijih vremenskih inkremenata  $dt$ , pa u složenijim uvjetima bolje opisuju stvarno stanje otjecanja u promatranom slivu (slika 5). Svi ovi sustavi koriste osnovnu ideju o određivanju ulaznog i izlaznog hidrograma pojedinog segmenta i njihovo spajanje u cjelinu. Pod segmentom se smatra bilo koji dio sustava s ujednačenim uvjetima tečenja, a složeniji uvjeti tečenja se mogu aproksimirati. Na taj se način omogućava proračun cijelog sustava. Novije modifikacije modela obuhvaćaju detaljne analize:

- ulaznih hidrograma odnosno hidrograma oborina
- površinskog otjecanja s utjecajima upijanja, zadržavanja oborina, isparavanja,...
- površinskih sustava odvodnje s retencijama, branama, .....
- zatvorenih sustava odvodnje s preljevima, crpkama, brzotocima ...
- postojećih sustava odvodnje
- dimenzioniranje novih sustava odvodnje
- koncentracije pojedinih zagađenja, pronose krutina,.....

Brojna provedena ispitivanja pokazala su više ili manje dobru primjenjivost retencijskog modela. Metoda se pokazala uspješnom kod promatranja zatvorenih sustava odvodnje na prometnicama i u urbanim sredinama gdje su uvjeti otjecanja razumljiviji i točnije opisani.

Osnovna poteškoća je odrediti mjerodavne ulazne hidrograme, a metoda daje mogućnost promatranja stanja protoke u sustavu za različite ulazne hidrograme pa se tako mogu odrediti i kritični oblici hodograma oborine.

U tehničkoj praksi je potrebno optimalno dimenzionirati kanalizacijski sustav odnosno poznavati ponašanje protoke u svim segmentima sustava.

### 3. Model tečenja realnih promjenjivih protoka

Osnovni princip retencijske metode proračuna je da tijekom procesa odvodnje u sustavu postoji određeni volumen vode koja u nekom vremenskom intervalu “mijenja” količinu istekle vode iz sustava. Ova pojava dovodi do “faznog” (vremenskog) pomaka ulaznog i izlaznog hidrograma, a vjerojatno i do smanjenja “vršnih” protoka u sustavu. Proces odvodnje, odnosno prolaska određene količine vode kroz sustav dovodi do vremenskog “rastezanja” izlaznog u odnosu na ulazni hidrogram iz čega je realno očekivati da su vršne protoke manje. Za ovakvo razmatranje neophodno je u proračun protoke kroz sustav uvesti i brzinu kretanja vode odnosno vremena potrebnog za prolaz određene količine vode kroz sustav.

Poznavajući ulazni hidrogram sustava (neophodno za svaki ozbiljniji proračun) i usvajajući pretpostavljene (ili izmjerene) karakteristike sustava (profili cijevi, materijal cijevi, padovi, preljevi,... i ostali elementi sustava) možemo odrediti ne samo vrijeme potrebno da određena količina vode prođe kroz sustav nego i promatrati što se u sustavu događa u nekom proizvoljnom vremenskom intervalu ili trenutku tečenja.

Za ova saznanja potrebno je sustav promatrati od trenutka početka ulijevanja u sustav ( $T_p$ ) do trenutka istjecanja sve vode iz sustava ( $T_z$ ) u proizvoljnim vremenskim intervalima  $dt$ . Za svaki vremenski interval  $dt$  poznajemo količinu vode  $V_u$  koja je ušla u sustav (iz ulaznog hidrograma  $Q/t$ ) te možemo izračunati prema karakteristikama sustava brzinu i položaj volumena u sustavu, a ako u proračun uvedemo i poznate vrijednosti brzine i položaja volumena iz prethodnih intervala dobiti ćemo stanje tečenja u proizvoljnom trenutku  $T=n*dt$ . Poznavajući položaje i brzine pojedinih volumena u sustavu za svaki vremenski interval možemo postaviti jednadžbu vodnog bilanca  $U=R+I$  odnosno ukupna količina vode iz ulaznog hidrograma mora u svakom vremenskom intervalu (trenutku) odgovarati količini vode koja je istekla iz sustava uvećanoj za količinu vode koja se u vremenu  $dt$  nalazi u sustavu (retencirana količina vode).

Da bi proces tečenja mogli promatrati na navedeni način, sustav je potrebno “modelirati” odnosno podijeliti u segmente za koje znamo “pravila” tečenja u sustavu (brzine tečenja). Za svaki element potrebno je odrediti hidrogram tečenja (ulazni, retencijski i izlazni) vezan za vremenske intervale  $dt$ . Hidrogrami tečenja pojedinih elemenata “pomaknuti” su (vremenski) za “vrijeme” zakašnjenje odnosno vrijeme potrebno da voda prođe kroz prethodne elemente sustava i pojavi se u promatranom elementu (slika 6). Tako možemo u bilo kojem vremenskom

intervalu  $dt$  odrediti ukupnu količinu retenciranog volumena, a poznavajući brzine tečenja i položaj pojedinih volumena odrediti “kritična” mjesta i vremena protoke mjerodavne za dimenzioniranje elemenata sustava. Također se izmjenama u karakteristikama sustava može vršiti i vremenski pomak položaja ili količine određenih volumena (usporom, preljevom, retencijom) te na taj način prilagoditi (dimenzionirati) pojedine elemente sustava.

Element		VREMENSKI INTERVALI $dt$													Tz	
		Tp	1	2	3	4	5	6.	.	.	n-1	n	n+1			
A	U															
	R						AR5									
	I															
B	U															
	R						BR5					BRn				
	I															
N	U															
	R						NR5					Nm				
	I															
Z	U															
	R											ZRn				
	I															
ukupno	R						AR5+BR5+NR5					BRn+Nm+ ZRn				

Slika 6. Raspodjela vodnog bilanca pri protoku vode kroz sustav s više segmenata  
Napomena: ulazni hidrogram pojedinog elementa jednak je izlaznom hidrogramu prethodnog elementa

Poznavajući hidrograme pojedinih elemenata može se lako simulirati i “čvorove” u sustavu, odnosno mjesta spajanja (zbrajanje hidrograma s vremenskim pomakom), razdvajanja (poznavajući pravilo podjele za npr. preljeve) ili retenciranja (vremenski pomak hidrograma) pojedinih volumena. Ako ulazni hidrogram sustava (jedan ili više njih) “opteretimo” i s podatkom o kakvoći (npr. temperatura ili onečišćenje) pojedinog volumena (količina koja je ušla u sustav u vremenu  $dt$ ) možemo (uz pretpostavku poznavanja rasprostiranja/miješanja kakvoće vode saznati i kvalitetu vode u određenom trenutku na određenom mjestu u sustavu.

Može se promatrati ponašanje sustava i za “mjerodavne” (incidentne) visoke intenzitete oborina kao i za “najčešće” očekivane pojave, odnosno odrediti kritičan ulazni hidrogram za promatrani sustav odvodnje. Postupak proračuna je iterativan i dugotrajan te je poželjno korištenje računala. Model tečenja mora biti takav da dovoljno dobro opisuje tečenje u transportnim sustavima, da kao ulazni podatak

koristi hidrogram (polutogram), te da kao rezultat daje protoku, brzinu tečenja i konačno izlazni hidrogram (polutogram).

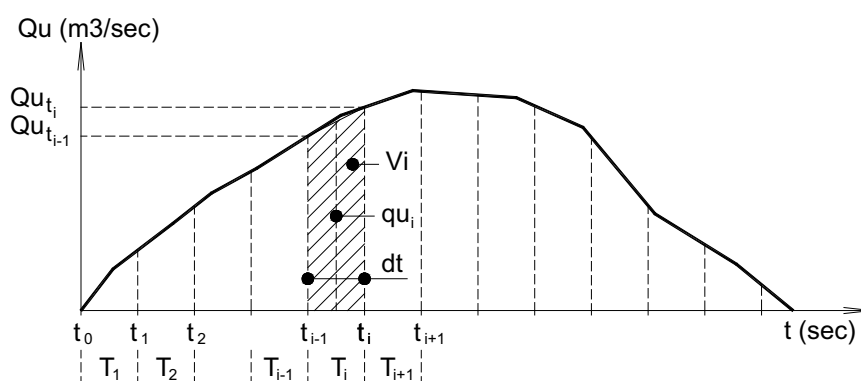
### 3.1. Opis modela tečenja

Stanje protoke u cjevovodu promatra se u realnom vremenu za što je potrebno da vremenski interval  $dt$  bude znatno kraći od pretpostavljenog vremena otjecanja za promatrani segment. Vrijeme otjecanja je vrijeme potrebno da voda iz najudaljenije točke (ulaz u cijev) istekne iz cijevi. Brzina kretanja vode ovisna je o nagibu i ispunjenosti cijevi vodom, što znači da je i vrijeme otjecanja promjenjiva i vrlo varijabilna veličina.

Ulazni hidrogram je poznata odnosno pretpostavljena veličina i u ovom dijelu nije posebno razmatrana. Hidrogram je potrebno razdijeliti u vremenske segmente  $dt$  na način da svakom vremenskom segmentu pripada protoka  $qu_i$  i volumen  $V_i$  (slika 7).

$$qu_i = \frac{(Qu_i + Qu_{T_i} - Qu_{T_{i-1}})}{2} \quad (l/s) \quad (1)$$

$$V_i = qu_i dt \quad (l) \quad (2)$$



Slika 7. Razdioba ulaznog hidrograma na vremenske intervale  $dt$

Volumen  $V_i$  po ulasku cijev “putuje po pravilima” određenim karakteristikama cijevi (profil, pad,...). Na osnovi veličine protoke  $qu_i$  računaju se  $v_i$  (brzina),  $A_i$  (površina presjeka),  $h_i$  (visina ispunjenosti).

Duljina ispunjenosti cijevi protokom  $qu_i$  računa se prema brzini tečenja  $v_i$  kao:

$$L_i = v_i dt \quad (m) \quad (3)$$

Volumen dotoka u cijev je umnožak površine  $A_i$  i duljine  $L_i$  ispunjenosti cijevi:

$$V_i = A_i L_i = A_i v_i dt \quad (\text{m}^3) \quad (4)$$

Ili prema (2):  $V_i = q u_i dt$  i tada mora postojati jednakost

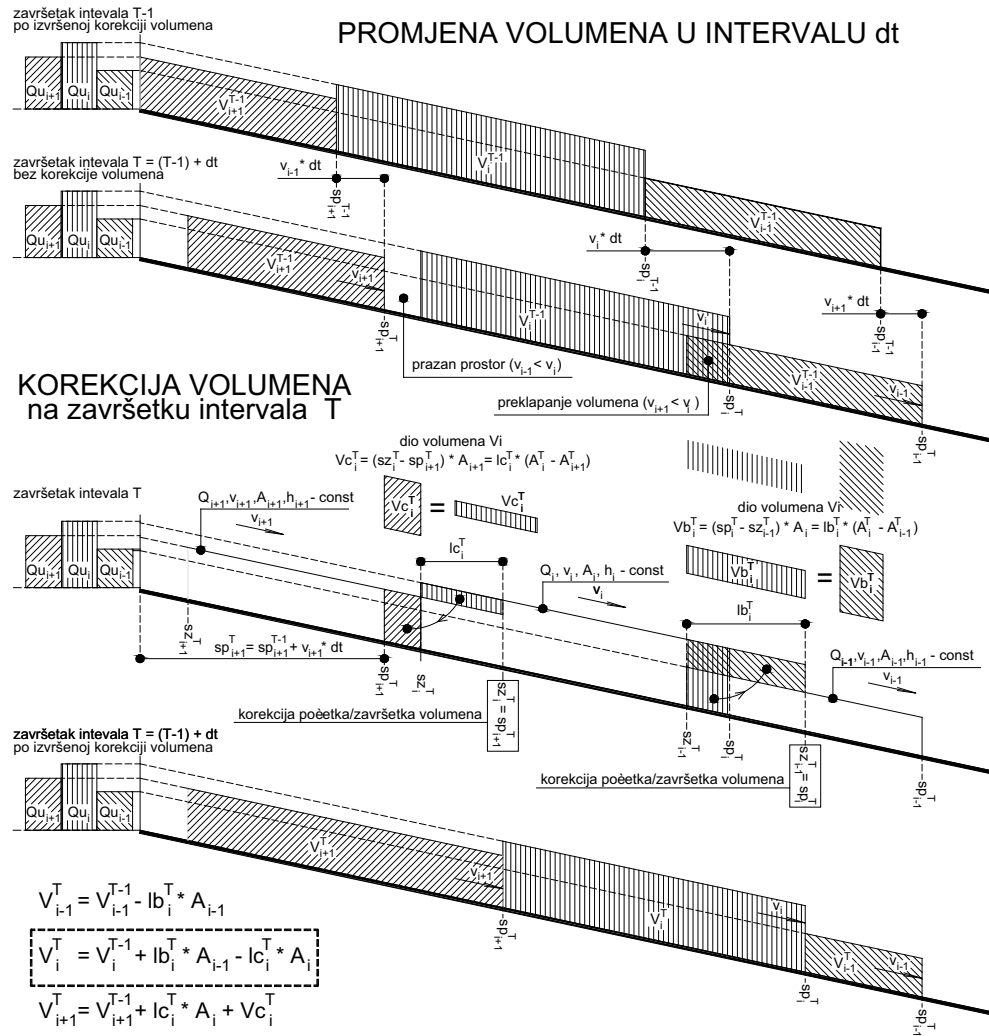
$$V_i = A_i L_i = A_i v_i dt = q u_i dt A_i, \text{ odnosno } A_i v_i = q u_i$$

Na ranije opisani način izvršen je proračun ispunjenosti cijevi. Tako smo u sustav uveli kompletnu količinu vode  $V_i$  iz ulaznog dijagrama i odredili njenu brzinu u cijevi. Ulazni volumen u intervalu  $dt$  stalno putuje istom brzinom (jasno uz iste uvjete u cjevovodu). Kako su brzine tečenja ovisne o volumenu/dotoci koji smo prihvatili na ulazu u cijev događa se da susjedni volumeni ne putuju istom brzinom te dolazi do “naguravanja” ili do “razmicanja” pojedinih volumena.

Tok vode je kontinuiran pa je usvojena slijedeća pretpostavka – u slučaju “naguravanja” volumena brži protok prelazi preko sporijeg ali samo u visini svoje ispunjenosti cijevi čime zadržava brzinu ali povećava volumen preklopljenim dijelom sporijeg volumena. Na taj način dolazi do “ubrzanja” protoke u uzlaznom dijelu dijagrama dotoke u sustav, a u dovoljno dugoj cijevi početni ulazni volumeni su “preklopljeni”. U slučaju “razmicanja” volumena pojavljuje se “prazan prostor” koji se nadomješta bržim volumenom tako da se povećava sporiji volumen do visine ispunjenosti cijevi, a u količini potrebnoj da se uspostavi kontinuitet tečenja. Tako dolazi do “usporenja” tečenja u silaznom dijelu dijagrama dotjecanja (slika 8).

U dovoljno dugom cjevovodu dolazi do pojave smanjivanja vršnog protoka jer se isti zbog sporijih volumena ispred i iza obostrano smanjuje nadoknađujući prazan prostor stvoren sporijim putovanjem susjednih volumena.





Slika 8. Promjena volumena u intervalu dt i korekcije volumena na završetku intervala T

Položaj volumena u cijevi određen je udaljenošću od početka cijevi – ulaza u segment (s-stacionaža). U općem vremenskom intervalu T (trajanja dt) volumeni su se pomakli za vrijednost  $v_i * dt$ . Nove lokacije volumena na završetku intervala T opisujemo:

$$sp_i^T = sp_{i-1}^{T-1} + v_i dt \quad (5) \text{- pomak početka volumena za vrijednost } v_i * dt$$

$$sz_i^T = sz_{i-1}^{T-1} + v_i dt \quad (6) \text{- pomak završetka volumena za vrijednost } v_i * dt,$$

gdje je:

$sp_i^T$  - udaljenost početka volumena od ulaza u cijev na završetku intervala T

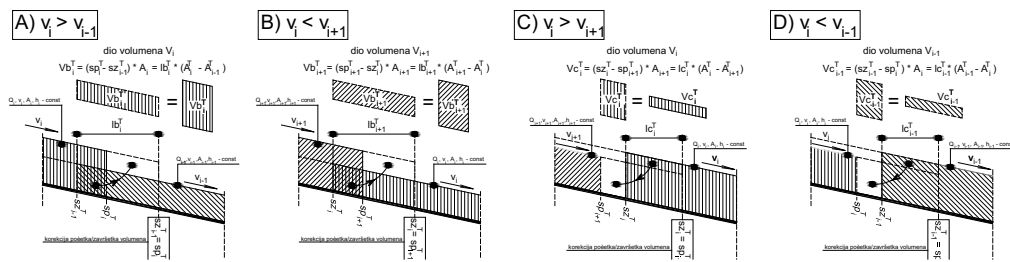
$sz_i^T$  - udaljenost završetka volumena od ulaza u cijev na završetku intervala T

$sp_{i-1}^{T-1}$  - udaljenost početka volumena od ulaza u cijev na završetku intervala T-1

$sz_{i-1}^{T-1}$  - udaljenost završetka volumena od ulaza u cijev na završetku intervala T-1

$v_i$  - brzina općeg volumena  $V_i$

Zbog različitih brzina kretanja volumena razlikujemo 4 pozicije općeg volumena  $V_i$  (slika 9).



Slika 9. Pozicije općeg volumena u ovisnosti o promjeni dotoka u vremenu  $t$

Ulazni hidrogram se sastoji od segmenata s prirastom i segmenata s opadanjem dotoka, a superponiranjem odgovarajućih pozicija za opći volumen  $V_i$  vrijedi:

- u vremenskim intervalima  $dt$  kada bilježimo prirast dotoke  $v_{i+1} > v_i > v_{i-1}$  – **pozicije A i B**

$$V_i^T = V_i^{T-1} + lb_i^T A_i - lb_{i+1}^T A_i \quad (7)$$

- u vremenskim intervalima  $dt$  kada bilježimo prirast dotoke  $v_{i+1} < v_i < v_{i-1}$  – **pozicije C i D**

$$V_i^T = V_i^{T-1} - lc_i^T A_i + lc_{i-1}^T A_i + Vc_i^T \quad (8)$$

- u intervalu kada  $V_i^T$  pripada maksimumu krivulje dotoka  $v_{i+1} < v_i > v_{i-1}$  – **pozicije C i A**

$$V_i^T = V_i^{T-1} - lc_i^T A_i + lb_i^T A_i \quad (9)$$

- u intervalu kada  $V_i^T$  pripada minimumu krivulje dotoka  $v_{i+1} > v_i < v_{i-1}$  – **pozicije B i D**

$$V_i^T = V_i^{T-1} - lb_{i+1}^T A_i + lc_{i-1}^T A_i + Vc_i^T \quad (10)$$

Za općeniti vremenski interval ulaznog hidrograma možemo napisati izraz [11]:

$$V_i^T = V_i^{T-1} + lb_i^T A_i - lb_{i+1}^T A_i (v_i > v_{i-1}) - lb_{i+1}^T A_i (v_i < v_{i+1}) - lc_i^T A_i (v_i > v_{i+1}) + (lc_{i-1}^T A_i + Vc_i^T) (v_i < v_{i-1})$$

Jednadžba opisuje promjenu volumena u bilo kojem vremenskom intervalu  $dt$ . Proračun se provodi po vremenskim intervalima  $dt$  u kojima se računaju pozicije i promjene pojedinih volumena koji su ušli u sustav u svim prethodnim intervalima ( $T_1, T_2, \dots, T_{i-1}, T_i, T_{i+1}, \dots, T_n$ ). Prema podatku o poziciji pojedinog volumena u intervalu  $T_n$ , odrediti ćemo koji volumen  $V_a^T$  i u kojem dijelu je istekao iz sustava. Volumen  $V_a^T$  koji nije u cijelosti istekao iz sustava razdijeliti ćemo na volumen  $V_{ai}^T$  koji je istekao iz sustava i volumen  $V_{ar}^T$  koji se još uvijek nalazi u sustavu tako da je:

$$V_a^T = V_{ai}^T + V_{ar}^T \quad (12)$$

Za svaki vremenski interval  $dt$  potrebno je postaviti i jednadžbu vodnog bilanca:

$$U^T = R^T - I^T \quad (13)$$

gdje je:

$$U^T = \sum V_i^T (i=1, \dots, n) - \text{suma svih volumena koji su ušli u sustav do trenutka } T_n$$

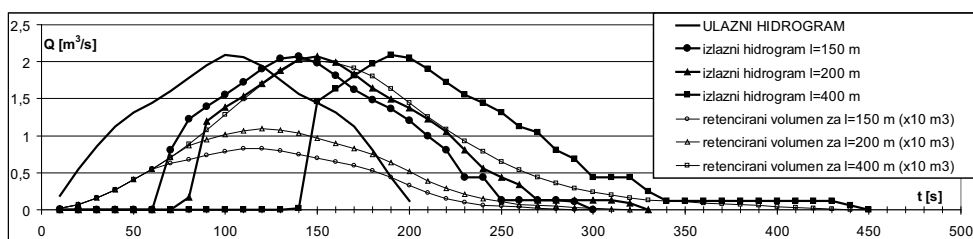
$$R^T = V_{ar}^T + \sum V_i^T (i=a-1, \dots, n) - \text{suma svih volumena koji se u trenutka } T_n \text{ nalaze u sustavu}$$

$$I^T = I^{T-1} + V_{ar}^T - \text{suma svih volumena koji su istekli iz sustava do trenutka } T_n$$

Jednadžba vodnog bilanca služi kao kontrola proračuna za svaki vremenski interval, a pripadajuće vrijednosti  $U^i$ ,  $R^i$  i  $I^i$  predstavljaju redom ordinate ulaznog, retenciranog i izlaznog hidrograma. Prema iznesenom, kreirana je aplikacija kojom je proračun proveden za različite uvjete tečenja te su (pored ostalih) dobiveni rezultati za promjenu duljine cijevi i promjenu uzdužnog nagiba cijevi.

S povećanjem duljine puta tečenja očekivalo se povećanje vremena koncentracije  $T_c$ , izraženija pojava preklapanja volumena u dijelu prirasta ulaznog hidrograma, smanjenje maksimalne protoke i povećanje razdoblja suhog tečenja. Također je očekivano i povećanje retencionog volumena.

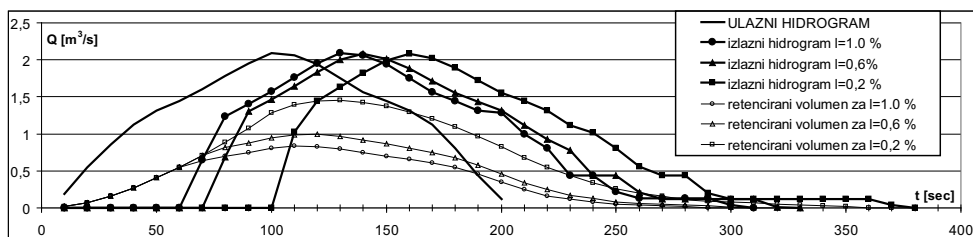
Simulacijom takvog tečenja i dobivenim rezultatima potvrđena su sva očekivanja osim smanjenja maksimalne protoke (slika 10). Može se primijetiti i težnja ka uspostavi linearnih promjena veličine otjecanja na način da uzlazni dio izlaznog hidrograma postaje strmiji, a silazni dio blaži u odnosu na ulazni hidrogram. Isto se uočava i za promjene retencijskih volumena.



Slika 10. Utjecaj promjene duljine cijevi na izlazni hidrogram i retencijski volumen

Smanjenjem uzdužnog nagiba cijevi očekivalo se povećanje vremena koncentracije  $T_c$ , izraženija pojava preklapanja volumena u dijelu prirasta ulaznog hidrograma, smanjenje maksimalne protoke i povećanje razdoblja suhog tečenja. Također se očekivalo i povećanje retencionog volumena.

Simulacijom takvog tečenja i dobivenim rezultatima potvrđena su sva očekivanja osim smanjenja maksimalne protoke (slika 11).



Slika 11. Utjecaj promjene uzdužnog nagiba na izlazni hidrogram i retencijski volumen

Simulacija je u svim slučajevima provedena za promjer cijevi od 1.50 m.

#### 4. Zaključak

Primjenom retencijska metoda, izradom modela tečenja i simulacijom u sustavima oborinske odvodnje u urbanim područjima može se u realnom vremenu prikazati cjelokupno stanje tečenja u sustavu odvodnje.

Ulazno opterećenje sustava definira se mjerodavnim hidrogramom, a metodom se može simulirati utjecaje različitih oblika ulaznih hidrograma, od statistički uprosječenih preko realno opaženih u proteklom razdoblju do kritičnih hidrograma na promatranom sustavu odvodnje oborinskih voda.

Izmjenama uvjeta tečenja u projektiranoj ili u postojećoj odvodnoj mreži (npr. promjenom duljine cijevi, promjenom uzdužnog nagiba cijevi i dr.) može se značajno utjecati na mjerodavne veličine (vrijeme koncentracije, povećanje razdoblja suhog tečenja, povećanje retencijskog volumena, i dr.), ali ne značajno i na maksimalne protoke na kritičnim lokacijama sustava.

#### Literatura

- [1] S. Tedeschi, *Zaštita vodnih sustava i pročišćavanje otpadnih voda*, Građevinski institut, Zagreb, 1983.
- [2] O. Bonacci, *Oborine: glavna ulazna veličina u hidrološki ciklus*, Geoinj, Split, Sveučilišta u Splitu i Osijeku, Split 1994.
- [3] J. Margeta, *Kanalizacija naselja*, Institut građevinarstva Hrvatske, Split 1998.
- [4] B. Kompare, *Modeliranje deževnega odtoka iz urbaniziranih povodij*, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1991.



## **Rezultati hidroloških istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu (2001.-2006.)**

Results of Hydrological Investigation of Vransko Lake  
on the Island of Cres (2001 – 2006)

**Ivan Brdar<sup>1</sup>, Nevenka Ožanić<sup>2</sup>**

### **Sažetak**

Otok Cres je jedan od naših najkrševitijih otoka, a pojava Vranskog jezera na otoku uistinu je jedinstven prirodno-geografski fenomen. Jezero sa svojom srednjom površinom od 5,75 km<sup>2</sup> i zapreminom od 220 milijuna m<sup>3</sup> vode izuzetne kakvoće na inače vodom siromašnom otočnom području Cresa i Lošinja, predstavlja izuzetno bogatstvo i u gospodarskom i u ambijentalnom smislu i jedini im je izvor za vodoopskrbu stanovništva.

U ovom se radu nastojalo dokumentiranjem podataka opažanja meteoroloških i hidroloških parametara za razdoblje 2001.-2006.g. osigurati obnova objavljivanja rezultata osmatranja za razdoblje nakon prestanka aktivnog praćenja hidroloških prilika. Jednako se tako, hidrološkom analizom prikupljenih podataka, nastojalo dati dodatni doprinos cjelovitom znanstvenom sagledavanju problematike funkcioniranja Vranskog jezera, kao i praktičnim problemima njegove zaštite.

**Ključne riječi:** Vransko jezero, meteorološki podaci, hidrološki podaci, hidrološka analiza, zaštita jezera

<sup>1</sup> Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, V.C.Emina 5, 51000 Rijeka, ivan1982brdar@yahoo.com

<sup>2</sup> Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, V.C.Emina 5, 51000 Rijeka, nozanic@gradri.hr

### Abstract

Among Croatian islands the island of Cres is one with the most prominent karst characteristics and its Vransko lake is truly a unique natural and geographical phenomenon. Situated in the region of the islands of Cres and Lošinj where water supplies are meagre, with its average surface of 5,75 km<sup>2</sup> and a volume of 220 million m<sup>3</sup> of water of outstanding quality the lake represents an invaluable asset both in economic and environmental sense and is the only source of water supply for the island population.

By documenting the data gathered during observation of meteorological and hydrological parameters from 2001 till 2006, this paper tried to assure the resumption of publishing the observation results gathered during the period after the active observation of hydrological conditions had been suspended. The tendency of the hydrological analysis of the gathered data was also to provide an additional contribution to the whole scientific approach to the problems of functioning of the Vransko jezero, as well as to the practical problems of its protection.

**Key words:** Vrana Lake, meteorological data, hydrological data, island karst aquifer, hydrological analyse, lake protection

## 1. Uvod

Vransko jezero na otoku Cresu svjetski je prirodni fenomen koji svojom srednjom površinom od 5,75 km<sup>2</sup> i zapreminom od 220 milijuna m<sup>3</sup> vode izuzetne kakvoće, na inače vodom siromašnom otočnom području Cresa i Lošinja, predstavlja izuzetno bogatstvo i u gospodarskom i u ambijentalnom smislu.

Vransko je jezero jedini izvor za vodoopskrbu stanovništva otoka Cresa i Lošinja. Upravo je iz tog razloga zabilježen izraziti trend opadanja razine jezera u razdoblju između 1985.-1990. kada je jezero opadalo prosječno cca 48 cm godišnje te izazvao zabrinutost kako stručnjaka istraživača, tako i lokalnog stanovništva u pogledu mogućnosti daljnjih crpljenja, pa i očuvanja ravnoteže jezerskog sustava (Rubinić, 1990).

U takvim su okolnostima 1990.g. "Hrvatske vode" inicirale i započele kompleksna istraživanja u okviru Programa "Istražni radovi u svrhu donošenja odluke za optimalno korištenje i očuvanje vode Vranskog jezera na otoku Cresu". Multidisciplinarni pristup istraživanjima (hidrološka, hidrogeološka, limnološka, hidrokemijska, biološka) omogućio je da se temeljitije istraže mehanizmi dinamike kretanja podzemnih voda, te kemizam i biologija Vranskog jezera. Konačan cilj istraživanja bio je upoznavanje svojstava Vranskog jezera i prirode mehanizma njegovog funkcioniranja, a sve u cilju analize mogućnosti korištenja, optimalnog upravljanja i ostvarenja pune zaštite tog neprocjenjivog fenomena na otočkom kršu.



U sklopu programa hidroloških istraživanja izrađen je veći broj studija, elaborata, godišnjih izvještaja i znanstveno-stručnih radova objavljenih kod nas i u inozemstvu, kao i disertacija Ožanić (1996.) pod naslovom “Hidrološki model funkcioniranja Vranskog jezera na otoku Cresu”.

Na osnovu dosadašnjih hidroloških istraživanja može se zaključiti da opstojnost Vranskog jezera nije ugrožena sadašnjom razinom crpljenja, ali da svako daljnje značajnije crpljenje mora biti strogo kontrolirano. Zaključeno je i da opasnost također prijeti i od incidentnog zagađenja sa prometnice koja prolazi orografskim slivom i čiji bi učinak na Vransko jezero bio trenutni i nepopravljiv, te ostavio trajne posljedice na vodoopskrbu stanovništva i na gospodarski razvoj čitavog područja. Ta je opasnost djelomično otklonjena gradnjom kvalitetnije prometnice i njenim pomicanjem na istok uz zatvoreni sustav odvodnje.

Predmetni rad predstavlja nastavak prakse dokumentiranja novijih godišnjih stanja i provedenih analiza meteoroloških i hidroloških parametara na Vranskom jezeru. Nastojalo se, da se bilježenjem rezultata meteoroloških i hidroloških praćenja za razdoblje 2001.-2006.g. osigura obnova dokumentiranja provedenih osmatranja, a hidrološkom analizom prikupljenih podataka osigura daljnji hidrološki doprinos cjelovitom znanstvenom sagledavanju problematike funkcioniranja Vranskog jezera.

## 2. Općenito o jezeru Vrana

Otok Cres je jedan od naših najkrševitijih otoka, a pojava Vranskog jezera na otoku uistinu je jedinstven prirodno-geografski fenomen i predstavlja jedini veći izvor pitke vode na našim otocima. Ima izdužen oblik (maksimalna duljina 71 km, maksimalna širina 12 km) i površinu 405.78 km<sup>2</sup>.

Od toga samo Vransko jezero, najveća kriptodepresija u Hrvatskoj, pri srednjoj razini vode (12.92 mn.m.) zauzima površinu od čak 5.75 km<sup>2</sup>, a od mora je udaljeno svega 3 – 5 km (slika 1). Dugačko je 5,5 km, a široko 1,5 km. Najveća dubina mu je 61.3 m ispod srednje razine mora, a obujam dijela jezera ispod razine mora iznosi 159 mil. m<sup>3</sup> (Rubinić, 1990.). Vransko se jezero ubraja u oligotrofna jezera, što znači da je siromašno hranjivim tvarima i ima malu organsku proizvodnju, te da su mu obale uglavnom strme i krševite (Brdar 2007.).

U promatranom razdoblju 1929.-2006. godine minimalni zabilježeni vodostaj iznosio je 9.11 mn.m. (1990.), a maksimalni 16.86 mn.m. (1938.). Prosječna godišnja amplituda kolebanja razine jezera iznosi 0.79 m.

Najveća specifičnost jezera jest postojanje goleme količine slatke vode koja pri srednjoj razini (vodostaju od 12,92 mn.m.) iznosi oko 220 milijuna kubičnih

metara. Porijeklo vode u jezeru odavno privlači pozornost domaćih, ali i stranih istraživača. Rezultati istraživanja su različiti, no mogu se svesti na dva objašnjenja. Prvo se zasniva na hipotezi da se jezero opskrbljuje vodom iz podzemlja, koja dotječe iz kopnenog zaleđa. Drugo se pak odnosi na činjenicu da je Vransko jezero autohtono jezero – dokazano je da nije povezano sa izvorima vode na kopnu, kao što se nekoć mislilo, već da je voda u jezeru lokalnog porijekla, odnosno da je Vransko jezero dio otočkog krškog vodonosnika (Ožanić, 1996.).



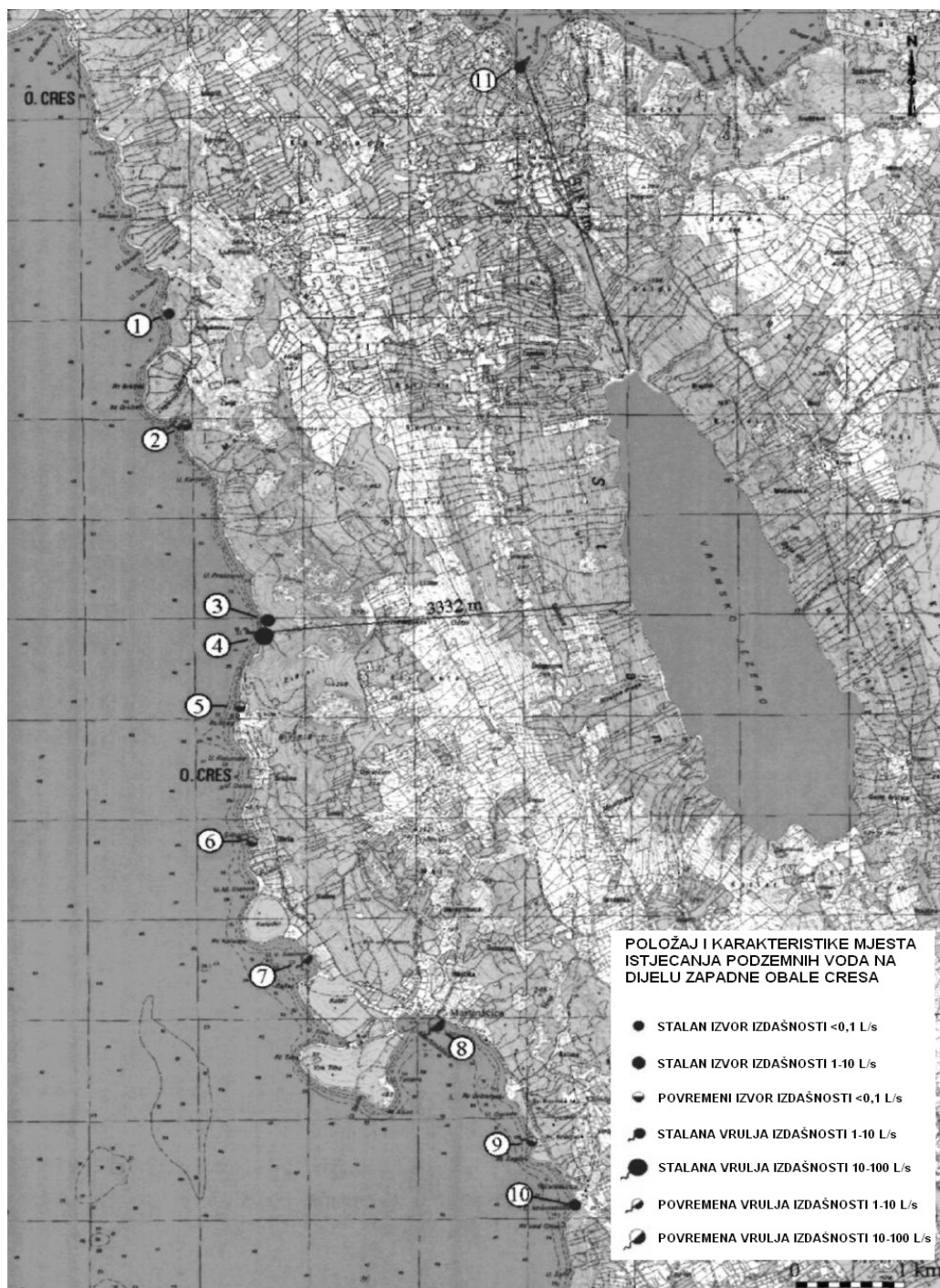
Slika 1. Satelitska snimka jezera Vrana na otoku Cresu (izvor: Google Earth)

Najvažniji dokaz da je Vransko jezero uistinu autohtono jest činjenica da detaljna istraživanja jezerskog dna nisu nigdje pronašla izvor koji bi ukazivao na vodu porijeklom s kopna. Površina neposrednog sliva Vranskog jezera nije jednoznačno određiva i mijenja se u ovisnosti o različitim hidrološkim prilikama. Na osnovu provedenih analiza (Ožanić, 1996), utvrđeno je da je, uz regionalno prihvatljivu vrijednost otjecajnog koeficijenta od 0.5, njena srednja vrijednost reda veličine 24 km<sup>2</sup>.

Voda u jezeru je plavozelene boje i velike prozirnosti. Izuzetne je kakvoće, i koristi se za vodoopskrbu bez pročišćavanja - samo uz kloriranje. Prosječni salinitet jezerske vode je po sezonama relativno ujednačen i uglavnom iznosi oko 60-70 mg l<sup>-1</sup>. Karakterizira je i bogatstvo otopljenog kisika u vodi (11 mg/l). Zbog

slabe pristupačnosti i udaljenosti od većine creskih naselja, sve do sredine XX. stoljeća jezero je imalo ograničeno značenje za vodoopskrbu otočkog stanovništva. U prošlosti su za prijenos vode iz jezera na veće udaljenosti postojale teškoće. Do izgradnje vodovoda, voda se prenosila zemljanim loncima i drvenim bačvicama ("batalunge"). Na taj je način opskrba vodom iz Vranskog jezera bila moguća samo za naselja u središnjem dijelu otoka Cresa, dok su se udaljenija naselja na sjeveru i jugu otoka vodom opskrbljivala na druge načine (iz bunara, lokvi i sl.). Iako se o izgradnji vodovoda, za podmirenje potreba za pitkom vodom stanovništva otoka Cresa i Lošinja, razmišljalo još u razdoblju austrijske uprave, te kasnije u vrijeme talijanske vladavine, do realizacije ideje došlo je tek nakon II. svjetskog rata. Izgradnja je započela 1946. Prvo je sagrađen sjeverni krak vodovoda, dug 13 km, do grada Cresa na sjeveru, koji vodu dobiva 29. studenog 1953. godine. Zanimljivo je da prvo naselje na otoku Cresu koje je dobilo vodovod bilo Orlec 1952. godine. Južni krak vodovoda, dug 45 km, od naselja Vrane do Velog Lošinja na jugu, dovršen je 1963. Mali Lošinj je dobio priključak na vodovod 1960. godine. Novi krak cresko-lošinjskog vodovoda s odvojcima za Valun i Martinšćicu, naseljima na zapadnoj obali otoka Cresa, izgrađen je 1970., odnosno 1971. godine. Na taj su način Cres i Lošinj postali jedini naši otoci koji imaju riješeno pitanje vodoopskrbe iz vlastitih izvora. Na samom jezeru nisu uočeni stalni izvori, dok je na širem priobalnom području otoka Cresa uočeno više pojava difuznog, pa i koncentriranog istjecanja. Neke od njih se sigurno može povezati s Vranskim jezerom, odnosno njegovim krškim vodonosnikom, te protumačiti kao moguće privilegirane smjerove njegova pražnjenja (slika 2).

Više od jednog stoljeća unazad nalazimo prve premjere jezera i istražne radove (Lorenz 1859., Mayer 1873.). Od tada, interes za jezerom stalno raste, posebno u svezi s vodoopskrbom. Eksploatacija vode iz jezera za potrebe vodoopskrbe započela je 1952. i od tada se sve do posljednjih nekoliko godina količina crpljenja stalno povećavala, izuzev zabilježenog pada u vrijeme ratnih godina. Najveća prosječna godišnja crpljenja iz jezera iznosila su  $0,072 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  (1987.), s time da su u ljetnom razdoblju ona i značajnije veća – maksimalna dnevna i do  $0,139 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Usporedo s povećanim crpljenjima vode iz jezera, od sredine osamdesetih godina zapažen je i najveći dosad zabilježeni trend opadanja razine jezera, koji je u razdoblju 1985.-1990. godine iznosio 48 cm godišnje. Radi usporedbe, odgovarajući prethodno najizraženiji trend opadanja za razdoblje (1970.-1976.) iznosio je 35 cm godišnje (Ožanić, 1996.). To naglo opadanje razine jezera krajem osamdesetih iniciralo je i početak novijih istražnih radova, a kojih su sastavni dio i hidrološka istraživanja.

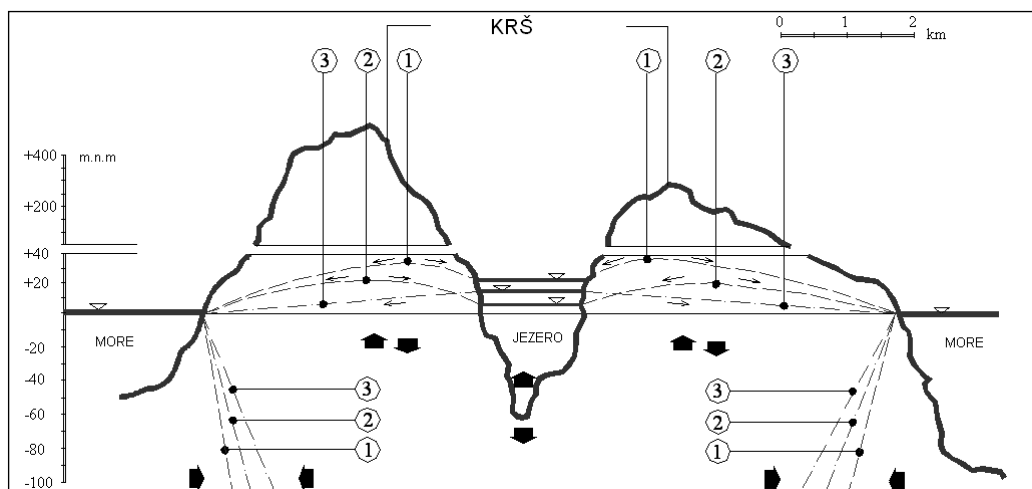


Slika 2. Položaj i karakteristike mjesta istjecanja podzemnih voda na zapadnoj obali Cresa (izvor – Institut za geološka istraživanja 2002.)

Spomenuti izraziti trend opadanja razine vode u jezeru aktualizirao je problem zaštite jezera od precrpljenja uslijed zapaženog porasta crpljenja, a potaknuo je i pitanje funkcioniranja jezerskog sustava Vranskog jezera, te njegovog odnosa sa podzemnim vodama i okolnim morem. Osnovni problem je nemogućnost neposrednog mjerenja dotoka i otjecanja iz jezera, pa se oni, uz pomoć metoda na osnovi vodnog bilanca, mogu samo posredno odrediti. Razina Vranskog jezera ima svoj vlastiti hod, pri čemu je, zbog dimenzija jezerskog prostora i relativno malih dotoka, zapažena značajna tromost vodnih masa. Utvrđeno je da crpljenja, unose neravnotežu u sustav Vranskog jezera, te utječu na sniženje srednje razine jezera. To sniženje srednje razine odvija se do trenutka kada se pri novo uspostavljenoj srednjoj razini jezera smanje gubici na poniranje u veličini porasta količine crpljenja (Ožanić, 1996.).

Noviji rezultati provedenih hidroloških istraživanja pokazali su da su prijašnje procjene (Petrik 1961., i 1969.) dotoka i gubitaka iz jezera, a time i mogućnosti maksimalno dozvoljenih crpljenja iz jezera, bile preoptimistične, te ih je u cilju zaštite jezera potrebno revidirati na temelju najnovijih hidroloških spoznaja o režimu funkcioniranja jezera. U disertaciji Ožanić (1996.) pod naslovom “Hidrološki model funkcioniranja Vranskog jezera na otoku Cresu” Vransko je jezero razmatrano kao vodna pojava u dinamičkom međodnosu s ostalim dijelovima otočkog krškog vodonosnika, tj. kao njegov sastavni dio (slika 3).

Provedena hidrološka istraživanja fenomena Vranskog jezera dala su mogućnost značajne kvantifikacije mehanizma njegova “disanja” koje se odvija na principima Ghyben-Hertzbergovog zakona – ravnoteže slatkovodne otočke leće i mora. Provedene su i hidrološke analize ponašanja sustava Vranskog jezera, čiji rezultati su, uz osnovne rezultate dosadašnjih hidroloških istraživanja, uključeni u izradu cjelovitog hidrološkog modela funkcioniranja Vranskog jezera. U radu su sadržane detaljne hidrološke analize dotoka i otjecanja iz jezera provedne na osnovi rezultata dosadašnjih motrenja mjerenih meteoroloških i hidroloških parametara – razine vode u jezeru, oborina, isparavanja, crpljenja i dr.

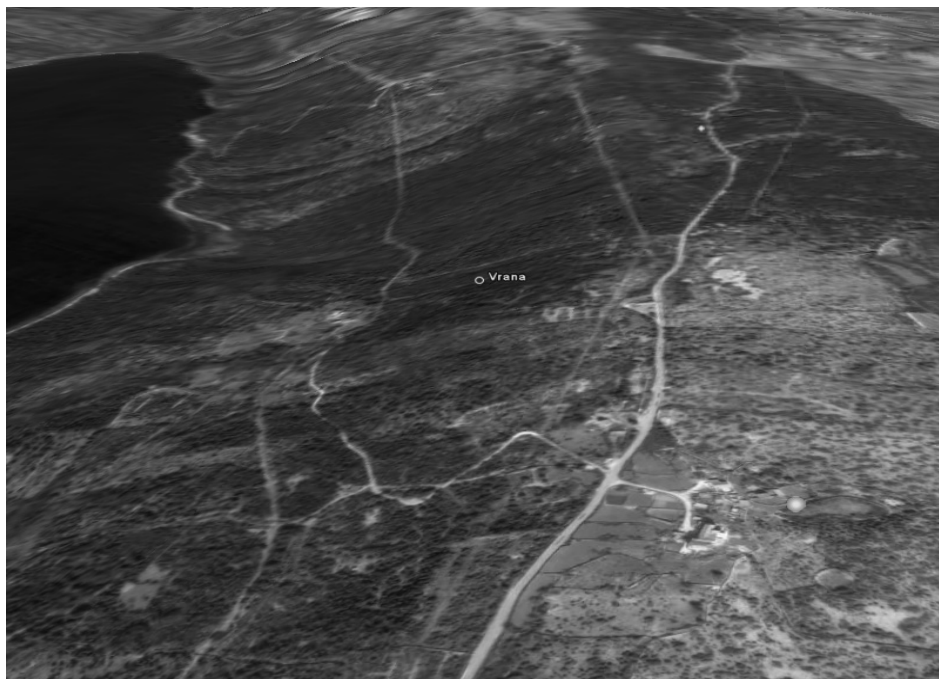


Slika 3. Hipotetski šematski presjek otoka Cresa kroz Vransko jezero (Ožanić, 1996.)

Iako je područje oko Vranskog jezera danas zaštićeno, a svaki pristup i boravak blizu jezera strogo zabranjen, bila je prisutna zabrinutost otočana za očuvanje jezera od onečišćenja, zbog činjenice da u neposrednoj blizini jezera prolazi otočna magistrala koja povezuje otok Cres i Lošinj sa trajektnim pristaništima (Porozina i Merag) te ostalim naseljima, a njome se prevoze i naftni derivati. U želji da se osigura zaštita jezera Vrana, Mali je Lošinj tražio izgradnju nove trase prometnice, a Cres pomicanje i kvalitetniju izgradnju postojeće trase. Ova je druga opcija i ostvarena 2006. godine, pa je smanjena (ali ne i uklonjena) opasnost od zagađenja ovog jedinstvenog prirodnog fenomena na otoku Cresu (slika 4 i slika 5). Ova problematika neće biti detaljnije razmatrana u ovom radu jer sama zaslužuje opširniji i cjelovitiji pristup.



Slika 4. Pogled na Vransko jezero dana 20.04.2007.



Slika 5. Nova otočna magistrala izvan orografskog sliva Vranskog jezera  
(izvor: Google Earth)

### **3. Rezultati provedenih analiza osmotrenih hidrometeoroloških parametara tijekom razdoblja 2001.-2006. godine**

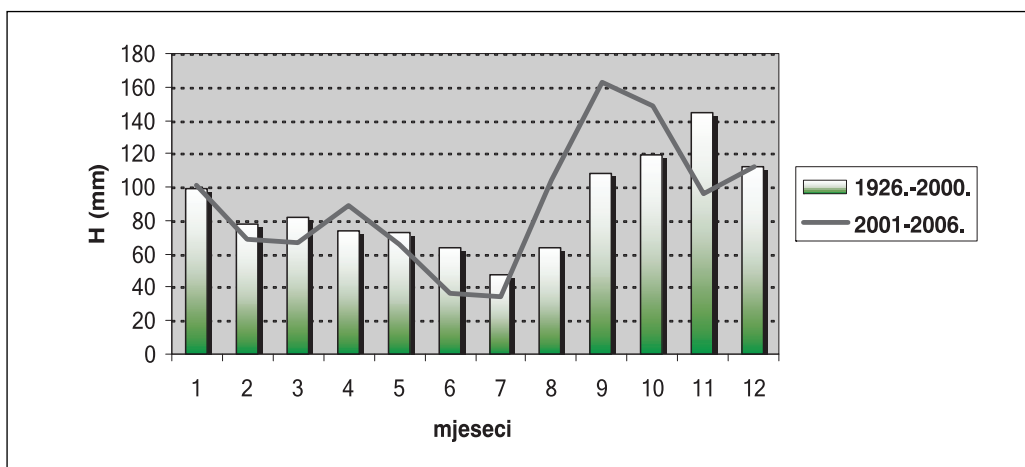
U okviru ovog poglavlja dan je prikaz najvažnijih osmotrenih meteoroloških i hidroloških podataka na širem području Vranskog jezera, kao i na osnovu modelske analize proračunatih vrijednosti srednjih mjesečnih dotoka. Analizirano je razdoblje 2001.-2006. godina i to na razini dnevnih, mjesečnih i godišnjih podataka pojedinih parametara, a radi ocjene njihovih vrijednosti obzirom na cijelo razdoblje osmatranja dani su i te analize kao grafički prikazi na razini unutargodišnjeg hoda vrijednosti. Na temelju provedenih modelskih sagledavanja, dan je i prikaz proračunatih vrijednosti mjesečnih i godišnjih dotoka u jezero u razdoblju 2001.-2006. godina.

Pri pripremi podloga za spomenuto analizirano razdoblje 2001.-2006. g. utvrđeno je da je na terenu, zbog prestanka obnavljanja ugovornih obveza između Vodovoda Cres i agroklimatološkog odjela DHMZ-a, došlo do kvarova na instrumentima i bitnih redukcija ili prekida osmatranja utjecajnih meteoroloških parametara i to isparavanja, intenziteta oborina, relativnih vlažnosti zraka i temperatura zraka, a reducirana je i osnovna obrada DHMZ-a. Podaci spomenutih parametara i njihove obrade preuzeti su iz elaborata (Ožanić, Rubinić, 2001.), pa su tako npr. u predmetnom radu nedostajuće vrijednosti zamijenjene prosječnim vrijednostima iz razdoblja dok su ti podaci bili na raspolaganju.

#### **3.1. Oborine**

Oborine su jedan od najpromjenjivijih elemenata vodnog bilanca i to kako u vremenu, tako i u prostoru. One su se na širem području Vranskog jezera pratile počevši od 1977. na lokaciji crpne postaje neposredno uz Vransko jezero gdje je i meteorološka postaja (20 mn.m.), te na kišomjerima Vrana – selo (240 mn.m.), i Lubenice (380 mn.m.), osnovanim 0.12.1990. godine radi detaljnijih praćenja palih oborina u slivu Vranskog jezera. Pri pripremi podloga za spomenuto analizirano razdoblje 2001.-2006. utvrđeno je da je na terenu, zbog prestanka obnavljanja ugovornih obveza između Vodovoda Cres i agroklimatološkog odjela DHMZ-a, došlo do bitnih redukcija osmatranja utjecajnih meteoroloških parametara, pa tako i oborina. Zbog toga su prestale sa radom sve spomenute kišomjerne postaje. Na postaji Vransko jezero i dalje se bilježe dnevne količine oborina dok su na kišomjerima Vrana – selo (240 mn.m.) i Lubenice (380 mn.m.) prestali bilježiti nakon 2000. g. Nastavno je dana usporedba srednjih mjesečnih oborina na Vranskom jezeru za razdoblja (1926.-2000. i 2001.-2006.) (slika 6).





Slika 6. Usporedba srednjih mjesečnih oborina na Vranskom jezeru za razdoblja (1926.-2000. i 2001.-2006.)

U pogledu ukupno palih godišnjih količina oborina u razdoblju 2001.-2006.g. može se zaključiti da su se kretale na razini višegodišnjeg prosjeka (1926.-2000.). Jednako tako, zabilježene minimalne i maksimalne godišnje količine oborina u spomenuta dva analizirana razdoblja nisu značajnije odstupala (tablice 1 i 2). U tablicama 1 i 2 dana je osnovna statistička obrada mjesečnih i godišnjih količina oborina na postaji vransko jezero za razdoblje 1926.-2000. i razdoblje 2001.-2006.

Tablica 1. Mjesečne i godišnje oborine na postaji Vransko jezero za razdoblje 1926.-2000.

god/mj	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	SUMA
<b>SR</b>	98,6	77,9	82,3	73,8	72,4	63,9	47,7	63,5	107,9	119,1	144,8	112,6	<b>1064,5</b>
<b><math>\sigma</math></b>	58,1	49,1	62,5	38,4	43,4	42,0	35,9	40,1	74,1	83,1	64,8	58,3	<b>216,3</b>
<b>Cv</b>	0,589	0,630	0,759	0,520	0,600	0,657	0,753	0,632	0,687	0,698	0,447	0,518	<b>0,203</b>
<b>Cs</b>	1,381	1,195	2,112	1,405	1,883	2,385	1,724	1,520	1,603	1,731	0,762	1,108	<b>0,829</b>
<b>MIN</b>	0,0	1,0	2,0	5,0	0,2	15,0	0,0	0,0	6,0	0,0	18,0	23,0	<b>698,0</b>
<b>MAX</b>	287,0	220,0	334,0	186,0	261,0	246,0	152,0	201,0	322,0	376,9	307,0	247,0	<b>1743,0</b>

Tablica 2. Mjesečne i godišnje oborine na postaji Vransko jezero za razdoblje 2001.-2006.

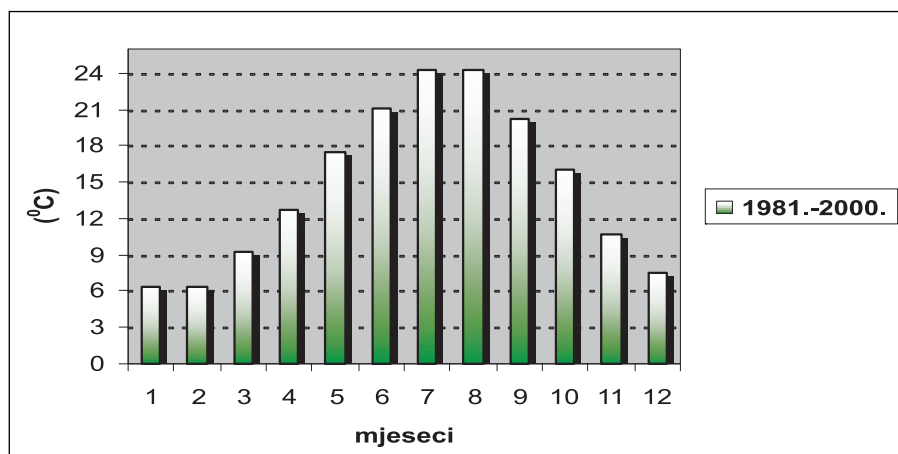
god/mj	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	SUMA
<b>SR</b>	101,5	69,3	66,6	89,1	66,0	36,6	34,8	104,6	162,6	148,8	96,0	112,5	<b>1088,3</b>
<b>σ</b>	76,7	57,3	42,6	33,8	33,4	23,6	39,0	124,9	75,8	54,8	36,5	63,3	<b>277,1</b>
<b>Cv</b>	0,756	0,827	0,640	0,379	0,506	0,644	1,120	1,194	0,466	0,368	0,380	0,562	<b>0,255</b>
<b>Cs</b>	2,177	2,098	0,810	1,396	0,030	1,662	1,969	2,081	1,125	-0,446	0,252	0,174	<b>1,161</b>
<b>MIN</b>	29,2	20,0	9,5	45,7	22,8	14,8	3,9	0,7	64,3	73,0	46,4	28,5	<b>756,8</b>
<b>MAX</b>	241,5	169,6	121,3	148,9	106,8	73,3	85,5	308,8	287,3	197,6	147,5	189,7	<b>1560,8</b>

U pogledu ukupno palih mjesečnih količina oborina u razdoblju 2001.-2006. g., može se zaključiti da su oborine bile ispodprosječne (u odnosu na višegodišnje razdoblje 1926.-2000.) i to za veljaču, ožujak, svibanj, lipanj, srpanj i studeni, za prosinac su prosječne oborine bile na razini višegodišnjeg prosjeka, a u siječnju, travnju, kolovozu, rujnu i listopadu iznad višegodišnjih prosječnih vrijednosti.

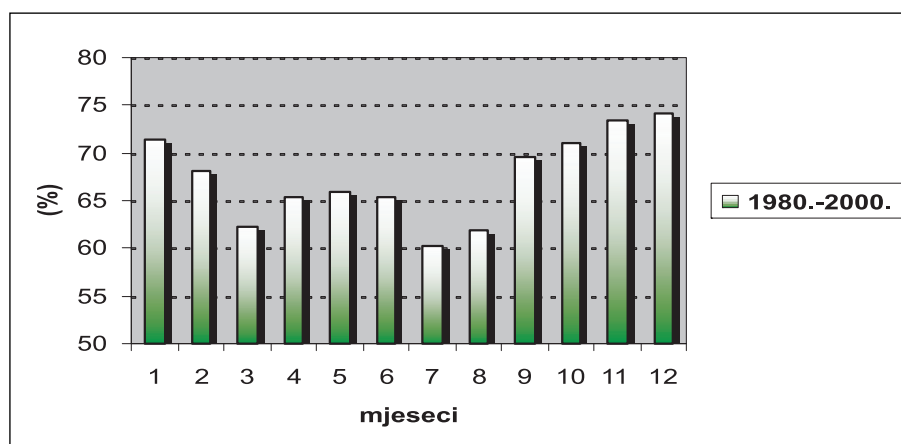
Najveća registrirana dnevna oborina u razdoblju 2001.-2006. bila je na kišomjeru Vransko jezero dne 28.10.2004., gdje je bilo 103,9 mm. Nešto manja vrijednost zabilježena je na istom kišomjeru dne 22.09.2002. Upravo je 2002. godina jedna od vodnijih u cijelom promatranom razdoblju 1926.-2006. jer je registrirano ukupno 1560,8 mm kiše. Naime, maksimalna zabilježena godišnja oborina u tom je razdoblju iznosila 1743,0 mm i to 1960. godine.

### 3.2. Temperature i relativne vlažnosti zraka

Zbog posrednog utjecaja kojeg imaju ovi meteorološki parametri na vodnu bilancu Vranskog jezera, dan je prikaz osmotrenih vrijednosti temperature i relativne vlažnosti zraka samo na razini srednjih mjesečnih vrijednosti. Nažalost, zbog prestanka obnavljanja ugovornih obveza između Vodovoda Cres i agroklimatološkog odjela DHMZ-a, došlo je do kvarova na instrumentima i bitnih redukcija osmatranja utjecajnih meteoroloških parametara i to upravo temperature i relativne vlažnosti zraka. Zbog toga je na slici 7 dan prikaz srednjih mjesečnih temperatura zraka na Vranskom jezeru (1981.-2000.), te na slici 8 srednje mjesečne relativne vlažnosti zraka na jezeru (1980.-2000.).



Slika 7. Srednje mjesečne temperature zraka na Vranskom jezeru (1981.-2000.)

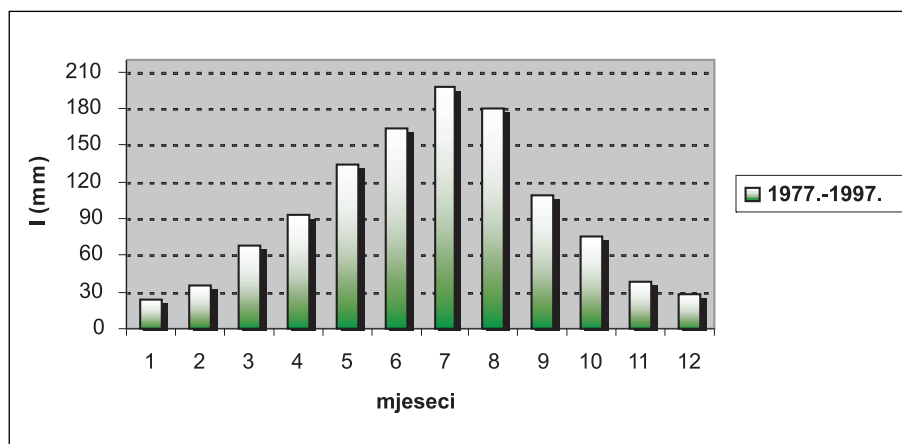


Slika 8. Srednje mjesečne relativne vlažnosti zraka na Vranskom jezeru (1980.-2000.)

### 3.3. Isparavanja

Mjerenje isparavanja sa slobodne vodene površine provodilo se na isparitelju klase A na klimatološkoj postaji Vrana - jezero, lociranoj neposredno uz samo Vransko jezero. Mjerenja su započela 1977.g., ali su se tek počevši od 1991. godine isparavanja pratila i u hladnijem dijelu godine - XII - III mjesec. Iako je pojedinih dana znalo biti poteškoća sa zaleđivanjima u tom, zimskom dijelu godine, prikupljeni podaci iz tog razdoblja ipak imaju svoju vrijednost. Nastavno je dan prikaz višegodišnjeg niza izmjerenih ukupnih mjesečnih količina isparavanja za razdoblje (1977.-1997.), budući da je došlo do već spomenutog prekida u

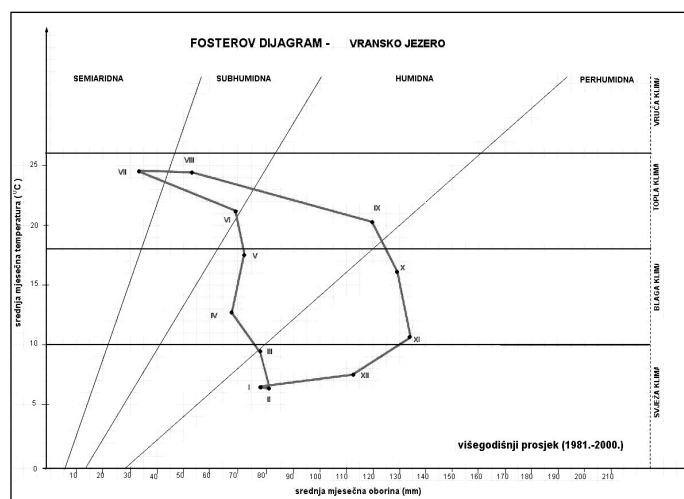
mjeranju isparavanja, pa ni za taj parametar nema novijih podataka (slika 9). Treba napomenuti da su prikazani podaci dani u osmotrenim – nereduciranim vrijednostima, koje su zbog blizine isparitelja i jezera i usvojene za provedene modelske analize vodnog bilanca.



Slika 9. Unutargodišnji hod srednjih mjesečnih isparavanja na jezeru (1977.-1997.)

### 3.4. Opće klimatske značajke

Zoran prikaz općih klimatskih značajki dan je u vidu Fosterovog dijagrama, na kome su dana dva najutjecajnija klimatska parametra – srednje mj. temperature zraka i mjesečne količine oborina. Na slici 10 dan je dijagram za višegodišnje razdoblje (1981.-2000.).



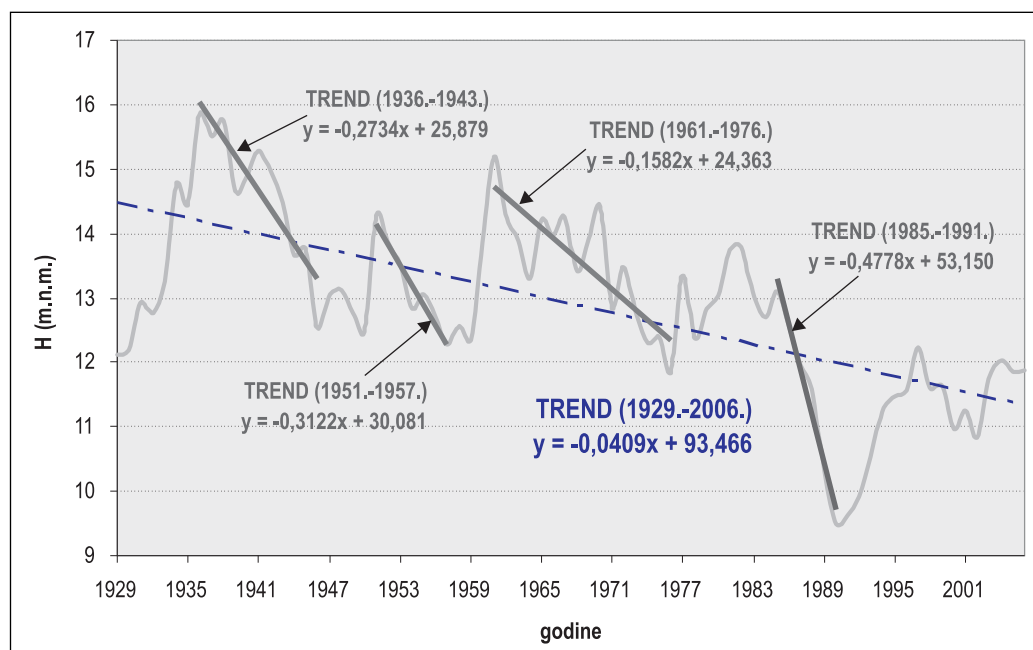
Slika 10. Fosterov dijagram Vranskog jezera za razdoblje (1981.-2000.).

Iz prikaza je vidljivo da razdoblje od listopada do ožujka za analizirani višegodišnji prosjek spada u perhumidnu klimu, mjeseci travanj, svibanj i rujan u humidnu, mjeseci lipanj i kolovoz u subhumidnu, a mjesec srpanj u semiaridnu klimu. Osim toga period prosinc – ožujak pripada svježoj klimi, listopad, studeni, travanj i svibanj blagoj, a lipanj, srpanj, kolovoz i rujan toploj klimi.

### 3.5. Vodostaji jezera

Rezultati motrenja razina Vranskog jezera sačuvani su od svibnja 1928. do danas, te je to, po duljini niza prikupljenih podataka, najstarija aktivna postaja u Hrvatskoj s područja Sjevernog Jadrana. Tijekom spomenutog razdoblja osmatranja kolebanja razine vode u Vranskom jezeru, apsolutno najveći zabilježeni vodostaj iznosio je 16.70 mn.m. 1936., a najniži 9.11 mn.m. 1990. s amplitudom od 7.59 m.

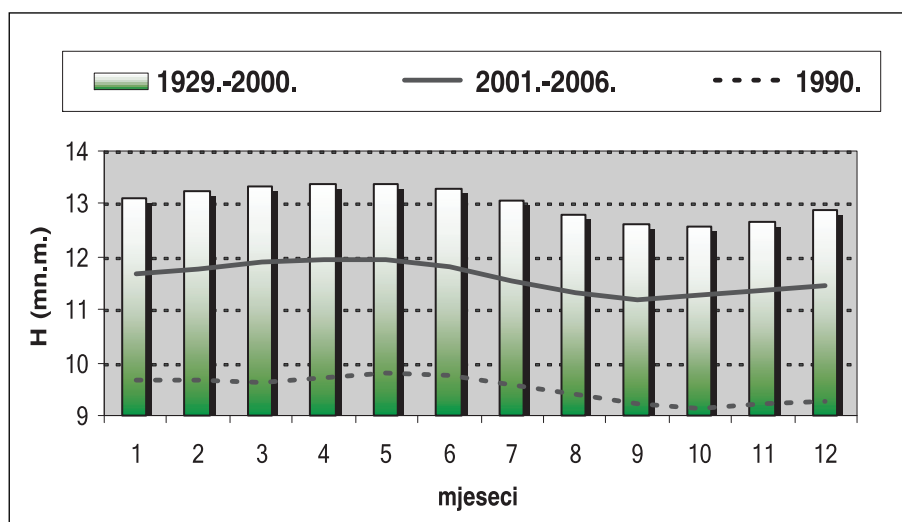
Na slici 11 vidljivo je postojanje izrazitijih trendova višegodišnjeg opadanja srednjih godišnjeg vodostaja jezera, od kojih se najizrazitiji – 48 cm godišnje – javio u razdoblju 1985.-1990. Radi ilustracije, u cjelokupnom promatranom razdoblju 1929.-2006. trend opadanja srednjeg godišnjeg vodostaja iznosio je prosječno 4.1 cm godišnje.



Slika 11. Srednji godišnji vodostaji Vranskog jezera (1929.-2006.)

Od 1991.g. zapaža se početak faze ponovnog blažeg porasta vodostaja u Vranskom jezeru. Višegodišnji trend opadanja vodostaja u jezeru, izazvan neuobičajeno sušnim prilikama, te dijelom i povećanim crpljenjima, zaustavljen je i ponovno se javljaju značajniji dotoci u jezero. Time je i potvrđena tvrdnja iz prethodnih hidroloških radova da uzrok sniženja razine vode u Vranskom jezeru nisu bila incidentna zbivanja oko jezera i u jezeru, već prvenstveno pojave neuobičajeno rijetko zapaženih sušnih prilika tijekom nekoliko uzastopnih godina uz istovremeno povećanje količina crpljenja iz jezera.

Minimalni vodostaj u razdoblju 2001.-2006.g zabilježen je 30.07.2002., a iznosio je 10.28 mn.m., dakle 2,64 m niže od višegodišnje srednje razine jezera, ali i 1,28 m više od dosad ekstremnog zabilježenog minimuma iz listopada 1990. g. Srednji godišnji vodostaj u razdoblju 2001.-2006.g za 1.43 m je niži nego li odgovarajući za razdoblje od 1929.-2000.godine. Razlog tome su svakako smanjene oborine i povećana temperatura zraka u spomenutom analiziranom razdoblju. Na slici 12 dan je i usporedni grafički prikaz srednjih mjesečnih vodostaja u razdoblju 2001.-2006.g. i srednjih mjesečnih vrijednosti iz dugogodišnjeg prethodnog razdoblja (1929.-2000.god.), te prikaz srednjih mjesečnih vrijednosti za 1990. godinu kada je zabilježen i najniži vodostaj od kada se prate vodostaji na Vranskom jezeru. Vidljiv je značajan porast razine jezera u odnosu na 1990. godinu tijekom cijelog razdoblja 2001.-2006.g. za u prosjeku gotovo 2,0 m.

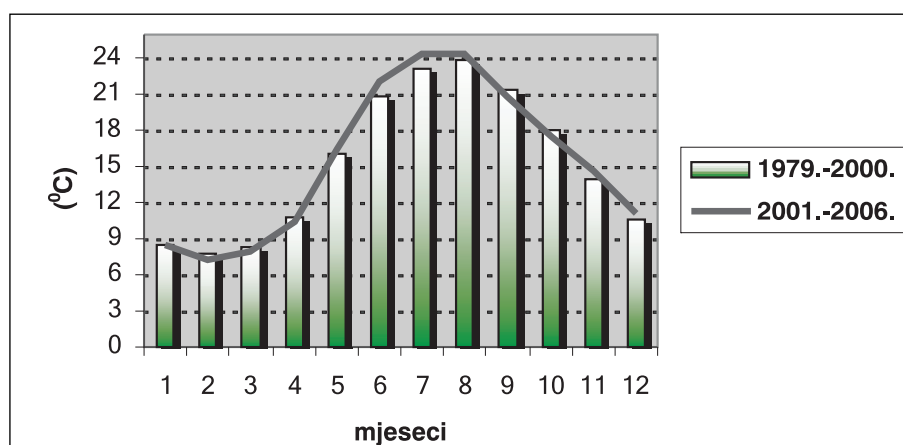


Slika 12. Usporedba srednjih mjesečnih vodostaja na Vranskom jezeru

### 3.6. Temperature vode

Temperatura površinskog sloja vode je na razini godišnjih vrijednosti jedan od najmanje promjenjivijih podataka. Za razdoblje 2001.-2006. srednja godišnja temperatura iznosila je 15.5 °C. U 2001. i 2006. godini došlo je nažalost u nekoliko navrata do prekida pri mjerenju temperature površinskog sloja vode.

U pogledu unutargodišnjeg rasporeda temperatura površinskog sloja vode, razdoblje 2001.-2006. karakterizira pojava iznadprosječnih srednjih mjesečnih temperatura površinskog sloja vode za sve mjeseci osim veljače, ožujka, travnja, rujna i listopada kada je bila zabilježena niža temperatura površinskog sloja vode u Vranskom jezeru od prosječnih vrijednosti cjelokupnog razdoblja osmatranja. U pogledu pojava ekstremnih dnevnih temperatura u razdoblju 2001.-2006., minimalna izmjerena temperatura iznosila je 6,8 °C u veljači 2003. (aps. minimum je 5.2 °C), a maksimalna temperatura vode zabilježena je u kolovozu 2003. i iznosila je 25,8 °C. Na slici 13 dan je i komparativan grafički prikaz podataka iz razdoblja 2001.-2006.g. u odnosu na višegodišnji prosjek.



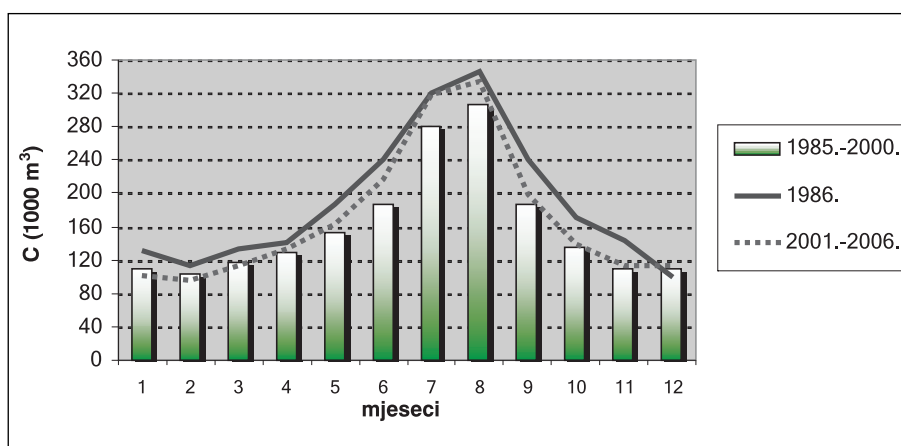
Slika 13. Usporedba srednjih mjesečnih temperatura površinskog sloja vode na jezeru

#### 1.1.1. Crpljenja

Crpljenja su hidrološki parametar koji je neposredno ovisan o gospodarskoj djelatnosti na otocima Cres i Lošinj, ali i o hidrološkim prilikama. Nakon razdoblja povećanja godišnjih količina crpljenja iz jezera do oko 2.3 mil. m<sup>3</sup> godišnje, 1991. godine godišnja količina crpljenja smanjila se na svega 1.66 mil. m<sup>3</sup>. Nakon toga došlo je do blagog povećanja crpljenja koje je 1994. god. doseglo gotovo 1.9 mil. m<sup>3</sup> vode, da bi u 1995. godini zbog ponovnih ratnih zbivanja u našoj zemlji kao i iznadprosječno kišne godine crpljenje opet palo na 1,7 mil. m<sup>3</sup> vode godišnje.

Za razdoblje 2001.-2006. g. zabilježeno je prosječno povećanje na oko 2,04 mil. m<sup>3</sup>. Maksimalno dnevno crpljenje zabilježeno je dne 19. kolovoza 2003., kada je iscrpljeno 13.740 m<sup>3</sup> vode, odnosno prosječno oko 156 l/s, a što je i više od dvostruko nego li je cjelogodišnji prosjek koji je iznosio cca 75 l/s.

Sezonski karakter crpljenja najbolje je vidljiv na slici 14, gdje su mjesečna crpljenja za razdoblje 2001.-2006. uspoređena s prosječnim crpljenjima iz razdoblja 1985.-2000., te sa 1986. godinom kada je zabilježeno i najveće godišnje crpljenje iz Vranskog jezera.

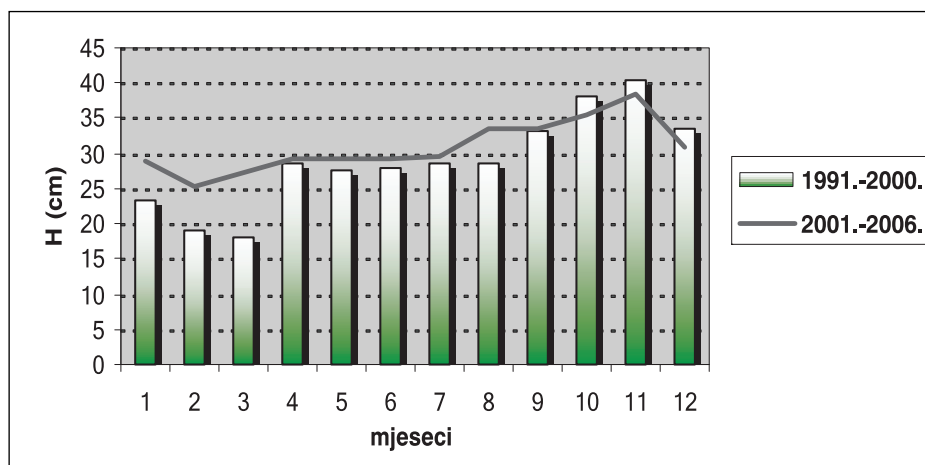


Slika14. Usporedba srednjih mjesečnih crpljenja iz Vranskog jezera

### 3.8. Razine mora - mareograf Martinšćica

Radi praćenja eventualnih utjecaja razine mora na kolebanje razine Vranskog jezera, u lučici Martinšćica postavljen je dne 21.11.1990. mareograf. Limnigraf – mareograf Martinšćica postavljen je na apsolutnu geodetsku nulu, ali je usporedbom s podacima s drugih najbližih mareografa (Bakar i Rovinj) utvrđeno je da je njen položaj vjerojatno za cca 15 cm viši, te stoga dane podatke moramo smatrati relativnim (Rubinić, 1990.).





Slika 15. Usporedba srednjih razina mora na mareografskoj postaji Martinšćica

U razdoblju 2001.–2006. srednje godišnje razine mora kretale su se unutar prosječnih vrijednosti cjelokupnog promatranog razdoblja, jedino su 2001. i 2002. godina bile nešto iznad prosjeka i iznosile su 33 cm za obje godine. Iz unutargodišnjeg rasporeda srednjih mjesečnih razina mora za razdoblje 2001.-2006. (slika 15), vidljivo je da su one za mjesec siječanj – rujan iznad prosječne, a za ostale mjesec ispod prosječne razdoblje 1991-2000. Od zabilježenih ekstremnih podataka u razdoblju 2001.-2006. možemo izdvojiti razinu od –35 cm (17.10.2003. i 10.01.2005.) i 112 cm (27.12.2004.). Niti jedan podatak ne predstavlja ekstrem za analizirano razdoblje (1990.-2006.). Zabilježena najniža razina bila je dana 29.01.1994. mora od –45 cm, a najviša dne 08.12.1992. od 117 cm.

### 3.9. Analiza dotoka u jezero u razdoblju 2001.-2006. godine

Određivanje količina ukupnih dotoka u Vransko jezero tijekom razdoblja 2001.-2006.g. izvršeno je modelskom analizom, čija je metodologija dana u okviru elaborata – „Analiza hidroloških karakteristika Vranskog jezera” (Rubinić, 1990.) i magistarskog rada (Ožanić, 1994.), “Hidrologija jezera Vrana na otoku Cresu”, te nadopunjena u disertaciji iste autorice “Hidrološki model funkcioniranja Vranskog jezera na otoku Cresu” (Ožanić, 1996.). U radu su dane osnovne postavke tog proračuna preuzete iz disertacije.

Na temelju osnovnih ulaznih hidroloških parametara, te na osnovu postavki o funkcioniranju hidrološkog sustava Vranskog jezera, provedena je detaljna modelska analiza funkcioniranja hidrološkog sustava Vranskog jezera. Ovisno o zahtjevima, model daje mogućnost provedbe nekoliko vidova simulacije, te iz njih dobiva i nekoliko tipova izlaznih rezultata:

- proračun srednjih, mjesečnih i godišnjih dotoka ovisno o hidrološkim prilikama
- proračun srednjih, mjesečnih i godišnjih koeficijenata otjecanja sa sliva ovisno o hidrološkim prilikama
- simulacija dinamike kolebanja jezera obzirom na promjene oborinskog režima
- simulacija utjecaja crpljenja

Proračuni su provedeni na razini mjesečnih podataka, a što s obzirom na dimenzije jezerskog sustava u odnosu na veličine zabilježenih mjesečnih promjena utjecajnih parametara u pojedinim slučajevima daje podatke opterećene mogućim netočnostima mjerenja. Na razini godišnjih podataka takve promjene nisu u tolikoj mjeri opterećene spomenutim greškama, te su dobiveni prihvatljivi rezultati. Promatra li se dulje razdoblje obrade, uravnotežavaju se eventualna odstupanja kod mjesečnih podataka.

Za razliku od standardnih bilancnih analiza, kod Vranskog su jezera potpuno nepoznati i dotoci i otjecanja iz jezera. U modelu su na osnovu zabilježenih podataka zapažene i proanalizirane neke zakonitosti u dinamici kolebanja razine jezera u ovisnosti o pojedinim hidrološkim parametrima, koje su stvorile pretpostavke moguće provedbe modelske analize vodne bilance. Zbog nedostatnosti potrebnih podloga, u prvom redu pouzdanih mjerenih piježometarskih podataka o dinamici kolebanja podzemnih voda u zoni prihranjivanja i otjecanja iz Vranskog jezera, kao i zbog velike površine jezera, te s njom u svezi i velikoj osjetljivosti rezultata proračuna na točnost čitanja ulaznih podataka o vodostajima, rezultati provedenih modelskih analiza ne mogu se smatrati konačnima. Na razini godišnjih vrijednosti ti rezultati ukazuju na zakonitosti ponašanja Vranskog jezera kao cjelovitog sustava, te omogućuju tumačenje procesa u njemu.

Sigurno je da se matematičkim modelima stvarna priroda procesa dotoka i otjecanja iz jezera nikada neće moći do kraja predočiti, pa ma kako modeli savršeni bili, ali i to je nužan put da se analizira ponašanje Vranskog jezera posebno obzirom na mogućnost crpljenja. To je važno kako pri tumačenju promjena vodostaja jezera pri sadašnjoj razini crpljenja, tako i za ocjenu maksimalno dozvoljenih crpljenja koja ne bi ugrozila opstojnost jezera.

Bilancna jednadžba dotoka u jezero korištena pri izradi matematičkog modela "VRANA":

– godišnja promjena volumena jezera

$$\Delta V = P * A_j + P * (A_{sl} * k) - C - E - G \quad (1)$$

gdje je:

- $\Delta V$  – opažena godišnja promjena volumena jezera  
 $P$  – god. količina oborina  
 $A_j$  – srednja površina jezera  
 $A_{sl}$  – srednja površina sliva  
 $k$  – god. otjecajni koeficijent  
 $C$  – god. količina crpljenja  
 $E$  – god. evapotranspiracija s jezera  
 $G$  – god. gubici na poniranje iz jezera-aproksimiraju se iz krivulja poniranja

– mjesečna promjena volumena jezera

$$\Delta V = D_{sl} + D_{jez} - G_{isp} - G_{cr} - G_{pon} \quad (2)$$

gdje je:

- $\Delta V$  – Promjena volumena jezera ( $m^3$ ) u određenom vremenskom razdoblju određuje se na osnovu izmjerene promjene vodostaja i geometrijskih karakteristika jezera  
 $D_{sl}$  – Dotok sa sliva ( $m^3$ ) – predstavlja nepoznicu, te ga se određuje kao rezultat provedenih analiza bilanca ostalih parametara  
 $D_{jez}$  – Dotok izravno na površinu jezera ( $m^3$ ) – određuje se na osnovu veličine jezerske površine i količine palih oborina  
 $G_{isp}$  – Gubitak na isparavanje sa jezera ( $m^3$ ) – određuje se na osnovu veličine površine jezera i usvojenih vrijednosti isparavanja  
 $G_{cr}$  – Gubitak na crpljenje ( $m^3$ ) – izmjereno  
 $G_{pon}$  – Gubitak na poniranje iz jezera ( $m^3$ ) – na osnovu provedenih analiza gubitaka usvojena je krivulja gubitaka (Ožanić '94 –  $G = 0.028098 H$  ( $m^3/s$ ) – gdje je  $H$  – vodostaj u (mn.m.)

Pri izradi modela korišten je slijedeći algoritam: Najprije se iz poznatih parametara preko bilančne jednadžbe (1) izračuna ukupan dotok u jezero (sa sliva i izravno na jezersku površinu). Na osnovu toga se zatim izračunaju novi srednji mjesečni vodostaji iterativnim putem. Bilančna jednadžba jezerskog sustava tada glasi:

$$\Delta H = (D_{sl} + D_{jez} - G_{isp} - G_{pon} \cdot 2) / A_j \quad (3)$$

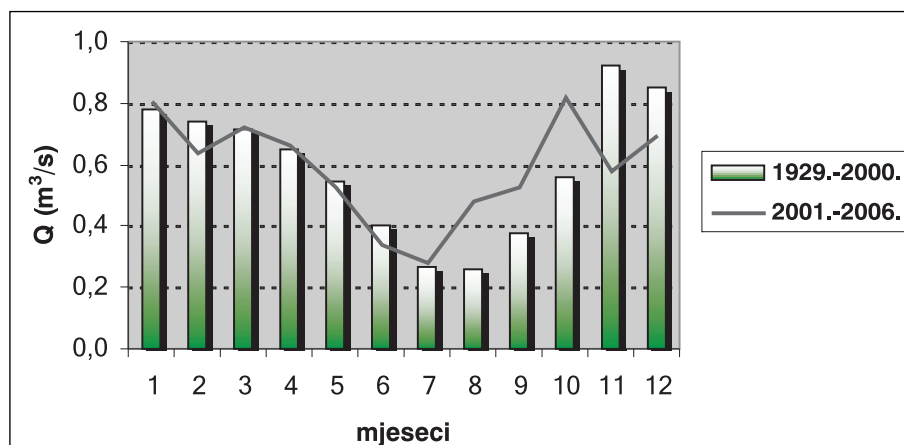
gdje je:

- $\Delta H$  – Promjena vodostaja jezera (m) u određenom vremenskom razdoblju
  - sada u funkciji nove srednje površine jezera
- $D_{sl}$  – Dotok sa sliva ( $m^3$ )
- $D_{jez}$  – Dotok izravno na površinu jezera ( $m^3$ )
- $G_{isp}$  – Gubitak na isparavanje sa jezera ( $m^3$ ) – određuje se na osnovu veličine površine jezera i usvojenih vrijednosti isparavanja
- $G_{pon}^2$  – Gubitak na poniranje iz jezera ( $m^3$ ) – sada uz istu usvojenu krivulju gubitaka ali u funkciji pretpostavljenog sr. mj. vodostaja (mn.m.)
- $A_2$  – Površina jezera u funkciji pretpostavljenog sr. mj. vodostaja ( $m^2$ )

Kao početna vrijednost za izračunavanje novog srednjeg mjesečnog vodostaja uzima se stvarno izmjerena vrijednost na početku razdoblja za koje se vrši simulacija modelom. Za tu se vrijednost izračuna srednja površina, gubitak na poniranje i  $\Delta H$  prema bilančnoj jednadžbi. Nakon toga se pretpostavi srednja vrijednost vodostaja za slijedeći mjesec i izračunavaju novi parametri, novi  $\Delta H$  i novi srednji mjesečni vodostaj. Ako je tako proračunati srednji mjesečni vodostaj identičan onom pretpostavljenom, postupak se nastavlja za slijedeći mjesec. Ukoliko postoje razlike između ovih vrijednosti, ulazi se u novi krug iteracija i pretpostavlja novi srednji mjesečni vodostaj. Za analizirano razdoblje 2001.-2006., ukupni srednji godišnji dotok u jezero iznosio je  $0,590 m^3/s$ , što je gotovo identično višegodišnjem prosjeku.

Najizrazitiji dotoci (slika 16) zapaženi su u kolovozu, rujnu i listopadu (kada je zabilježena i iznadprosječna količina oborina), a najmanji u studenom i prosincu, te veljači, svibnju i lipnju, što je i logično budući da su tada zabilježene najmanje oborine. U analiziranom su razdoblju godine 2002, 2004 i 2005. imale iznadprosječnu količinu godišnjih oborina (u odnosu na cijelo mjereno razdoblje) i to pogotovo od kolovoza do listopada. Zbog toga je u tim mjesecima (kolovoz-listopad) zabilježen dotok od 300-500 % veći od prosjeka (kada promatramo 2002. god. u odnosu na cijelo razdoblje). Spomenutim matematičkim modelom dobiveno je da srednji koeficijent otjecanja za razdoblje 2001.-2006. iznosi 0,47, što se uklapa u šire regionalne vrijednosti u sličnim uvjetima (Ožanić, 1996.).

Na osnovu provedenih analiza, može se zaključiti da su tijekom razdoblja 2001.-2006.g. reakcije jezera bile u skladu s uobičajenim reakcijama jezerskog sustava s obzirom na pale oborine, količine crpljenja iz jezera i ostale hidrološke prilike. Valja napomenuti da proračunate kvantitativne podatke o ukupnim dotocima treba promatrati u kontekstu da oni predstavljaju rezultat hidrološkog računskog modeliranja krškog jezerskog sustava u kojemu nije moguće neposredno pratiti ni dotoke, a ni gubitke iz vodonosnika (akvifera).



Slika 16. Usporedba srednjih mjesečnih ukupnih dotoka u Vransko jezero

#### 4. Zaključna razmatranja

Vransko jezero je neprocijenjivi prirodni fenomen i u gospodarskom i u ambijentalom pogledu. Stoga je jedan od prioriteta vodnogospodarskog upravljanja vodnim resursima upravo očuvanje Vranskog jezera, odnosno zaštita od zaslanjenja, zaštite kakvoće njegovih voda te zaštite jezerske flore i faune.

Hidrološka istraživanja su jedna od osnovnih sastavnica multidisciplinarnog programa istraživanja koja su prvenstveno usmjerena na problematiku utvrđivanja mehanizma njegova funkcioniranja, kvantificiranja elemenata vodne bilance, te prognoze utjecaja crpljenja na dinamiku funkcioniranja jezerskog sustava. Rezultati tih istraživanja ukazali su na svu složenost funkcioniranja tog sustava, ali ujedno dali i odgovore vezane uz utjecaj crpljenja na sniženje razine vode u jezeru. Usvojeni metodološki pristup pri provedenim hidrološkim istraživanjima bio je takav da se istraživalo ponašanje jezerskog sustava na principima “crne kutije”.

Rezultati hidroloških istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu (2001.-2006.), pokazali su da su se i oborine, vodostaji, crpljenja iz jezera, temperature površinskog sloja vode, razine mora na mareografu Martinščica, te kao posljedica toga i dotoci za analizirano razdoblje, kretali unutar prosječnih vrijednosti višegodišnjeg razdoblja.

Za tako važan prirodan fenomen, koji uz to ima i neprocjenjivu vodnogospodarsku važnost, nedopustivo je da ne postoji praćenje isparavanja sa vodene površine i drugih spomenutih utjecajnih meteoroloških parametara. Zbog toga se predlaže da se svakako osigura nastavak njihovih praćenja.

Iako nije problematika zaštite jezera obrađivana nije u samom radu, moramo naglasiti da je otočka zajednica sedamdesetih godina znala sačuvati Vransko jezero od negativnih utjecaja tadašnje urbanizacije donošenjem i poštivanjem odgovarajućih prostornih planova kojima na utjecajnom području Vranskog jezera nije dozvoljena pojava novih sadržaja kojima bi bila ugrožena kvaliteta njegovih voda. Zbog toga se vjeruje da će sadašnje rješenje pomicanja glavne otočne prometnice Cres-Lošinj, kao i eventualno nova rješenja koja će uz pomoć šire zajednice i mjerodavnih institucija biti donesena, a na temelju rezultata multidisciplinarnih istraživanja, moći na pravi način odgovoriti na nove probleme vezane za opstojnost Vranskog jezera, kvalitetu njegovih voda i živoga svijeta u njemu, koje donosi današnje doba.

## Literatura

- [1] Brdar, I.: *Rezultati hidroloških istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu od 2001.-2006. godine*, Diplomski rad; Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci. 2007.
- [2] Kuhta, M.: *Hidrogeološka istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu u razdoblju 2001.-2002. godina*, Fond stručne dokumentacije IGI. 2002.
- [3] Lorenz, R.: *Der Vrana See*. Petermans Georg, Mitt 1, Gotha. 1859.
- [4] Mayer, E.: *Der Vrana See auf der Insel Cherso*. Mitt. Geogr. Ges. 16, Wien. 1873.
- [5] Ožanić, N.: *Hidrologija jezera Vrana na otoku Cresu*. Magistarski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu. 1994.
- [6] Ožanić, N.: *Hidrološki model funkcioniranja Vranskog jezera na otoku Cresu*. Disertacija. Građevinski fakultet Sveučilišta u Splitu: 139 pp. 1996.
- [7] Ožanić, N., Rubinić, J.: *Analiza hidrološkog režima Vranskog jezera na otoku Cresu*. Hrvatske vode 8(2): 535-543. 1994.
- [8] Ožanić, N., Rubinić, J.: *Rezultati hidroloških istraživanja Vranskog jezera na otoku Cresu za razdoblje (1998.-2000.)*. Fond stručne dokumentacije Hrvatske vode VGO Rijeka, Rijeka. 2001.
- [9] Petrik, M.: *Raspoloživa količina vode u jezeru Vrani na Cresu*. Građevinar 4, Zagreb. 1961.
- [10] Petrik, M.: *Mišljenje o mogućnostima iskorišćavanja jezera Vrane na Cresu za opskrbu stanovništva vodom*. Fond stručne dokumentacije Rijekaprojekta, Rijeka. 1969.
- [11] Rubinić, J.: *Analiza hidroloških karakteristika Vranskog jezera na otoku Cresu*. Fond stručne dokumentacije Vodoprivreda, Rijeka. 1990.

## Stanje i mogućnosti zbrinjavanja otpadnih voda malih naselja u Hrvatskoj

### State and Options of Waste Water Management in Small Settlements in Croatia

Barbara Karleuša<sup>1</sup>, Elvis Žic<sup>2</sup>, Silvija Prpić<sup>3</sup>

#### Sažetak

Jedna od mjera zaštite vodnih resursa od onečišćenja je gradnja i korištenje odgovarajućih sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda. Veliki gradovi i naselja u Hrvatskoj danas većinom imaju razvijene sustave odvodnje i centralne uređaje za pročišćavanje otpadnih voda ili je gradnja takvih u planu, dok je odvodnja i pročišćavanje otpadnih voda manjih naselja, s manje od 2.000 stanovnika, još uvijek nezadovoljavajuća. Priključenost stanovništva na kanalizacijski sustav u manjim naseljima iznosi samo 5%. Stoga je potrebno ulagati u izgradnju sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda tih naselja. Uz kraću analizu postojećeg stanja zbrinjavanja otpadnih voda manjih naselja u Hrvatskoj s osvrtom na područje primorsko-istarskih slivova, u radu su istaknute mogućnosti rješavanja navedene problematike razmatranjem vrsta kanalizacijskih sustava i tipova uređaja za pročišćavanje koji su pogodni za primjenu u manjim naseljima. Težište je dano na tipske i kompaktne uređaje za pročišćavanje otpadnih voda čija je ugradnja i primjena jednostavna i ekonomski povoljna. Kao primjer rješavanja navedenog problema prikazano je idejno rješenje sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda naselja Lanišće i Podgaće u Istri.

**Ključne riječi:** odvodnja, kanalizacija, pročišćavanje otpadnih voda, manja naselja

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Viktora Cara Emina 5, Rijeka, barbara.karleusa@gradri.hr

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Viktora Cara Emina 5, Rijeka, elvis.zic@gradri.hr

<sup>3</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Viktora Cara Emina 5, Rijeka

**Abstract**

One of measures for water resources protection from pollution is building and using suitable sewage systems and waste water treatment procedures. Large towns and settlements in Croatia today mostly have sewage systems and central waste water treatment plants already built or their building is in short term plans, although sewerage and waste water treatment systems in small settlements, with less than 2.000 inhabitants, are unsatisfactory. The percentage of inhabitants connected to a sewage system in smaller settlements is only 5%. So it is obvious that larger investments in the area of construction of sewage systems and appropriate waste water treatment plants in smaller settlements are necessary. In this work the existing situation of sewage systems and waste water treatment in smaller settlements in the coast-istrian basin is shortly analysed. Also the possibilities of solving this problematic is analysed from the aspect of appropriate sewage system and also appropriate waste water treatment procedure selection in cases of small settlements. Standardized and compact devices for waste water treatment are pointed out as possible solutions for smaller settlements because they are simple to embed and to use, with reasonable costs. The example of designing the sewage system and selection of the appropriate waste water treatment device is shown for villages Lanišće and Podgaće in Istria.

**Key words:** drainage, sewage systems, waste water treatment, smaller settlements

**1. Uvod**

U cilju zaštite vodnih resursa od onečišćenja neophodno je graditi i koristiti odgovarajuće sustave odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda. Veliki gradovi i naselja u Hrvatskoj danas većinom imaju razvijene sustave odvodnje i centralne uređaje za pročišćavanje otpadnih voda ili je gradnja takvih u planu. Prema Strategiji upravljanja vodama u Republici Hrvatskoj [1] za naselja veća od 10.000 stanovnika priključenost stanovništva na javni sustav odvodnje iznosi 70-75%, za naselja od 2.000 – 10.000 stanovnika 35%, dok za naselja manja od 2.000 stanovnika priključenost iznosi samo 5%. Rješavanje problema odvodnje sanitarnih otpadnih voda u malim naseljima neizostavan je čimbenik održivog gospodarenja vodama u Hrvatskoj stoga se u ovome radu ističe potreba ulaganja u izgradnju sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda manjih naselja.

U ovom radu analizirat će se postojeće stanje odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda manjih naselja u Hrvatskoj s kraćim osvrtom na područje primorsko-istarskih slivova te istaknuti mogućnosti rješavanja navedene problematike razmatranjem vrsta kanalizacijskih sustava i tipova uređaja za pročišćavanje koji su pogodni za primjenu u manjim naseljima. Kao primjer rješavanja navedenog problema prikazat će se idejno rješenje sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda naselja Lanišće i Podgaće u Istri.



## 2. Stanje zbrinjavanja otpadnih voda u malim naseljima u Hrvatskoj

Stupanj priključenosti stanovništva na sustav javne odvodnje u Hrvatskoj se prosječno kreće oko 40 %. Od ukupno 6.654 gradova i naselja, prema [1] u Hrvatskoj samo 290 naselja ima izgrađen kanalizacijski sustav, od kojih 107 (37%) ima i uređaj za pročišćavanje otpadnih voda (tablica 1).

Najveći broj uređenih kanalizacijskih sustava otpada na velike gradove, dok se odvodnja u seoskim područjima i manjim raspršenim naseljima rješava pretežno septičkim i sabirnim jamama ili direktnim ispuštanjem okoliš.

Tablica 1. Izgrađenost kanalizacijskog sustava u RH po veličini naselja, [1]

Veličina naselja (broj stanovnika)	Obuhvaćeno	Izgrađeni kanalizacijski sustav	Djelomično izgrađeni kanalizacijski sustav	Bez kanalizacijskog sustava
<b>Broj stanovnika</b>	<b>Broj naselja</b>			
500 - 2.000	1.040	74	74	892
2.000 - 10.000	189	63	41	85
10.000 - 50.000	31	27	4	0
> 50.000	7	7	0	0
<b>Ukupno</b>	<b>1.267</b>	<b>171</b>	<b>119</b>	<b>977</b>

Najveće probleme sa odvodnjom otpadnih voda imaju mala naselja do 2.000 stanovnika, kojih je oko 6.400, te u kojima živi 40% stanovništva Hrvatske, a priključenost stanovništva iznosi samo 5% što je razvidno iz tablice 2. Treba istaknuti da je od toga cca 5.400 naselja s manje od 500 stanovnika u kojima živi oko 800.000 ljudi. Izgradnja i pogon centraliziranih sustava javne odvodnje takvih malih naselja je zbog tehničko-tehnoloških ograničenja vrlo teško provediva, pa se onečišćenje iz tih naselja tretira kao raspršeno.

Tablica 2. Priključenost stanovništva RH na kanalizacijske sustave, [1]

Veličina naselja	Stanovnici				Ukupno Broj
	Priključeni		Nisu priključeni		
Broj stanovnika	Broj	%	Broj	%	
< 2.000	85.887	5	1.666.658	95	1.752.545
2.000 - 10.000	255.877	35	467.608	65	723.485
10.000 - 50.000	474.584	70	198.979	30	673.563
> 50.000	976.538	76	311.329	24	1.287.867
<b>Ukupno</b>	<b>1.792.886</b>	<b>40</b>	<b>2.644.574</b>	<b>60</b>	<b>4.437.460</b>

Ukupno su prema stanju iz 2001. izgrađena 82 uređaja za pročišćavanje otpadnih voda, različitih prema stupnju izgrađenosti i kapacitetu. Od toga broja 22 uređaja su s prethodnim stupnjem pročišćavanja otpadnih voda, 26 s I. stupnjem pročišćavanja otpadnih voda i 34 uređaja s II. stupnjem pročišćavanja otpadnih voda (tablica 3).

Tablica 3. *Priključenost naselja na uređaje za pročišćavanje otpadnih voda, [1]*

Veličina naselja	Stanovnici priključeni na kanalizacijski sustav			Instalirani kapacitet uređaja
	S uređajem	Bez uređaja	Ukupno	
<b>Broj stanovnika</b>				<b>ES (ekvivalent stanovnika)</b>
< 2.000	38.373	47.514	85.887	7.500
2.000 - 10.000	111.017	144.860	255.877	148.100
10.000 - 50.000	203.814	270.770	474.584	697.650
> 50.000	190.607	785.931	976.538	1.790.900
<b>Ukupno</b>	<b>543.811</b>	<b>1.249.075</b>	<b>1.792.886</b>	<b>2.644.150</b>

Na području primorsko-istarskih slivova zadnjih se godina značajno ulaže u izgradnju kanalizacijskih sustava (priključenost stanovništva na kanalizacijski sustav iznosi 58%) i uređaja za pročišćavanje otpadnih voda (priključenost stanovništva na uređaje za pročišćavanje otpadnih voda iznosi 45%) što je jasno uočava iz tablice 4. Međutim, na tome razvoju treba ustrajati i dalje pogotovo zbog privrednog razvoja tog područja kao vrlo atraktivne turističke destinacije.

Tablica 4. *Priključenost stanovništva na uređaje za pročišćavanje otpadnih voda prema stupnju pročišćavanja, [1]*

Područje	%* stanovnika priključenih na kanalizacijski sustav	%* stanovnika priključenih na uređaj za pročišćavanje			
		Sa pred-tretmanom	Sa I. stupnjem pročišćavanja	Sa II. stupnjem pročišćavanja	Ukupno
<b>Primorsko-istarski slivovi</b>	<b>58</b>	<b>8</b>	<b>33</b>	<b>4</b>	<b>45</b>
<b>Hrvatska</b>	<b>40</b>	<b>1</b>	<b>20</b>	<b>4</b>	<b>12</b>

\*od ukupnog broja stanovnika na području

Kao buduća punopravna članica Europske unije Hrvatska mora donijeti nove strateške odluke na području odvodnje. To se prvenstveno odnosi na izgradnju nedostajućih dijelova kanalizacijskog sustava, povećanje stupnja priključenosti na sustav odvodnje manjih naselja do 2.000 ES (ekvivalent stanovnika), revitalizaciju postojećih kanalskih mreža, međusobnu suradnju i razmjenu iskustava na nacionalnom i međunarodnom planu, dobru reorganizaciju, racionalizaciju i optimizaciju komunalnih subjekata i poštovanje zakonske regulative usklađene s regulativom EU [2].

### 3. Izbor sustava odvodnje u manjim naseljima

Postojeće stanje odvodnje u manjim naseljima u Hrvatskoj pretežno je riješeno odvodnjom otpadnih voda u septičke jame (tankove), koje treba povremeno čistiti, a iz kojih se nakon djelomičnog pročišćavanja voda ispušta u okoliš. Djelomično pročišćavanje u septičkim tankovima podrazumjeva izdvajanje masti, ulja i drugih plivajućih čestica, kao i krupnijih čestica koje se talože na dnu septičkog tanka. U septičkom tanku se također odvijaju i procesi anaerobne razgradnje organske tvari. Drugo rješenje odvodnje otpadne vode koje se koristi je ispuštanje u sabirne jame koje treba redovito prazniti, što predstavlja velik trošak pa stanovnici vrlo često nakon izgradnje razbijaju vodonepropusno dno i otpadnu vodu direktno upuštaju u okolni teren bez ikakvog tretmana. Najgora varijanta je direktno ispuštanje otpadnih voda u okoliš. Navedena rješenja značajno utječu na kvalitetu vodnih resursa okolnog područja (površinske ili podzemne vode) stoga je neophodno i u manjim naseljima naći odgovarajuća rješenja odvodnje i tretmana otpadnih voda kako bi se zaštitili vodni resursi i okoliš općenito.

Za odvodnju otpadnih voda manjih naselja poželjno je odabrati potpuno razdjelni ili nepotpuno razdjelni sustav odvodnje.

Potpuno razdjelni sustav odvodnje podrazumijeva gradnju dviju posve odvojenih kanalizacijskih mreža, jednu za odvodnju sanitarnih (kućanskih) i industrijskih voda (ukoliko se u kanalizacijski sustav upušta otpadna industrijska voda tada ona ne smije biti lošije kvalitete odnosno drugačijeg sastava od sanitarne vode) i drugu mrežu za odvodnju oborinskih voda.

Nepotpuno razdjelni kanalizacijski sustav podrazumijeva gradnju kolektora za odvodnju sanitarne (i industrijske vode), dok se oborinske vode odvede u recipijent na jednostavniji i jeftiniji način (jarci, rigoli, otvoreni kanali i sl.), te predstavlja najčešće prvu fazu gradnje razdjelnog sustava.

Korištenjem razdjelnog sustava svaka je mreže tehnički i tehnološki u najvećoj mjeri prilagođena karakteristikama vode koja se tom mrežom odvodi, sanitarna i industrijska voda se odvodi na odgovarajući uređaj za pročišćavanje dok se

oborinska prema potrebi (ne)obrađuje jednostavnijim postupcima i ispušta u okoliš [3].

Osnovni cilj cjelokupnog sustava odvodnje u Hrvatskoj je omogućiti jednake standarde i uvjete življenja u svim naseljima na učinkovit i sanitarno ispravan način. Međutim, poznato je da lokalne zajednice manjih naselja imaju slabe financijske mogućnosti u projektiranju, izvođenju i održavanju sustava odvodnje. Također troškovi izgradnje konvencionalnih, gravitacijskih sustava, odvodnje po priključenom korisniku znatno su veći za manja naselja, što predstavlja dodatni ograničavajući faktor u realizaciji. Stoga se uz konvencionalne gravitacijske ili kombinirane gravitacijsko-tlačne kanalizacijske sustave danas u Europi i u svijetu izvode novi tzv. alternativni sustavi odvodnje koji se pokazuju kao sanitarno, tehničko-tehnološki i ekonomski povoljnija rješenja u odnosu na konvencionalna.

U radu [4] uz već dobro poznate konvencionalne gravitacijske sustave odvodnje autori su dali pregled nekoliko alternativnih sustava odvodnje koji se u svijetu koriste za odvodnju otpadnih voda malih, najčešće ruralnih, naselja. Primjena tih sustava podrazumijeva korištenje potpuno ili nepotpuno razdjelnog sustava odvodnje. Neki od značajnijih alternativnih rješenja odvodnje otpadnih voda manjih naselja jesu:

- tlačna kanalizacija,
- vakuumska kanalizacija,
- gravitacijska kanalizacija malih profila.

Osnovna karakteristika navedenih alternativnih sustava odvodnje su plitko ukopani cjevovodi malih poprečnih profila. Vrlo su pogodni za terene s malim padovima, brdovita područja, područja s visokom razinom podzemnih voda, terene s nepovoljnim geološkim sastavom, slučajeve kada se otpadna voda javlja povremeno, lokacije gdje se traži velika sigurnost od procjeđivanja i onečišćenja podzemnih voda, područja od povijesno-kulturne vrijednosti gdje je poželjna što manja destrukcija prostora i sl. U tom smislu ovakva rješenja mogu predstavljati prihvatljiv alternativni koncept odvodnje u odnosu na uvriježene i široko rasprostranjene koncepte.

Tlačna kanalizacija danas predstavlja pouzdano, tehnički, pa čak moguće i ekonomski isplativo rješenje odvodnje kućanskih otpadnih voda u manjim naseljima. Ona se sastoji od kućnih priključaka, tlačnih sakupljača, tlačnih jedinica (crpki) i stanica komprimiranog zraka za propuhivanje. Sustavi sadrže manje tlačne jedinice koje otpadnu vodu potiskuju kroz mrežu sakupljača do konačnog ispusta. Moguće je priključiti više domaćinstava na jedan priključak, čime se smanjuje ukupna investicija. Da bi se omogućio prolaz otpadne vode kroz tlačni kanalizacijski sustav, koji hidraulički omogućava korištenje cijevi manjih profila

Φ90-200 mm, potrebno je koristiti crpke sa usitnjivačem ili vodu prvo izbistriti u septičkim tankovima pa tek nakon toga odvoditi dalje tlačnim kanalizacijskim sustavom. Radni tlak ovakvih sustava iznosi do 10 bara.

Primjena vakuumske kanalizacije u svijetu započela je početkom pedesetih godina prošlog stoljeća, iako njeni prvi početci datiraju iz kraja 19. stoljeća (Pariz, Berlin). Osnovni smisao ovog tipa kanalizacije je sustav mreže kanala spojenih na jednom kraju s centralno postavljenom vakuumskom stanicom, a na drugom kraju, priključkom na posebno oblikovano zasunsko okno smješteno u sklopu kućnog priključka. Učinkovitost sustava ovisi o radu vakuumske stanice koja neprekidno održava podtlak od 0,6-0,7 bara. Podtlak se cjevovodima širi do svakog zasunskog okna, dok usisni zasun koji ispušta vodu na kućnim priključcima, odvaja atmosferski zrak od vakuuma. Sve dok je usisni zasun zatvoren, vakuum je održan. Svježa otpadna voda iz kućanstva gravitacijski teče do spremnika u zasunskom oknu na koje je moguće povezati više domaćinstava. Otvaranjem usisnog zasuna, otpadna voda i zrak bivaju usisani u odvodni cjevovod u smjeru vakuumske stanice. Uslijed miješanja sa zrakom, otpadna voda se dodatno aerira što pospješuje njenu razgradnju, te smanjuje razvoj sumporovodika  $H_2S$  i koroziju cijevi. Ovakav sustav nije pogodan ukoliko su kanalizacijski kolektori duži od 4 km, odnosno za spajanje više od 1500 stanovnika na jednu zasebnu dionicu. Međutim, ima i svoje velike prednosti u odnosu na druge kanalizacijske sustave, a to su mogućnost plitko ukopane razgranate mreže kolektora, polaganje cijevi u kontra nagibima terena, kratko vrijeme izgradnje, smanjenje negativnih utjecaja na okolinu za vrijeme izgradnje, smanjenje mogućnosti prokaplivanja otpadne vode u okolno tlo (primjena u vodozaštitnim područjima) i sl. Dodatna prednost su velike brzine tečenja (4-6 m/s) koje sprječavaju taloženje unutar kolektora. Primjena u Hrvatskoj vezana je uz ravničarska područja tj. krajeve s malim promjenama nagiba terena.

Alternativni sustav odvodnje kućanskih otpadnih voda manjih naselja predstavlja i gravitacijska kanalizacija malih profila (Small Diameter Gravity Sewers), razvijena 60-tih godina prošlog stoljeća u Australiji. Temelj ovog sustava čini septički tank instaliran u sklopu svakog kućnog priključka. Gravitacijskim ili tlačnim cjevovodom sirova otpadna voda se dovodi do septičkog tanka gdje se zadržava 24 do 48 sati. Time je omogućeno nesmetano tečenje otpadne vode kroz sustav korištenjem manjih promjera cijevi Φ90-200 mm. Otpadna voda se putem razgranate mreže sakupljača gravitacijski odvodi prema uređaju za pročišćavanje ili se spaja na drugi sustav odvodnje. Ovim načinom odvodnje se mogu ostvariti znatna smanjenja ukupnih troškova izgradnje pogona i održavanja cjelokupnog sustava odvodnje. Pritom se kolektori mogu polagati s negativnim uzdužnim padovima tako da su pojedine dionice potopljene. Veličina sustava ovisi o terenskim prilikama i maksimalnom dotoku u septičke tanke, iako je moguća i kombinacija spajanja na neki drugi sustav odvodnje (npr. konvencionalni gravitacijski sustav odvodnje).

Izbor odgovarajućeg alternativnog sustava odvodnje ovisit će o karakteristikama naselja (broju stanovnika, obliku naselja, gustoći naseljenosti, sastavu stanovništva i standardu življenja), o topografskim prilikama terena, klimatskim uvjetima i sl.

#### 4. Uvjeti ispuštanja otpadnih voda

Osnovni uvjet za ispuštanje otpadnih voda bez da dođe do ugrožavanja okoliša je izdvajanje iz vode neželjenih tvari koje bi mogle ugroziti sanitarne, ekološke, kemijske i estetske značajke prijemnika. Za što efikasnije pročišćavanje koriste se različiti tipovi uređaja kao i razine pročišćavanja otpadnih voda. Pritom izbor tipa uređaja ovisi o veličini naselja (broju ES), prijemniku koji prihvaća vodu, konfiguraciji terena za gradnju uređaja i kadrovima koji su uključeni u pogon i održavanje uređaja. Jednostavniji (u smislu tehnologije i upravljanja) tipovi uređaja primjenjuju se kod manjih naselja, dok se kod većih urbanih sredina i gradova koriste uređaji za pročišćavanje složenije tehnologije rada. Prema Državnom planu za zaštitu voda [5] definiraju se značajke prijemnika, te njegova osjetljivost u pogledu prihvaćanja otpadnih voda. Osnovno načelo pročišćavanja otpadnih voda je da njihova kakvoća (prema propisanoj kategoriji) mora biti jednaka ili bolja od kakvoće vode prijemnika. Kapacitet uređaja za pročišćavanje otpadnih voda (UZPOV) definira se brojem ekvivalent stanovnika, a taj se broj dobiva dijeljenjem ukupne biokemijske potrošnje kisika ( $BPK_5$ ) vode koja se pročišćava i vrijednosti koja prosječno otpada na jednog stanovnika ( $60 \text{ gO}_2/\text{dan}$ ).

Ovisno o stupnju pročišćavanja razlikujemo uređaje za pročišćavanje otpadnih voda sa:

- prethodnim,
- prvim,
- drugim i
- trećim stupnjem pročišćavanja [5,6].

Prethodno (mehaničko) pročišćavanje je postupak kojim se iz otpadnih voda uklanjaju krupne raspršene i plutajuće otpadne tvari. Da bi se ostvarila ova razina pročišćavanja potrebno je ugraditi rešetke (grube, srednje ili fine) radi zadržavanja i izdvajanja većih krutina, pjeskolove za izdvajanje čestica pijeska većih granulacija i anorganskih lako taloživih tvari, te mastolova za izdvajanje masnoće i ulja, odnosno svih tvari koje su lakše od vode. Dobiveni otpad iz ove faze pročišćavanja (mulj, organske supstance itd.) uglavnom se preša i sprema u odgovarajuće kontejnere, te najčešće odlaze na gradska odlagališta krutog otpada.

Nakon prethodnog pročišćavanja slijedi prvi stupanj pročišćavanja u kojem se primjenom fizikalnih i/ili kemijskih postupaka čišćenja otpadne vode uklanja

najmanje 50% suspendirane tvari, dok se vrijednost  $BPK_5$  smanjuje najmanje za 20% u odnosu na vrijednosti ulazne vode (influenta) [5]. U ovoj fazi pročišćavanja dominantnu ulogu imaju taložnici (okrugli ili pravokutni) u kojima se fine suspenzije u otpadnoj vodi talože u periodu od 1,25-2,5 sata. Radi što veće učinkovitosti taloženja danas se u taložnike dodaju različite kemikalije (na bazi aluminija, željeza i vapna). U današnjoj praksi upotrebljavaju se sita s vrlo malim otvorima (0,3 mm do 3 mm) koji imaju vrlo sličan učinak kao i taložnici.

Drugim stupnjem pročišćavanja (biološkim pročišćavanjem) smanjujemo koncentraciju suspendirane tvari i  $BPK_5$  influenta za 70 do 90%, a koncentraciju KPK (kemijsku potrošnju kisika) za najmanje 75% [5]. Svrha ove faze je da otopljena organska tvar iz otpadnih voda bude transformirana u bakterije koje će se potom u naknadnom/sekundarnom taložniku izdvojiti iz vode. Time otopljena organska tvar postaje kruta organska tvar koja je taloživa. Neke od najvažnijih tehnika drugog stupnja pročišćavanja otpadnih voda jesu sustavi s aktivnim muljem, sustavi sa stabilizacijskim bazenima, aerobni sustavi s biološkom opnom, hibridni sustavi (membranski bioreaktori), anaerobni reaktori i drugi.

Treći stupanj pročišćavanja otpadnih voda je fizikalno-kemijski i biološki postupak u kojem se u otpadnim vodama naselja smanjuje koncentracija hranjivih tvari influenta za najmanje 80% [5]. Pritom se uklanjaju i drugi posebni pokazatelji otpadnih tvari, u granicama vrijednosti koje nije moguće postići primjenom drugog stupnja čišćenja. U procesu nitrifikacije organski dušik se hidrolizom pretvara u amonijak  $NH_3-N$ , da bi se potom oksidacijom (putem bakterija nitrosomonas) pretvorio u nitrite  $NO_2-N$ . Daljnjom oksidacijom bakterija nitrobacter nitriti se pretvaraju u nitrate  $NO_3-N$ . Konačni učinak je organska razgradnja nitrata u plin  $N_2$ , koji se u takvom obliku može ispuštati u atmosferu. Osnovne metode biološkog uklanjanja dušika su recirkulacijska metoda s povratnim tokom, simultana denitrifikacija, dodavanje organskog ugljika, izmjenična nitrifikacija-denitrifikacija. Dakako, izdvajanje dušika se može postići i sustavom sa suspendiranim (aktivnim muljem). Završna faza trećeg stupnja pročišćavanja otpadnih voda je njena dezinfekcija koja se provodi primjenom ultraljubičastog zračenja, primjenom ozona, membranama ili upotrebom klora i klornih spojeva uz odgovarajuće naknadno izdvajanje klora.

Vrlo je važno da se pročišćavanje komunalnih otpadnih voda odvija po odgovarajućem redosljed, odnosno navedenim fazama pročišćavanja, a sve u svrhu što bolje zaštite okoliša. Svako rješenje ispuštanja otpadnih voda nakon pročišćavanja zahtjeva prethodnu analizu utjecaja na okoliš, te dugotrajnu kontrolu utjecaja na vodne resurse tijekom cijelog perioda rada uređaja. Državni plan za zaštitu voda [5] propisuje tri karakteristična osjetljiva područja ispuštanja otpadnih voda. Prvi od njih predstavlja "vrlo osjetljivo područje" u kojem je zabranjeno ispuštanje otpadnih

voda bez obzira na stupanj čišćenja i izgrađenost sustava javne odvodnje (vode I. kategorije, podzemne vode i sl.). U drugu kategoriju spadaju "osjetljiva područja" u koja je dopušteno ispuštanje otpadnih voda uz treći stupanj čišćenja (vode II. i III. kategorije), dok je kod "manje osjetljivih područja" dopušteno ispuštanje otpadnih voda uz odgovarajući stupanj čišćenja (III., IV. i V. kategorija voda).

## **5. Mogućnosti pročišćavanja otpadnih voda malih naselja do 2.000 ES**

Pročišćavanje otpadnih voda većih gradova uobičajeno se rješava gradnjom centralnih uređaja za pročišćavanje velikih kapaciteta, projektiranih baš za karakteristike tog područja (karakteristike otpadnih voda, karakteristike prijemnika, vrstu kanalizacijskog sustava koji se koristi, kapacitet uređaja, lokaciju na kojoj se želi izvesti objekt i sl.), a na koji se usmjeravaju otpadne vode grada i okolnih naselja. Takve uređaje karakterizira značajna potrošnja energije i potreba za stručnim kadrom koji kontinuirano prati rad i održava uređaj.

Kod izbora odgovarajućeg uređaja za pročišćavanje otpadnih voda manjih naselja i sela treba imati na umu ograničeni budžet i nedostatak stručnog kadra u takvim zajednicama. Prednost u odabiru sistema pročišćavanja otpadnih voda malih naselja treba dati tehnologijama koje zahtijevaju minimalnu potrošnju energije, koje su jednostavne za rad i održavanje, efikasne i mogu funkcionirati kontinuirano pri velikim varijacijama protoka i opterećenja influenta, te imaju jednostavnu obradu i rukovanje muljem nastalim u procesu čišćenja [6]. Takve tehnologije imaju mali utjecaj na okoliš, a redukciju zagađenja postižu s nižim troškovima u odnosu na konvencionalno pročišćavanje.

Za pročišćavanje otpadnih voda manjih naselja mogu se koristiti različite tehnologije i procesi (klasični uređaji (projektirani i izvedeni za manji broj ES), biljni uređaji, lagune i stabilizacijske bare i sl.) međutim često se koriste gotova tipska rješenja UZPOV koja se baziraju na primjeni bioloških procesa pročišćavanja. Tipska rješenja se mogu izvoditi kao kombinacija monolitne izvedbe građevina u koje se ugrađuje tipska oprema ili se mogu ugrađivati kompaktni uređaji za pročišćavanje otpadnih voda. Koje tipsko rješenje izabrati ovisi o karakteristikama područja za koje treba riješiti obradu otpadnih voda jer iz njih proizlazi potreban kapacitet uređaja (koji se određuje prema broju ES), potreban stupanj pročišćavanja te procesi pročišćavanja koje treba primijeniti za obradu vode kako bi se mogla ispustiti u prijemnik u skladu s uvjetima ispuštanja (točka 4.).

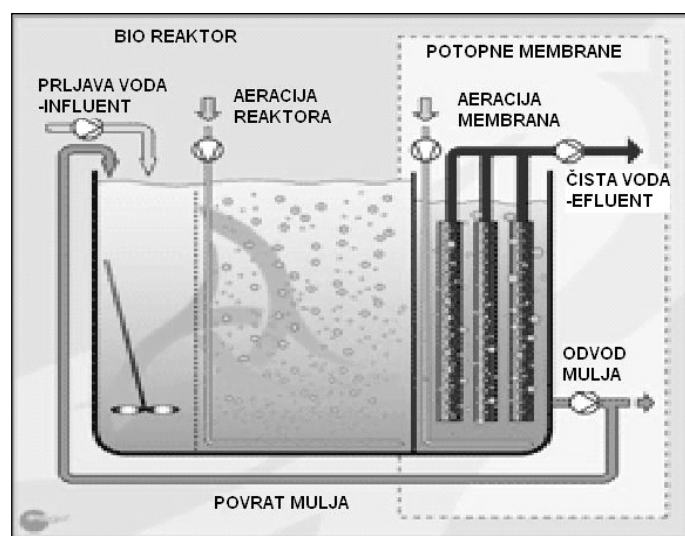
U ovom radu težište je dano na tipske uređaje za pročišćavanje otpadnih voda koji se mogu koristiti kao uređaji za pročišćavanje otpadnih voda naselja do 2.000 ES (točka 5.1. i 5.2.) ili se mogu koristiti kao individualni uređaji za pročišćavanje



otpadnih voda jednog ili više objekata (točka 5.3.). Treba napomenuti da su kao primjeri u ovom radu prikazani samo neki od uređaja koji se mogu naći na hrvatskom tržištu, i to pretežno oni za koje je bilo moguće doći do podataka istraživanjem interneta i dostupne literature, te da na tržištu postoji još proizvođača koji se bave opisanom problematikom, ali nisu posebno navedeni.

### 5.1. Tipski UZPOV koji se temelje na MBR tehnologiji

Jedan od najsuvremenijih uređaja za pročišćavanje otpadnih voda predstavlja MBR sustav (Membranski Bio Reaktor) [7,8]. Njegove prednosti u odnosu na ostale UZPOV je u tome što se kao konačan produkt dobiva iznimno čista izlazna voda ( $BPK < 2 \text{ mgO}_2/\text{l}$ ), ima jednostavnu konstrukciju postrojenja, vrlo povoljnu cijenu na tržištu, relativno mali prostor za uređaj, a proces pročišćavanja se odvija bez širenja neugodnih mirisa. MBR tehnologija spada u grupu separacijskih procesa s biološkom obradom aktivnim muljem. Omogućuje obradu otpadnih voda u četiri osnovne faze i nizu podfaza, ovisno o tehničkoj izvedbi (slika 1.).



Slika 1. Princip rada MBR uređaja, [7]

Aeriranjem vode i zadržavanjem optimalne količine aktivnog mulja za rast mikroorganizama u 10-15 dana u bazenu bioreaktora nastani se dovoljan broj mikroorganizama koji u kratkom vremenu može obraditi sve organske tvari koje opterećuju otpadnu vodu. Nakon biološke obrade voda se propušta kroz membrane, koje zadržavaju mikroorganizme i sve zaostale organske i anorganske tvari, a propuštaju vodu visokog stupnja čistoće. Pročišćavanje otpadnih voda korištenjem MBR tehnologije predstavlja treći stupanj pročišćavanja, a voda

se nakon obrade može upuštati u recipijent II. kategorije. Primjeri korištenja su uređaji za pročišćavanje otpadnih voda: tvornice duhana u Kanfanaru za 2.000 ES, objekata na Crvenom otoku - Rovinj za 1.500 ES i u Premanturi kraj Pule za 500 ES.

Uređaji temeljeni na MBR-tehnologiji mogu biti građeni monolitno ili montažno spajanjem gotovih modula (500-500.000 ES), a danas se na tržištu mogu danas naći i kompaktni MBR uređaji koji mogu pročišćavati otpadne vode manjih naselja (150-500 ES) (slika 2).



Slika 2. Kompaktni MBR uređaj,[8]

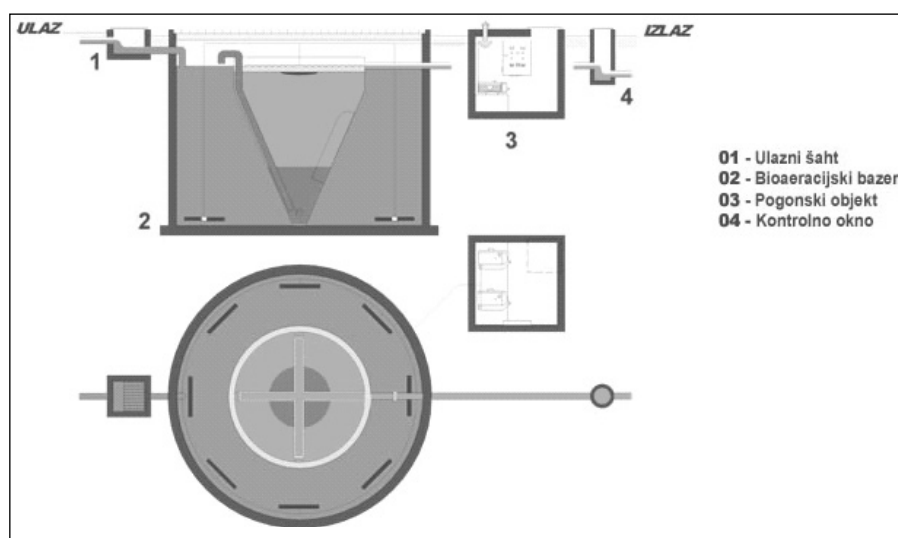
### **5.2. Tipski UZPOV koji se temelje na biološkim procesima**

U posljednjih nekoliko godina razvila se tehnologija pročišćavanja otpadnih voda korištenjem potpuno prirodnih bioloških procesa koji se odvijaju unutar kompaktnog spremnika. Takvi uređaji su malih dimenzija u odnosu na konvencionalne, s mogućnošću brze ugradnje bez većih zahvata. Rukovanje opremom je vrlo jednostavno, a operativni troškovi su relativno mali. Otpadna voda se sakuplja i pročišćava blizu mjesta nastajanja što smanjuje troškove transporta. Otpadna voda se pročišćava do stupnja potrebnog za ponovno korištenje (navodnjavanje, ispiranje sanitarnih čvorova) ili za ispuštanje u prijemnik (vidi točka 4.).

Proces se odvija bez buke i neugodnih mirisa, pa se uređaj može ugraditi u neposrednoj blizini stambenih jedinica. Ovakva tehnologija prikladna je za kontinuirani, ali i za sezonski rad. Takvi uređaji se koriste za pročišćavanje otpadnih voda manjih naselja, kao i otpadnih voda stambenih objekata, hotela, apartmana, benzinskih postaja i slično. Uređaji su kompatibilni s okolišem, potpuno se uklapaju i ne narušavaju izgled okruženja.

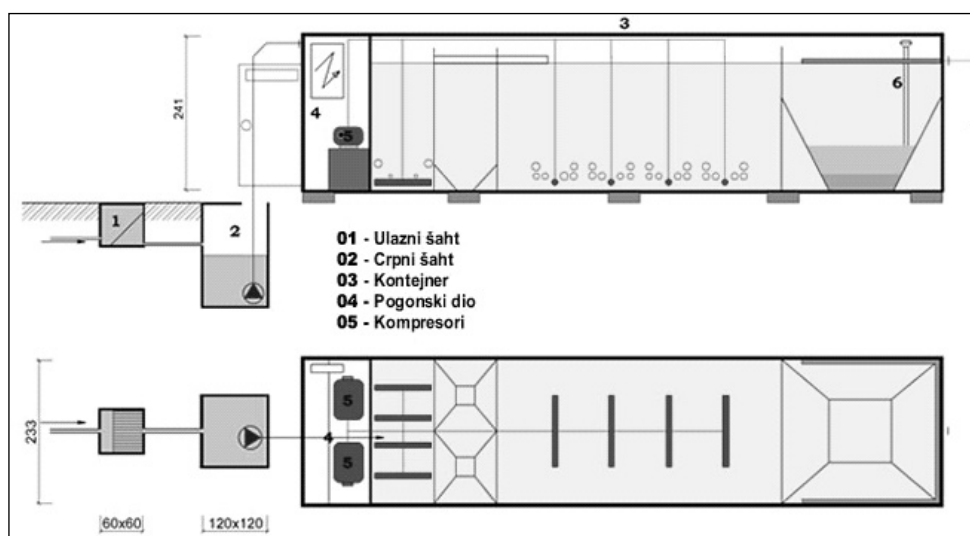
U nastavku će se dati pregled nekoliko tipskih kompaktnih UZPOV koji koriste navedenu tehnologiju, te se mogu naći na hrvatskom tržištu.

Uređaj **BIOTIP** (Interplan d.o.o.) kapaciteta od 50 do 2.000 ES tipski je uređaj za potpuno biološko pročišćavanje otpadnih voda iz manjih naselja, hotela, odmarališta, vojarni, kampova, škola, prehrambene industrije i slično. Stupanj pročišćavanja je veći od 95% razgradnje organske tvari, a po zahtjevu se može izvesti i postupak sa uklanjanjem dušika i fosfora. Rad uređaja je potpuno automatiziran s minimalnim troškovima pogona i održavanja [9]. Uređaj se izvodi kao ukopani kružni bazen prekriven nagaznom rešetkom, smješten na smjeru kanalizacije bez potrebe izvođenja crpne stanice (slika 3). Na uređaju nema pokretnih dijelova (puhalo i elektro ormarić su smješteni u posebnu prostoriju) radi čega je trajnost neograničena, a svi materijali su otporni na agresivne medije. Kao primjeri ugradnje na području primorsko-istarskih slivova navode se uređaji za pročišćavanje otpadnih voda: stambenog naselja u okolici Krka od 200 ES, objekata u Jadranovu za 500 ES, stambene zgrade u Rovinju za 100 ES i naselja Nova Vas u Općini Brtonigla za 400 ES.



Slika 3. Osnovna tehnološka shema uređaja BIOTIP, [9]

U novije vrijeme na tržištu se pojavljuju i **BIOKONTEJNERI** (Interplan d.o.o.), uređaji za biološko pročišćavanje otpadnih voda za opterećenja do 1.000 ES izvedeni u standardnom kontejneru duljine 6 do 12 m (slika 4.). Kod većih kapaciteta moguća je ugradnja dva ili više kontejnera. U **Biokontejnerima** se postiže visoki stupanj pročišćavanja uz minimalne troškove. Rad uređaja je automatski bez potrebe stalnog nadzora. Dovoze se kompletno opremljeni na mjesto montaže, gdje se postavljaju na jednostavne temelje i priključuju na kanalizaciju i elektro priključak (mogućnost ukopane ili poluukopane izvedbe). Primjer korištenja je naselje u blizini Fužina (300 ES) [9].



Slika 4. Tehnološka shema Biokontejnera, [9]

**BIOROTORI** (Tehnix d.o.o.) su kompaktni i prenosivi uređaji za biološko-aerobno pročišćavanje otpadnih voda kapaciteta do 2.000 ES (slika 5 i tablica 5). Tehnologija pročišćavanja otpadnih voda u biorotorima vezana je za procese aeracije (upotreba pumpi i biološka aktivacija bioaktiventima), biološkog pročišćavanja u bio-sekcijama biorotora, biološke razgradnje - stabilizacije mulja, te mjerne komore koja omogućuje reciklažu vode [10].



Slika 5. Biorotor [10]

Tablica 5. Prikaz dimenzija biorotora ovisno o potrebnom kapacitetu (ES.) [10]

Oznaka uređaja	ES (po danu)	Dnevni dotok (m <sup>3</sup> /dan)	Organski teret (kg BPK <sub>5</sub> /dan)	Instalirana snaga (kW)
<b>BRT-100</b>	100	10	6	2
<b>BRT-200</b>	200	20	12	3
<b>BRT-400</b>	400	40	24	3,5
<b>BRT-600</b>	600	60	36	4
<b>BRT-800</b>	800	80	48	6
<b>BRT-1000</b>	1000	100	60	10
<b>BRT-2000</b>	2000	200	120	20

U slijedećoj točki (5.3.) dan je pregled individualnih uređaja za pročišćavanje otpadnih voda. Za veće zgrade ili naselja serijskim nizanjem nekih od opisanih individualnih uređaja mogu se izvesti sustavi za pročišćavanje otpadnih voda kapaciteta i do 1000 ES.

### 5.3. Tipski individualni UZPOV

Individualno pročišćavanje otpadnih voda podrazumijeva korištenje uređaja malih kapaciteta kojima se zasebno pročišćava otpadna voda privatnih kuća, nekoliko stambenih jedinica ili apartmana, manjih pansiona ili hotela, benzinskih postaja i sl. Danas na tržištu postoje tipska klasična rješenja (septičke jame, Imhoffovi tankovi i sl.), te novija rješenja koja postepeno dolaze u upotrebu, a baziraju se na primjeni bioloških aerobnih procesa obrade otpadne vode.

Danas se gradnja klasičnih betonskih septičkih i Imhoffovih tankova monolitne izvedbe zamjenjuje jednostavnom ugradnjom već gotovih objekata od polietilena, polipropilena i sličnih sintetičkih materijala pri čemu se značajno smanjuje složenost izvođenja tih objekata, vrijeme potrebno za gradnju tih objekata i sami troškovi gradnje. Takvi septički i Imhoffovi tankovi podrazumijevaju anaerobnu bakterijsku razgradnju organskih tvari, a ovisno o kapacitetu, sastoje se od dvije ili tri komore (slike 6. i 7.) [11,12]. Efikasnost uklanjanja plutajućih tvari iznosi do 90%, a taložnih do 70%. Otpadna voda se može nakon obrade ispuštati preko upojnog bunara ili preko upojnih polja u tlo tako da nije potrebno često pražnjenje sustava. Ovakvi objekti se ovisno o proizvođaču izvode za opterećenja do 100 ES.



(a)



(b)

Slika 6. Septički vodonepropusni tankovi okruglog (a) i pravokutnog presjeka (b), [11]



(a)

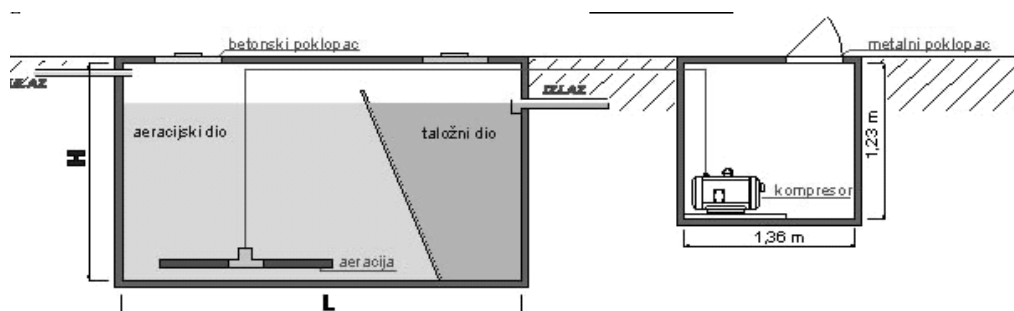
(b)

Slika 7. Septička trokomorna taložnica (a) i Imhoffov tank (b), [12]

Daljnji iskorak individualnih uređaja za pročišćavanje otpadnih voda predstavljaju uređaji koji koriste biološke aerobne procese razgradnje organske tvari. Njihov rad se temelji na uporabi biomase malih opterećenja, uklanjanju dušika (prednitrifikaciji), nitrifikaciji i aerobnoj stabilizaciji viška vode. Takvi uređaji omogućuju automatsku cirkulaciju vode i mulja, dok se za dodatnu razgradnju organske tvari koristi zračni sustav sa puhalom, razvodom zraka i aeratorom. Kao primjere individualnih uređaja za pročišćavanje otpadnih voda koji koriste navedene procese prikazat će se prvo uređaji **mikro-BIOTIP**, **mikro-KUP** i **mini-BIOTIP** (Inteplan d.o.o.) [9].

Uređaj **mikro-BIOTIP** ima kapacitet pročišćavanja od 3 do 20 ES (slika 8 i tablica 6). Dovozi se kompletno opremljen na gradilište i postavlja u građevinsku jamu određenih dimenzija. Zasipava se zemljom, tako da je gornji rub uređaja u nivou terena, pa vizualno ne remeti sklad okoliša. Troškovi energije iznose

6-7 kWh/mj. po osobi, a održavanje se svodi na mjesečnu kontrolu rada. U slučaju sezonskog rada na kraju sezone se uređaj isključuje. Stupanj pročišćavanja je izvanredno visok (iznad 95%), a za izlaznu vodu se daje tehnološka garancija manja od 20 mg/l BPK<sub>5</sub>. Uređaj se isporučuje u dvije varijante: prva varijanta podrazumijeva kompletan uređaj koji se ukopava u prethodno iskopanu građevinsku jamu (preko takvog uređaja može prelaziti vozilo ukupne mase do 5 t), dok druga varijanta podrazumijeva da investitor sam sagradi betonski bazen određenih dimenzija pokriven betonskom pločom koja ima dva otvora. Primjeri korištenja mikro-BIOTIP-a na području primorsko-istarskih slivova je pročišćavanje otpadnih voda nekoliko apartmanskih zgrada i trgovina u Banjolu na otoku Rabu i u Senju [9].

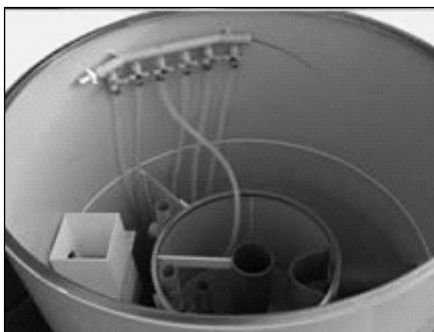


Slika 8. Mikro-BIOTIP za pročišćavanje otpadnih voda za 3 do 20 ES, [9]

Tablica 6. Dimenzije uređaja Mikro-BIOTIP ovisno o potrebnom kapacitetu, [9]

Br. priključenih osoba	Dužina (cm)	Širina (cm)	Visina (cm)
<b>Do 5</b>	242	112	136
<b>6-10</b>	242	112	181
<b>11-15</b>	242	112	269
<b>16-20</b>	242	112	357

**Drugi uređaj je mikro-KUP** kapaciteta od 3 do 25 ES (slika 9 i tablica 7). Svojom veličinom, konstrukcijom i tehnologijom spada u tzv. “predizvedene mehaničko-biološki vođene kućne uređaje” koji prihvaća sve sanitarno fekalne otpadne vode, te ih prema navodima proizvođača, obrađuje do najmanje 95% pročišćenosti.



Slika 9. Mikro-KUP za pročišćavanje otpadnih voda za 3 do 25 ES, [9]

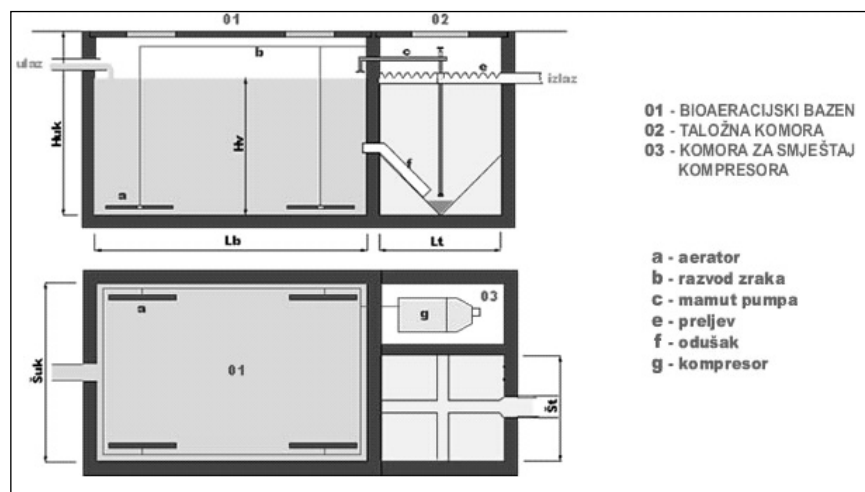
Tablica 7. Dimenzije uređaja Mikro-KUP ovisno o potrebnom kapacitetu, [9]

Uređaj	3-6 ES	7-12 ES	13-15 ES	16-25 ES
Ukupna visina, mm	1500	1700	2000	2000
Unutarnji promjer, mm	1400	1600	1700	1800
Vanjski promjer, mm	1500	1700	1800	1900
Visina ulazne cijevi, mm	1350	1350	1450	1550
Visina izlazne cijevi, mm	1300	1300	1400	1500
Volumen vode (m <sup>3</sup> /dan)	0,1	1,9	2,4	3,8
Težina, kg	80	100	120	140

U slučaju ugradnje takvog uređaja nije potrebno njegovo pražnjenje (kao kod septičkih jama!). Uređaj je plastični sa aeracijskim sustavom, a radi sa biomasom malog opterećenja. Bazen uređaja mikro-KUP je izrađen od ekstrudiranih i prešanih ploča od polipropilena koje su međusobno spojene zavarivanjem. Cilindričnog je oblika, a sa vanjske strane se nalaze dva profila za ojačanje od nehrđajućeg čelika. Konstrukcija bazena napravljena je tako da on može podnijeti okolni pritisak tla bez dodatnih konstrukcijskih ili statičkih mjera. Primjer korištenja mikro-KUP-a je pročišćavanje otpadnih voda vikend kuće u Labinu [9].

Za broj ES od 25 do 45 može se koristiti uređaj **mini-BIOTIP** koji je sastavljen od betonskog bazena u kojemu se nalazi aeracijski i taložni dio (slika 10). U zasebnoj komori uz uređaj postavlja se lamelni kompresor (puhalo snage 0,25–0,55 kW) koje je spojeno na razvod zraka u bazenu. Uređaj je prekriven betonskom pločom sa 2 poklopca u aeracijskom dijelu i 1 poklopcem u taložnom dijelu. Uređaj **mini-BIOTIP** je u pravilu jeftiniji od ispravno dimenzionirane septičke jame. Primjer korištenja je stambena zgrada u Novom Vinodolskom za 30 ES.

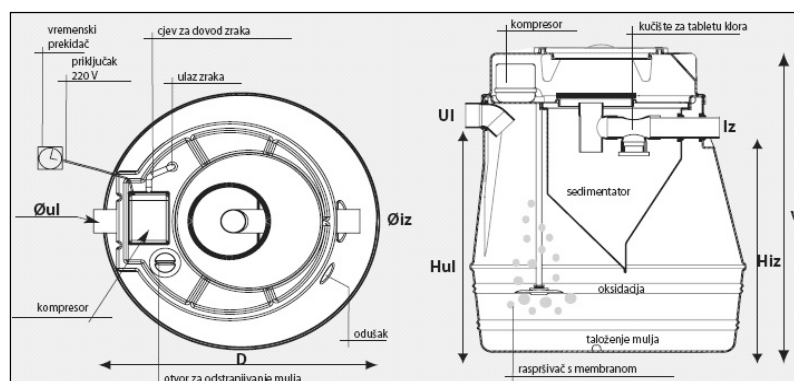




Slika 10. Mini-BIOTIP kapaciteta od 25 do 45 ES, [9]

Druga grupa uređaja koji se temelje na tehnologiji pročišćavanja fekalnih voda biološkim postupcima s aktivnim muljem su uređaji Super Plus, Compact i Poli1 (Isea d.o.o) [12].

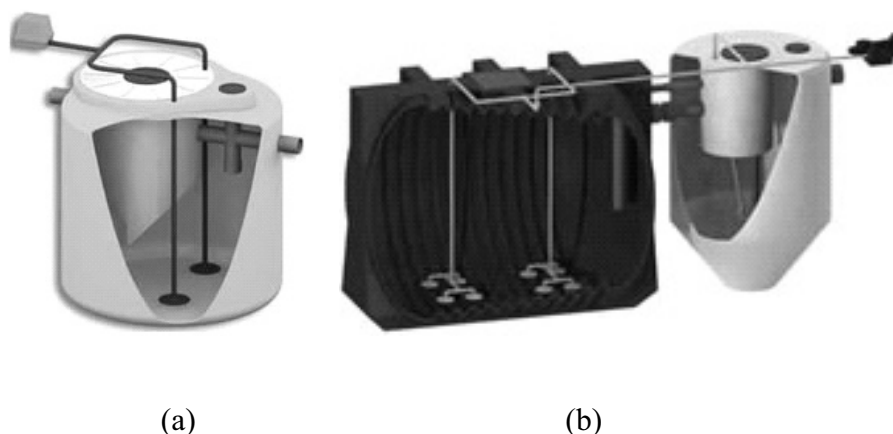
**SUPER PLUS** je biološki uređaj sa kapacitetom pročišćavanja od 5 do 28 ES (slika 11). Izgrađen je od polietilena kao jedinstvene cjeline koja omogućuje 5 osnovnih procesa (ulazni dio otpadne vode, oksidaciju, aeraciju, taloženje/sedimentaciju, te kloriranje) [12]. Takav uređaj se postavlja između postojeće septičke jame i finalnog recipijenta (kanalizacijskog sustava ili prirodnog recipijenta), odnosno uređaja za predtretman otpadnih voda i prirodnog recipijenta. Održavanje podrazumijeva provjeravanje i konstantno održavanje čistoće taložnog konusa, kako nataložene tvari ne bi uzrokovale zastoj protoka i omogućile anaerobne procese, te zamjenu tablete aktivnog klora svaka tri mjeseca.



Slika 11. Biološki uređaj SUPER PLUS sa kapacitetom pročišćavanja 5 do 28 ES, [12]

Ukoliko su potrebni uređaji većih kapaciteta mogu se koristiti uređaj **Compact** za 25 do 65 ES i **POLII** za 50 do 200 ES (slika 12). Kao dodatna oprema na tim uređajima, moguća je ugradnja rešetke za odstranjivanje krutih tvari, separatori masti i ulja, te provedba određenog tipa dezinfekcije ovisno o vrsti recipijenta. Za pogon uređaja potrebna je električna energija snage od 1,1 do 3 kW ovisno o kapacitetu uređaja. Uređaj kapaciteta za 50 ES priključuje se na 220 V, dok je za uređaj većeg kapaciteta neophodan priključak na 380 V.

Biološki uređaj **POLII** prikazan na slici 12b) sastoji se od dva modula: modula za oksidaciju u kojem se uz konstantni dovod zraka pomoću vanjskog kompresora pospješuje areacija otpadnih voda, te modula za taloženje/sedimentaciju konusnog oblika u kojoj je smješten Air-Lift sistem od PVC cijevi, opremljen ventilom za regulaciju s kojim omogućava povratak mulja u modul oksidacije.



Slika 12. Biološki pročišćivači s aktivnim muljem:  
a) COMPACT kapaciteta 25-65 ES, b) POLII kapaciteta 50-200 ES, [12]

Tehnologiju pročišćavanja sanitarnih otpadnih voda primjenom aktivnog mulja koriste mali i srednji uređaji – **BIOTOK** (Biotok d.o.o.) [13].

**Mali uređaji** se ugrađuju umjesto septičkih jama ili uz njih za pročišćavanje otpadnih voda do 20 ES (slika 13). S obzirom da u kućanskim otpadnim vodama nema otpada koji bi se trebao tretirati kemijskim putem, uređaji sadrže grubu rešetku za zadržavanje krupnog otpada nakon kojeg se odvija višestupnjeviti biološki proces (bez buke i neugodnih mirisa), a prema deklaraciji proizvođača rezultat je voda koja se može odmah koristiti za navodnjavanje.



Slika 13. Mali uređaj za pročišćavanje fekalnih voda BIOTOK, [13]

**Srednji uređaji - BIOTOK** kapaciteta su do 75 ES (za stambene ili apartmanske zgrade i sl.) (slika 14 i tablica 8). Oprema uređaja uključuje mehanički koš i biološki reaktor, dok se za otpadne vode iz zajedničkih kuhinja i restorana dodatno isporučuje separator masti i ulja. Pripremni radovi za ugradnju uključuju iskop prema dimenzijama uređaja i dubini ulazne cijevi, betoniranje podloge na koju se postavlja uređaj, te dovođenje cijevi za otpadne vode i el. instalacije (tablica 7.). Ukoliko se uređaj ugrađuje iznad razine zemlje, potrebno je dovodnu cijev otpadne vode priključiti na crpnu stanicu iz koje se otpadna voda kontinuirano dozira u pročišćivač.



Slika 14. Srednji uređaj za pročišćavanje fekalnih voda BIOTOK, [13]

Tablica 8. Tehničke karakteristike srednjeg uređaja BIOTOK od 30 do 75 ES, [13]

	30 ES	40 ES	50 ES	75 ES
Kapacitet (broj korisnika)	21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 75
Potrošnja vode (m <sup>3</sup> )	4,1	5,4	6,8	10,1
BPK, ulazni (kg/d)	1,80	2,40	3,00	4,50
Dužina uređaja (m)	2,40	2,60	3,10	3,40
Širina uređaja (m)	2,40	2,40	2,40	2,40
Visina uređaja (m)	2,50	2,70	2,70	3,00
Kota izlazne cijevi - dno (m)	1,90	2,40	2,40	2,70
Promjer izlazne cijevi (mm)	160	160	200	200
Potrebna snaga el. energije (W)	230	280	900	900
Potrošnja el. energije (kWh/d)	4,8	5,8	8,0	9,6

## 6. Primjer zbrinjavanja otpadnih voda manjih naselja

U radu [14] razrađena je varijanta idejnog rješenja kanalizacijske mreže dijela općine Lanišće (koja se prostire se u brdsko-planinskom području Ćićarije na sjeveroistoku Istarskog poluotoka) i to za naselja (sela) Lanišće i Podgaće.

U naseljima Lanišće i Podgaće danas živi 140 stanovnika, ali se do 2020. godine očekuje porast broja stanovnika na 320, te broja turista i vikendaša na 250, što je ukupno 570 korisnika budućeg sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda, te se na temelju tog broja treba dimenzionirati sustav [15].

Kao i u većini malih naselja u Istri, u naseljima Lanišće i Podgaće, danas se otpadna voda iz kućanstava odvodi u septičke jame te nakon djelomičnog pročišćavanja ispušta u tlo ili obližnji odvodni jarak. U cilju zaštite okoliša i vodnih resursa od onečišćenja neophodno je izgraditi odgovarajući kanalizacijski sustav i odabrati odgovarajući uređaj za pročišćavanje otpadnih voda.

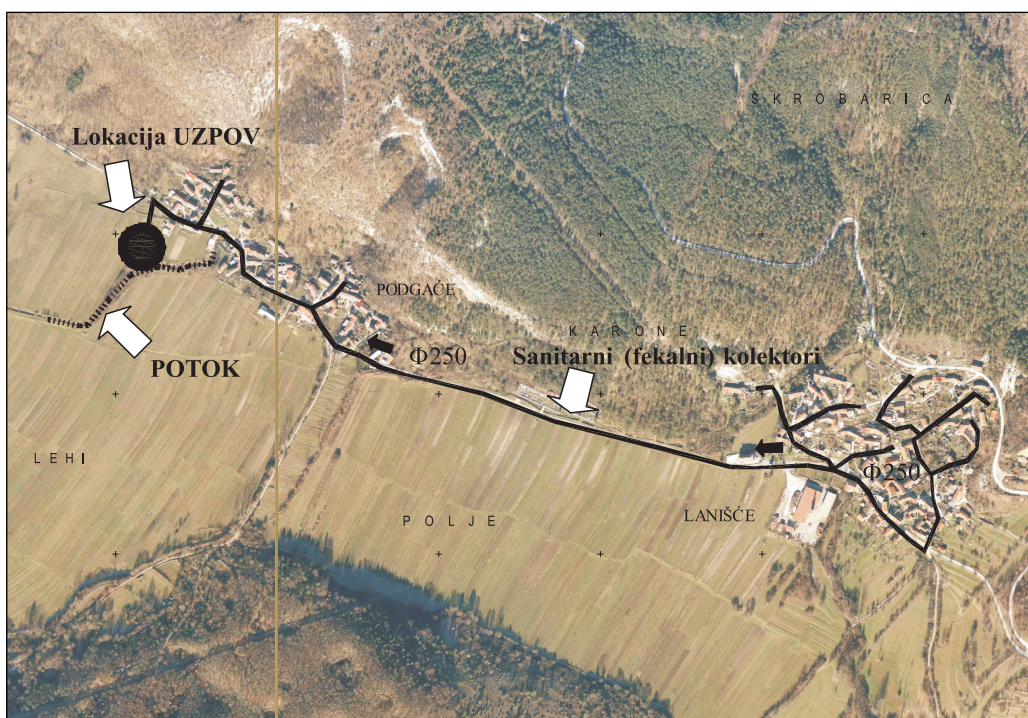
Prostornim planom uređenja Općine Lanišće [15] već je definirano da se za prostor naselja Lanišće treba graditi kanalizacijski sustav razdjelnog tipa, na način da se otpadne vode sakupljaju u sustav fekalne kanalizacije i odvede na uređaj za pročišćavanje s učinkom kakvoće vode II. stupnja, a oborinske vode iz naselja i s prometnih površina sakupljaju sustavom oborinske kanalizacije i odvede u upojne bunare, te da se za rješavanje odvodnje maksimalno primjenjuje gravitacijski način odvodnje bez crpljenja otpadne vode.

Stoga je u idejnom rješenju odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda naselja Lanišće i Podgaće [14] usvojen gravitacijski razdjelni sustav koji otpadne vode oba

naselja odvodi na zajednički uređaj za pročišćavanje (lokacija uređaja je u blizini naselja Podgaće, slika 15), dok se odvodnja oborinske vode rješava oborinskim kolektorima i upojnim bunarima.

Za broj od 570 stanovnika proveden je hidraulički proračun kanalizacijskog sustava te su definirani profili za sanitarne kolektore, koji s obzirom na male količine sanitarnih voda koje teku kolektorima, iznose  $\Phi 200$  (za sekundarne kolektore) i 250 mm (za glavne kolektore). Sve sanitarne otpadne vode se sakupljaju sekundarnim i glavnim sanitarnim kolektorima i odvođe na uređaj za pročišćavanje (slika 15). Nakon obrade na uređaju pročišćena voda se treba upuštati u obližnji potok. Za izbor odgovarajućeg uređaja za pročišćavanje otpadnih voda razmatran je niz tipskih i kompaktnih uređaja za pročišćavanje manjih kapaciteta, te je kao konačna varijanta izabran kompaktni uređaj za pročišćavanje koji se temelji na primjeni MBR tehnologije (opisane u točki 5.1.) s obzirom da se voda nakon obrade na takvom uređaju, prema podacima proizvođača [7,8], može upuštati u recipijent II. kategorije.

(U radu [14] proveden je i hidraulički proračun oborinskih kolektora te dimenzioniranje upojnih bunara no to nije tema ovog rada pa nije niti detaljnije razmatrano u ovoj točki.)



Slika 15. Pregledna situacija sustava odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda naselja Lanišće i Podgaće

## 7. Zaključak

Danas još uvijek u Hrvatskoj postoji veliki broj malih naselja (do 2.000 stanovnika) koja nemaju riješen sustav odvodnje otpadnih voda na odgovarajući način. Stoga je jasno da se u vrlo skoroj budućnosti treba uložiti značajne financijske resurse u izgradnju kanalizacijskih sustava i odgovarajućih uređaja za pročišćavanje otpadnih voda tih naselja ukoliko se želi osigurati odgovarajuća zaštita okoliša i vodnih resursa, kao dijela okoliša.

U ovom radu sugerira se korištenje razdjelnih (potpuno ili nepotpuno razdjelnih) sustava odvodnje u manjim naseljima, jer se na taj način svaka mreža (sanitarna i oborinska) tehnički i tehnološki u najvećoj prilagođava karakteristikama one vode koju odvodi. Također moguće je rješavati prvo odvodnju sanitarnih voda, dok se odvodnja oborinskih voda može rješavati nešto kasnije. Uz primjenu klasičnog gravitacijskog kanalizacijskog sustava navode se i alternativni sustavi odvodnje koji se danas koriste u svijetu, a nalaze primjenu baš u ruralnim područjima i manjim naseljima gdje su količine vode koju treba odvoditi relativno male [4].

Kratak osvrt dan je na uvjete upuštanja otpadnih voda u okoliš koji definiraju potreban stupanj obrade otpadne vode ovisno o osjetljivosti prijemnika u koji se voda upušta nakon obrade.

S obzirom da je gradnja složenih konvencionalnih uređaja za pročišćavanje ekonomski neisplativa za manja naselja, te zahtijeva i odgovarajući kadar za upravljanje i održavanje tih uređaja, za manja naselja obično se primjenjuju jednostavnije tehnologije i jednostavniji uređaji. Danas za manja naselja postoji na tržištu na raspolaganju niz tipskih i kompaktnih uređaja za pročišćavanje koji se vrlo jednostavno ugrađuju i koji zahtijevaju malo održavanja te minimalne troškove el. energije. Stoga je u ovom radu dan pregled uređaja koji se najčešće koriste na području primorsko-istarskih slivova.

Na primjeru rješenja odvodnje i pročišćavanja otpadnih voda naselja Lanišće i Podgaće može se vidjeti karakteristično malo naselje u Istri u kojem živi relativno mali broj stanovnika te su količine koje se odvede sanitarnim kolektorom toliko male da zadovoljavaju profili dimenzija  $\Phi 200$  (sekundarni) i 250 mm (glavni). Može se uočiti da je tip kanalizacijskog sustava već definiran prostornim planovima kao i potreban stupanj obrade otpadne vode. Potrebno je samo odabrati odgovarajući uređaj, od kojih se danas široka paleta nudi na hrvatskom tržištu.

## Literatura

- [1] *Strategija upravljanja vodama u RH – nacrt*, www.voda.hr, pristupljeno 15.02.2008.
- [2] B. Beović, *Uređaji za pročišćavanje otpadnih voda u europskim normama i direktivama*, Suvremene tehnologije i uređaji za pročišćavanje pitkih i otpadnih voda, Stručno poslovni skup, Poreč, p. 151-163, 2006.
- [3] J. Margeta, *Kanalizacija naselja*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Splitu, 1998.
- [4] D. Vouk, D. Malus, *Primjena alternativnih sustava odvodnje sanitarnih otpadnih voda u ruralnim naseljima*, Razdjelni sustavi odvodnje, Stručni skup, Čakovec, p. 85-91, 2006.
- [5] *Državni plan za zaštitu voda*, Narodne novine br. 8/99.
- [6] J. Margeta, *Pročišćavanje komunalnih otpadnih voda*, Suvremene tehnologije i uređaji za pročišćavanje pitkih i otpadnih voda, Stručno-poslovni skup, Poreč, p. 127-151, 2006.
- [7] www.almes.hr, pristupljeno 12.03.2008.
- [8] www.picatech.ch, pristupljeno 12.03.2008.
- [9] www.interplan.hr, pristupljeno 10.02.2008.
- [10] www.tehnix.hr, pristupljeno 08.02.2008.
- [11] www.bor-plastika.hr, pristupljeno 08.02.2008.
- [12] www.isea.hr, pristupljeno 08.02.2008.
- [13] www.biotok.com, pristupljeno 10.02.2008.
- [14] S. Prpić, *Odvodnja sanitarnih i oborinskih voda naselja Podgaće i Lanišće*, diplomski rad u izradi.
- [15] Prostorni plan uređenja Općine Lanišće, URBICON d.o.o. Rovinj 2000.

— |

| —

— |

| —



## Metode određivanja koeficijenta hrapavosti u riječnim koritima

Methods for roughness factor determine in river beds

Elvis Žic<sup>1</sup>, Nevenka Ožanić<sup>2</sup>

### Sažetak

Određivanje koeficijenta hrapavosti u riječnim koritima temelji se na analizi razvoja graničnog sloja uzduž stijenke kanala. U blizini stjenki kanala dolazi do formiranja zone toka u kojoj nastaje promjena brzine kapljevine. Struktura otvorenog kanala može biti veoma složena i promjenjiva, što dovodi do različitih metoda procjena pri određivanju koeficijenta hrapavosti  $n$ . Za točnije određivanje koeficijenta hrapavosti za promatrani prirodni kanal analizira se veliki broj izmjerenih vrijednosti za slične površinske osobine kanala.

U radu su opisani parametri koji utječu na promjenjivost koeficijenta hrapavosti u prirodnim koritima (nepravilnost oblika poprečnih presjeka, pojava vododerina u koritu, podlokavanja, naplavine i dr.). Opisana je i grafički prezentirana varijabilnost koeficijenta hrapavosti duž toka u ovisnosti o promjeni razine vode. Prikazani su vertikalni profili brzine nastali zbog akvatičke vegetacije, te širenje dominantnog raslinjskog graničnog sloja. U radu je dan pregled najzastupljenijih metoda za procjenu koeficijenta hrapavosti u praksi, niz empirijskih metoda zasnovanih na granulometrijskom sastavu pokosa i dna kanala, te metode zasnovane na rezultatima mjerenja.

**Ključne riječi:** koeficijent hrapavosti, granični sloj, metode procjene, vertikalni profil brzina

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Viktora Cara Emina 5; Rijeka; elvis.zic@gradri.hr

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Viktora Cara Emina 5; Rijeka; nozanic@gradri.hr

**Abstract**

Determining the roughness factor in natural river beds is based on the analysis of the boundary layer development along the canal wall. The flow zone in which the change of liquid speed occurs is formed near the canal walls. The structure of canal surface can be extremely complex and variable, which leads to different assessment methods when determining the roughness factor  $n$ . In order to determine the roughness factor of the monitored natural canal more precisely, numerous measured values for similar surface characteristics of the canal are analyzed.

The paper describes the parameters influencing the roughness factor variability in natural river beds (anomalies of cross-section forms, occurrence of water-worn ravines on the river bed, underwashing, alluviums and other). The roughness factor variability along the flow which depends on water level change has been described and graphically presented. The vertical speed profiles which were result of aquatic vegetation have been outlined together with the spreading of the dominant vegetation boundary layer. The paper gives an overview of the most commonly used methods of assessing the roughness factor in practice, a series of empiric methods based on grading of slopes and the canal bottom, and the method based on the results of the measurements.

**Key words:** roughness factor, boundary layer, assessment methods, vertical speed profile

**1. Uvod**

Unatoč dosegnutog razvoja hidraulike otvorenih tokova, određivanje koeficijenta hrapavosti i nadalje predstavlja izazovan i kreativan zadatak suvremene hidraulike otvorenih tokova. Na prvi pogled, jednostavno određivanje koeficijenta hrapavosti  $n$  prelazi u vrlo složenu problematiku, jer se sam koeficijent mijenja vremenski i prostorno u ovisnosti o geometrijskim, geomorfološkim i hidrauličkim parametrima korita vodotoka. Zadatak je interdisciplinaran, te uključuje poznavanje hidrologije, statističke obrade podataka, hidromehanike, hidraulike, te geologije i geomehanike.

Sve izraženije pojave velikih vodnih valova u vodotocima od kojih nisu izuzeti niti već regulirani vodotoci, posljedica su kako zapaženih klimatskih promjena, tako i neodgovarajućih vodnogospodarskih rješenja. Iako pravilna koncepcija vodnogospodarskih rješenja ima presudan utjecaj na učinkovitost sustava obrane od poplava, pojava neodgovarajućeg funkcioniranja sustava odvodnje ima i kod koncepcijski dobro postavljenih rješenja, ali s neprimjereno hidraulički dimenzioniranim sustavima [1]. Najčešće se radi o propustima vezanim uz fazu projektiranja, kada su idealizirani uvjeti stanja korita tijekom razdoblja eksploatacije. Projektirano, te uglavnom po projektu izvedeno stanje podložno je

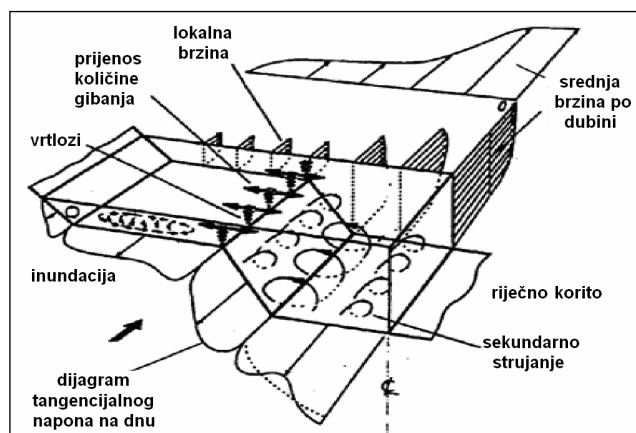
promjenama geometrije korita i pada dna, a i stanje obraslosti često bitnije odstupa od projektiranih uvjeta [2].

Površinska hrapavost  $n$  u prirodnim koritima varira uzduž omočenog opsega kanala. Riječno korito može imati jednu vrijednost koeficijenta hrapavosti  $n$  prikladnu za njegov normalni tok, te drugu vrijednost koeficijenta  $n$  za trajanja poplave kada se tečenje javlja i u inundacijama. U praksi se koriste različite metode za određivanje prikladnih vrijednosti dijelotvorne hrapavosti stjenki korita. Koja je metoda najpreciznija vrlo je teško odrediti. Koeficijent hrapavosti  $n$  usvajamo u onom trenutku kada pri korištenju različitih metoda dobivamo približno jednake vrijednosti koeficijenta. Za točnije određivanje koeficijenta hrapavosti korito se može podijeliti na više podpodručja, te se na taj način za svako podpodručje traži zaseban koeficijent hrapavosti  $n$ . Takav način proračuna je točniji u odnosu na metode kod kojih se koeficijent  $n$  dobiva na temelju cjelokupne površine poprečnog presjeka korita [2,4].

## 2. Općenito o koeficijentu hrapavosti u prirodnim koritima

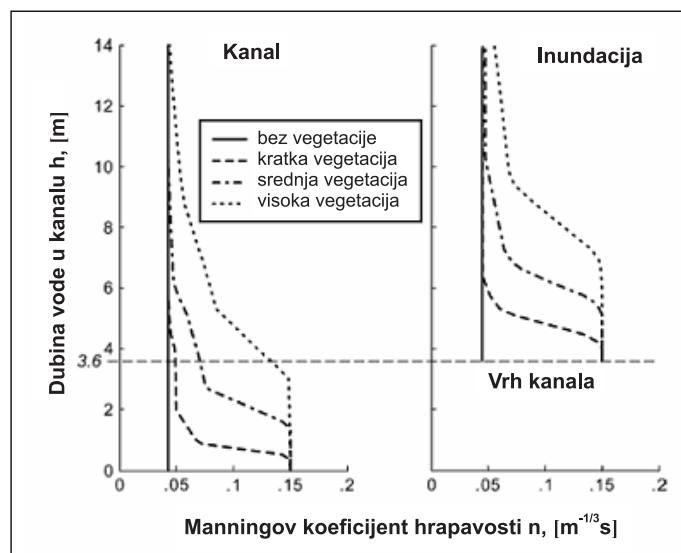
Prirodna riječna korita (nizinske i brdske rijeke, potoci) za razliku od izgrađenih kanala imaju nepravilne oblike poprečnih presjeka, promjene nagiba dna, te brojne krivine duž toka. Česte su promjene hidrauličkih parametara uzduž toka, prisutnost plicaka i hidrodinamičkih sila koje svojim djelovanjem utječu na promjene po duljini i dubini toka (Slika 1). Prirodni režim riječnih tokova se može naglo mijenjati pri izgradnji pregrada, akumulacija i ostalih hidrotehničkih objekata u koritima rijeke. Tako brane izazivaju uspor u vodotoku koji se ponekad pruža i na desetke kilometara od uzvodno brane [1].

Iz tih je razloga potrebno predvidjeti promjenu režima tečenja u vodotoku nakon izgradnje objekata u njenom koritu, odnosno predvidjeti promjenu razina vode u koritu. Takva se analiza svodi na konstruiranje krivulje uspora slobodne površine. Čišćenjem vodotoka na pojedinim potezima povećava se propusna moć korita, te se time mijenja i pad slobodne površine.



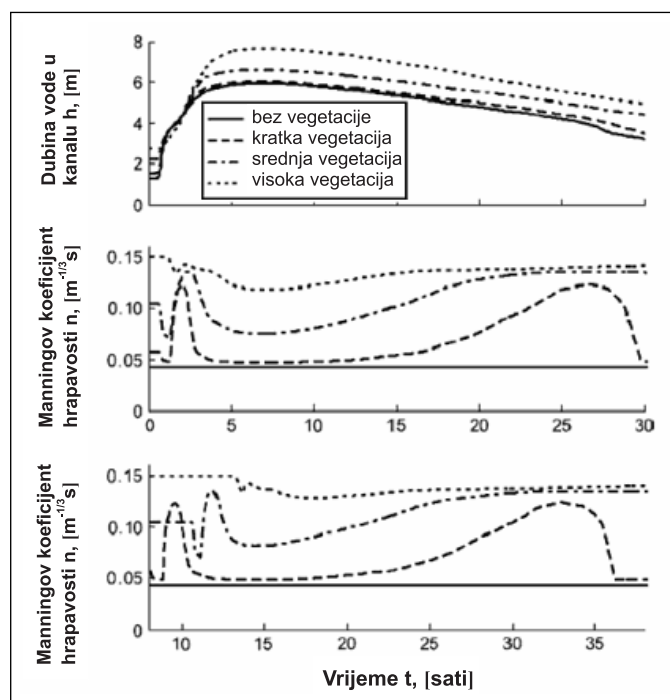
Slika 1. Konceptualni model strukture toka na granici između glavnog korita i inundacija, [1]

Koeficijent hrapavosti prirodnih korita ovisi o mnogo faktora od kojih su najznačajniji odgovarajuća osnovna hrapavost korita, nepravilnost oblika poprečnih presjeka, pojava vododerina u koritu, podlokavanja naplavine i slično. Iskustva pokazuju da se koeficijent hrapavosti mijenja ne samo po dužini korita [5,6], već i sa promjenom razine vode (Slika 2). Iz tog razloga se obično koeficijent hrapavosti  $n$  određuje prema hidrometrijskim podacima promatranog korita.



Slika 2. Promjena koeficijenta hrapavosti  $n$  u ovisnosti o visini vode za glavni kanal i inundaciju, [6]

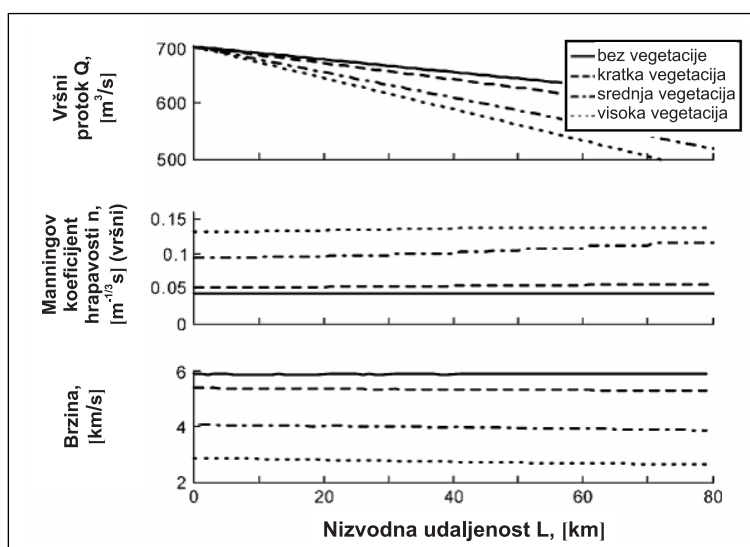
Na slici 3 je prikazan način na koji može varirati koeficijent hrapavosti  $n$  u ovisnosti o vrsti vegetacije na dvije različite lokacije unutar istog korita. U slučaju vrlo visoke vegetacije na stjenkama kanala, koeficijent hrapavosti je približno konstantan, a u slučaju kratke i srednje vegetacije na stjenkama korita dolazi do vidljivo izraženih promjena koeficijenta hrapavosti tijekom vremena (Slika 3).



Slika 3. Ovisnost promjene koeficijenta hrapavosti  $n$  o vremenu na dvije različite lokacije unutar mjernog kanala, [6]

Kanalska hrapavost i uvjeti tečenja značajno su određeni brzinom poplavnih valova (Fisher i Reeve, 1994, Kouwen i Fathi-Moghadam, 2000.), [6]. Utjecaj hrapavosti je izraženiji kod manjih poplavnih valova u odnosu na veće poplavne valove (Slika 4).

Ukoliko ne postoje podaci o koeficijentu hrapavosti za visoke vodostaje treba biti oprezan u izboru koeficijenta hrapavosti pri ekstrapolaciji krivulje. Kod mnogih vodotoka se koeficijent hrapavosti smanjuje sa povećanjem vodostaja, ali se zatim oštro povećava čim se uključe inundacije u živi presjek (Slika 2). Uslijed pomanjkanja hidrometrijskih podataka na osnovi koji bi se mogao odrediti koeficijent hrapavosti  $n$  u praksi se često koriste podaci sa drugih vodotoka ili korita sličnih po karakteru analiziranoj rijeci, [2,7].

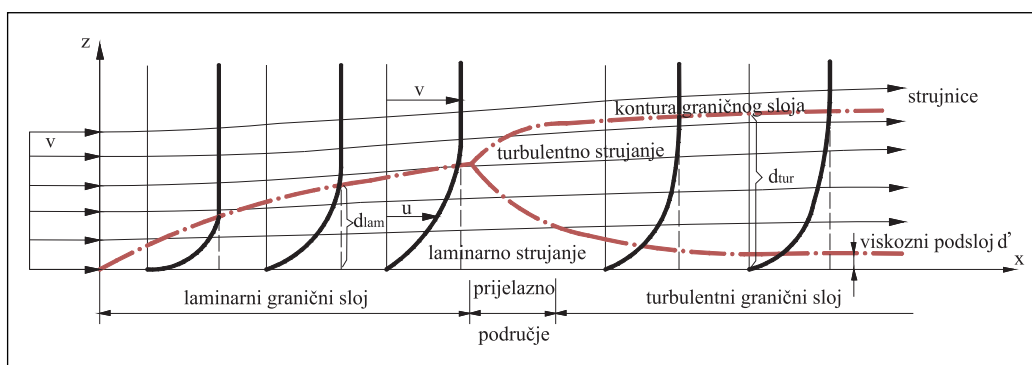


Slika 4. Ovisnost promjene koeficijenta hrapavosti  $n$  i brzine tečenja o vršnom protoku uzduž promatranog kanala, [6]

### 3. Formiranje graničnog sloja u prirodnim koritima

Otpor površine stjenke temelji se na analizi razvoja graničnog sloja uzduž korita. U blizini stjenki korita dolazi do formiranja zone toka u kojoj nastaje promjena brzine kapljevine od one koju ima čvrsta granica do brzine za koju možemo strujanje smatrati neviskoznom, gdje vrtloženje prestaje. Pritom strujanje viskozne kapljevine nastaje kao posljedica molekularnog djelovanja unutarnjih sila [1]. Područje takvog strujanja u neposrednoj blizini čvrste podloge, karakterizirano izrazitim gradijentima brzina nazivamo graničnim slojem (Prandtl, 1904.) [3]. Unutar graničnog sloja posmična komponenta brzine naglo se mijenja u smjeru okomito na podlogu i to od nule (uz čvrstu podlogu) do brzine slobodnog strujanja na vanjskom rubu graničnog sloja. U tom je slučaju učinak viskoznosti vrlo bitan, tako da je strujanje vrtložno, a viskozne sile su istog reda veličine kao i sile tromosti. Strujnice, koje su u neograničenom toku međusobno paralelne, odmiču se zbog usporavanja toka uz ploču i prestaju biti paralelne. Na početku ploče, neovisno da li je slobodno strujanje laminarno ili turbulentno, počinje se razvijati laminarni granični sloj (Slika 5). Daljnjim širenjem graničnog sloja i povećanjem Reynoldsovog broja  $Re$  dolazi do nestabilnosti laminarnog strujanja [2,3]. Unutar graničnog sloja počinje razvoj turbulencija, radi čega područje laminarnog graničnog sloja postaje sve uže, a zona turbulentnog graničnog sloja sve šira, dok na određenoj udaljenosti od početka ploče ne poprimi neku

konstantnu vrijednost. Istovremeno se uz podlogu, u zoni turbulentnog graničnog sloja, formira vrlo tanak sloj karakteriziran vrlo velikim gradijentima brzina, a time i vrlo velikim unutarnjim trenjem. Takav sloj se naziva viskozni podsloj i pretežno je karakteriziran laminarnim strujanjem. Prijelaz iz laminarnog u turbulentan graničan sloj odvija se u relativno uskom prijelaznom području. Veličina prijelaznog područja značajno ovisi o jačini turbulencije u slobodnom toku, tako da nije stabilna (Slika 5).



Slika 5. Razvoj graničnog sloja uzduž ploče,  $\delta_{lam}$  - debljina laminarnog graničnog sloja;  $\delta_{tur}$  - debljina turbulentnog graničnog sloja;  $\delta'$  - debljina viskoznog podsloja

Formiranje graničnih slojeva u otvorenim koritima posljedica su utjecaja hrapavosti, odnosno sila trenja koje nastaju na dodiru tekućine i stjenki kanala. Sve dok je granični sloj tanak u usporedbi sa tipičnom longitudinalnom skalom duljine, promjena tlaka preko sloja je nazatna. Eksperimentalni i teoretski prikazi govore da debljina graničnog sloja ovisi o brzini tečenja  $v$ , gustoći vode  $\rho$ , koeficijentu kinematičke viskoznosti  $\nu$ , te udaljenosti  $x$  [2,4]. Za određivanje debljine laminarnog graničnog sloja  $\delta_{lam}$  Blasius [2,3] je predložio sljedeće rješenje:

$$\delta_{lam} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{za} \quad \frac{u}{v} = 0,99 \quad (1)$$

Brzina koja definira granični sloj prikazana je oznakom  $u$ ,  $x$  i predstavlja udaljenost od brida površine, a  $Re_x = \rho vx/\nu$  predstavlja Reynoldsov broj baziran na longitudinalnoj udaljenosti  $x$ . Iz jednadžbe (1) se može zaključiti da je debljina laminarnog graničnog sloja proporcionalna sa  $\sqrt{x}$ , te ukoliko vrijednost  $x$  raste i vrijednost  $\delta_{lam}$  raste. Kako debljina laminarnog graničnog sloja raste, granica sloja postaje nestabilna i transformira se unutar turbulentnog graničnog sloja [3]. Taj

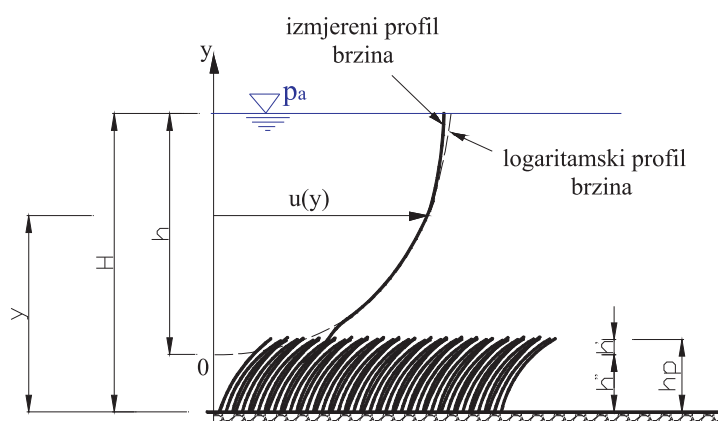
prijelaz se javlja za vrijednosti Reynoldsovog broja u granicama  $500.000 < R_x < 1.000.000$ . Debljina turbulentnog graničnog sloja  $\delta_{tur}$  dana je izrazom:

$$\delta_{tur} = \frac{0,37x}{R_x^{0,2}} \quad \text{za} \quad \frac{u}{v} = 0,99 \quad (2)$$

U sklopu turbulentnog graničnog sloja Prandtl je odredio da je profil vertikalne brzine približno logaritamski, [8] (Slika 6). Posmično naprežanje u nekoj točki tečenja pri određenoj udaljenosti od stjenke korita ima jednakost:

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{dv}{dy} \right)^2 \quad \text{za} \quad dv = \sqrt{\frac{\tau}{\rho l^2}} dy \quad (3)$$

Vrijednost  $l = \kappa y$ , pri čemu  $\kappa$  predstavlja (originalni) Karmanov koeficijent turbulencije. Smičuća ili posmična brzina  $v_*$  definirana je kao  $v_* = (\tau_0/\rho)^{1/2}$ , pri čemu  $\tau_0$  označava posmično naprežanje. Posmična brzina se najčešće određuje rješavanjem inverznog problema [4,7].



Slika 6. Vertikalni profil brzine preko akvatičke vegetacije, [8]

$H$  – dubina vode,  $h$  – dubina vode u kanalu promatrana od logaritamskog profila brzine,  $h'$ ,  $h''$  – nulta ravninska pomaknuća,  $h_p$  – uklonjena ravninska visina

U slučaju potpunog razvoja hrapavosti kod tečenja u otvorenim koritima, vertikalni profil brzina u zidnom području slijedi logaritamski zakon koji može biti opisan matematički suglasno Prandtllovom logaritamskom zakonu modificiranom od strane Nikuradsea (1933.), [8]. Različite metode za prilagodbu profila brzine preko vegetacije za potopljeno tečenje kao modifikacija Prandtlvog logaritamskog



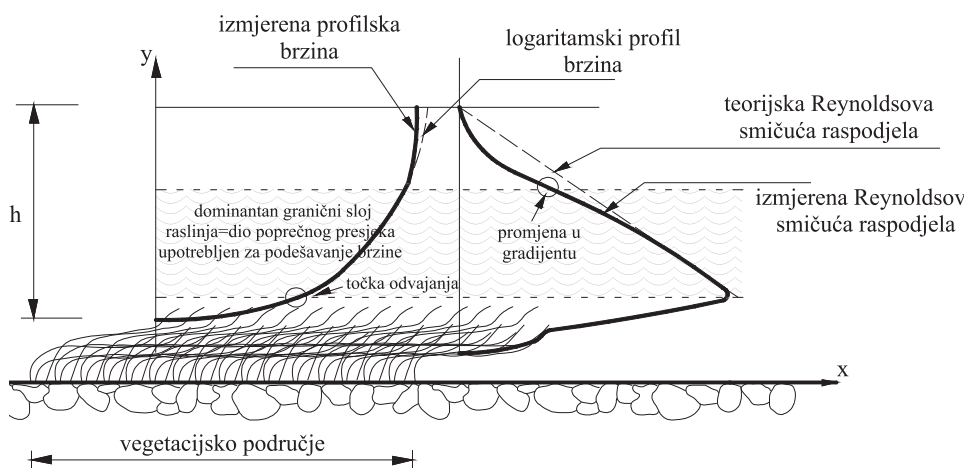
zakona i proračuna odlučujućih parametara (visine hrapavosti i nultog površinskog pomaknuća) prikazane su u Tablici 1. Pojedine oznake u jednadžbama karakteriziraju:  $n_{ras}$  – koeficijent hrapavosti za raslinje, [m],  $R$  – hidraulički radijus, [m],  $v_{yP}$  – brzinu unutar raslinja na određenoj visini  $y$ , [m/s],  $\kappa_o$  – modificiranu Karmanovu konstantu, apsolutnu hrapavost  $\varepsilon$ , [mm], konstantu integracije  $C$ , dok su  $A$  i  $B$  empirijske konstante.

Tablica 1. Metode za opis profila brzine preko vegetacije, [8]

Autor	Raspodjela brzine preko vegetacije
1. Plate i Quraishi, (1965.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y - h_p}{n_{ras}}$
2. Kouwen i suradnici., (1969.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{n_{ras}} + C$
3. Nnaji i Wu, (1973.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R}{n_{ras}}$
4. Haber, (1982.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{n_{ras}} + \frac{v_{yP}}{v_*}$
5. Murota i suradnici, (1984.)	slabo savijanje: $\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa_o} \ln(y - (h_p - h')) + C$ naglo savijanje: $\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa_o} \ln y + C$
6. Christensen, (1985.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y - (h_p - \varepsilon / 29,7)}{\varepsilon} \right) + 8,5$
7. Temple, (1986.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(y - \alpha_{yP}) + C$
8. Watanabe i Kondo, (1990.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y - (h_p - h')}{n_{ras}} \right)$
9. El-Hakim i Salama, (1992.)	$\frac{v}{v_*} = A + \frac{1}{B} \ln \left( \frac{y}{h_p} \right)$
10. Klopstra i suradnici, (1997.)	$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y - (h_p - h')}{n_{ras}} \right)$

Površinska hrapavost se uslijed savitljive vegetacije s malom relativnom potopljenošću ponaša različito u usporedbi sa statičkom hrapavošću [9,10]. Utjecaji šljunčanog dna s malom relativnom potopljenošću na profil brzina nisu isti kao za površinski prekriveno dno. Profil brzina kod šljunčanog dna sa slabom

relativnom potopljenosti slijedi modificirani logaritamski zakon kao vanjsku točku po Bayazitu [9]. Ova analiza pokazuje da profili brzina mogu biti dobro opisani s logaritamskom formulom (Slika 7).



Slika 7. Prikaz širenja dominantnog raslinjskog graničnog sloja, [8]

#### 4. Metode određivanja koeficijenta hrapavosti u prirodnim koritima

Površinska hrapavost kanalskog omočenog opsega daje procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$ . Ukoliko su promjeri zrna materijala manji i ravnomjerniji vrijednost koeficijenta  $n$  je manja i ne mijenja se s promjenama dubine tečenja. Ukoliko je materijal stjenki korita šljunak ili oblutak, koeficijent hrapavosti postaje veći i može značajno varirati s dubinom tečenja [10]. Kao primjer se mogu navesti veliki obluci koji su često sakupljeni u dnu korita i koji daju velike vrijednosti koeficijenta hrapavosti  $n$  u slabim fazama i relativno niske vrijednosti u visokim fazama (stadijima) tečenja.

Pri procjeni vrijednosti koeficijenta  $n$  treba uzeti u obzir i djelovanje vegetacije u usporenom i ubrzanom tečenju. Relativnu važnost vegetacije na koeficijent  $n$  možemo promatrati u funkciji dubine tečenja, gustoće, raspodjele brzine i samog tipa vegetacije. Takvo sagledavanje je jako važno u proračunu malih drenažnih kanala dok su oni često neprihvatljivi za regularno održavanje [11].

Kanalska nepravilnost dodatno utječe na promjene koeficijenta hrapavosti  $n$  u vidu promjene poprečnog presjeka kanala i omočenog opsega uzduž longitudinalne osi. U prirodnim koritima posljedice nepravilnosti nastaju uslijed procesa uklanjanja ili ispiranja kanalskog materijala. Postupne promjene imaju

beznačajan utjecaj na koeficijent  $n$ , dok nenadana promjena može rezultirati visokim vrijednostima koeficijenta  $n$  [4,7].

Postojanje smetnji u kanalu (rušenje stabala visokog i niskog rasta, odroni u tečenju, pojava velikih debla i panjeva na dnu kanala) značajno utječu na promjene vrijednosti koeficijenta hrapavosti. Stupanj djelovanja takvih smetnji ovisi o njihovom broju i veličini.

Dok zakrivljenja kanala velikih radijusa s učestalim promjenama u smjeru tečenja pružaju relativno malu otpornost, snažno meandriranje sa krivinama manjeg radijusa će značajno utjecati na porast koeficijenta hrapavosti  $n$ . Zakrivljenja sa velikim radijusima utječu na formiranje matice vodotoka i pojavu taloženja na pojedinim dijelovima korita. Vrlo je važno pretpostaviti da li su procesi sedimentacije aktivni i da li su slični procesima u okolnom području korita [8].

Vrijednost koeficijenta hrapavosti  $n$  u mnogim otvorenim kanalima smanjuje se sa porastom protoka. To je rezultat neregularnosti koji ima odlučujući utjecaj na vrijednost koeficijenta hrapavosti pri nižim vodostajima. Vrijednost koeficijenta  $n$  može rasti s porastom protoka ukoliko su pokosi prirodnih korita hrapavi, odnosno travnati i prekriveni grmljem. Na inundacijama vrijednost koeficijenta  $n$  varira s dubinom potapanja.

Imajući u vidu gore navedene napomene i moguće faktore koji utječu na promjenu koeficijenta hrapavosti  $n$ , može se sa određenom dozom sigurnosti govoriti o nekoliko metoda za procjenu vrijednosti koeficijenta hrapavosti.

#### **4.1. Metoda uskladištenja (SCS metoda)**

Metoda uskladištenja (The Soil Conservation Service method) koju koristimo za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  uključuje podjelu osnovnih vrijednosti za jednoliko, ravno i regulirano korito u izvornom materijalu, te potom modificira tu vrijednost s korekcijskim faktorom određenim sa kritičnim promatranjem. SCS metoda predlaže da turbulencije u tečenju mogu biti upotrebljene kao mjere ili indikatori stupnja retardacije [4]. Ti faktori potiču veći stupanj turbulentnosti koji rezultira porastom koeficijenta hrapavosti  $n$ . Metoda uskladištenja je bazirana na sljedećim koracima:

*1. korak – Izbor osnovnog koeficijenta hrapavosti ( $n_b$ ). U ovom koraku se odabire osnovna vrijednost koeficijenta hrapavosti  $n_b$  za ravno, jednoliko i glatko korito u prirodnom materijalu. Korito mora biti vidljivo izuzevši vegetaciju, smetnje, promjene u obliku i promjene u projektnom pravcu.*

*2. korak – Promjene nepravilnosti geometrije korita ( $n_s$ ) i promjene u poprečnom presjeku korita ( $n_p$ ). Promjene nepravilnosti korita su određene promjenama geometrije uzduž toka, odnosno promjenom oblika poprečnog presjeka. Djelovanje*

promjena u tečenju treba biti kontrolirano sa stanovišta usporedbe veličine promjene s prosječnom površinom. Promjene oblika čija polja imaju najveću modificiranu vrijednost su takva polja koja guraju osnovni tok od jedne ka drugoj strani na udaljenosti dovoljno kratkoj da produciraju vrtloženja i uzvodne struje u plitkim područjima [4,7]. Drugo promatranje u ovom koraku se odnosi na stupanj hrapavosti ili nepravilnosti površine korita. Trenutna površina treba biti uspoređena s glatkom površinom koja može pod idealnim uvjetima biti dobivena s prirodnim materijalima i specifičnom dubinom tečenja.

3. korak – *Modifikacija smetnji i zapreka ( $n_3$ )*. Na promjenu vrijednosti koeficijenta hrapavosti  $n$  u prirodnim koritima utječu mnogobrojne smetnje - veći kameni obluci, odlomljene grane ili mjestimične pojave većih balvana na dnu korita. Smetnje koje promatra SCS metoda su panjevi, korijenje, cijepanice i ostale zapreke. Pri tome se promatra stupanj do kojeg zapreka reducira tečenje u različitim dubinama, te oblik smetnje koja producira veće ili manje turbulencije na zaobljenim objektima. Važno je odrediti i poziciju, odnosno prostor u transversalnom i longitudinalnom smjeru unutar korita na kojima nastaju takve smetnje.

4. korak – *Modifikacija za vegetaciju ( $n_4$ )*. Usporenje tijekom vegetacije je naročito izraženo u okolici debla i grana. U procjeni djelovanja vegetacije na utjecaj usporenja važnu ulogu ima visina vegetacije u odnosu na dubinu tečenja. Takvu visinu možemo pretpostaviti kao sposobnost vegetacije koja se protivi savijanju, odnosno stupanj do kojeg je spriječeno tečenje. Gustoća i visina vegetacije ovise o kritičnom periodu u toku godine, ovisno o tome da li je vegetacija u fazi rasta ili u fazi odumiranja [10].

5. korak – *Promjene pravca usmjerenja u koritu (korekcijski faktor  $m$ )*. Promjene vrijednosti koeficijenta hrapavosti znatno variraju ukoliko je kanal ili korito ravno, odnosno ima vrlo blage radijuse zakrivljenja ili ukoliko se na pojedinim dionicama korita pojavljuje veće ili manje meandriranje. Stoga je potrebno kod procjene određivanja koeficijenta hrapavosti uzeti u obzir korekcijski faktor  $m$  za veća ili manja meandriranja. Koeficijent hrapavosti  $n$  ovisiti će o omjeru krivudave duljine dionice korita  $l_m$  i ravne duljine dionice korita  $l_s$ .

6. korak – *Procjena koeficijenta hrapavosti  $n$* . Konačni izračun koeficijenta hrapavosti  $n$  se tada može procjeniti sumiranjem rezultata od koraka 1 do 5, na temelju formulacije koju je dao Cowan (1956.) [3,4]:

$$n=(n_b+n_1+n_2+n_3+n_4)\cdot m \quad (4)$$

#### 4.2. Metoda Ven Te Chowa

Metoda Ven Te Chow (1959.) služi za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  u otvorenim kanalima i prirodnim koritima upotrebljavajući tablične vrijednosti za koeficijente hrapavosti dobivene na temelju mjerenja pojedinih vrsta kanala/korita [2]. U tablicama su navedene minimalne, normalne i maksimalne vrijednosti koeficijenta hrapavosti  $n$  za svaki pojedini tip otvorenog kanala. Tablične vrijednosti koeficijenta  $n$  mogu se pronaći u svakoj knjizi koja se bavi problematikom određivanja koeficijenta hrapavosti u prirodnim koritima.

#### 4.3. Fotografiska metoda za procjenu koeficijenta hrapavosti

Geometrija korita zajedno sa hidrauličkim parametrima koji specificiraju tečenje u koritu mogu poslužiti za izračunavanje koeficijenta površinske otpornosti [7]. Američko geološko udruženje (AGU) u svom radu koristi program koji hidrotehničarima omogućuje procjenu kanalskog koeficijenta otpora pri tečenju, sa procjenjenom točnošću do  $\pm 15\%$  u raznim uvjetima tečenja. U sklopu metode dana je i fotografija koja pokazuje kinematičke i geometrijske karakteristike promatrane dionice korita ( $n$ ,  $Q$ , dubinu toka u glavnom koritu, dubinu toka u inundacijama, opis glavnog korita i inundacija) (Slika 8). Na temelju dane fotografije mogu se okarakterizirati slijedeći parametri:

1. položaj (mjesto) na kojem se može uočiti poplavna linija u koritu. Na taj način fotografija prezentira uvjete u kanalu koji su se dogodili trenutno nakon poplave,
2. vršni protok u kanalu koji je izmjeren specifičnim hidrometrijskim krilom,
3. oznake visokih razina voda koje mogu poslužiti za određivanje površinskog profila kod vršnih protoka, te
4. vršni protok koji je ograničen u odnosu na obale kanala, pa tečenje neće zauzeti mjesto u poplavnim poljima.



Proračunati Manningov koeficijent hrapavosti:  
 $n=0,041$  ( $Q=20,634 \text{ m}^3/\text{s}$ )  
 Datum vodnog vala: 02. ožujak 2006.  
 Datum snimanja: 03. ožujak 2006.  
 Dubina toka u glavnom koritu: 3,082 m  
 Dubina toka na inundacijama: 0,0 m  
 Opis glavnog korita i inundacije: jako izražena erozija na desnoj obali korita; mjestimične pojave vododerina, nisko raslinje promjera 5 cm, puzajuća trava.

Slika 8. Prikaz primjene fotografiske metode za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  na primjeru korita odvodnog kanala Butoniga (Stacionaža 05+700,00 km)

Dani se primjer (Slika 8) odnosi na izgrađeni odvodni kanal akumulacije Butoniga, ali koji, obzirom na sezonske varijacije zaraštenosti može biti ilustrativan.

Koeficijent hrapavosti se procjenjuje na temelju izmjerenih protoka, oblika vodnih površina i karakteristika koje su određene na više od dva poprečna presjeka unutar korita [5]. Za  $N$  poprečnih presjeka prosječni koeficijent hrapavosti  $n$  možemo odrediti formulom:

$$n = \frac{K'}{Q} \left\{ \frac{(h + h_u)_1 - (h + h_u)_N - \sum_{j=2}^N (k^* \Delta h_u)_{j-1,j}}{\sum_{j=2}^N \frac{\Delta L_{j-1,j}}{(AR^{2/3})_{j-1} (AR^{2/3})_j}} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

gdje je:

$h$  – razina vodene površine u presjeku, [mn.m.],  $A$  – srednja površina  $N$  poprečnih presjeka, [ $m^2$ ],  $R$  – srednji hidraulički radijus, [m]

$h_u = a \frac{v^{-2}}{2g} = E_{sp.kin}$  – specifična kinetička energija u poprečnom presjeku, [m]

$(\Delta h_u)_{j-1,j} = (\Delta E_{sp.kin})_{j-1,j}$  – promjena specifične kinetičke energije između presjeka  $j-1$  i  $j$ , [m]

$k^*$  – koeficijent uračunat za nejednolikost kanala ( $k^*=0$  za jednoliki kanal,  $k^*=0,5$  za nejednoliki kanal),

$\Delta H_{tr}$  – gubitak energije između dva presjeka zbog utjecaja trenja, [m]

$K'$  – koeficijent koji uračunava SI sustav jedinica ( $K'=1,49$  za engleski sustav jedinica,  $K'=1$  za SI sustav jedinica),

$\Delta L_{j-1,j}$  – udaljenosti između poprečnog presjeka  $j-1$  i  $j$ , [m].

#### 4.4. Empirijske metode i formule za određivanje koeficijenta hrapavosti

Danas u svijetu postoje brojne empirijske metode koje se koriste za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$ . Jedna od njih, predložena od strane Stricklera (1923.) određuje koeficijent hrapavosti na temelju slijedećeg izraza [3]:

$$n = 0,047 \cdot d^{1/6} \quad (6)$$

Oznaka  $d$  predstavlja promjer zrna (u milimetrima) jednoliko pješčane obloge pokosa i dna kanala. Simons i Senturk (1976.) [3] konstatiraju da zbog eksperimentalnih proračuna korištenih od strane Stricklera, izraz (6) nema primjenu

u tečenju sa pokretnim dnom. Gornja konstatacija predstavlja značajnu nesuglasicu između navedenih autora u odnosu na okolnosti originalnih Stricklerovih eksperimenata i definicije varijable  $d$ . Henderson (1966.) tvrdi da su Stricklerova istraživanja osnovana na vodotocima sa šljunčanim dnom, te da vrijednost  $d$  predstavlja srednju veličinu promjera materijala dna [3]. Izraz koji daje Henderson (1966.) za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  može se pisati u sljedećem obliku [3]:

$$n=0,034 \cdot d^{1/6} \quad (7)$$

Raudkivi je 1976. godine došao do modificiranog izračuna Stricklerove jednadžbe i dao sljedeću formulu za procjenu izračunavanja koeficijenta hrapavosti  $n$ :

$$n=0,042 \cdot d^{1/6} \quad (8)$$

gdje je veličina  $d$  izmjerena u metrima. Izraz (8) se može proširiti izrazom:

$$n=0,013 \cdot d^{1/6} \quad (9)$$

gdje  $d_{65}$  predstavlja promjer zrna materijala dna (u milimetrima) uzet kao 65% udio materijala. Raudkivi dodatno navodi da izraze (8) i (9) možemo upotrijebiti za izbor visine hrapavosti u fiksnom tlu kod hidrauličkih modela.

Kasnija istraživanja Gardea i Rajua (1978.) utvrđuju da je Stricklerova analiza podataka bazirana na različitim potocima u Švicarskoj koja su imala dna formirana od hrapavog materijala i na kojima nije bilo valovitog kretanja [3]. Prema istraživanjima dvaju navedenih autora koeficijent hrapavosti se određuje na temelju sljedeće formule:

$$n=0,039 \cdot d_{65}^{1/6} \quad (10)$$

pri čemu  $d_{50}$  predstavlja promjer zrna materijala dna u stopama uzet kao 50%-tni udio težinskog materijala. Subramanya (1982.) daje potpuniji izraz za procjenu koeficijenta hrapavosti koji ima sljedeći oblik [3]:

$$n=0,047 \cdot d_{50}^{1/6} \quad (11)$$

Gornja razmatranja nisu namjenjena za dokazivanje grešaka u formulama za procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  kod pojedinih autora, već da prezentiraju i osvijetle različite koncepte u određivanju koeficijenta hrapavosti u prirodnim koritima.

Godine 1975. Petryk i Bosmajian razvijaju metodu za analizu vegetacijske gustoće pri određivanju koeficijenta hrapavosti za vrlo tanke slojeve na inundacijama [2,5]. Predpostavljajući sile u longitudinalnom smjeru koje mogu

biti dosegnute, te supstituirajući Manningovu formulu dolaze do slijedećeg oblika za procjenu koeficijenta hrapavosti:

$$n = n_o \sqrt{1 + \left( \frac{C_* \sum A_i}{2gAL} \right) \left( \frac{1}{n_o} \right)^2} R^{\frac{4}{3}} \quad (12)$$

pri čemu su:

$n_o$  – Manningov granični koeficijent hrapavosti, uključujući utjecaj vegetacije, [ $m^{-1/3}/s$ ]

$C_*$  – efektivni koeficijent trenja za vegetaciju u smjeru tečenja, [1]

$\sum A_i$  – ukupna frontalna površina vegetacije koja sprječava tečenje, [ $m^2$ ],

$g$  – konstanta gravitacije, [ $m/s^2$ ],

$A$  – poprečni presjek korita, [ $m^2$ ],

$L$  – duljina kanala koja je u proračunu dosegnuta, [m],

$R$  – hidraulički radijus, [m].

Limerinos (1970.) daje empirijsku formulu za određivanje koeficijenta hrapavosti na temelju izračuna hidrauličkog radijusa  $R$  [m] i veličine promjera zrna  $d_{84}$  koje odgovara 84-postotnom težinskom udijelu materijala koji sačinjava korito (vrijednosti se kreću od 1,5 do 250 mm), [4,7]. Formula je dobivena na temelju mjerenja na 11 vodotoka sa promjenjivim sastavom materijala korita na bazi sitnog šljunka i srednje velikih kamenih oblutaka:

$$n = \frac{0,8204 \cdot R^{\frac{1}{6}}}{1,16 + 2,0 \cdot \log \left( \frac{R}{d_{84}} \right)} \quad (13)$$

Burkham i Dawdy (1976.) dokazuju da se Limerinosova formulacija za procjenu koeficijenta hrapavosti može upotrijebiti za gornji režim tečenja u potocima sa pješčanom hrapavosti [3].

U Stricklerovoj formuli za procjenu koeficijenta hrapavosti na krutim koritima [2], apsolutna visina površinske hrapavosti  $\varepsilon$  je korelirana sa  $d_{50}$  postotnim sedimentom korita:

$$n = C \cdot \varepsilon^{1/6} \quad (14)$$

Chezyev koeficijent  $C$  ima pritom vrijednosti  $C=0,034$  za riprap oblogu pri  $\varepsilon = d_{90}$ ,  $C=0,038$  za kapacitet protoka riprap kanala za  $\varepsilon = d_{90}$ , odnosno  $C=0,034$  za



prirodan sediment pri  $\varepsilon = d_{50}$ . Koeficijent  $\varepsilon$  može biti koreliran s ostalim mjerama površinske hrapavosti ovisno o tome što je reprezentativna visina površinske hrapavosti graničnih materijala.

Pored gore navedenih metoda za procjenu koeficijenta hrapavosti u složenim koritima, u praksi postoje i neke koje im se relativno približavaju. Tu svakako treba napomenuti Okvirnu Los Angeles metodu (jedn. 15) i Colbatchovu metodu (jedn. 16) [3,4]:

$$\bar{n} = \frac{(A_1 n_1 + A_2 n_2 + A_3 n_3 + \dots + A_N n_N)}{A} \quad (15)$$

$$\bar{n} = \frac{(A_1 n_1^{1,5} + A_2 n_2^{1,5} + A_3 n_3^{1,5} + \dots + A_N n_N^{1,5})^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{2}{3}}} \quad (16)$$

pri čemu su:

$A_1 \dots A_N$  = parcijalne površine živog presjeka kanala, [m<sup>2</sup>],

$A$  = ukupna površina poprečnog presjeka, [m<sup>2</sup>].

Vrijednost koeficijenta hrapavosti  $n$  za glavno korito i inundacije možemo odrediti i putem Metode sume sila. Ova metoda je predložena od strane Pavlovskog, Muhlhofera, Einsteina i Banksa [2], a njen oblik glasi:

$$\bar{n} = \frac{\sqrt{O_1 n_1^2 + O_2 n_2^2 + O_3 n_3^2 + \dots + O_N n_N^2}}{O^{\frac{1}{2}}} \quad (17)$$

pri čemu su:

$O_i$  = omočeni opseg kod djeljenja površine u grupe, [m],

$n_N$  = koeficijent hrapavosti  $n$  kod djeljenja površine u grupe, [m<sup>-1/3</sup>/s],

$O$  = ukupni omočeni opseg poprečnog presjeka, [m].

#### **4.5. Metode procjene koeficijenta hrapavosti zasnovane na rezultatima mjerenja**

Pored empirijskih formula za određivanje koeficijenta hrapavosti  $n$  koje su navedene u predhodnoj točki, u praksi postoje i približne formule na temelju kojih vrlo brzo i pouzdano možemo procjeniti koeficijent hrapavosti  $n$ . Do konačnog oblika tih formula dolazimo rješavanjem osnovnih kinematičkih karakteristika, te mjerenjem geometrijskih karakteristika na prirodnom koritu [12].

Kod prvog načina određivanja koeficijenta hrapavosti  $n$  potrebno je odrediti srednju vrijednost pada energetske linije  $\bar{I}_E$ , kako bi se na temelju te vrijednosti pouzdano odredio prosječan ukupan gubitak  $\Delta H$  na definiranoj dionici korita  $\Delta L$ . Pritom treba napomenuti da se Chezyev koeficijent  $C$  računa na temelju Manningove formule, te da se usvaja da je koeficijent hrapavosti po Manningu za dva karakteristična poprečna presjeka  $i$  i  $i-1$  približno jednak ( $n_i \cong n_{i-1} \cong n$ ):

$$\bar{I}_E = \frac{DH}{DL} = \frac{\bar{I}_E \cdot DL}{DL} = \bar{I}_E = \frac{I_{E,i} + I_{E,i-1}}{2} = \frac{\frac{n_i^2 \cdot v_i^2}{R_i^{4/3}} + \frac{n_{i-1}^2 \cdot v_{i-1}^2}{R_{i-1}^{4/3}}}{2} \Rightarrow$$

$$n = 2^{1/2} \cdot \frac{(R_i \cdot R_{i-1})^{2/3}}{(v_i R_{i-1}^{4/3} + v_{i-1} R_i^{4/3})^{1/2}} \cdot \bar{I}_E^{1/2} \quad (18)$$

Gdje je:

$R_i, R_{i-1}$  – hidraulički radijusi na  $i$  i  $i-1$  poprečnom profilu, [m],

$v_i, v_{i-1}$  – srednje brzine tečenja na  $i$  i  $i-1$  poprečnom profilu, [m/s].

Drugi način za približnu procjenu koeficijenta hrapavosti  $n$  ima težište na određivanju srednje brzine  $\bar{v}$  i srednjeg hidrauličkog radijusa  $\bar{R}$  na ispitivanoj dionici korita  $\Delta L$ :

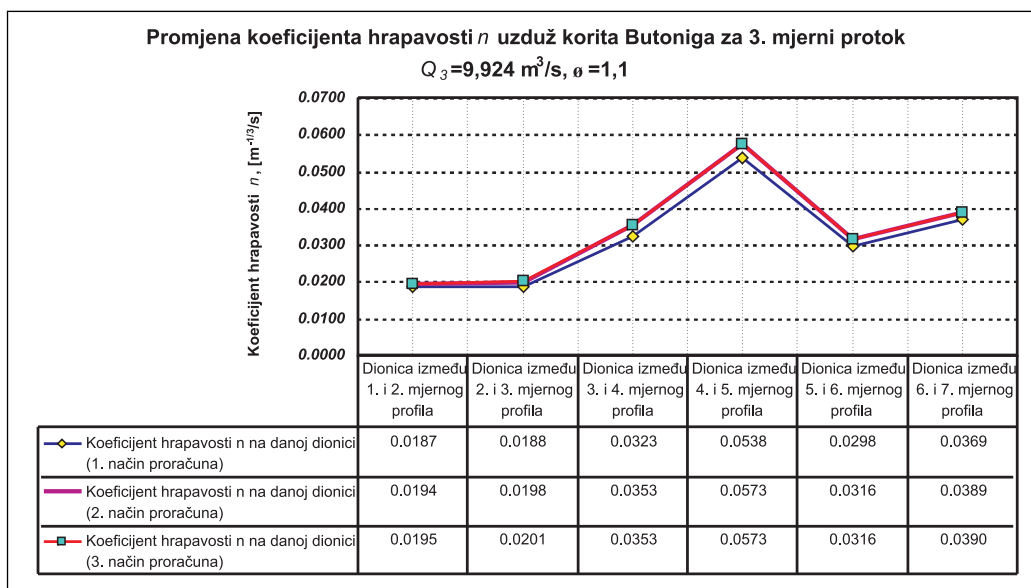
$$I_E = \frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{n^2 \bar{v}^2}{\bar{R}^{4/3}} = \frac{n^2 \left( \frac{v_i + v_{i-1}}{2} \right)^2}{\left( \frac{R_i + R_{i-1}}{2} \right)^{4/3}} \Rightarrow n = 2^{1/3} \cdot \frac{(R_i + R_{i-1})^{2/3}}{v_i + v_{i-1}} \cdot I_E^{1/2} \quad (19)$$

Treći način određivanja koeficijenta hrapavosti  $n$  se bazira na proračunu dobivanja koeficijenta hrapavosti  $n_1$  i  $n_2$  na pojedinim profilima, gdje se osrednjavanjem tih vrijednosti dobiva tražena vrijednost koeficijenta hrapavosti  $n$  za traženu ispitivanu dionicu  $\Delta L$ :

$$n = \frac{n_i + n_{i-1}}{2} = \frac{\left( \frac{R_i^{2/3}}{v_i} \cdot I_E^{1/2} \right) + \left( \frac{R_{i-1}^{2/3}}{v_{i-1}} \cdot I_E^{1/2} \right)}{2} \quad (20)$$

Za iste geometrijske i kinematičke parametre ispitivane dionice korita, koeficijenti hrapavosti  $n$  znatno se razlikuju pri korištenju prvog i drugog načina određivanja, dok se u trećem slučaju oni gotovo podudaraju sa drugim načinom

određivanja. Na slici 9 je dan prikaz promjene koeficijenta hrapavosti  $n$  na ispitivanoj dionici reguliranog odvodnog kanala akumulacije Butoniga za tri karakteristična slučaja određivanja koeficijenta hrapavosti. Za prikazanu dionicu kanala najveća odstupanja pokazuje prvi način proračuna [12].



Slika 9. Promjena koeficijenta hrapavosti  $n$  na ispitivanoj dionici korita Butoniga za tri karakteristična slučaja određivanja koeficijenta hrapavosti [12]

## 5. Zaključak

U svakodnevnoj projektanskoj praksi od izuzetnog je značenja poznavanje koeficijenta hrapavosti, odnosno realnih raspona promjene njegovih vrijednosti za određene tipove uređenja korita i razine njegova održavanja tijekom kalendarske godine. Uobičajeno se koeficijent hrapavosti  $n$  za različite tipove korita i obloga odabire iz literature, a opisi na kojima se temelji takav odabir obično pružaju projektantu veliku mogućnost subjektivnog zaključivanja. U svjetskoj literaturi je koeficijent hrapavosti jako dobro opisan i definiran za različite vrste obloga, međutim njegovo određivanje ovisi o mnogim parametrima koji se u kratkom ili duljem eksploatacijskom vremenskom razdoblju mogu promijeniti, posebno kod zemljanih korita i inundacija. Te se promjene stanja korita događaju uslijed promjene razine vode u koritu, kada se mijenja cijeli niz hidrauličkih parametara pri promjeni geometrije korita tijekom vremena (nestabilnost pokosa nasipa) i promjeni obraslosti korita. Prvenstveno dolazi do promjene brzine, a samim time

i do promjena površina poprečnog presjeka (živi presjek vodotoka), omočenog opsega, hidrauličkog radijusa i drugo. Posljedica toga je uglavnom smanjena protočnost korita u odnosu na projektirano stanje.

Suvremeni modelski pristupi rješavanju problema iz domene hidraulike otvorenih kanala, čija upotreba pri planiranju vodnogospodarskih rješenja osigurava bolje ili racionalnije dimenzioniranje pojedinih regulacijskih građevina i korita, u još većoj mjeri naglašava potrebu pouzdanijega definiranja hrapavosti korita. U tom je smislu nužno provesti terenska preispitivanja pojedinih hidrauličkih značajki i njihovu analizu, kao što je to napravljeno na primjeru dionice reguliranog odvodnog kanala akumulacije Butoniga. Uz ciljano provedena terenska mjerenja i analize, interpretaciju treba temeljiti i na čitavom nizu drugih podloga i saznanja vezanih prije svega uz režim održavanje korita, zapažene pojave velikih voda kao i ranija hidrometrijska mjerenja.

## Literatura

- [1] M. B. Jovanović, *Regulacija reka*, Građevinski fakultet Beograd, Beograd, 2002.
- [2] V. T. Chow, *Open channel hydraulics*, Mc Graw-Hill, 1983.
- [3] R. H. French, *Open channel hydraulics*, Mc Graw-Hill, 1986.
- [4] Anonimus, *Methods for Predicting  $n$  Values for the Manning Equation*, 1994.
- [5] A. M. Gurnell, P. Midgley, *Aquatic weed growth and flow resistance: influence on the relationship between discharge and stage over a 25 year river gauging station record*, *Hydrological Processes* 8, p. 63-73., 1994.
- [6] B. G. Anderson, I. D. Rutherford, A. W. Western, *An analysis of the influence of riparian vegetation on the propagation of flood waves*, *Environmental Modelling and Software* 21, p. 1290-1296, 2006.
- [7] H. H. Barnes, *Roughness characteristics of natural channels*, US Geological Survey Water Supply Paper 1849., US Government Printing Office, Washington, 1967.
- [8] U. Stephan, D. Gutknecht, *Hydraulic resistance of submerged flexible vegetation*, *Journal of Hydrology* 269, p. 27-43, 2002.
- [9] T. Helmiö, *Flow resistance due to lateral momentum transfer in partially vegetated rivers*, *Water Resources Research* 40 (5), 2004.
- [10] A. Murota, T. Fukuhara, M. Sato, *Turbulence structure in vegetated open channel flows*, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering* 2 (1), p. 47-61., 1984.

- [11] N. Kouwen, *Effect of riparian vegetation on flow resistance and flood potential e discussion*, Journal of Hydraulic Engineering e ASCE 126 (12), p. 954., 2004.
- [12] E. Žic, *Analiza koeficijenta hrapavosti na primjeru korita Butonige u Istri*, magistarski rad u izradi, Građevinsko-arhitektonski fakultet Sveučilišta u Splitu, Split, 2008.



## **Implementacija e-learning alata u nastavni proces – iskustva s Građevinskog fakulteta**

Implementation of E-learning Tools in Teaching Process –  
Experience at the CE Faculty of Rijeka

**Alka Korin - Lustig<sup>1</sup>, Siniša Lukarić<sup>2</sup>**

### **Sažetak**

Današnje generacije studenata predstavljaju prve generacije rođene i odrasle okružene računalima kao sastavnim dijelom svoje svakodnevnice i ta činjenica zahtijeva prilagođavanje nastavnog procesa njihovim potrebama. To je razlog zbog kojeg je posljednjih godina u nastavi informatičkih kolegija na Građevinskom fakultetu odabran tzv. blended nastavni model koji uključuje online nastavu kao sastavni dio nastavnog procesa. Već drugu godinu u nastavi se koristi LMS (Learning Management System) alat Moodle. Na kraju nastavne godine, provedeno je istraživanje kako bi došli do saznanja kako su studenti prihvatili novi model, koji su problemi i što treba mijenjati u budućem radu.

**Ključne riječi:** informatika, e-learning, LMS, računala, računalni programi

### **Summary**

Recent student population represents the first generations which have been surrounded by computers in all aspects of everyday life since their childhood. Therefore teaching process had to be adjusted according to students' expectations. Due to these reasons it was decided to implement hybrid teaching model into computer related courses held at Faculty of Civil Engineering and to expand teaching process with an online component. For the past two years LMS (Learning Management System) software "Moodle" has been applied. At the end of both academic years a survey was conducted with intention to collect answers to following questions: which was the successful part, what new problems arose, how the students accepted this new way of teaching and learning, what should be changed in the future.

**Key words:** informatics, e-learning, LMS, computers, computer programs

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, alka.korin-lustig@gradri.hr

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, sinisa.lukaric@gradri.hr

## 1. Uvod

Za nove generacije studenata, računala su sastavni dio svakodnevnice: od malih nogu, rasli su okruženi računalnom tehnologijom i to je činjenica koju treba imati na umu kad se razmišlja o nastavi i promjenama koje nastavni proces u današnje vrijeme nužno zahtijeva. U isto vrijeme, primjena bolonjskog procesa [1], postavlja nove zahtjeve, pa je objedinjavanje navedenih činjenica donijelo niz promjena u nastavi informatičkih kolegija na Građevinskom fakultetu u Rijeci. Tako je na primjer, u posljednjih nekoliko godina, u sklopu kolegija Informatika i Računalni programi, korišteno nekoliko različitih softverskih alata za komunikaciju i suradnju sa studentima. Jasno, sve promjene su usklađene s poznatim standardima na kojima počiva visoko obrazovanje, kao što su Sedam načela dobrog postupanja u obrazovanju [2] (“Seven principles for good practice in education”).

U posljednje tri godine, u nastavi je primijenjen hibridni (blended) nastavni model, koji predstavlja sintezu klasične nastave i e-learning okruženja.

## 2. Analiza nekih kriterija za uvođenje novog nastavnog modela

Nekoliko je činjenica utjecalo na odluku o promjeni nastavnog modela. Inicijalna anketa, koja se od 1999 godine provodi na početku semestra sa studentima prve godine studija, dala je nekoliko zanimljivih rezultata [3], [4], koji su bili poticaj za uvođenje promjena. Zahvaljujući anketi, kroz godine je bilo moguće pratiti kako se mijenja odnos studenata prema računalu, što je omogućilo izdvajanje nekoliko važnih smjernica za definiranje nastavnog modela:

- 1) većina studenata posjeduje kod kuće vlastito računalo, spojeno na Internet
- 2) studenti računalo koriste često ili svakodnevno, najčešće za igru i zabavu (računalne igre, muzika, komunikacija s prijateljima i sl.), pri čemu dobro vladaju internetskim tehnologijama
- 3) studenti pokazuju ogradu prema institucionaliziranom informatičkom obrazovanju, pa je u tom segmentu važna prilagodba njihovim potrebama
- 4) studenti imaju visoka očekivanja od fakultetske naobrazbe

Ad 1. U posljednjih osam godina, značajno se promijenio broj studenata koji posjeduju vlastito računalo (Tablica 1), dok je prije osam godina polovina studentske populacije (53%) imala računalo, ove godine posjeduje ih čak 98%.



Tablica 1.

<b>Posjedujete li osobno računalo?</b>					
	2007	2006	2005	2002	1999
Da	98%	96%	92%	75%	53%
Ne	2%	4%	8%	25%	47%

Daljnje istraživanje je pokazalo da su to u većini slučajeva kvalitetnije računalne konfiguracije, spojene na Internet (Tablica 2), koje roditelji nabavljaju djeci tijekom srednjoškolskog obrazovanja ili na početku studiranja [4].

Tablica 2.

<b>Je li vaše računalo spojeno na Internet?</b>					
	2007	2006	2005	2004	2003
Da	98%	90%	98%	92%	91%
Ne	2%	10%	2%	8%	9%

Ad 2. Većina studenta, njih 94% procjenjuje svoje poznavanje internetskih tehnologija kao dobro ili srednje (Tablica 3). Iz ankete je nadalje vidljivo da računalo koriste često ili svakodnevno, najčešće za igru i zabavu (računalne igre, muzika, komunikacija s prijateljima i sl.) [4]. Njihovo dobro poznavanje Interneta bilo je poticaj da komunikacija i suradnja na kolegiju bude bazirana na web tehnologiji.

Tablica 3.

<b>Kako procjenjujete svoju vještinu korištenja Interneta?</b>					
	2007	2006	2005	2004	2003
Dobro	48%	48%	37%	24%	34%
Srednje	46%	46%	56%	62%	52%
Loše	6%	6%	7%	14%	13%

Ad 3. Odgovori studenata na pitanje gdje su se pretežno informatički obrazovali, iz godine u godinu pokazuju njihovu ogradu prema institucionaliziranom informatičkom obrazovanju (Tablica 4). Podatak da 51% studenata školu ne smatra utjecajnim mjestom za svoje informatičko obrazovanje, mora biti poticaj za dodatnom motivacijom studenata i pokušajem njihovog aktivnijeg uključivanja u nastavu.

Tablica 4.

Gdje ste stekli većinu svog znanja o informatici?			
	2007	2006	2005
<i>Naučio/la sam samostalno</i>	47%	48%	44%
<i>U školi</i>	22%	25%	33%
<i>Svugdje ponešto</i>	27%	25%	23%
<i>Na tečajevima izvan škole</i>	4%	2%	-

Ad 4. Posljednje pitanje ankete, bilo je što očekuju od informatičkih kolegija. Svojim su odgovorima pokazali da se uvođenjem novih tehnologija ispunjavaju njihova očekivanja, jer većina (73%) očekuje proširiti svoja informatička predznanja i upoznati se s novim trendovima.

Tablica 5.

Što očekujete od kolegija "Informatika"?						
	2007	2006	2005	2004	2003	1999
<i>Napokon naučiti nešto o računalima</i>	22%	22%	26%	24%	27%	30%
<i>Unaprijediti svoje znanje i upoznati nove tehnološke trendove</i>	73%	68%	67%	70%	57%	67%
<i>Računala me ne zanimaju</i>	4%	5%	3%	1%	1%	2%
<i>Ne znam</i>	1%	5%	4%	6%	5%	1%

Prethodno navedene činjenice, bile su poticaj za kontinuirani rad na poboljšanju načina suradnje i komunikacije sa studentima, jer su postavile osnovne smjernice za budući rad, na primjer činjenica da dobro poznaju web tehnologiju, čini je nužnim preduvjetom u izboru softverskog alata. U posljednjih nekoliko godina u nastavi kolegija Informatika i Računalni programi primijenjivani su i mijenjani slijedeći alati [5],[6]:

God. 2003-2005:

- službena web stranica kolegija: informacije, preuzimanje (download) nastavnih materijala
- web stranica na studentskom serveru, dostupna samo iz lokalne mreže (Intranet): sadrži zadatke za vježbe, upute za izradu zadataka, rezultate i ocjene

God. 2005:

- MS Sharepoint Services 2.0: svi podaci i nastavni materijali dostupni su putem weba bilo kada i bilo gdje, za korištenje je potrebna autentifikacija

God. 2006-2006:

- LMS alat Moodle, koji je dobio naziv FRAK

Svaka od pojedinih faza bila je uvjetovana malim brojem nastavnika koji su se mogli posvetiti pripremi materijala na računalima (znači: tražilo se što jednostavnije administriranje sustava), kao i ograničenim materijalnim sredstvima na raspolaganju, ali je donijela nova iskustva potrebna za uspješnu implementaciju iduće faze tj. novog alata u radu sa studentima.

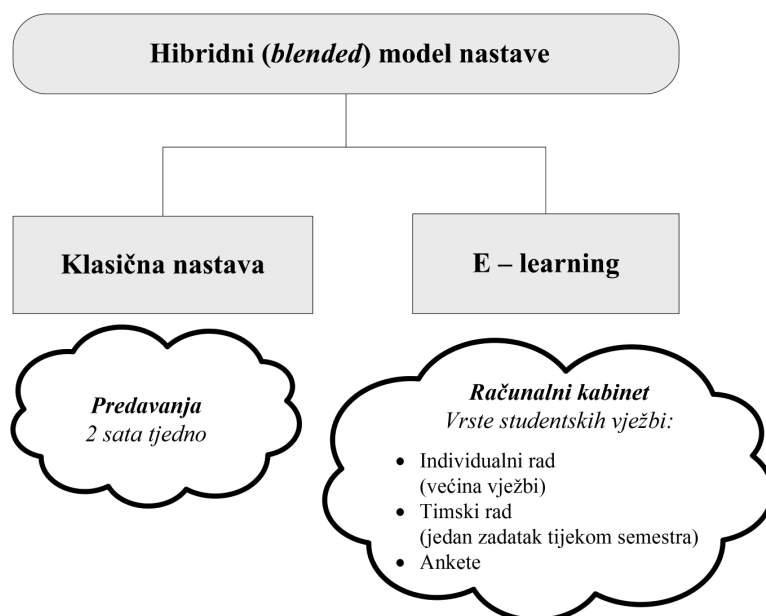
### 3. Hibridni model nastave

Uvođenje LMS (Learning Management System) alata u nastavu, nametnulo je promjenu nastavnog modela, pri čemu je odabran hibridni (blended) model [8]. Kad se donosi odluka o promjeni nastavnog modela, postoji nekoliko kriterija koje treba uzeti u razmatranje:

- da li će novi model unaprijediti nastavni proces?
  - Upravo je potreba za unaprjeđenjem nastavnog procesa dovela do promjene modela; bilo je potrebno naći način kako omogućiti dvostranu komunikaciju sa studentima putem web sučelja
- da li je model prihvatljiv za određenu populaciju studenata i njihovo predznanje?
  - Anketiranje studenata kroz više godina omogućilo je precizno i potvrdno odgovoriti na pitanje
- da li će novi model biti dobro prihvaćen od strane studenata?
  - Visoka očekivanja studenata izražena putem ankete bila su razlog zbog kojeg se moglo očekivati njihovo prihvaćanje novog modela
- da li institucija ima infrastrukturu pogodnu za novi model nastave?

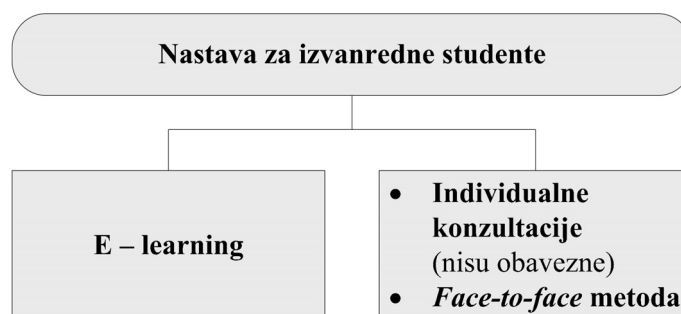
- U posljednjih nekoliko godina infrastrukturni uvjeti na fakultetu su se značajno poboljšali [7]
- da li su nastavnici spremni na izazov koji daje novi model?
  - Autori su odlučili odgovoriti na izazov, a postepeno prihvaćanje od strane ostalih nastavnika ( trenutno je na FRAKu 9 aktivnih kolegija) daje naslutiti poboljšanja u tom dijelu
- da li je novi model skalabilan tj. lako primjenjiv za više kolegija ili više studenata?
  - Iz iskustva autora, odgovor je potvrđan
- da li je novi model moguće održavati?
  - Za sada je odgovor potvrđan, ubuduće će, u skladu s povećanjem broja kolegija, biti potrebno institucionalno riješiti pitanje

Autori su zaključili da je moguće potvrđno odgovoriti na sva navedena pitanja i primijenili nastavni model u kojem se predavanja izvode neposredno face-to-face metodom, a online materijali služe za lakšu dostupnost i distribuciju nastavnih sadržaja (Slika 1.). Klasična nastava provodi se tijekom cijelog semestra, a alati za kolaboraciju koriste se u nastavnom procesu tijekom vježbi. Pri tome se nastojalo pronaći ravnotežu između online i offline komponenti, koje su uvjetovane u prvom redu sadržajem nastavnog materijala.



Slika 1. Nastavni model od ak. god. 2006/07.

Kako na Građevinskom fakultetu postoji i stručni izvanredni studij, primjena LMS alata pokazala se idealnom u suradnji s izvanrednim studentima, budući su to uglavnom studenti koji su zaposleni i teško usklađuju fakultetske obaveze s radnim. Za njih je primijenjen nastavni model baziran pretežno na e-learningu (Slika 2.):



Slika 2. Oblik nastave za izvanredne studente

#### 4. 2006 g. – Primjena LMS alata Moodle

Kad je odlučeno primijeniti LMS alat u nastavi, započeto je s odabirom softvera, pri čemu su postavljeni kriteriji koje softver treba ispuniti:

- Softver treba biti web orijentiran
- Instalacija i administriranje softvera mora biti jednostavno, a softver stabilan
- Softver mora biti jeftin (besplatan!)
- Za instalaciju softvera odabran je fakultetski server, kako bi zadržali autonomnost nad instalacijom i podacima – s obzirom da u mreži postoje i server s Linux operacijskim sustavom, kao i server s Windows platformom, operacijski sustav nije bio unaprijed određen

Testirano je nekoliko alata koji se nude na tržištu [5], a odabir je na kraju bio softverski alat Moodle, u početku verzija 1.5, a od nastavne godine 2007/08 verzija 1.9 [9]. Softver je instaliran na serveru s operacijskim sustavom Linux. Portal je nazvan FRAK, jer je to stari naziv dugogodišnjeg Fakultetskog računalnog kluba, koji je kroz generacije okupljao nastavnike i studente zainteresirane za napredno korištenje računala u praksi. Slijedeća su svojstva Moodlea utjecala na njegov konačni odabir: open source sustav, jednostavno se instalira, stabilan u radu, skalabilan, s velikim brojem dodatnih modula koji mu povećavaju operabilnost.

#### **4.1. Organizacija i pristup FRAKu**

Do sada su nastavu putem LMS sustava prošle dvije kompletne generacije studenata prve godine sveučilišnog i stručnog studija građevinarstva, što čini ukupni broj od 364 polaznika.

Korisnici portala (studenti i nastavnici) prijavljuju se putem osobnih AAI@Edu.hr korisničkih računa [10]. Lokalna fakultetska mreža koncipirana je na način da navedeni AAI identitet studenti i nastavnici koriste u slijedeće svrhe:

- Za pristup sandučiću el. pošte
- Za pristup lokalnoj mreži (uz pomoć programskog sustava PGina – to je open source program, koji služi kao nadogradnja Windowsima za autentifikaciju putem LDAP imenika)
- Za pristup FRAKu (tj. LMS portalu, kojemu su automatski pridodani kao korisnici, komunikacijom s LDAP imenikom)

Potrebno je napomenuti da je cjelokupni posao koji obuhvaća: instalaciju LMS, održavanje LMS, kreiranje i dizajn online kolegija, pripremu online materijala za 4 kolegija, predavanja i vježbe, pregled i ocjenjivanje vježbi, seminara, testova i provođenje završnog ispita, odradila grupa od dvoje nastavnika.

#### **4.2. Kako i kada studenti koriste FRAK**

Vježbe u studentskom kabinetu podijeljene su u dvije kategorije:

- a) Individualni rad – obuhvaća najveći dio vježbi, nalaze se prezentirane na FRAK portalu i popraćene su detaljnim uputama i linkovima, koji olakšavaju izradu zadataka
- b) Timski rad – tijekom semestra studenti su podijeljeni u grupe od tri studenta, izrađuju i prezentiraju zajednički seminarski rad.

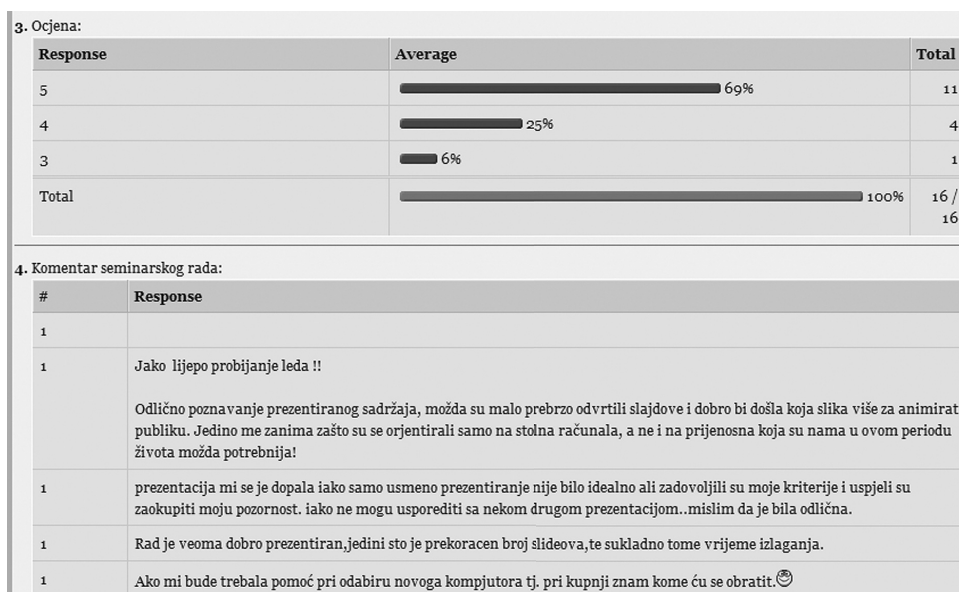
Portal FRAK studenti koriste za vrijeme vježbi, ali i izvan fakulteta kad god žele, mogu pristupiti i pogledati sve aktualne informacije vezane uz kolegij i njihov rad.

#### **4.3. Evaluacija studenata**

Evaluacija studenata provodi se u nekoliko smjerova:

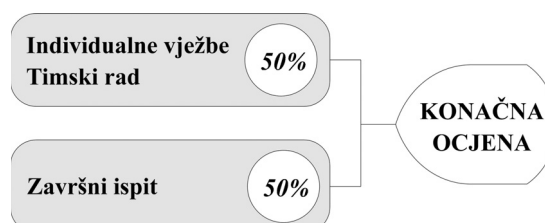
- Ocjena individualno izrađenih zadataka
- Ocjena izrađenih testova
- Ocjena timskog rada (seminari)
- Završni ispit

Također je uvedena međusobna evaluacija seminarskih radova od strane studenata, koja ne utječe na završnu ocjenu pojedinog studenta, ali se objavljuje na webu, te se pokazala izuzetno poticajnom u njihovom radu (Slika 3.).



Slika 3. Rezultati međusobnog ocjenjivanja studenata

U posljednje dvije godine korišten je model ocjenjivanja u kojem se 50% ocjene stječe tijekom semestra kroz individualni i timski rad (Slika 4.). Studenti izrađuju tri složenije zadatke na računalu koje se predaju (upload) putem FRAK portala do unaprijed određenog datuma. Timski rad se izrađuje i prezentira u sklopu seminara. Završni se ispit također provodi pomoću FRAK portala: sastoji se od online testa i dva dodatna zadatka koje studenti izrađuju na ispitu i predaju (upload) putem portala.



Slika 4. Model ocjenjivanja

## 5. Komentari vezani uz korištenje LMS sustava

Iskustvo autora, stečeno u dvije godine rada s LMS sustavom, važna je pomoć u daljnjem radu, njegovom poboljšanju i prilagodbi. Uočene su prednosti, ali i problemi o kojima je potrebno voditi računa.

### 5.1. Prednosti LMS sustava

Prednosti u radu s LMS sustavom, lako je odmah uočiti:

- Jednostavno dodavanje nastavnih sadržaja na portal i njihova promjena
- Mogućnost nadziranja svih aktivnosti studenata
- Jednostavna komunikacija sa studentima putem foruma i sustava obavještanja
- Preuzimanje studentskih radova putem portala uz mogućnost određivanja krajnjih rokova (deadline)
- Mogućnost kreiranja i kombiniranja upitnika i testova
- Jednostavno i transparentno ocjenjivanje i automatsko zbrajanje ocjena (bodova) tijekom semestra

### 5.2 Neki problemi u radu s LMS sustavom

Prva instalacija verzije 1.5 Moodlea na server protekla je bez ikakvih poteškoća, pa je bilo logično odlučiti se za nadogradnju sustava na verziju 1.9. U samom početku, međutim, tu je došlo do problema s hrvatskim dijakriticima, koji su na kraju, ipak, uspješno riješeni.

U radu sa studentima pojavilo se nekoliko problema za koje su nađena odgovarajuća rješenja. Treba napomenuti da nijedan od problema nije izražen u velikoj mjeri, ali ih je unatoč tome potrebno istaknuti.

#### a) Problem prepisivanja (kopiranja) studentskih radova

O problemu kopiranja, nažalost, treba stalno voditi računa i nastojati pronaći način koji će problem svesti na minimum. Rješenje koje je odabrano podrazumijeva obavezu studenata da vježbe izrađuju u studentskom kabinetu, za vrijeme trajanja nastave, pod nadzorom asistenata, pri čemu im ostaje mogućnost dovršenja vježbe, po potrebi, u dodatnim terminima. Nadalje je predaja (upload) izrađenih radova dopuštena isključivo putem računala iz studentskog kabineta; to znači da se kontroliraju IP adrese računala s kojih su predani radovi.

#### b) Problem pohađanja predavanja

Iako se na FRAK portal dodaju samo prezentacije, koje prate predavanje, a ne cijeli sadržaj predavanja, iskustvo je autora da studenti u manjem broju posjećuju predavanja, nego što je to bio slučaj prije nekoliko godina. Kako to do sada nije



bio izraziti problem, odlučeno je za sada samo pratiti posjećenost, bez uvođenja mjera koje bi je nastojale povećati.

### 5.3 Rad s FRAKOM – iskustva studenata

Mišljenje studenata o radu s FRAKOM dobiveno je putem anonimnog online upitnika, kojeg su popunjavali na kraju nastave (semestra). Postavljena su im četiri pitanja, kako bi dobili uvid u njihovo iskustvo s korištenjem portala. Rezultati ankete su se pokazali iznenađujuće dobrima, tj. studenti su novom načinu rada dodijelili visoke ocjene. Evo pitanja i rezultata:

- a) *Način rada s FRAKOM ocjenjujem*  
Ocjena 4,6 na skali od 1 do 5
- b) *Želite li koristiti FRAK u ostalim kolegijima?*  
Pozitivno je odgovorilo je 88% studenata
- c) *Sviđa mi se način ocjenjivanja pomoću FRAKa*  
Odgovor “Da”, dalo je 93% studenata
- d) Na kraju ankete studentima je ponuđeno da ukoliko smatraju potrebnim, dodaju komentar. Komentari su bili pozitivni i motivirajući (Slika 6.)

4. Komentar ili prijedlog u radu s FRAK-om:	
#	Response
1	Rad sa Frakom je zanimljiv potiče interakciju studenata sa računalom no zapravo koliko ima i prednosti ima i nedostataka velika većina nije upoznata sa računalnom tehnologijom. Malo složenije su vježbe koje se moraju raditi redovito a za to je potrebno iskustvo što daje brzinu rješavanja samih zadatah problema.
1	bilo bi dobro da i drugi kolegiji funkcioniraju preko fraka
1	brza evidencija ocjena, vježbi, obaveza. Svidalo mi se je ocjenjivanje seminarskih radova, smatram da smo na taj način bolje upoznali kolege. SUPER!
1	ceto se ne moze otvoriti stranica od faxa pa ne mozemo vidjeti koje ocjene imamo ili ne mozemo doci do materijala s predavanja koji su objavljeni na internetu.
1	Dopao mi se način rješavanja vježbi
1	FRAK je zakon!! :)
1	jako mi se sviđa cijeli ovaj sustav e-learninga i bilo bi dobro da se i ostali kolegiji prilagode ovom sistemu..
1	konkretniji feedback
1	Ma, odlično je, jednostavno, brzo, učinkovito, seksi način rada
1	Malo je sučelje neugledno. Važne stvari se ne vide na prvi pogled pa me to navelo na ocjenu 3.Sviđa mi se jednostavnost :)
1	mislim da je ovo dobar način rada i da bi ga trebali koristiti svi kolegiji
1	Ne sviđa mi se što se ocjena vježbi ne objasni detaljnije
1	nemam komentara... sve ok...
1	nemam nikakvih komentara,sve je bilo dobro..
1	Nemam primjedbi niti prijedloga..Po meni,odličan.. Nadam se da će i ostali kolegiji krenuti sa FRAKOM..
1	Odlično je jer možemo svoje ocijene vidjeti sa bilo kojeg mjesta.
1	omogućava bolju komunikaciju profesora i studenta

Slika 6. Rezultati evaluacijskog upitnika

#### **5.4 Rad s FRAKom – iskustva nastavnika**

LMS je veliki izazov za nastavnika. Potrebno je istaknuti neke značajke koje su ključne za uspješan rad u LMS okruženju:

- a) Dobre računalne vještine od strane nastavnika – preduvjet za uspješan rad je IT pismenost od strane nastavnika. Nastavnik je u okviru svog online kolegija samostalan u radu: određuje u potpunosti sadržaj (resurse) i aktivnosti koje će se odvijati u sklopu njegovog kolegija. Rad u Moodle okruženju je osmišljen na intuitivan i user-friendly način, tako da ga nastavnik može relativno brzo usvojiti.
- b) Rad u LMS okruženju zahtijeva puno dodatnog vremena nastavnika – to je činjenica koju treba imati na umu prilikom prijelaza na novi način rada. Bez obzira što korištenje LMS alata olakšava komunikaciju sa studentima, pojednostavljuje dodavanje resursa na web portal i obavještava automatski studente o ocjenama, rezultatima testova i sl., činjenica je da pripremi nastavnih sadržaja i administriranju stranice treba odvojiti puno dodatnih sati. U ovom segmentu je poželjno odteretiti nastavnika od izrade samog nastavnog sadržaja i institucionalno riješiti podršku nastavnicima (izrada prezentacija, multimedijalnih resursa, online lekcija i sl.), što bi značajno umanjilo opseg posla koji se pred nastavnika postavlja.
- c) Rad u LMS okruženju je poticajan i pruža nove mogućnosti za unaprjeđenje nastave – ta je činjenica je pomogla autorima u trenucima kad su se zbog opsega posla osjećali frustrirani. Nastavniku je na raspolaganju cijeli niz novih aktivnosti koje čine nastavni proces zanimljivijim za studente: može poticati studente na rad koristeći nove web tehnologije kao što su diskusije na forumu, blog, wiki ili online lekcije, testirati njihovo znanje pomoću online testova i upitnika koji, kad su jednom kreirani, automatski računaju bodove i izvještavaju studenta o uspjehu. Studenti mogu predavati svoje zadaće putem web portala, pa su sve aktivnosti vezane uz kolegij objedinjene na jednom mjestu.

## **6. Zaključak**

Dilema da li koristiti e-learning u nastavi gotovo da više i ne postoji [11],[12]. U nastavi informatičkih predmeta, to je posebno naglašeno, jer koristeći LMS alate, student usvaja niz računalnih vještina kao što su: e-pošta u poslovnom okruženju, korištenje foruma, download i upload datoteka. U svijetu danas milijuni studenata pohađaju online tečajeve, to je vjerojatno jedan od oblika cjeloživotnog učenja koji će se profilirati u idućim godinama. Zbog toga je neophodno upoznati studente s navedenim načinom učenja tijekom njihovog sveučilišnog obrazovanja,

kako bi kasnije kad se ukaže potreba, lako usvojili novi nastavni model. Važno je napomenuti da je primjena LMS alata poželjna u svim kolegijima, znači i onima koji nisu nužno bliski informatici, jer unaprjeđuje oblik komunikacije sa studentima, olakšava distribuciju nastavnih sadržaja, pojednostavljuje ocjenjivanje i omogućuje korištenje novih tehnologija u nastavnom procesu (na primjer online testovi, kvizovi, wiki, blog i sl.).

Studenti imaju visoka očekivanja od sveučilišnog obrazovanja, spremni su za prihvaćanje novih tehnologija, pa su dobro prihvatili uvođenje LMS alata i ocijenili njegovu primjenu s najvišim ocjenama. Daljnji izazov autorima predstavlja činjenica da su očekivanja studenata o grafičkom dizajnu online materijala također visoka.

LMS je veliki izazov za nastavnika, koji u prvom redu od njega traži dobro poznavanje IT tehnologije. S jedne strane, pruža niz aktivnosti koje pojednostavljaju komunikaciju sa studentima i nadzor njihovog rada, ocjenjivanje postaje transparentno, a sam način rada zanimljiv i poticajan. U pojedinim segmentima, kao što je rad s izvanrednim studentima, LMS pruža novu kvalitetu koja u klasičnom načinu rada nije ostvariva. S druge strane, cijeli posao zahtijeva od strane nastavnika puno dodatnog vremena za kreiranje online nastavnih sadržaja, testova i upitnika. U tom segmentu, za daljne širenje hibridnog modela nastave, neophodno je institucionalno riješiti podršku nastavnicima.

## Literatura

- [1] THE BOLOGNA PROCESS - Towards the European Higher Education Area [http://ec.europa.eu/education/policies/educ/bologna/bologna\\_en.html](http://ec.europa.eu/education/policies/educ/bologna/bologna_en.html) (January 2006)
- [2] Chickering, A; Gamson, Z: "Seven principles for good practice in undergraduate education", American Association for Higher Education Bulletin 39, 1987.
- [3] Korin – Lustig, A: "Adjustment of the Informatics Curriculum at the Faculty of Civil Engineering to new trends", Computers in Education, MIPRO, 29th International convention, Opatija 2005, p.180-185
- [4] Korin – Lustig, A; Lukarić, S: "Primjer korištenja ankete u cilju poboljšanja kvalitete nastave Informatike", 8. CARNetova korisnička konferencija, CUC 2006, Dubrovnik, 20-22.11.2006
- [5] Korin – Lustig, A; Lukarić, S: "Experience in Using Non-educational Software and LMS in Teaching Informatics", 30th ICT International Convention MIPRO 2007, CE Computers in Education, Opatija, 21-25.5.2007, p.114-118

- [6] Korin – Lustig, A; Lukarić, S: “Some results of using LMS in teaching Informatics”; Tempus project EQUIBELT/ 3rd Policy Workshop, Zagreb, October 25-26, 2007
- [7] Lukarić, S; Korin-Lustig, A: “Infrastruktura studentskog računalnog kabineta Građevinskog fakulteta u Rijeci“, 8. CARNetova korisnička konferencija, CUC 2006, Dubrovnik, 20-22.11.2006
- [8] Carman, J: “Blended Learning design“ (January 2006)  
[http://www.knowledgenet.com/pdf/Blended Learning Design\\_1028.PDF](http://www.knowledgenet.com/pdf/Blended_Learning_Design_1028.PDF)
- [9] Moodle web stranica: <http://www.moodle.org/> (2007)
- [10] AAI@Edu.hr web stranica: <http://www.aaiedu.hr/> (2007)
- [11] Epic group white paper: “Blended learning“ (January 2006)  
[http://www.epic.co.uk/content/resources/white\\_papers/blended.htm](http://www.epic.co.uk/content/resources/white_papers/blended.htm),
- [12] Kyong-Jee, K, Bonk, C. J: “The Future of Online Teaching and Learning in Higher Education“, *EDUCAUSE* Review no.4, 2006, (January 2006)  
<http://www.educause.edu/LibraryDetailPage/666?ID=EQM0644>

## Numerička integracija – Gaussove integracijske formule

Numerical Integration - Gaussian Integration Formulas

Ines Radošević<sup>1</sup>, Melita Štefan Trubić<sup>2</sup>

### Sažetak

U ovom radu naglasak je stavljen na Gaussove integracijske formule, budući se one mogu primijeniti na širi skup funkcija. Uz teoretski prikaz formula za numeričko integriranje i pripadno računanje pogreške dana su rješenja dva primjera integrala korištenjem programskog paketa Matlab.

**Ključne riječi:** Numerička integracija, Gaussove kvadrature formule, ortogonalni polinomi

### Abstract

This article reviews Gaussian Quadrature formulas for numerical integration, that is an approximation of the *definite integral* of a *function* usually stated as a *weighted sum* of function values at specified points within the domain of integration. Two examples to illustrate the Gauss-Laguerre quadrature formulas using Matlab are presented.

**Key words:** Numerical Integration Methods, Gaussian Quadrature Formulas, Orthogonal Polynomials

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Katedra za matematiku, V.C.Emina 5, Rijeka, Hrvatska, [inesr@gradri.hr](mailto:inesr@gradri.hr)

<sup>2</sup> Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Katedra za primijenjenu matematiku, Vukovarska 58, Rijeka, Hrvatska, [mstefan@riteh.hr](mailto:mstefan@riteh.hr)

## 1. Uvod

Zadatak integracije je za zadanu funkciju  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ , gdje je  $I = [a, b]$  konačan ili beskonačan interval i funkcija  $f \in C[a, b]$ , izračunati određeni integral

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx. \quad (1.1)$$

Međutim, postoji mali skup funkcija koje se mogu integrirati analitičkim putem i na koje se može primijeniti Newton-Leibnitzova formula za računanje  $I(f)$  preko vrijednosti primitivne funkcije  $F(x)$  koja pripada podintegralnoj funkciji  $f(x)$

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). \quad (1.2)$$

Ako se primitivna funkcija  $F(x)$  ne može naći, ili čak podintegralna funkcija  $f(x)$  nije poznata, već su poznate njezine vrijednosti samo u konačno mnogo točaka, određivanje vrijednosti integrala (1.1) preko formule (1.2) nije moguće. Zbog toga se prelazi na približnu ili numeričku integraciju, čija je osnovna ideja podintegralnu funkciju interpolirati polinomom  $n$ -tog stupnja, te problem integracije podintegralne funkcije  $f(x)$  prevesti na jednostavniji problem – integraciju polinoma. Naime, polinomi su najjednostavnije elementarne funkcije, pri njihovom izvrednjavanju nema dijeljenja, a definirane su za sve realne (ili kompleksne) brojeve. Pored toga za definiranje polinoma koriste se rekurzivne relacije na kojima se temelji većina algoritama. Za izračunavanje  $I(f)$  koriste se vrijednosti funkcije  $f$  na nekom konačnom skupu točaka. Opća integracijska formula ima oblik  $I(f) = I_n(f) + E_n(f)$ , pri čemu je  $n+1$  broj korištenih točaka,  $I_n(f)$  pripadna aproksimacija integrala, a  $E_n(f)$  pritom napravljena greška aproksimacije. Ovakve formule za približnu integraciju funkcija jedne varijable često se zovu i kvadraturene formule zbog interpretacije integrala kao površine ispod krivulje. Ako se koriste funkcijske vrijednosti za aproksimaciju integrala, tada aproksimacija  $I_n(f)$  ima oblik

$$I_n(f) = \sum_{k=0}^n \varpi_k^{(n)} f(x_k^{(n)}).$$

$x_k^{(n)}$ ,  $k = 0, \dots, n$  su čvorovi integracije, a  $\varpi_k^{(n)}$  težinski koeficijenti ili težine.

Općenito, za proizvoljni  $n$  određuje se  $2n + 2$  nepoznatih čvorova i težinskih koeficijenata iz zahtjeva da su integracijske formule egzaktne na prostoru polinoma  $V_n = P_d$  stupnja  $d \leq n$ . Ako postoji Taylorov red za funkciju  $f$  koji konvergira, znači da integracijska formula egzaktno integrira prvih  $n + 1$  članova Taylorovog reda,

tj. Taylorov polinom, te se istodobno postiže greška jednaka integralu greške pri aproksimaciji funkcije  $f$  s Taylorovim polinomom  $n$ -tog stupnja. Zbog linearnosti integrala kao funkcionala

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx \quad (1.3)$$

dovoljno je gledati egzaktnost tih formula na nekoj bazi vektorskog prostora  $V_n$ , kao na primjer na bazi  $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$ , jer svojstvo (1.3) tada osigurava egzaktnost za sve polinome do najvišeg stupnja baze.

Za ekvidistantne čvorove dobivaju se Newton-Cotesove formule, a za "slobodne" čvorove Gaussove integracijske formule. Kod Gaussovih integracijskih formula promatraju se integrali oblika

$$I_{\varpi}(f) = \int_a^b \varpi(x) f(x) dx,$$

pri čemu je funkcija  $\varpi$  nenegativna težinska funkcija za koju se pretpostavlja da je integrabilna na intervalu  $(a, b)$ .

## 2. Gaussove integracijske formule

Općenito, Gaussove kvadraturene formule su oblika

$$I_{\varpi}(f) = \int_a^b \varpi(x) f(x) dx = I_n(f) + E_n(f) \quad (2.1)$$

$$I_n(f) = \sum_{k=1}^n \varpi_k f(x_k) \quad (2.2)$$

u kojima točke integracije  $x_k$  nisu unaprijed poznate, nego se izračunaju tako da greška takve formule bude najmanja. Zbog jednostavnije implementacije u algoritmima, numeriranje točaka umjesto od 0, ovdje počinje od 1.

U slučaju konačnog intervala može se iskoristiti sljedeći rezultat koji daje ocjenu pogreške u integralu preko greške aproksimacije funkcije  $\hat{f}$  u uniformnoj,

odnosno  $L_{\infty}$  normi na  $[a, b]$ , pri čemu je  $\|\varpi\|_1 = \int_a^b |\varpi(x)| dx$   $L_1$  norma funkcije  $\varpi$ ,

a njegov dokaz se može pronaći u [5].

**Teorem 2.1.** ([5]) Ako je  $I_{\varpi}(f)$  iz (2.1) Riemannov integral [3] i ako je  $\hat{f}$  bilo koja druga funkcija za koju postoji  $I_{\varpi}(\hat{f})$ , tada vrijedi ocjena

$$\left| I_{\varpi}(f) - I_{\varpi}(\hat{f}) \right| \leq \|\varpi\|_1 \|f - \hat{f}\|_{\infty} \quad (2.3)$$

i postoji funkcija  $\hat{f}$  za koju se ocjena dostiže.

Dakle, cilj je dobiti niz aproksimacija integrala  $I_{\varpi}(\hat{f}_n)$  koji konvergira prema  $I_{\varpi}(f)$ . To se postiže izborom odgovarajućeg niza aproksimacija  $\hat{f}_n$ ,  $n \in N$ , za koje se može postići po volji dobra uniformna aproksimacija funkcije  $f$ , budući da tada vrijedi

$$\|f - \hat{f}_n\|_{\infty} \rightarrow 0 \Rightarrow \left| I_{\varpi}(f) - I_{\varpi}(\hat{f}_n) \right| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

Umjesto niza pojedinačnih aproksimacija koristi se niz vektorskih prostora aproksimacijskih funkcija  $V_n$ , te se za svaki pojedini  $f$  nalazi pripadna aproksimacija  $\hat{f}_n$ ,  $n \in V_n$ . Prema Weierstrassovom teoremu [3] o uniformnoj aproksimaciji neprekidnih funkcija polinomima na konačnom intervalu  $(a, b)$ , za prostor  $V_n$  treba uzeti prostor polinoma  $P_d$  stupnja manjeg ili jednakog  $d$ .

U slučaju beskonačnog intervala  $(a, b)$  da bi se osigurala dobra definiranost integrala (2.1) (barem kada je podintegralna funkcija  $f$  polinom), dodatno se zahtjeva postojanje i konačnost svih momenata težinske funkcije

$$\mu_s = \int_a^b x^s \varpi(x) dx, \quad s = 0, 1, 2, \dots$$

Ukoliko težinska funkcija  $\varpi$  zadovoljava ovu pretpostavku, naziva se *polinomno dopustiva*.

Iz relacija (2.1) i (2.3) dobiva se sljedeća ocjena greške pripadne integracijske formule  $I_n(f)$  za proizvoljni  $f$

$$|E_n(f)| = \left| I_{\varpi}(f) - I_n(f) \right| = \left| I_{\varpi}(f) - I_{\varpi}(\hat{f}_n) \right| \leq \|\varpi\|_1 \|f - \hat{f}_n\|_{\infty}.$$

Dakle, pri računanju integrala aproksimacijske funkcije  $I_{\varpi}(\hat{f})$  potrebno je konstruirati integracijsku formulu  $I_n(f)$  koja je egzaktna na cijelom prostoru polinoma  $V_n = P_d$ , te se definira uvjet egzaktnosti i interpolacijska formula na sljedeći način.

**Definicija 2.2.** ([2]) Kvadratura formula (2.1) ima *stupanj egzaktnosti*  $d \in N_0$  ako vrijedi



$$E_n(f) = 0, \forall f \in P_d \quad (2.4)$$

odnosno, izraz (2.1) ima grešku aproksimacije jednaku nuli za sve polinomne funkcije  $f$  stupnja manjeg ili jednakog  $d$ .

Uvjet (2.4) može se prema [4] zapisati i u sljedećem obliku

$$I_n(x^v) = I_{\varpi}(x^v), \quad v = 0, 1, \dots, d,$$

$$I_n(x^{d+1}) \neq I_{\varpi}(x^{d+1}).$$

**Definicija 2.3.** ([2]) Formula (2.1) je *interpolacijska* ako je njezin stupanj egzaktnosti  $d = n - 1$ .

Za takve formule vrijedi

$$\sum_{k=1}^n \varpi_k f(x_k) = \int_a^b \varpi(x) p_{n-1}(x) dx, \quad (2.5)$$

pri čemu je  $p_{n-1}(x)$  interpolacijski polinom u Newtonovoj formi ([4]) definiran preko podijeljenih razlika na sljedeći način

$$p_{n-1}(x) = f[x_1] + (x - x_1)f[x_1, x_2] + (x - x_1)(x - x_2)f[x_1, x_2, x_3] + \dots \\ \dots + (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{n-1})f[x_1, x_2, \dots, x_n].$$

Iz zahtjeva da Gaussova formula (2.1) integrira egzaktno polinome što većeg stupnja, proizlazi da su za zadani  $n$ , točke integracije  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nultočke polinoma koji su ortogonalni na intervalu  $(a, b)$  obzirom na težinsku funkciju  $\varpi$ . U tom slučaju se težine  $\varpi_k$  mogu izračunati iz izraza

$$\varpi_k = \int_a^b \varpi(x) l_k(x) dx, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2.6)$$

gdje su  $l_k(x)$  elementarni Lagrangeovi interpolacijski polinomi pridruženi čvorovima  $x_1, x_2, \dots, x_n$  oblika

$$l_k(x) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{x - x_l}{x_k - x_l}.$$

Činjenica da formula (2.1) s  $\varpi_k$  zadanim kao u (2.6) ima stupanj egzaktnosti  $d = n - 1$  je evidentna, budući da se za proizvoljan  $f \in P_{n-1}$  dobiva da je  $p_{n-1}(x) = f(x)$  u (2.5). Vrijedi i obrat, ako formula (2.1) ima stupanj egzaktnosti  $d = n - 1$ , tada se za  $f(x) = l_r(x)$  u (2.1) dobiva izraz (2.6), odnosno vrijedi

$$\int_a^b \varpi(x) l_r(x) dx = \sum_{k=1}^n \varpi_k l_r(x_k) = \varpi_r, \quad r=1,2,\dots,n.$$

Izborom čvorova  $x_k$  s težinama  $\varpi_k$  kao u izrazu (2.6), a koji se generiraju pomoću posebnog “*polinom čvorova*” (“node polynomial”)  $\varpi_n$  koji ima nultočke u svim čvorovima integracije, odnosno

$$\varpi_n(x) = \prod_{k=1}^n (x - x_k), \quad (2.7)$$

može se postići i da je  $d > n - 1$ , što je izrečeno sljedećim teoremom.

**Teorem 2.4.** ([2]) Za zadane cijele brojeve  $k$ , pri čemu je  $0 \leq k \leq n$ , kvadraturna formula (2.1) ima stupanj egzaktnosti  $d = n - 1 + k$  ako i samo ako vrijedi da je

(i) formula (2.1) interpolacijska,

(ii) polinom  $\varpi_n$  (2.7) zadovoljava  $\int_a^b \varpi(x) \varpi_n(x) p(x) dx = 0$  za svaki  $p \in P_{k-1}$ .

*Dokaz:*

Prvo će se pokazati da su uvjeti (i) i (ii) nužni. Prema pretpostavci stupanj egzaktnosti kvadraturne formule (2.1) iznosi  $d = n - 1 + k$ , pa budući je  $d \geq n - 1$ , slijedi da je uvjet (i) trivijalan. Za proizvoljan  $p \in P_{k-1}$ , produkt  $\varpi_n p$  je u prostoru  $P_{n-1+k}$ , pa se uvjet (ii) dobiva uvrštavanjem vrijednosti  $\varpi_n(x_k) = 0$  za  $k = 1, 2, \dots, n$  u sljedeću jednakost

$$\int_a^b \varpi(x) \varpi_n(x) p(x) dx = \sum_{k=1}^n \varpi_k \varpi_n(x_k) p(x_k).$$

Za dokazivanje dovoljnosti uvjeta (i) i (ii), treba pokazati da za proizvoljan  $p \in P_{n-k+1}$  vrijedi  $E_n(p) = 0$  u formuli (2.1). Kako za polinome  $p$  vrijedi rastav

$$p = q \varpi_n + r, \quad q \in P_{k-1}, \quad r \in P_{n-1},$$

integracijom se dobiva

$$\int_a^b \varpi(x) p(x) dx = \int_a^b \varpi(x) q(x) \varpi_n(x) dx + \int_a^b \varpi(x) r(x) dx.$$

Prvi integral na desnoj strani jednakosti prema (ii) ima vrijednost nula za  $q \in P_{k-1}$ , dok za drugi integral prema (i), budući je  $r \in P_{n-1}$ , i  $\varpi_n(x_k) = 0$  za  $k = 1, 2, \dots, n$  vrijedi

$$\sum_{k=1}^n \varpi_k r'(x_k) = \sum_{k=1}^n \varpi_k [p(x_k) - q(x_k) \varpi_n(x_k)] = \sum_{k=1}^n \varpi_k p(x_k)$$

odnosno greška aproksimacije jednaka je nuli za sve polinome  $p \in P_{n-k+1}$ .

Iz uvjeta (ii) dobiva se  $k$  uvjeta za čvorove  $x_1, x_2, \dots, x_n$  iz formule (2.1). Polinom  $\varpi_n$  mora biti ortogonalan u prostoru  $P_{k-1}$  u odnosu na težinsku funkciju  $\varpi$ . Iz uvjeta  $\varpi(x) \geq 0$  nužno slijedi da je  $k \leq n$ , jer bi u suprotnom polinom  $\varpi_n$  bio ortogonalan u prostoru  $P_n$ , odnosno sam sebi, što vodi na kontardikciju. Dakle, izbor  $k = n$  je optimalan jer daje kvadraturene formule maksimalnog stupnja egzaktnosti  $d = 2k - 1$ . Prema tome, iz uvjeta (ii) slijedi ortogonalnost polinoma  $\varpi_n$  na sve polinome manjega stupnja, odnosno vrijedi da je  $\varpi_n(x) = p_n(x)$  ortogonalni polinom  $n$ -tog stupnja za odgovarajuću težinsku funkciju  $\varpi$ . Takva kvadratura formula naziva se Gaussova, njezina pridružena težinska funkcija je  $\varpi$ , te prema [7] vrijedi  $p_n'(x) = 0$ ,

$$\varpi_k = \int_a^b \varpi(x) \frac{p_n(x)}{(x - x_k) p_n'(x_k)} dx, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2.8)$$

Gaussove formule mogu se dobiti i integracijom Hermiteovog interpolacijskog polinoma  $h_{2n-1}$  stupnja  $2n - 1$ , koji u čvorovima integracije  $x_k$  interpolira vrijednosti  $f_k = f(x_k)$  i  $f'_k = f'(x_k)$  za  $k = 1, 2, \dots, n$ , te ima sljedeći oblik

$$\begin{aligned} h_{2n-1}(x) &= \sum_{k=1}^n (h_{k,0}(x) f_k + h_{k,1}(x) f'_k) \\ &= \sum_{k=1}^n \left( [1 - 2(x - x_k) l'_k(x_k)] l_k^2(x) f_k + (x - x_k) l_k^2(x) f'_k \right) \end{aligned}$$

Integracijom se dobiva

$$\int_a^b \varpi(x) h_{2n-1}(x) dx = \sum_{k=1}^n (A_k f_k + B_k f'_k), \quad (2.9)$$

pri čemu su koeficijenti

$$A_k = \int_a^b \varpi(x) [1 - 2(x - x_k) l'_k(x_k)] l_k^2(x) dx, \quad (2.10)$$

$$B_k = \int_a^b \varpi(x)(x - x_k)l_k^2(x)dx. \quad (2.11)$$

Izraz (2.9) podudara se s Gaussovom integracijskom formulom ako se ponište članovi  $B_k f'_k$ , koji koriste derivaciju funkcije  $f$  u čvorovima integracije. Sljedeća lema govori kako izborom čvorova  $x_k$  poništiti koeficijente  $B_k$ , a njezin dokaz može se naći u [7].

**Lema 2.5.** ([7]) Ako je  $\varpi_n$  definiran izrazom (2.7) ortogonalan s težinom  $\varpi$  na sve polinome nižeg stupnja, tj. ako vrijedi

$$\int_a^b \varpi(x)\varpi_n(x)x^d dx = 0, \quad d = 0, 1, \dots, n-1, \quad (2.12)$$

onda su svi koeficijenti  $B_k$  u (2.11) jednaki nula.

Budući su funkcije Lagrangeove baze  $l_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , baza prostora  $P_{n-1}$ , vrijedi i obrat leme, odnosno, u izrazu (2.11) svi su koeficijenti  $B_k = 0$ , ako i samo ako je polinom čvorova  $\varpi_n$  ortogonalan na sve polinome nižeg stupnja do  $n-1$ , s težinskom funkcijom  $\varpi$ . Uvjet ortogonalnosti (2.12) jednoznačno određuje raspored čvorova za Gaussovu integraciju.

Dakle, slijedi da postoji jedinstvena Gaussova integracijska formula oblika

$$\int_a^b \varpi(x)f(x)dx \approx \sum_{k=1}^n \varpi_k f(x_k),$$

pri tome su čvorovi integracije  $x_k$  nultočke ortogonalnog polinoma stupnja  $n$  na  $[a, b]$  s težinskom funkcijom  $\varpi$ , a za težinske koeficijente vrijedi  $\varpi_k = A_k$  za  $k = 1, \dots, n$ . Iz relacija (2.10), (2.11) i uvjeta ortogonalnosti (2.12) jednostavnim računom slijedi da su koeficijenti  $\varpi_k$  oblika

$$\varpi_k = \int_a^b \varpi(x)l_k^2(x)dx = \int_a^b \varpi(x)l_k(x)dx,$$

što znatno pojednostavljuje njihovo izračunavanje [1].

Izrazi za Gaussovu kvadraturu integraciju (2.1), odnosno (2.6) imaju neka svojstva koja su posebno važna u primjeni.

- (i) Čvorovi  $x_k$  su realni, različiti i elementi otvorenog intervala  $(a, b)$ , što proizlazi iz činjenice da su  $x_k$  nultočke ortogonalnih polinoma ([4], [8]).

- (ii) Težine  $\varpi_k$  su pozitivne ([6]), što se dobiva raspisivanjem izraza (2.6) i uz pomoć činjenice da je  $l_j^2 \in P_{2n-1}$ , te stupanj egzaktnosti  $d = 2n - 1$ . U tom slučaju slijedi

$$0 < \int_a^b \varpi(x) l_j(x) \varpi(x) dx = \int_a^b \varpi(x) l_j^2(x) dx = \sum_{k=1}^n \varpi_k l_j^2(x_k) = \varpi_j, j = 1, 2, \dots, n.$$

- (iii) Prema [2] vrijedi da je  $E_n(f) \rightarrow 0$  kad  $n \rightarrow \infty$  za  $f \in C[a, b]$ , odnosno Gaussova formula konvergira za svaku neprekidnu funkciju na konačnom intervalu  $[a, b]$ . Iz Weierstrassovog teorema o uniformnoj [3] aproksimaciji slijedi  $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f - \hat{p}_{2n-1}\|_\infty = 0$ , pri čemu je  $\hat{p}_{2n-1}$  polinom stupnja  $2n - 1$  koji dobro aproksimira funkciju  $f$  na  $[a, b]$  u uniformnoj normi. Iz  $E_n(\hat{p}_{2n-1}) = 0$ , slijedi

$$\begin{aligned} |E_n(f)| &= |E_n(f - \hat{p}_{2n-1})| = \\ &\leq \int_a^b \varpi(x) |f(x) - \hat{p}_{2n-1}(x)| dx + \sum_{k=1}^n \varpi_k |f(x_k) - \hat{p}_{2n-1}(x_k)| \\ &\leq \|f - \hat{p}_{2n-1}\|_\infty \left[ \int_a^b \varpi(x) dx + \sum_{k=1}^n \varpi_k \right]. \end{aligned}$$

Budući su  $\varpi_k$  pozitivne i  $\sum_{k=1}^n \varpi_k = \int_a^b \varpi(x) dx = \mu_0$  konačan, za  $n \rightarrow \infty$  vrijedi

$$|E_n(f)| \leq 2\mu_0 \|f - \hat{p}_{2n-1}\|_\infty \rightarrow 0.$$

- (iv) Čvorovi  $P_n$  ortogonalnog polinoma  $n$ -tog stupnja razdvajaju čvorove  $p_{n+1}$  ortogonalnog polinoma  $n + 1$ -og stupnja [2].

- (v) Za ortogonalne polinome  $p_k$  prema [4] vrijedi sljedeća rekurzija  $p_{k+1}(x) = (x - \alpha_k)p_k(x) - \beta_k p_{k-1}(x)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $p_{-1}(x) = 0$ ,  $p_0(x) = 1$ ,

s koeficijentima rekurzije definiranim izrazom

$$\alpha_k = \alpha_k(\varpi) = \frac{\langle x p_k, p_k \rangle}{\langle p_k, p_k \rangle}, \quad \beta_k = \beta_k(\varpi) = \frac{\langle p_k, p_k \rangle}{\langle p_{k-1}, p_{k-1} \rangle}, \quad \beta_0 = \int_a^b \varpi(x) dx (= \mu_0),$$

pri čemu preslikavanje  $\langle \cdot, \cdot \rangle: P_d \times P_d \rightarrow \mathbb{R}$  označava skalarni produkt na prostoru svih realnih polinoma.

Jacobijeva matrica težinske funkcije  $\varpi$  je tridijagonalna simetrična matrica dimenzije  $n \times n$  oblika

$$J_n = J_n(\varpi) = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \sqrt{\beta_1} & & & 0 \\ \sqrt{\beta_1} & \alpha_1 & \sqrt{\beta_2} & & \\ & \sqrt{\beta_2} & & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \sqrt{\beta_{n-1}} \\ 0 & & & \sqrt{\beta_{n-1}} & \alpha_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Svojtvene vrijednosti Jacobijeve matrice  $J_n$  su čvorovi  $x_k$ , odnosno prema [2] vrijedi da je  $J_n v_k = x_k v_k$ ,  $v_k^T v_k = 1$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Iz prvih komponenta odgovarajućih svojstvenih vektora dobivaju se težine

$$\varpi_k = \beta_0 v_{k,1}^2, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Posljednje svojstvo je od velike važnosti pri implementaciji u algoritme, budući se problem izračunavanja težinskih koeficijenata prevodi u problem traženja svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora za tridijagonalnu simetričnu matricu, a za to postoje vrlo efikasne metode u numeričkoj linearnoj algebri.

Ovisno o intervalu integriranja i težinskoj funkciji  $\varpi$  razlikuju se sljedeće vrste Gaussovih integracijskih formula:

Težinska funkcija $\varpi$	$[a, b]$	Formula Gauss-	Oznaka	$\alpha_k$	$\beta_k$
1	$[-1, 1]$	Legendre	$P_n$	0	$\begin{cases} 2, & k = 0 \\ (4 - k^2)^{-1}, & k > 0 \end{cases}$
$(1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$	$[-1, 1]$	Čebišev 1.vrste	$T_n$	0	$\begin{cases} \pi, & k = 0 \\ 1/2, & k = 1 \\ 1/4, & k > 1 \end{cases}$
$(1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$	$[-1, 1]$	Čebišev 2.vrste	$U_n$	0	$\begin{cases} \pi/2, & k = 0 \\ 1/4, & k > 0 \end{cases}$
$x^\gamma e^{-x}$ , $\gamma > -1$	$[0, \infty]$	Laguerre	$L_n(\gamma)$	$2k + \gamma + 1$	$\begin{cases} \Gamma(1 + \gamma)^*, & k = 0 \\ k(k + \gamma), & k > 0 \end{cases}$
$e^{-x^2}$	$[-\infty, \infty]$	Hermite	$H_n$	0	$\begin{cases} \sqrt{\pi}, & k = 0 \\ k/2, & k > 0 \end{cases}$

\*gamma funkcija ili Eulerov integral druge vrste

### 3. Primjena Gaussovih integracijskih formula

U prethodnom poglavlju navedene su jednostavnije vrste Gaussovih integracijskih formula s odgovarajućim težinskim funkcijama, no ovdje je naveden čest slučaj numeričkog integriranja, kada je pri dobivanju težinske funkcije potrebno koristiti metodu supstitucije. Uvođenjem određenih supstitucija dolazi se do odgovarajućih težinskih funkcija i odgovarajućih granica integriranja, što omogućuje korištenje Gaussovih formula. Integrali iz oba primjera koja su u nastavku izložena, svode se na oblik  $\int_0^{\infty} x^{\nu} e^{-x} f(x) dx$ , gdje je težinska funkcija

$\varpi(x) = x^{\nu} e^{-x}$ , te se dobivaju Gauss-Laguerreove integralne formule. Algoritam koji dovodi do konačnog rezultata uključuje računanje pripadnih koeficijenta Jacobijeve matrice, traženje svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora iz kojih proizlaze težinski koeficijenti i čvorovi integracije. Podintegralne funkcije se “razdvajaju” na dva dijela, tako da singulariteti budu uključeni u težinsku funkciju  $\varpi$ . Algoritmi za oba primjera programirani su u programskom paketu Matlab. Za svaki od navedenih primjera izračunate su numeričke vrijednosti integrala u 15 iteracija, pri čemu je postignuta točnost u dvostrukoj preciznosti, a rezultati prikazani u pripadajućim tablicama s ocjenom greške koja je dobivena usporedbom posljednje dvije iteracije.

**Primjer 1.** Računa se numerička vrijednost integrala  $\int_0^b \frac{x^a}{e^x + 1} dx$ , gdje su  $a > -1$  i  $0 \leq b \leq \infty$  zadane vrijednosti parametara. U prvom koraku izračunata je vrijednost integrala za  $a = 1/2$  i  $b = 1$ , pri čemu supstitucija  $x^{1/2} = e^{-t}$  omogućava korištenje Gauss-Laguerreove formule za  $\gamma = 0$ . Vrijednosti integrala  $\int_0^b \frac{x^a}{e^x + 1} dx$  za vrijednosti parametra  $a$  zadanih u obliku početne vrijednosti (koraka) krajnje vrijednosti, odnosno,  $a = -0.9(0.1)1$ , prikazane su u tablici, a dobivene su rastavom polaznog integrala na integrale nad intervalima  $(0,1)$  i  $(1,\infty)$ , gdje supstitucije  $x = e^{-t}$  i  $x = z + 1$  vode na primjenu Gauss-Laguerreove formule za  $\gamma = 0$ .

a b = ∞	I <sub>15</sub>	E <sub>15</sub>
-0.9	4.97147318627053	0.00217542007508
-0.8	2.49635495378629	0.00012556139204
-0.7	1.68982569757126	0.00005444135996
-0.6	1.29812736472759	0.00001344120311
-0.5	1.07215469008519	0.00000253836737
-0.4	0.92909422710800	0.00000018565742
-0.3	0.83362329277450	0.00000016212558
-0.2	0.76822262295984	0.00000013263740
-0.1	0.72328211456397	0.00000007338758
0	0.69314721125276	0.00000003662502
0.1	0.67432585895415	0.00000001853752
0.2	0.66459551674607	0.00000001047775
0.3	0.66252547874217	0.00000000695394
0.4	0.66720691535298	0.00000000524896
0.5	0.67809390258732	0.00000000420744
0.6	0.69490720044660	0.00000000342359
0.7	0.71757535940576	0.00000000281238
0.8	0.74619914850781	0.00000000240576
0.9	0.78103131802163	0.00000000226224
1	0.82246703730161	0.00000000243003
a = 1/2, b = 1	0.23766537649231	0.0000000008723



**Primjer 2.** Računa se numerička vrijednost integrala  $\int_0^b e^{-ax^2} \ln x dx$ , gdje su  $a > 0$  i  $0 \leq b \leq \infty$  zadane vrijednosti parametara. U prvom koraku izračunata je vrijednost integrala za  $a = 1$  i  $b = 1$ , pri čemu supstitucija  $\ln x = -t$  omogućava korištenje Gauss-Laguerreove formule za  $\gamma = 1$ . Vrijednosti integrala  $\int_0^b e^{-ax^2} \ln x dx$  za vrijednosti parametra  $a$  zadanih u obliku početne vrijednosti (koraka) krajnje vrijednosti, odnosno,  $a = 0.1(0.1)2$ , prikazane su u tablici, a dobivene su rastavom polaznog integrala na integrale nad intervalima  $(0,1)$  i  $(1,\infty)$ , gdje supstitucije  $\ln x = -t$  i  $x = z + 1$  vode na primjenu Gauss-Laguerreove formule za  $\gamma = 1$  i  $\gamma = 0$ , respektivno.

a b = $\infty$	$I_{15}$	$E_{15}$
0.1	0.48706040209322	0.00403405794254
0.2	-0.35147067789723	0.00015692941801
0.3	-0.61451402322966	0.00012242474885
0.4	-0.73368414339524	0.00001524928429
0.5	-0.79607468260615	0.00000512155232
0.6	-0.83101881200477	0.00000345856197
0.7	-0.85101789521456	0.00000059937888
0.8	-0.86220925039835	0.00000115171914
0.9	-0.86791445403438	0.00000236453450
1	-0.87006419445568	0.00000350937060
1.1	-0.86984319629814	0.00000477438208
1.2	-0.86800982518025	0.00000620477799
1.3	-0.86506613203961	0.00000779183866
1.4	-0.86135363138566	0.00000950975006
1.5	-0.85710982701077	0.00001132814107
1.6	-0.85250289542402	0.00001321569907
1.7	-0.84765367917686	0.00001514103637
1.8	-0.84265003186451	0.00001707289891
1.9	-0.83755640555360	0.00001898030737
2.0	-0.83242039633756	0.00002083274332
a = 1, b = 1	-0.90594687838420	0.00000341824267

#### 4. Zaključak

Ovisno o intervalu integriranja i težinskoj funkciji  $\omega$ , integrali se rješavaju primjenom neke od Gaussovih integracijskih formula. No, čest je slučaj numeričkog integriranja kada iz granica integriranja i/ili podintegralne funkcije nije očito koju od Gaussovih formula treba koristiti. U tom slučaju potrebno je uvesti odgovarajuće supstitucije te svesti integral na traženi oblik i primijeniti odgovarajuću integralnu formulu.

#### Literatura

- [1] W. Cheney, D. Kincaid, *Numerical mathematics and computing*, 6th ed., Thomson Brooks/Cole, 2008.
- [2] W. Gautschi, *Numerical analysis*, Birkhäuser Boston, 1997.
- [3] S. Mardešić, *Matematička analiza*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.
- [4] R. Plato, *Concise Numerical Mathematics*, American Mathematical Society, 2000.
- [5] M. Rogina, S. Singer, S. Singer, *Numerička analiza*, predavanja i vježbe, PMF, Matematički odjel, Zagreb, 2003.
- [6] F. Stenger, *Skript zur Numerischen Mathematik*, Universität Utah, 1996.
- [7] D. Đ. Tošić, *Uvod u numeričku analizu*, Naučna knjiga, Beograd, 1978.
- [8] L. N. Trefethen, D. Bau III, *Numerical linear algebra*, SIAM, Philadelphia, 1997.

## Vezana interpolacija u konačnim elementima Timošenkovih prostornih greda

Linked Interpolation in 3D Timoshenko Beam Finite Elements

Edita Papa<sup>1</sup>, Gordan Jelenić<sup>1</sup>

### Sažetak

U ovome radu bit će predstavljene nove interpolacijske funkcije za konačne elemente Timošenkovih greda. Radi se o familiji vezanih interpolacijskih funkcija za konačne elemente ravnih Timošenkovih greda, koja daje točna rješenja za općenito polinomsko opterećenje te se time eliminira efekt *shear locking*. To se postiže rješavanjem diferencijalne jednačbe za dani problem Timošenkovih grede i to rješenje se onda izražava preko čvornih vrijednosti pomaka i rotacija.

**Ključne riječi:** vezana interpolacija, točno rješenje, linearna analiza, 3D grede.

### Abstract

In this paper a new family of linked interpolation function for straight Timoshenko beam elements is derived, which provide exact solution for a general static polynomial loading and in this manner eliminate the problem of shear locking. This is achieved by solving the differential equation for such a Timoshenko beam problem and expressing it in terms of the nodal values for the displacements and rotations.

**Key words:** linked interpolation, exact solution, linear analysis, 3D beams.

---

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, Rijeka, {edita.papa, gordan.jelenic}@gradri.hr

## 1. Uvod

Poznato je da ukoliko se interpolacijski polinom istog stupnja upotrijebi za pomake i kuteve zaokreta, to nas dovodi do efekta poznatog pod nazivom *shear locking* [2]. To se može izbjeći korištenjem takozvane reducirane integracije [2], koja predstavlja korekciju matrice krutosti elementa ali nam ne daje odgovor na pitanje kako treba interpolirati pomake i kuteve zaokreta da bi se izbjegla sama pojava shear lockinga. Glavna karakteristika vezane interpolacije je da se pomak interpolira polinomom koji je za jedan stupanj viši od polinoma koji interpolira kut zaokreta. Time je obuhvaćen i problem tankih Bernoullijevih greda kod kojih je kut zaokreta određena derivacija pomaka. Ovisnost pomaka o rotacijskim stupnjevima slobode već se široko koristi kako bi se poboljšala rješenja koja daje konačni element [1, 11] te je iz tih radova posuđen izraz "vezana interpolacija". Suprotno od postojećih rezultata [7, 9], u radu se polazi od analitičkog rješenja diferencijalnih jednadžbi ravnoteže grede u prostoru kako bi se formulirao izraz za našu vezanu interpolaciju. Na taj način vezana interpolacija daje točna rješenja za općenito polinomsko opterećenje i eliminira problem shear lockinga. U radu je pokazano kako ovaj pristup daje točna rješenja za prostorne gredne elemente sa 2, 3, 4 i 5 čvorova, te da se rješenje za 2D poklapa sa poznatim rezultatima [17]. Postoji mogućnost da se ova metodologija generalizira za slučaj Timošenkovih grednih elemenata proizvoljnog reda pri čemu dobivamo familiju interpolacijskih funkcija koje se mogu zapisati u vrlo elegantnom obliku:

$$\boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^n I^i \boldsymbol{\theta}_i \quad \text{ i } \quad \mathbf{r} = \sum_{i=1}^n I_n^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \mathbf{G}' \boldsymbol{\theta}_i,$$

gdje je  $\boldsymbol{\theta}$  interpolirani vektor rotacije,  $\mathbf{r}$  je interpolirani vektor položaja,  $\boldsymbol{\theta}_i$  i  $\mathbf{r}_i$  su vektori kuteva zaokreta i položaja u čvorovima,  $I^i$  su Lagrangeovi polinomi za gredni konačni element sa  $n$  jednako udaljenih čvorova,  $N^j$  su linearne funkcije čiji će oblik biti dan u radu. Konačni element sa ovakvim interpolacijskim funkcijama daje točna rješenja uz uvjet da je raspodijeljeno opterećenje dano polinomom stupnja  $(n-4)$  ili manje. Pod točnim rješenjem se ne podrazumijevaju samo točne čvorne vrijednosti varijable određenog polja, već i točna raspodjela samog polja pa prema tome i točna raspodjela deformacija i naprezanja u skladu sa Timošenkovom grednom teorijom.

## 2. Vezana interpolacija za debele grede

### 2.1. Kratki pregled nelinearne Simo – Reissnerove teorije debelih greda

Početak ćemo kratkim sažetkom nelinearne 3D gredne teorije prema Reissneru, Antmanu i Simo [14, 15, 16] u terminima geometrije, deformacija, naprezanja i opterećenja.

*Geometrija:* Za dani realni parametar  $0 \leq X^1 \leq L$  koji jednoznačno određuje položaj materijalne čestice  $T$  na težišnoj osi grede početne duljine  $L$  kako je prikazano sa *Slici 1*, definiramo deformirani položaj težišne osi grede preko trodimenzionalne realne vektorske funkcije  $\mathbf{r}(X^1)$  s obzirom na nepomičnu prostornu desnoručnu Kartezijevu bazu  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ . Orijehtacija poprečnog presjeka grede definirana je preko desnoručne ortogonalnih jediničnih vektora  $\mathbf{g}_1(X^1), \mathbf{g}_2(X^1), \mathbf{g}_3(X^1)$  koji predstavljaju pomičnu bazu. Vektori  $\mathbf{g}_2(X^1)$  i  $\mathbf{g}_3(X^1)$  su usmjereni duž glavnih osi tromosti poprečnog presjeka. Dvije navedene baze su povezane preko linearne transformacije  $\Lambda(X^1)$  na način  $\mathbf{g}_i = \Lambda \mathbf{e}_i, i = 1, 2, 3$ , gdje  $\Lambda$  zadovoljava uvjet ortogonalnosti  $\det \Lambda = \mathbf{1}$  i  $\Lambda \Lambda^T = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}$  je jedinična matrica  $3 \times 3$ .

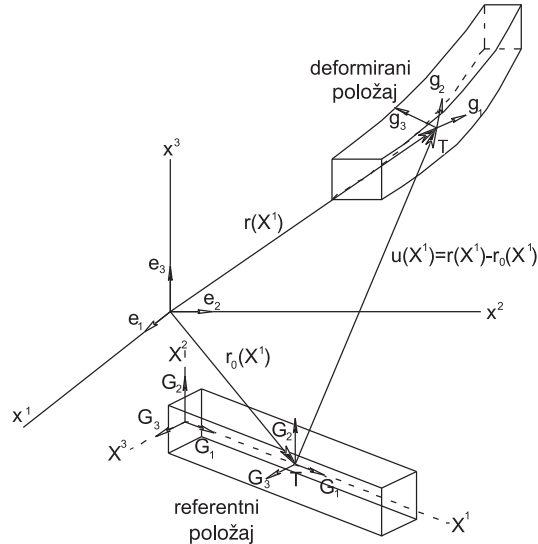
Na taj način je trenutni položaj grede u potpunosti definiran vektorom položaja težišne osi grede  $\mathbf{r}$  i orijentacijom ortogonalne baze pričvršćene za poprečni presjek  $\Lambda$  za određeni  $X^1$ . Na sličan način definiramo početni položaj grede preko početne vektorske funkcije  $\mathbf{r}_0(X^1)$  i početne ortogonalne transformacije  $\Lambda_0(X^1)$  koja je povezana sa početnom vektorskom funkcijom rotacije  $\boldsymbol{\theta}(X^1)$ . Na sličan način su orijentacije poprečnih presjeka u početnom položaju dane preko jediničnih ortogonalnih vektorskih funkcija  $\mathbf{g}_{01}(X^1), \mathbf{g}_{02}(X^1), \mathbf{g}_{03}(X^1)$  kao  $\mathbf{g}_{0i}(X^1) = \Lambda_0 \mathbf{e}_i, i = 1, 2, 3$ . Ova trojka se poistovjećuje sa materijalnom nepomičnom ortogonalnom trojkom jediničnih vektorskih funkcija  $\mathbf{G}_1(X^1), \mathbf{G}_2(X^1), \mathbf{G}_3(X^1)$ . Grede koje mi analiziramo su u početnom položaju ravne pa su vektorske funkcije  $\mathbf{G}_i$  konstantne, a samim time i funkcije  $\Lambda_0$ . Vektor funkcije pomaka  $\mathbf{u}(X^1)$  i funkcija tenzora rotacije  $\mathbf{Q}(X^1)$  između početne i trenutne konfiguracije je dana na sljedeći način:

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 \quad \text{ i } \quad \mathbf{Q} = \Lambda \Lambda_0^t \quad (1)$$

Ortogonalna linearna transformacija  $\mathbf{Q}(X^1)$  je povezana sa vektorom rotacije  $\boldsymbol{\theta}(X^1)$  koji transformira (zaokreće) ortogonalnu trojku  $\mathbf{G}_i$  u ortogonalnu trojku  $\mathbf{g}_i$  na sljedeći način:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I} + \frac{\sin q}{q} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1 - \cos q}{q^2} \hat{\boldsymbol{\theta}}^2, \quad (2)$$

gdje  $\boldsymbol{\theta} = \|\boldsymbol{\theta}\|$ , a oznaka šeširić iznad vektorske veličine će nadalje u radu označavati antisimetričnu matricu koja je sa danim vektorom povezana tako da za bilo koja dva prostorna vektora  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  vrijedi sljedeće:  $\hat{\mathbf{a}}\mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} = \hat{\mathbf{b}}\mathbf{a} = \hat{\mathbf{b}}^t\mathbf{a} = -\hat{\mathbf{a}}^t\mathbf{b}$ .



Slika 1. Početni i deformirani položaj ravne debele grede.

*Deformacije:* Prema teoriji, vrijedi sljedeća jednakost

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Q}'\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0' \quad \text{i} \quad \hat{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}'\mathbf{Q}', \quad (3)$$

gdje su  $\mathbf{\Gamma}$  i  $\mathbf{K}$  materijalni vektori poprečnih deformacija i rotacije (promjena orijentacije između dva susjedna poprečna presjeka, npr torzijska zakrivljenost i zakrivljenost od savijanja). Za ravne grede gornja jednadžba se svodi na

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Q}'(\mathbf{G}_1 + \mathbf{u}') - \mathbf{G}_1 \quad \text{i} \quad \hat{\mathbf{K}} = \mathbf{\Lambda}'\mathbf{\Lambda}' \quad (4)$$

budući da je  $\mathbf{r}' = \lim_{DX^1 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}_0(X^1 + DX^1) - \mathbf{r}_0(X^1)}{DX^1} + \mathbf{u}' = \mathbf{G}_1 + \mathbf{u}'$ .

*Konstitutivne jednadžbe:* Za linearno elastični materijal, deformacije su povezane s reznim silama (silama i momentima) na sljedeći način

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_N \mathbf{\Gamma} \quad \text{i} \quad \mathbf{M} = \mathbf{C}_M \mathbf{K}, \quad (5)$$

gdje su  $\mathbf{C}_N$  i  $\mathbf{C}_M$  konstantne konstitutivne dijagonalne matrice kojima su na dijagonali redom slijedeći članovi:  $(GA_1, GA_2, EA)$  i  $(EI_1, EI_2, GI_t)$ . Ovdje  $E$  označava Youngov modul elastičnosti,  $G$  je modul posmika,  $A$  je površina poprečnog presjeka,  $A_1$  i  $A_2$  su posmične površine,  $I_1$  i  $I_2$  su momenti inercije s obzirom na bazne vektore  $\mathbf{g}_1$  i  $\mathbf{g}_2$ , a  $I_t$  je torzijska konstanta poprečnog presjeka.

*Ravnotežne jednačbe:* Ako je deformacija između početnog i deformiranog položaja uzrokovana raspodijeljenom statičkom vanjskom silom  $\mathbf{n}(X^1)$  i raspodijeljenim momentom  $\mathbf{m}(X^1)$ , diferencijalna jednačba grede je dana kako slijedi

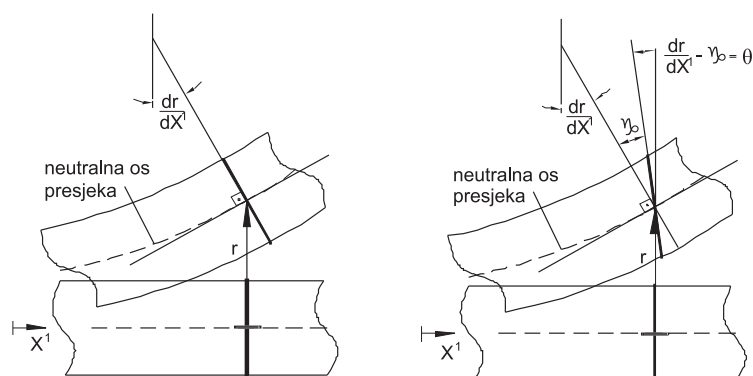
$$(\mathbf{QN})' + \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{i} \quad (\mathbf{QM})' + \mathbf{r}' \times \mathbf{QN} + \mathbf{m} = \mathbf{0}, \quad (6)$$

gdje (') označava derivaciju s obzirom na parametar  $X^1$ .

## 2.2. Timošenkova teorija debelih greda kao linearna aproksimacija

### *Simo – Reissnerove teorije*

Timošenkova teorija počiva na hipotezi da poprečni presjeci koji su u početnom položaju ravni, ostaju ravni i nakon deformacije (Bernoullijeva hipoteza), ali kut koji zatvaraju sa težišnom osi grede nije nužno sačuvan nakon deformiranja, što je prikazano na **Slici 2**. Ova teorija je široko primjenjiva kod linearne analize inženjerskih grednih problema a slijedi iz nelinearne Simo – Reissnerove teorije ukoliko se sve nelinearnosti vezane uz položaje i zaokrete poprečnog presjeka eliminiraju.



Slika 2. Razlika između Bernoullijeve (tanke) i Timošenkove (debele) grede.

Ako pretpostavimo da je vektor rotacije infinitezimalno malen,  $\sin \theta \rightarrow \theta$ ,  $\cos \theta \rightarrow 1$  te svi članovi višeg reda nestaju, pa se (1) reducira na

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I} + \hat{\boldsymbol{\theta}}. \quad (7)$$

Nadalje, za infinitezimalno malene deformacije svi umnošci derivacija pomaka  $\mathbf{u}'$  i rotacija također nestaju pa (3) postaje

$$\boldsymbol{\Gamma} = (\mathbf{I} - \hat{\boldsymbol{\theta}})(\mathbf{G}_1 + \mathbf{u}') - \mathbf{G}_1 = \mathbf{u}' + \hat{\mathbf{G}}_1 \boldsymbol{\theta} \quad \text{i} \quad \hat{\mathbf{K}} = (\mathbf{I} - \hat{\boldsymbol{\theta}})\hat{\boldsymbol{\theta}}' = \hat{\boldsymbol{\theta}}' \leftrightarrow \mathbf{K} = \boldsymbol{\theta}' \quad (8)$$

Konstitutivne jednađbe (5) sada se mogu pisati preko derivacija pomaka, rotacija i derivacija rotacija na sljedeći naćin

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_N(\mathbf{G}_1 + \mathbf{u}' + \hat{\mathbf{G}}_1\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{C}_N(\mathbf{r}' + \hat{\mathbf{G}}_1\boldsymbol{\theta}) \quad \text{i} \quad \mathbf{M} = \mathbf{C}_M\boldsymbol{\theta}'$$

Nakon što te jednakosti uvrstimo u ravnotežne jednađbe (6) dobivamo

$$\mathbf{C}_N(\mathbf{r}' + \hat{\mathbf{G}}_1\boldsymbol{\theta})' + \mathbf{n} = 0 \quad \text{i} \quad \mathbf{C}_M\boldsymbol{\theta}'' + \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_N(\mathbf{r}' + \hat{\mathbf{G}}_1\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{m} = 0 \quad (9)$$

gdje su opet zanemareni ćlanovi višeg reda koji nastaju kao produkt nepoznatih derivacija funkcija pomaka i rotacija. Ukoliko prvu od ove dvije jednađbe uvrstimo u drugu koju smo prije toga derivirali s obzirom na parametar  $X^1$  dobivamo dvije diferencijalne jednađbe oblika

$$\boldsymbol{\theta}''' = \mathbf{C}_M^{-1}(\mathbf{G}_1 \times \mathbf{n} - \mathbf{m}') \quad \text{i} \quad \mathbf{r}'' = -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{G}_1 \times \boldsymbol{\theta}' \quad (10)$$

Ove dvije diferencijalne jednađbe sada možemo riješiti s obzirom na nepoznate  $\boldsymbol{\theta}$  i  $\mathbf{r}$  pa dobivamo

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{C}_M^{-1} \iiint (\mathbf{G}_1 \times \mathbf{n} - \mathbf{m}') dX^1 dX^1 dX^1 + \frac{1}{2} \mathbf{C}_1 (X^1)^2 + \mathbf{C}_2 X^1 + \mathbf{C}_3, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r} = & -\mathbf{C}_N^{-1} \iint \mathbf{n} dX^1 dX^1 - \mathbf{G}_1 \times \mathbf{C}_M^{-1} \iiint (\mathbf{G}_1 \times \mathbf{n} - \mathbf{m}') dX^1 dX^1 dX^1 \\ & - \frac{1}{6} \mathbf{G}_1 \times \mathbf{C}_1 (X^1)^3 - \frac{1}{2} \mathbf{G}_1 \times \mathbf{C}_2 (X^1)^2 + \mathbf{C}_4 X^1 + \mathbf{C}_5 \end{aligned} \quad (12)$$

gdje su  $\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_5$  vektorske konstante koje se određuju iz danih kinematićkih uvjeta.

### 2.3. Nove interpolacijske funkcije (vezana interpolacija)

Ovdje predstavljene interpolacijske funkcije temelje se na toćnom rješenju diferencijalne jednađbe te samim time daju toćna rješenja za pomake i kuteve zaokreta grednog konaćnog elementa. Dati će se oblici tih funkcija za elemente sa dva, tri, ćetiri i pet ćvorova te će se pokazati da oni zadovoljavaju rješenje diferencijalne jednađbe upravo iz razloga što je rješenje diferencijalne jednađbe polazna toćka pri njihovom formiranju. Iz rješenja (11) i (12) vidimo da su  $\boldsymbol{\theta}$  i  $\mathbf{r}$  polinomi ukoliko je opterećenje  $\mathbf{n}$  polinomsko, da je rješenje za pomak  $\mathbf{r}$  za jedan stupanj više nego rješenje za zaokret  $\boldsymbol{\theta}$  te da problem sa zadanim vrijednostima za  $\boldsymbol{\theta}_i$  i  $\mathbf{r}_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) u  $n$  ćvornih toćaka odgovara rješenju s odrećenim brojem vektorskih integracijskih konstanti  $\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_5$ ,  $\mathbf{C}_N^{-1}\mathbf{n}$  i  $\mathbf{C}_N^{-1}\hat{\mathbf{G}}_1\mathbf{n}$ . Ovi zakljućci



sumirani su u **Tabeli 1**, a pokazat će se da rješenja za  $\theta$  i  $\mathbf{r}$  općenito mogu biti zapisana kao:

$$\theta = \sum_{i=1}^n I^i \theta_i \quad (13)$$

$$\mathbf{r} = \sum_{i=1}^n I_n^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \mathbf{G}_1 \times \theta_i, \quad (14)$$

gdje je  $\theta$  interpolirani vektor kuta zaokreta,  $\mathbf{r}$  interpolirani vektor pomaka,  $\theta_i$  i  $\mathbf{r}_i$  su vektori kuteva zaokreta i položaja u  $i$  – tom čvoru,  $I_n^i$  su standardni Lagrangeovi polinomi za konačni gredni element sa  $n$  čvorova, linearne funkcije  $I_n^i$  definirane su kao  $N_n^i = \frac{x}{L}$  za  $i = 1$ , a u suprotnom  $N_n^i = 1 - \frac{n-1}{i-1} \frac{x}{L}$ . Ovdje  $x$  označava lučnu koordinatu grede, dok  $\mathbf{G}_1$  označava jedinični vektor usmjeren duž nedeformirane težišne osi grede.


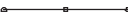



Tip opterećenja	Stupanj polinoma		Broj nepoznatih konstanti	Prikladan element	Broj parametara
	$\theta$	$\mathbf{r}$			
M=const.	1	2	4		4
T=const.	2	3	5		6
q=const.	3	4	7		8
q=lin.	4	5	9		10
...	...	...	...	...	...
q=n-4°	n-1	n	2n-1	 n	2n

Tabela 1. Zavisnost opterećenja, stupnja polinoma i broja čvorova.

Osnovna razlika između ovih interpolacija i uobičajeno korištenih interpolacija standardnim Lagrangeovim polinomima jest u tome da je izraz za pomak  $\mathbf{r}$  funkcija za jedan stupanj viša od funkcije koja opisuje kut zaokreta  $\theta$ , što u potpunosti odgovara slučaju Bernoullijeve grede kada su kutevi zaokreta oko glavnih osi presjeka jednaki derivacijama bočnih pomaka po osnoj koordinati. Dakle, drugi član u jednadžbi (14) se koristi kako bi se povećao stupanj polinoma interpolacijske funkcije za pomak.

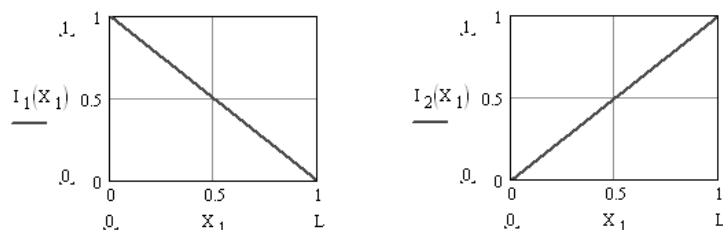
Nadalje, u primjerima za tri, četiri i pet čvorova, vidjet ćemo da je broj parametara iz kojih određujemo nepoznate konstante, uvijek za jedan veći od broja konstanti koje tražimo. Stoga je potrebno iskombinirati dane jednadžbe dobivene

za rubne uvjete, na način da zadovolje traženu formu. Pri tome se konstante dobivene za uvjet (13) u formi općenito razlikuju od konstanti dobivenih za uvjet (14) (iako se može uočiti da su neke konstante identične za oba uvjeta). Naime, jednačbe koje dobivamo koristeći rubne uvjete nisu međusobno neovisne, stoga se ta međusobna ovisnost izražava preko različitih izraza za te konstante. Također postoji odgovarajuća veza između tipa opterećenja i zadovoljavajućeg konačnog elementa, što je pregledno dato u **Tabeli 1**.

### 2.3.1. Konačni gredni element sa dva čvora

U ovom slučaju, funkcije  $I^i$  i  $N_i$  su definirane kao

$$I^1 = 1 - \frac{x^1}{L}, \quad I^2 = \frac{x^1}{L}, \quad N_1 = \frac{x^1}{L}, \quad N_2 = 1 - \frac{x^1}{L}.$$



Slika 3. Prikaz funkcija  $I^i$  i  $P$  (uzeto je  $L=1$ )

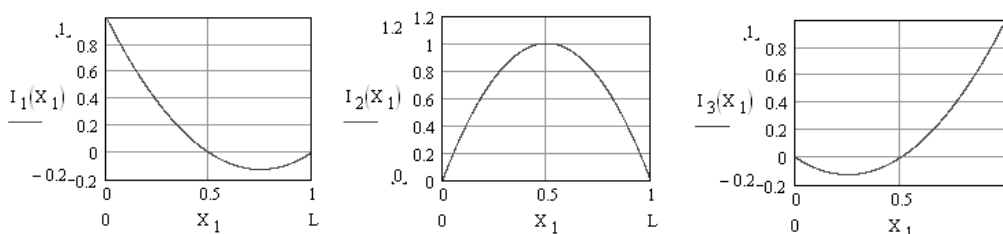
Rješenja diferencijalnih jednačbi (11) i (12) za ovakav konačni gredni element poprimaju oblik  $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{C}_2 x^1 + \mathbf{C}_3$ ,  $\mathbf{r} = -\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 \frac{(x^1)^2}{2} + \mathbf{C}_4 x^1 + \mathbf{C}_5$ . Postavljamo kinematičke rubne uvjete: za  $x^1 = 0$  je  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_1$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ , za  $x^1 = L$  je  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_2$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2$ . Iz tih uvjeta dobivamo vektorske integracijske konstante  $\mathbf{C}_2 = \frac{1}{L}(\boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1)$ ,  $\mathbf{C}_3 = \boldsymbol{\theta}_1$ ,  $\mathbf{C}_4 = \frac{1}{L}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{G}}_1 (\boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1)$ ,  $\mathbf{C}_5 = \mathbf{r}_1$ .

Uvrštavanje dobivenih konstanti u rješenja diferencijalne jednačbe (11) i (12) omogućava njihov zapis u obliku:

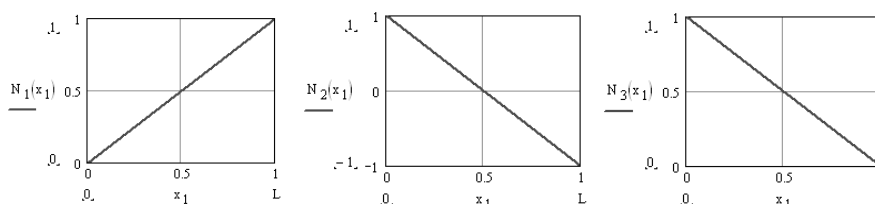
$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= \sum_{i=1}^{n=2} I^i \boldsymbol{\theta}_i \\ \mathbf{r} &= \sum_{i=1}^{n=2} I^i \mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{L} (\boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1) \frac{(x^1)^2}{2} + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1) x^1 = \sum_{i=1}^{n=2} I^i \mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{L}{2} \left[ \left( \frac{x^1}{L} \right)^2 - \frac{x^1}{L} \right] (\boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1) = \\ &= \sum_{i=1}^{n=2} I^i \mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{L}{2} N_1 N_2 (\boldsymbol{\theta}_1 - \boldsymbol{\theta}_2) \end{aligned}$$

### 2.3.2. Konačni gredni element sa tri čvora

Za konačni gredni element sa tri čvora Lagrangeovi polinomi  $I^i$  imaju sljedeći oblik  $I^1 = 1 - 3\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2$ ,  $I^2 = 4\frac{x^1}{L} - 4\left(\frac{x^1}{L}\right)^2$ ,  $I^3 = -\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2$ , grafički prikazane na **Slici 4**, dok su linearne funkcije  $N_i$  jednake  $N_1 = \frac{x^1}{L}$ ,  $N_2 = 1 - 2\frac{x^1}{L}$ ,  $N_3 = 1 - \frac{x^1}{L}$ , grafički su prikazani na **Slici 5**.



Slika 4. Prikaz polinoma  $I^1, I^2, I^3$ .



Slika 5. Prikaz linearnih funkcija  $N_i$ . Njihova glavna karakteristika je da su u  $i$ -tom čvoru jednake nuli.

Rješenja diferencijalnih jednačini (11) i (12) u ovom slučaju imaju oblik  $\theta = C_1 \frac{(x^1)^2}{2} + C_2 x^1 + C_3$ ,  $r = -\hat{G}_1 C_1 \frac{(x^1)^3}{6} - \hat{G}_1 C_2 \frac{(x^1)^2}{2} + C_4 x^1 + C_5$ . Kao i za prethodni konačni element postavljamo kinematičke rubne uvjete za svaki čvor: za  $X^1 = 0$  je  $\theta = \theta_1$ ,  $r = r_1$ , za  $X^1 = L/2$  je  $\theta = \theta_2$ ,  $r = r_2$  i za  $X^1 = L$  je  $\theta = \theta_3$ ,  $r = r_3$ . Za svaki ovaj kinematički rubni uvjet postavljamo odgovarajuću jednačnu te na taj način dobivamo vektorske konstante  $C_1 = \frac{4}{L^2}(\theta_1 - 2\theta_2 + \theta_3)$ ,  $C_2 = \frac{-1}{L}(3\theta_1 - 4\theta_2 + \theta_3)$ ,  $C_3 = \theta_1$ ,  $C_4 = \frac{1}{L}(r_3 - r_1) + \hat{G}_1(-\frac{5}{6}\theta_1 + \frac{2}{3}\theta_2 + \frac{1}{6}\theta_3)$ ,  $C_5 = \theta_1$ . Tako dobivene konstante vraćene u izraz za kut zaokreta omogućuju sljedeći zapis

$$\boldsymbol{\theta} = 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2(\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) - \frac{x^1}{L}(3\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) + \boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{\theta}_1 \left[1 - 3\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] + \boldsymbol{\theta}_2 \left[4\frac{x^1}{L} - 4\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] + \boldsymbol{\theta}_3 \left[-\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] = \boldsymbol{\theta}_1 I^1 + \boldsymbol{\theta}_2 I^2 + \boldsymbol{\theta}_3 I^3 = \sum_{i=1}^3 I^i \boldsymbol{\theta}_i$$

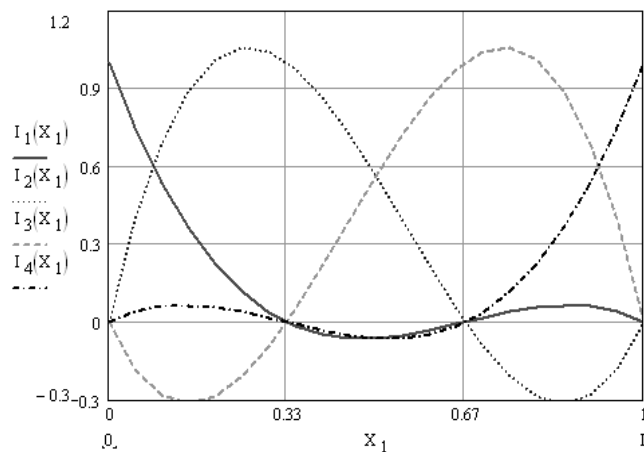
Zadržimo konstantu  $\mathbf{c}_1$  i s njom se vraćamo u jednadžbe definirane rubnim uvjetima te dobivamo  $\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 = -\frac{4}{L^2}(\mathbf{r}_1 - 2\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) - \frac{2}{L}\hat{\mathbf{G}}_1(\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3)$ ,  
 $\mathbf{C}_4 = \frac{1}{L}(-3\mathbf{r}_1 + 4\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) - \frac{1}{3}\hat{\mathbf{G}}_1(\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3)$ .

Te konstante uvrštene u rješenje diferencijalne jednadžbe za  $\mathbf{r}$  omogućuju sljedeći zapis

$$\mathbf{r} = -\hat{\mathbf{G}}_1 \frac{2}{3} \frac{(x^1)^3}{L^2} (\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2 (\mathbf{r}_1 - 2\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{(x^1)^2}{L} (\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) + \frac{x^1}{L} (-3\mathbf{r}_1 + 4\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{x^1}{3} (\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) + \mathbf{r}_1 \left[1 - 3\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] + \mathbf{r}_2 \left[4\frac{x^1}{L} - 4\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] + \mathbf{r}_3 \left[-\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] - \hat{\mathbf{G}}_1 (\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3) \frac{L}{3} \frac{x^1}{L} \left[1 - 3\frac{x^1}{L} + 2\left(\frac{x^1}{L}\right)^2\right] = I^1 \mathbf{r}_1 + I^2 \mathbf{r}_2 + I^3 \mathbf{r}_3 - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{L}{3} N_1 N_2 N_3 (\boldsymbol{\theta}_1 - 2\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3)$$

### 2.3.3. Konačni gredni element sa četiri čvora

Lagrangeovi interpolacijski polinomi imaju sljedeći oblik  $I^1 = 1 - \frac{11}{2} \frac{x^1}{L} + 9\left(\frac{x^1}{L}\right)^2 - \frac{9}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^3$ ,  
 $I^2 = 9\frac{x^1}{L} - \frac{45}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^2 + \frac{27}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^3$ ,  $I^3 = -\frac{9}{2} \frac{x^1}{L} + 18\left(\frac{x^1}{L}\right)^2 - \frac{27}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^3$ ,  $I^4 = \frac{x^1}{L} - \frac{9}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^2 + \frac{9}{2} \left(\frac{x^1}{L}\right)^3$ , grafički su dane na **Slici 6**, dok su linearne funkcije  $N_i$  jednake  $N_1 = X^1/L$ ,  $N_2 = 1 - 3X^1/L$ ,  $N_3 = 1 - 3X^1/2L$ ,  $N_4 = 1 - X^1/L$ .



Slika 6. Grafički prikaz polinoma  $I^1, I^2, I^3, I^4$ .

Ovakav element zahtijeva odgovarajuće, jednoliko raspodijeljeno, kontinuirano opterećenje.

Rješenja diferencijalnih jednadžbi (11) i (12) u ovom slučaju imaju oblik

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\theta} &= \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{n} \frac{(X^1)^3}{6} + \mathbf{C}_1 \frac{(X^1)^2}{2} + \mathbf{C}_2 X^1 + \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{r} &= -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{n} \frac{(X^1)^2}{2} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{n} \frac{(X^1)^4}{24} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_1 \frac{(X^1)^3}{6} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 \frac{(X^1)^2}{2} + \mathbf{C}_4 X^1 + \mathbf{C}_5.\end{aligned}$$

Radi jednostavnosti, uvest ćemo supstitucije  $\mathbf{A} = \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{E} = -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{n}$ . Postavljanjem već dobro znanih rubnih uvjeta, dobivamo 8 jednadžbi iz kojih trebamo odrediti 7 vektorskih konstanti. Rubne uvjete možemo općenito pisati kao: za  $X^1 = iL/n$  je  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_i$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ , pri čemu je  $n$  broj čvorova konačnog elementa, a  $i$  je čvor za kojega postavljamo rubne uvjete. Dobivamo nepoznate konstante  $\mathbf{C}_1 = \frac{9}{L^2}(2\boldsymbol{\theta}_1 - 5\boldsymbol{\theta}_2 + 4\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4)$ ,  $\mathbf{C}_2 = \frac{-1}{2L}(11\boldsymbol{\theta}_1 - 18\boldsymbol{\theta}_2 + 9\boldsymbol{\theta}_3 - 2\boldsymbol{\theta}_4)$ ,  $\mathbf{c}_3 = \boldsymbol{\theta}_1$ ,  $\mathbf{c}_5 = \mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{A} = \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{E} = -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{E} = -\frac{1}{4L} \hat{\mathbf{G}}_1(5\boldsymbol{\theta}_1 + 3\boldsymbol{\theta}_2 - 9\boldsymbol{\theta}_3 + \boldsymbol{\theta}_4) + \frac{9}{L^2}(\mathbf{r}_1 - 2\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3)$ . Ako te konstante uvrstimo u rješenje diferencijalne jednadžbe za  $\boldsymbol{\theta}$ , dobivamo:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\theta} &= -\frac{9}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^3 (\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) + \frac{9}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^2 (2\boldsymbol{\theta}_1 - 5\boldsymbol{\theta}_2 + 4\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) - \frac{X^1}{2L} (11\boldsymbol{\theta}_1 - 18\boldsymbol{\theta}_2 + 9\boldsymbol{\theta}_3 - 2\boldsymbol{\theta}_4) \\ &= \boldsymbol{\theta}_1 \left[ 1 - \frac{11}{2} \frac{X^1}{L} + 9 \left(\frac{X^1}{L}\right)^2 - \frac{9}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^3 \right] + \boldsymbol{\theta}_2 \left[ 9 \frac{X^1}{L} - \frac{45}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^2 + \frac{27}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^3 \right] + \boldsymbol{\theta}_3 \left[ -\frac{9}{2} \frac{X^1}{L} + 18 \left(\frac{X^1}{L}\right)^2 - \frac{27}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^3 \right] + \\ &\boldsymbol{\theta}_4 \left[ \frac{X^1}{L} - \frac{9}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^2 + \frac{9}{2} \left(\frac{X^1}{L}\right)^3 \right] = \boldsymbol{\theta}_1 I^1 + \boldsymbol{\theta}_2 I^2 + \boldsymbol{\theta}_3 I^3 + \boldsymbol{\theta}_4 I^4 = \sum_{i=1}^{n=3} I^i \boldsymbol{\theta}_i\end{aligned}$$

Ukoliko zadržimo konstantu  $\mathbf{A}$  i vratimo se u jednadžbe definirane rubnim uvjetima, dobivamo sljedeće konstante:  $\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_1 = \frac{27}{L^2}(\mathbf{r}_1 - 3\mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{27}{2L^2}(\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4)$ ,  $\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 = -\frac{27}{2L^2}(\mathbf{r}_1 - 3\mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{4L}(13\boldsymbol{\theta}_1 - 27\boldsymbol{\theta}_2 + 27\boldsymbol{\theta}_3 - 13\boldsymbol{\theta}_4)$ ,  $\mathbf{C}_4 = -\hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{4}(\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) + \frac{1}{L}(-\frac{11}{2}\mathbf{r}_1 + 9\mathbf{r}_2 - \frac{9}{2}\mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4)$ ,  $\mathbf{E} = \frac{9}{2L^2}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{2L}(\boldsymbol{\theta}_1 + 3\boldsymbol{\theta}_2 - 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4)$ , koje uvrštene u rješenje diferencijalne jednadžbe za  $\mathbf{r}$  omogućuju zapis:

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \frac{9\alpha^1)^2}{4L^2}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{(X^1)^2}{4L}(\boldsymbol{\theta}_1 + 3\boldsymbol{\theta}_2 - 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{9\alpha^1)^4}{8L^3}(\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) - \\ &\frac{9\alpha^1)^3}{2L^3}(\mathbf{r}_1 - 3\mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{9\alpha^1)^3}{4L^2}(\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) + \frac{27\alpha^1)^2}{4L^2}(\mathbf{r}_1 - 3\mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) - \\ &\hat{\mathbf{G}}_1 \frac{(X^1)^2}{8L}(13\boldsymbol{\theta}_1 - 27\boldsymbol{\theta}_2 + 27\boldsymbol{\theta}_3 - 13\boldsymbol{\theta}_4) + \frac{X^1}{L}(-\frac{11}{2}\mathbf{r}_1 + 9\mathbf{r}_2 - \frac{9}{2}\mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{X^1}{4}(\boldsymbol{\theta}_1 - 3\boldsymbol{\theta}_2 + 3\boldsymbol{\theta}_3 - \boldsymbol{\theta}_4) + \\ &= \sum_{i=1}^n I_n^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^{n=4} N_n^j \sum_{i=1}^{n=4} (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \times \boldsymbol{\theta}_i\end{aligned}$$

### 2.3.4. Konačni gredni element sa pet čvorova

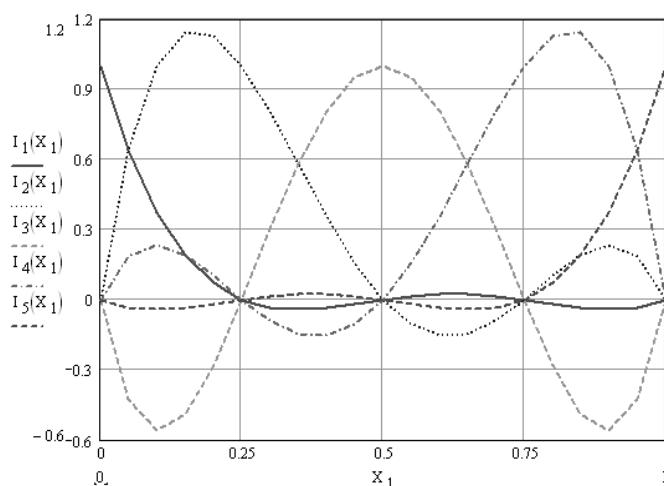
Za ovakav gredni konačni element, Lagrangeove funkcije su dane izrazima

$$\frac{25x^1}{3L} + \frac{70(x^1)^2}{3L^2} - \frac{80(x^1)^3}{3L^3} + \frac{32(x^1)^4}{3L^4}, I^2 = \frac{16x^1}{L} - \frac{208(x^1)^2}{3L^2} + \frac{96(x^1)^3}{L^3} - \frac{128(x^1)^4}{3L^4}, I^3 = -\frac{12x^1}{L} + \frac{76(x^1)^2}{L^2} - \frac{128(x^1)^3}{L^3} +$$

$$I^4 = \frac{16x^1}{3L} - \frac{112(x^1)^2}{3L^2} + \frac{224(x^1)^3}{3L^3} - \frac{128(x^1)^4}{3L^4}, I^5 = -\frac{x^1}{L} + \frac{22(x^1)^2}{3L^2} - \frac{16(x^1)^3}{L^3} + \frac{32(x^1)^4}{3L^4},$$

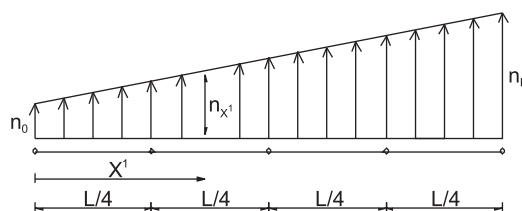
a grafički ih možemo prikazati sve na jednom dijagramu koji je dan na **Slici 7**. Linearne funkcije  $N_i$  su

$$dane izrazima  $N_1 = \frac{x^1}{L}, N_2 = 1 - 4\frac{x^1}{L}, N_3 = 1 - 2\frac{x^1}{L}, N_4 = 1 - \frac{3x^1}{4L}, N_5 = 1 - \frac{x^1}{L}$ .$$



Slika 7. Zajednički dijagram polinoma  $I_1 - I_5$ .

Kao što je element sa 4 čvora zahtijevao odgovarajuće opterećenje, tako i ovaj element zahtijeva odgovarajuće, linearno raspodijeljeno kontinuirano opterećenje.



Slika 8. Odgovarajuće opterećenje za 4 – čvorni konačni gredni element.

Prema **Slici 8** vrijedi zakonitost  $n_{x^1} = n_0(1 - \frac{x^1}{L}) + n_L \frac{x^1}{L}$ , gdje je  $n_{x^1}$  ordinata kontinuiranog opterećenja u presjeku  $X^1$ .

Ovaj slučaj ćemo riješiti na malo drugačiji, ali i dalje matematički prihvatljiv način. Pretpostavit ćemo da vrijedi ono što želimo dokazati:

$$\boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^n I^i \boldsymbol{\theta}_i$$

$$\mathbf{r} = \sum_{i=1}^n I_n^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \times \boldsymbol{\theta}_i$$

Rješenja diferencijalnih jednadžbi za ovaj slučaj imaju sljedeći oblik:

$$\mathbf{r} = -\mathbf{C}_N^{-1} \left[ \frac{(X^1)^3}{6L} (\mathbf{n}_L - \mathbf{n}_0) + \mathbf{n}_0 \frac{(X^1)^2}{2} \right] - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \left[ \frac{(X^1)^5}{120L} (\mathbf{n}_L - \mathbf{n}_0) + \mathbf{n}_0 \frac{(X^1)^4}{24} \right] - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_1 \frac{(X^1)^3}{6} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 \frac{(X^1)^2}{2} + \mathbf{C}_4 X^1 + \mathbf{C}_5$$

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \left[ \frac{(X^1)^4}{24L} (\mathbf{q}_L - \mathbf{q}_0) + \mathbf{q}_0 \frac{(X^1)^3}{6} \right] + \mathbf{C}_1 \frac{(X^1)^2}{2} + \mathbf{C}_2 X^1 + \mathbf{C}_3$$

Uvest ćemo supstitucije  $\mathbf{A} = \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{q}_0$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{C}_M^{-1} \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{q}_L$ ,  $\mathbf{E} = -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{q}_L$ ,  $\mathbf{D} = -\mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{q}_0$  pa rješenja za  $\mathbf{r}$  i  $\boldsymbol{\theta}$  diferencijalne jednadžbe poprimaju oblik:

$$\mathbf{r} = -\hat{\mathbf{G}}_1 \frac{(X^1)^5}{120L} (\mathbf{B} - \mathbf{A}) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{(X^1)^4}{24} \mathbf{A} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_1 \frac{(X^1)^3}{6} + \frac{(X^1)^3}{6L} (\mathbf{E} - \mathbf{D}) + \frac{(X^1)^2}{2} \mathbf{D} - \hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 \frac{(X^1)^2}{2} + \mathbf{C}_4 X^1 + \mathbf{C}_5$$

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{(X^1)^4}{24L} (\mathbf{B} - \mathbf{A}) + \frac{(X^1)^3}{6} \mathbf{A} + \frac{(X^1)^2}{2} \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 X^1 + \mathbf{C}_3$$

Rubne uvjete možemo poopćeno pisati kao i u prethodnom slučaju: za  $X^1 = iL/n$  je  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_i$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ . Pretpostavit ćemo da vrijede zakonitosti koje želimo dokazati, te ćemo na temelju uspoređivanja koeficijenata uz određene potencije  $X^1$  dobiti tražene konstante, kojih sada ima devet.

Pretpostavimo da vrijedi sljedeće:

$$\boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^n I^i \boldsymbol{\theta}_i = \left[ 1 - \frac{25}{3} \frac{X^1}{L} + \frac{70}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - \frac{80}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + \frac{32}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \boldsymbol{\theta}_1 + \left[ 16 \frac{X^1}{L} - \frac{208}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 + 96 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 - \frac{128}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \boldsymbol{\theta}_2 + \left[ -12 \frac{X^1}{L} + 76 \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - 128 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + 64 \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \boldsymbol{\theta}_3 + \left[ \frac{16}{3} \frac{X^1}{L} - \frac{112}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 + \frac{224}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 - \frac{128}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \boldsymbol{\theta}_4 + \left[ -\frac{X^1}{L} + \frac{22}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - 16 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + \frac{32}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \boldsymbol{\theta}_5$$

$$= \frac{(X^1)^4}{24L} (\mathbf{B} - \mathbf{A}) + \frac{(X^1)^3}{6} \mathbf{A} + \frac{(X^1)^2}{2} \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 X^1 + \mathbf{C}_3$$

Dobivamo konstante:

$$\mathbf{A} = \frac{6}{L^3} \left( -\frac{80}{3} \boldsymbol{\theta}_1 + 96 \boldsymbol{\theta}_2 - 128 \boldsymbol{\theta}_3 + \frac{224}{3} \boldsymbol{\theta}_4 - 16 \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{L^3} \left( 96 \boldsymbol{\theta}_1 - 448 \boldsymbol{\theta}_2 + 768 \boldsymbol{\theta}_3 - 576 \boldsymbol{\theta}_4 + 160 \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

$$\mathbf{C}_1 = \frac{2}{L^2} \left( \frac{70}{3} \boldsymbol{\theta}_1 - \frac{208}{3} \boldsymbol{\theta}_2 + 76 \boldsymbol{\theta}_3 - \frac{112}{3} \boldsymbol{\theta}_4 + \frac{22}{3} \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

$$\mathbf{C}_2 = \frac{1}{L} \left( -\frac{25}{3} \boldsymbol{\theta}_1 + 16 \boldsymbol{\theta}_2 - 12 \boldsymbol{\theta}_3 + \frac{16}{3} \boldsymbol{\theta}_4 - \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

$$\mathbf{C}_3 = \boldsymbol{\theta}_1$$

Te konstante moraju zadovoljiti rubne uvjete kako bi naša pretpostavka vrijedila. To jest zadovoljeno, u što se možemo uvjeriti uvrštavajući dobivene konstante  $\mathbf{A} \dots \mathbf{C}_3$  u rubne uvjete. Time smo pokazali da vrijedi jednakost  $\boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^n I^i \boldsymbol{\theta}_i$ .

Još trebamo pokazati da vrijedi  $\mathbf{r} = \sum_{i=1}^n I_n^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \mathbf{G}_1 \times \boldsymbol{\theta}_i$ . U tu

svrhu ćemo pretpostaviti da ta jednakost vrijedi, te konstante dobivene na taj način moraju također zadovoljavati rubne uvjete.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} = \sum_{i=1}^n I^i \mathbf{r}_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \mathbf{G}_1 \times \boldsymbol{\theta}_i = & \left[ 1 - \frac{25}{3} \frac{X^1}{L} + \frac{70}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - \frac{80}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + \frac{32}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \mathbf{r}_1 + \\ & \left[ 16 \frac{X^1}{L} - \frac{208}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 + 96 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 - \frac{128}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \mathbf{r}_2 + \left[ -12 \frac{X^1}{L} + 76 \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - 128 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + 64 \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \mathbf{r}_3 + \\ & \left[ \frac{16}{3} \frac{X^1}{L} - \frac{112}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 + \frac{224}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 - \frac{128}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \mathbf{r}_4 + \\ & \left[ -\frac{X^1}{L} + \frac{22}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - 16 \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + \frac{32}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] \mathbf{r}_5 - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{X^1}{5} \left[ 1 - \frac{25}{3} \frac{X^1}{L} + \frac{70}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^2 - \frac{80}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^3 + \frac{32}{3} \left( \frac{X^1}{L} \right)^4 \right] (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5) \end{aligned}$$

Uspoređujući koeficijente uz određene potencije  $X^1$  dobivamo konstante

$$\mathbf{C}_5 = \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{C}_4 = \frac{1}{L} \left( -\frac{25}{3} \mathbf{r}_1 + 16\mathbf{r}_2 - 12\mathbf{r}_3 + \frac{16}{3} \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_5 \right) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{5} (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{A} = -\frac{256}{L^4} (\mathbf{r}_1 - 4\mathbf{r}_2 + 6\mathbf{r}_3 - 4\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{128}{L^3} (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{B} = -\frac{256}{L^4} (\mathbf{r}_1 - 4\mathbf{r}_2 + 6\mathbf{r}_3 - 4\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{128}{L^3} (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5)$$

$$-\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 + \mathbf{D} = \frac{2}{L^2} \left( \frac{70}{3} \mathbf{r}_1 - \frac{208}{3} \mathbf{r}_2 + 76\mathbf{r}_3 - \frac{112}{3} \mathbf{r}_4 + \frac{22}{3} \mathbf{r}_5 \right) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{10}{3L} (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5)$$

$$-\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_1 L - \mathbf{D} + \mathbf{E} = \frac{6}{L^2} \left( -\frac{80}{3} \mathbf{r}_1 + 96\mathbf{r}_2 - 128\mathbf{r}_3 + \frac{224}{3} \mathbf{r}_4 - 16\mathbf{r}_5 \right) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{28}{L} (\boldsymbol{\theta}_1 - 4\boldsymbol{\theta}_2 + 6\boldsymbol{\theta}_3 - 4\boldsymbol{\theta}_4 + \boldsymbol{\theta}_5)$$

Budući nam fali još uvjeta da bismo mogli odrediti sve konstante, uvest ćemo još jednu pretpostavku. Na osnovi prethodnih primjera, možemo reći da rubni uvjet za  $X^1=L$  mora biti zadovoljen za prve dvije pretpostavke uz uvjet da su konstante  $\mathbf{C}_1$  i  $\mathbf{C}_4$  iste u oba slučaja. Tako dobivamo još dvije jednadžbe uz pomoću kojih sada možemo odrediti sve nepoznate vektorske integracijske konstante.

$$\mathbf{E} - \mathbf{D} = \frac{6}{L^2} \left( -\frac{80}{3} \mathbf{r}_1 + 96\mathbf{r}_2 - 128\mathbf{r}_3 + \frac{224}{3} \mathbf{r}_4 - 16\mathbf{r}_5 \right) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{L} \left( \frac{56}{3} \boldsymbol{\theta}_1 - \frac{80}{3} \boldsymbol{\theta}_2 - 16\boldsymbol{\theta}_3 + \frac{112}{3} \boldsymbol{\theta}_4 - \frac{40}{3} \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

$$\mathbf{E} + 2\mathbf{D} = \frac{6}{L^2} \left( \frac{22}{3} \mathbf{r}_1 - 16\mathbf{r}_2 + 12\mathbf{r}_3 - \frac{16}{3} \mathbf{r}_4 + 2\mathbf{r}_5 \right) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{6}{L} \left( \frac{13}{18} \boldsymbol{\theta}_1 + \frac{4}{9} \boldsymbol{\theta}_2 - \frac{4}{3} \boldsymbol{\theta}_3 + \frac{4}{9} \boldsymbol{\theta}_4 - \frac{15}{18} \boldsymbol{\theta}_5 \right)$$

Iz ove dvije jednadžbe dobivamo konstante  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{D}$  koje su jednake:

$$\mathbf{D} = \frac{4}{L^2} (17\mathbf{r}_1 - 56\mathbf{r}_2 + 70\mathbf{r}_3 - 40\mathbf{r}_4 + 9\mathbf{r}_5) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{3L} (-23\boldsymbol{\theta}_1 + 24\boldsymbol{\theta}_2 + 24\boldsymbol{\theta}_3 - 40\boldsymbol{\theta}_4 + 15\boldsymbol{\theta}_5)$$



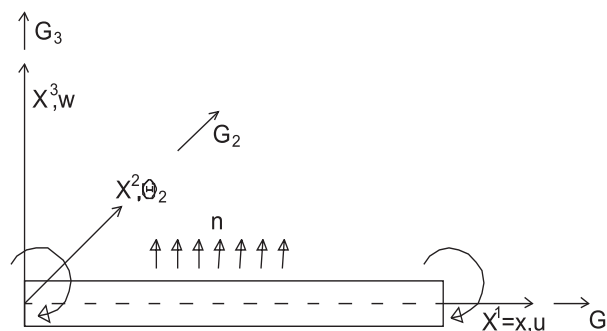
$$\mathbf{E} = \frac{-4}{L^2} (23\mathbf{r}_1 - 88\mathbf{r}_2 + 122\mathbf{r}_3 - 72\mathbf{r}_4 + 15\mathbf{r}_5) + \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{L} (11\boldsymbol{\theta}_1 - \frac{56}{3}\boldsymbol{\theta}_2 - 8\boldsymbol{\theta}_3 + 240\boldsymbol{\theta}_4 - \frac{25}{3}\boldsymbol{\theta}_5)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_1 \mathbf{C}_2 = \frac{64}{3L^2} (\mathbf{r}_1 - 4\mathbf{r}_2 + 6\mathbf{r}_3 - 4\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) - \hat{\mathbf{G}}_1 \frac{1}{L} (11\boldsymbol{\theta}_1 - \frac{64}{3}\boldsymbol{\theta}_2 + 12\boldsymbol{\theta}_3 - \frac{5}{3}\boldsymbol{\theta}_5)$$

Dobivene konstante zadovoljavaju rubne uvjete, u što se opet možemo uvjeriti uvrštavajući ih u kinematičke rubne uvjete.

### 2.3.5. Ravninsko stanje

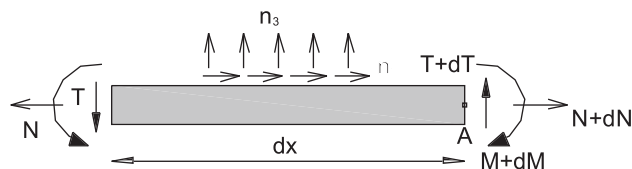
U slučaju ravninskih greda, kao nepoznate veličine u svakom čvoru javljaju se dva pomaka i jedan kut zaokreta. Situacija je u potpunosti analogna slučaju prostornih greda. Razlika je u tome što konstante koje su u prostoru imale vektorski oblik, sada postaju obične skalarnе konstante ali oblika istog kao i u slučaju prostornih greda.



Slika 9. Pozitivni koordinatni sustav.

Za slučaj ravninskog stanja javlja nam se samo kut zaokreta oko osi  $X_2$ , dakle kut  $\theta_2$ , matrica  $\mathbf{C}_M$  zadržava samo član  $EI$ , a u matrici  $\mathbf{C}_N$  ostaje član  $EA$  i samo jedan član  $GA$ , u ovome slučaju  $GA_3$ .

Pokazat ćemo izvod diferencijalnih jednadžbi za ravninsko stanje. Promatramo infinitezimalno maleni dio grednoga ravninskoga nosača, te na njemu postavimo uvjete ravnoteže poprečnih sila i sume momenata oko točke  $A$  prema **Slici 10**.



Slika 10. Ravnoteža infinitezimalnog dijela grednog nosača.

Iz ravnoteže horizontalnih i vertikalnih sila, slijedi:

$$\frac{dN}{dx} = -n_1, \quad \frac{dT}{dx} = -n_3$$

Iz ravnoteže momenata oko točke A slijedi:

$$\frac{dM}{dx} = T$$

Nadalje, vrijede sljedeći odnosi:

$$\begin{aligned} N &= EA\varepsilon & \frac{dN}{dx} &= EAu'' = -n_1 \\ T &= GA\gamma & \frac{dT}{dx} &= GA(w'' + \theta') = -n_3 \\ M &= -EI\theta' & \frac{d^2M}{dx^2} &= -n_3 = -EI\theta''' \\ \varepsilon &= u' & & \\ \gamma &= w' + \theta & & \end{aligned}$$

Stoga diferencijalne jednačbe za ravninsko stanje imaju oblik:

$$\begin{aligned} EAu'' &= -n_1 \\ EI\theta''' &= n_3 \\ -n_3 &= GA(w'' + \theta') \end{aligned}$$

Vezana interpolacija za ravninsko stanje ima sljedeći oblik:

$$\begin{aligned} \theta &= \sum_{i=1}^n I^i \theta_i \\ w &= \sum_{i=1}^n I^i w_i - \frac{L}{n} \prod_{j=1}^n N_n^j \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \theta_i \\ u &= \sum_{i=1}^n I^i u_i \end{aligned}$$

### 3. Zaključak

U ovome radu izložena je problematika vezana uz odabir interpolacijskih funkcija kod konačnih elemenata debelih greda. Prikazana je nova interpolacija, nazvana vezana interpolacija, prema engl. *linked interpolation*. Bit ove interpolacije jest u tome da se pomak interpolira funkcijom koja je za jedan stupanj viša od stupnja funkcije kojom se interpolira kut zaokreta te su time obuhvaćene tanke grede kod kojih je kut zaokreta određena derivacija pomaka. Kod grednih elemenata smo krenuli od diferencijalne jednačbe ravnoteže, te smo dokazali da vezana interpolacija zadovoljava to rješenje za slučajeve konačnih grednih

elemenata sa dva, tri, četiri i pet čvorova. Samim time što nam je polazna točka bilo točno analitičko rješenje diferencijalnih jednažbi ravnoteže, osigurali smo točne rezultate. Postoji mogućnost da se ova metodologija generalizira za slučaj Timošenkovih grednih elemenata proizvoljnog reda.

## Literatura

- [1] Auricchio F. & Taylor R.L.: *A new family of quadrilateral thick plate finite elements based on linked interpolation*. Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley,
- [2] Bathe K.J.: *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [3] Jelenić G. & Crisfield M.A.: *Geometrically exact 3D beam theory: implementation of a strain-invariant finite element for statics and dynamics*. Department of Aeronautics, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London 1997.
- [4] Jelenić G.: *Plošni nosači*, bilješke s predavanja 2005/06.
- [5] Jelenić G.: *Velike deformacije ravnih linijskih elastičnih nosilcev v prostoru* (disertacija), Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, Oddelak za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana 1993.
- [6] Korenjak R.: *Računalniški priročnik za analizo enostavnih ploskovnih konstrukcij*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- [7] Luo Yunhua: *Explanation and elimination of shear locking and membrane locking with field consistence approach*. Structural Mechanics group, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [8] Muñoz Jose J & Jelenić G.: *Sliding contact conditions using the master-slave approach with application on geometrically non-linear beams*. Department of Aeronautics, Imperial College London 2004.
- [9] Rakowski J.: *The interpretation of the shear locking in beam elements*. Department of Civil Engineering, Technical University of Poznan, Poland, 1989.
- [10] Sorić J.: *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [11] Taylor R.L. & Govindjee S.: *A quadratic Linked Plate Element With an Exact Thin Plate Limit*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California at Berkeley, California, 2002.

- [12] Zupan D. & Saje M.: *The three-dimensional beam theory: Finite element formulation based on curvature*. Faculty of Civil and Geodetic Engineering, University of Ljubljana, Slovenia, 2003.
- [13] Šimić V.: *Otpornost materijala I*, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
- [14] Reissner E.: *On finite deformations of space – curved beams*. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), **32**: 734 – 744, 1981.
- [15] Antman S.S.: *Kirchhoff's problem for nonlinearly elastic rods*. Quarterly Journal of Applied Mathematics, **32**: 221 – 240, 1974.
- [16] Simo J.C.: *A finite strain beam formulation. The three – dimensional dynamic problem*. Part I. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **49**: 55 – 70, 1985.
- [17] Przemieniecki J.: *Theory of Matrix Structural Analysis*. McGraw – Hill, New York, 1968.

## Točke preokreta u nekonzistentnoj prometnoj politici Grada Rijeke

### Tipping Points in Inconsistent Traffic Policy in City of Rijeka

Milivoj Benigar<sup>1</sup>

#### Sažetak

Točke preokreta su vremenski uglavnom neplanirani događaji koji uzrokuju promjenu uhodanog stanja u sasvim neočekivanom i neplaniranom pravcu. Dok su u situacijama sredećenog društva, definiranih strategija prometnog razvoja i konzistentne prometne politike one rijetkost, drugdje su, u pomanjkanju svega prethodnog, one postale pravilo. Točke preokreta mogu dovesti do bitnih pozitivnih pomaka, ali događa se da neke idu u negativnom smjeru. Tada se neopravdano povećavaju vremena potrošena u svakodnevnim putovanjima, troše se enormne količine pogonske energije, povećavaju se emisije štetnih plinova, uzrokuju se stresovi kod prometnih korisnika, smanjuje se sigurnost odvijanja prometa. Prometna ponuda se ne usklađuje sa prometnom potražnjom. Nепреpoznatljivost uzročno-posljedičnih veza prometnog sustava uzrok je primjene stihijskih umjesto planskih mjera promjena.

U ovom radu se posebno promatra Rijeka; nakon kratkog povijesnog osvrtu posebna pažnja se posvećuje vremenu iza drugog svjetskog rata pa sve do današnjih dana. Posebni fokus je upravo na točkama preokreta (bilo pozitivnim bilo negativnim) koje su se u tom periodu događale uzrokujući posljedice ili posebne zahtjevnosti u odnosu na prometni sustav grada. U zaključcima rada daje se kritički osvrt na propuštene mogućnosti kao i moguće smjernice u kojima prometni sustav grada i njegov planski razvoj može ići.

**Ključne riječi:** točke preokreta, strategija prometnog razvitka, prometna politika, prometni tokovi, Grad Rijeka

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V.Cara Emina 5, 51000 Rijeka, Republika Hrvatska, Veleučilište u Rijeci, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, Republika Hrvatska, Promet milenijum d.o.o., Rijeka, N.Tesle 2, 51000 Rijeka, Republika Hrvatska

**Abstract**

Tipping points are mainly time-unplanned events that cause a change in the routine conditions in completely unexpected and unplanned direction. In the situations of organized society, defined traffic development strategies and consistent traffic policy they are rare but they do occur. If this fails, the first one to suffer is the human, either directly in the role of the traffic user or indirectly at the level of the influence on the quality of living in general. On the whole, this may also be a social community in a wider region. The time spent in everyday travelling is unjustifiably increased, enormous quantities of propulsion energy are spent, harmful emissions are increased, there is more stress among traffic participants and the traffic safety is reduced. The failure to recognize cause-effect relations in the traffic system causes the need to implement sudden and chaotic measures of change, rather than planned ones. The tipping points can significantly positively direct the development of the traffic system, but they may also act as brakes. Regarding the former ones, directions can be observed in which they are further expected.

In the special observation is the town of Rijeka and the time after second world war together with its tipping points (positive or negative) causing consequences to the traffic system. In the conclusion there is critical retrospective about missing possibilities and the way where the planned traffic system can go.

**Key words:** tipping points, traffic development strategy, traffic policy, traffic flows, Rijeka town

*Kad god svijet dozna za novo otkriće, ljudi najprije kažu:  
“To vjerojatno nije istina!”*

*Kad se istinitost nove tvrdnje dokaže izvan svake sumnje, ljudi kažu:  
“Da, možda je točno, ali nije važno!”*

*Kada napokon prođe dovoljno vremena da teorija dokaže svoju  
važnost, ljudi kažu: “Da, uistinu je važno, ali više nije novo!”<sup>2</sup>*

**Točke preokreta**

**Točke preokreta** su vremenski neplanirani događaji koji uzrokuju promjenu uhodanog stanja u sasvim neočekivanom i neplaniranom smjeru. Obilježavaju ih trenuci velike osjetljivosti, a promjene koje nakon njih nastaju imaju ogromne učinke i posljedice. Podliježu pojavnosti tri pravila: zakona nekolicine, čimbenika prenosivosti i moći konteksta. Kad se ta tri pravila dogode onda se preokret ostvaruje.

<sup>2</sup> Michael de Montaigne (1533-1592)

**Zakon nekolicine** govori o ograničenom broja onih osoba koje pokreću točku preokreta<sup>3</sup>. U pozitivnim promjenama možemo reći da su to tri skupine koje se mogu prepoznati kao: **znalci, poveznici i realizatori**. Znalci su osobe koji idu ispred vremena i zahvaljujući njima dolazimo do novih spoznaja. Znalcima obično nedostaje povezanost sa realizatorima i zbog toga su važni poveznici. Nažalost svjesni smo i negativnih točaka preokreta u kojima se znalci zamjenjuju s nezalcima (ovdje bi mogli ubrojiti i one “poluznalce” ili “nazoviznalce” koji nekada svojim nametanjem mogu biti opasniji za društvo i od nezalaca). Kada se ostvari međusobno povezivanje te tri skupine dolazi do pokretanja (preokreta) koje može imati za posljedicu epidemiološke razmjere, jer u konačnosti zahvaća ogroman broj osoba, utječe bitno na odnose u prostoru, a time i na život populacije određenog prostora.

**Čimbenik prenosivosti** posebnu pažnju posvećuje strukturi i formatu informacije koja dovodi do realizacije. Čini oblikovanje informacije na način da postane neodoljiva (brend).

**Moć konteksta** eliminira negativan utjecaj i osjetljivost na pokušaj promjene konteksta, odnosno kada je usmjeren na pravi način i u pravo vrijeme eliminira negativan utjecaj, odbojnost okoline. Ovdje je potrebna kritična masa koja će novu ideju prihvatiti i pokrenuti je nakon određenog vremena. Pri tome najveća poteškoća nije prihvatiti nove ideje, nego natjerati ljude da zaborave stare<sup>4</sup>.

Kada realizatori uvedu novu ideju u opticaj javljaju se tri grupe osoba koje ideju primjenjuju. To su **inovatori, rana većina i kasna većina**.

**Inovatori i prvi zagovornici** ideje primjenjuju najnoviju tehnologiju i prije nego se ona usavrši. Oni su spremni preuzeti rizike, ali za to moraju naći odgovarajuće partnere. Društvo ovisi o ljudima koji mogu doći do jedinstvenih ideja, koji su spremni izazvati status quo<sup>5</sup>, pogledati svijet sasvim otvorenim očima, prekršiti pravila, ignorirati regulativu i preispitati norme. Zahvaljujući njima društvo ide naprijed. Pravila su prisutna da bi ih kršili izdižući se iz normalnosti i uobičajenosti, te pronalazili bolja rješenja. Pri tome inovativna okolina mora biti izuzetno tolerantna prema pogreškama. Na položajima organizatora oni mogu zaposliti cijele vojske intelektualnih plaćenika kako bi rješavali probleme na koje nailaze. Na položajima voditelja (vođa) stvaraju polje sila koje privlači druge darovite umjesto zapošljavanja stalnih zaposlenika koji bi im se samo ulizivali,

<sup>3</sup> Osnovne postavke koje se ovdje iznose temelje se na teoriji točaka preokreta prema Gladwellu Malcolmmu [Lit.4]. U tom smislu se ovdje iznose osnovne postavke te teorije. One se u nastavku primjenjuju na prometne sustave.

<sup>4</sup> Načini usmjeravanja promjena inspirirani su teorijama Kjella A. Nordströma i Jonasa Reddersträle, objavljenim i prevedenim u knjigama Funky Business [Lit.5] i Karaoke kapitalizam [Lit.6] .

<sup>5</sup> sadašnje stanje

jer zvijezde privlače zvijezde, a gubitnici privlače gubitnike. Organizacija se pri tome razvija u kombinaciji reda i (inspirativnog) kaosa. U cijelom ciklusu važno je respektirati činjenicu da svaki put kada informacija prođe kroz sloj organizacije izgubi oko 40% izvorne veličine.

Za razliku od njih **rana većina** su pragmatičari koji postižu postupan, mjerljiv i predvidiv napredak. Sigurni su i oprezni, te ne prihvaćaju rizik. Iskorištavaju činjenicu da su korisnici često voljni platiti puno za nešto što se smatra najboljim u okruženju.

**Kasna većina** - dovoljno je reći da su samo pomodarski ponavljači. Djeluju kada već nastane epidemija. Općenito je uspješna ako mjenjamo naše stajalište i ponašanje u pozitivnom smjeru. Međutim kao što postoji epidemija, tako se u pravilu događa i njeno naglo zaustavljanje i to upravo na razini kasne većine, od koje dio nje postaje prekasna.

Ovdje ne bi trebalo zaboraviti Einsteinovu definiciju ludosti: "Stalno činiti isto, a očekivati drukčije rezultate." Točke preokreta se upravo suprostavljaju takvoj ludosti. Ovdje ćemo na točkama preokreta pokušati prepoznati ove elemente, osobe i odnose koji dovode do točaka preokreta u jednom razvoju prostornog sustava s posebnim osvrtom na sustav prometa koji prati taj razvoj, njegov je inicijator ili kočničar.

Teorija prekretnica zahtijeva promjenu načina razmišljanja, koja polazi od kombiniranja suprotnih stvari. U prirodi točaka preokreta je razilaženje s tradicionalnim strukturama i okvirima, a njihova kreativnost pretpostavlja uvođenje nekih novih struktura. Samo ako smo svjesni mogućih naglih promjena u jednom trenutku, možemo ih donekle kontrolirati i usmjeravati u pozitivnom smjeru. U igri je čitav niz subjekata koji te prekretnice mogu usmjeriti u jednom ili drugom smjeru. Nekad, ili bolje reći najčešće, su to političko-upravne strukture koje se znaju i na nespretan način nametnuti pravilima pojedine struke ili znanstvenim saznanjima i mogućnostima temeljenim na njima. Točke preokreta onda okrenu događanja u negativnom smjeru. Međutim, svi smo pozvani na promoviranje i podršku pozitivnih točaka preokreta, osluškivanju znanstvenih i stručnih dostignuća i prepoznavanju znalaca.

### **Točke preokreta u prometnim sustavima**

Točke preokreta se mogu prepoznati kako u našoj svakidašnjici, tako i u **povijesnom razvitku urbanih prostora gradova i njihovih prometnih sustava**. Nekad one preusmjeravaju funkcioniranje prometnog sustava u pozitivnom smjeru, a nekada planski usmjeren razvoj okrenu u njegovu stagnaciju i blokadu. U situacijama sređenog društva, definiranih strategija prometnog razvoja i



konzistentne prometne politike, one su nešto rjeđe pojavnosti dok u drugim sredinama, u pomanjkanju svega prethodnog, one postaju pravilo.

Prometni tokovi izloženi su naglim promjenama za koje se ne izvrši uvijek i na vrijeme odgovarajuća priprema prometne infrastrukture i organizacije prometa. Simulacije prometa prema različitim scenarijama razvoja grada i smještaja sadržaja u prostoru poznati su pristupi koje treba planski primjenivati. Ako to izostane, trpe prometni korisnici, a i svi ostali građani. Neopravdano se povećavaju vremena potrošena u svakodnevnim putovanjima, troše se enormne količine pogonske energije, povećavaju se emisije štetnih plinova, uzrokuju se stresovi kod prometnih korisnika, smanjuje se sigurnost odvijanja prometa. Prometna ponuda se ne usklađuje sa prometnom potražnjom. Neprepoznatljivost uzročno-posljedičnih veza u prometnom sustavu uzrokuje potrebu primjene stihijskih umjesto planskih mjera promjena.

Na razini svjetskih sustava **velike točke preokreta u prošlosti** javljale su se u periodima velikih svjetskih kriza, ratova, industrijskih revolucija, energetskih kriza, tehnoloških pronalazaka i sl. Svaki tehnološki pronalazak, bilo na razini otkrića novog načina pogona vozila, novih energenata, novih načina organizacije prometa i dr., predstavljao je veliku točku preokreta. Međutim, za njih su uvijek značajni i nužni znalci, poveznici i realizatori. Ako jedna skupina od ovih izostane – do preokreta ne dolazi. Nije dovoljno samo doći do nekog novog znanstvenog otkrića, već je važno da ono preko poveznika (osobe koje imaju mnogo znanaca i prijatelja, koje povezuju mnogo različitih svjetova, kultura i područja) dođe do onih koji će ga razumjeti i primjeniti. Često su znalci izolirani, te njihova saznanja društvo može koristiti tek puno kasnije kada se taj ciklus objedinjavanja ostvari. Prave znalce je teže prepoznati; određena situacija može privući pozornost na njih. Realizatori prepoznaju interes skupina, ideje i podatke specijaliziranog svijeta prevode na jezik većini razumljiv.

**Znalci u prometnim sustavima** su oni koji otkrivaju nove spoznaje, zakonitosti, tehnološke odnose, komparativne prednosti – oni imaju svoj “prime dream”<sup>6</sup>, i namjeru da ga razviju. Da bi se taj razvitak dogodio nužna je vizija kako će to izgledati u konačnosti i imati odgovarajući plan realizacije koji se korak po korak provodi da bi se došlo do ranije zamišljenog cilja, odnosno njegove realizacije. Rijetki su oni kod kojih su sve te kvalitete objedinjene u jednoj osobi. Ako se to dogodi onda takvi genijalci prestaju biti samo znalački sanjari i oni se otvore svojoj okolini, a okolina dobiva maksimum od njih.

<sup>6</sup> Prime dream, u prijevodu: prvi/temeljni san, je pojam koji je kao izvorni preuzet iz seminara In optimum akademije Zagreb (Prof. Domagoja Matijevića). Na njega se u nastavku nadovezuju još neki drugi pojmovi i gledanja na problem o kojem se ovdje govori.

Najčešći slučaj je da se taj ciklus realizira kroz više osoba ili skupina osoba. Optimalno je ako svaka od njih ovaj ciklus zatvori unutar svoje osobnosti. Međutim, što se događa, kada to izostane? Imamo znanja, znanstvenici znaju u kojem smjeru treba ići, ali nema poveznika (prenosnika) koji bi te ideje prenijeli do realizatora, a još češće se događa da nema realizatora koji bi zatvorili taj krug.

Međutim, na planu unaprijeđenja i **optimiranja prometnih sustava**, imamo i jednih i drugih slučajeva, koji onda vode do pozitivno, ali i do negativno usmjerenih točaka preokreta. Spomenut ćemo, jer smatramo vrijednim, jednu od takvih pozitivnih točaka preokreta današnjice koja se dogodila u Londonu 2004. g. Njegov gradonačelnik, jedan od rijetkih, napravio je veliki korak u svojoj političkoj karijeri jednom točkom preokreta temeljenom na promjenama u prometnom sustavu. On se pokazao kao inovator ideje, kada se nadovezao na znanstveno poznate principe pravih znalaca (koji su prije spomenuti kao ključni inicijatori cijelog lanca događanja), te realizirao ograničavanje prilaza individualnih vozila centru Londona. Radilo se o cca 2% površine grada u centru u koje je organizirana obveza plaćanja ulaza osobnim vozilima (kontrola se provodi snimanjem registarskih pločica automobila i usporedbom stanja plaćanja/neplaćanja za taj dan). U početku se naplaćivao dnevni ulaz sa 5£, a danas je tarifa povišena na 8£. Gradonačelnik je obećao da će u prvih 10 godina primjene takve naplate reinvestirati prikupljena sredstva u unapređenje javnog prijevoza u Londonu (već prve godine primjene prikupljeno je preko 93.000.000£). Obećanje je izvršeno kupnjom prvog kontigenta novih autobusa već nakon samo 4 mjeseca primjene takvog sustava naplate. Time je bitno smanjen broj osobnih automobila u centru uz istovremeno postizanje smanjenja ispušnih plinova i buke, a dugoročno su ostvareni preduvjeti višeg standarda i atraktivnosti ostvarivanja putovanja javnim prijevozom. Napravljen je bitan zaokret u tretiranju javnog prijevoza putnika u Velikoj Britaniji, zemlji koja kod naglog povećanja stupnja motorizacije urbanog stanovništva nije u prvim naletima uspjela sačuvati odgovarajući Modal Split<sup>7</sup>, kao što su neke druge države Europe (npr. Njemačka) uspjele. Istina je da nije svatko u mogućnosti da učini jednu takvu točku preokreta, ali je isto tako istina da je mnogi (pa i gradonačelnici) ne čine.

**Negativnih točaka preokreta** je u našem okruženju nažalost, bar prividno (a možda i stvarno), daleko veći broj. To su sve one točke preokreta koje se ne događaju, a našim kritičkim umom smo svjesni da one izostaju i ne događaju se. Mirimo se sa ustaljenim tokom događanja, zauzimamo mjesto u tzv. zlatnoj sredini, koja je sve drugo samo ne zlatna. Najčešće su političari oni koji bi trebali biti realizatori pomaknuća i implementatori novih ideja i znanstvenih saznanja u našoj svakodnevnici. Oni bi trebali osiguravati primjenu uvjeta za

<sup>7</sup> odnos korištenja javnih prometnih sredstava u odnosu na individualne

bolji i zdraviji život, odnosno viši standard života za svakog pojedinca<sup>8</sup>. Često njihova nesposobnost da realiziraju takve ideje (nije potrebno ni nužno da oni budu znalci), je uzrokovana je njihovom nespemnosti obavljanja povjerene im dužnosti, prevelikom samodopadnošću, opterećenosti nekom političkom opcijom i stranačkom pripadnosti ili jednostavno njihovom okruživanju sa ljudima koji su nedovoljno kvalificirani za pružanje stručne podrške. Dobar političar će uvijek shvatiti da on ne zna i nemože biti poznavatelj svih struka, disciplina i sl., te će se okružiti s osobama koje mu u tom smislu pružaju odgovarajuću podršku. Najčešće je to karika koja puca u lancu usmjerenja društva k boljim uvjetima života.

**Jedna od velikih točaka preokreta u svijetu** dogodila se na prijelazu iz 70-tih u 80-te godine – **prva svjetska naftna kriza** koja je imala velike i dalekosežne posljedice na gotovo svim poljima ljudskog života, a odrazila se u velikoj mjeri i na prometne sustave, njihovo tretiranje i funkcioniranje. Ona se događa ponovo i u današnje vrijeme, a mi se nismo u međuvremenu dovoljno pripremili za ponovljenu situaciju (nedovoljni prelazak na obnovljive izvore energije), premda smo gotovo znali da se ona može ponoviti (razmišljalo se i razmišlja samo o vremenu kada će na svijetu nestati nafte!). Druga takva svjetska točka preokreta bi se trebala dogoditi u smjeru eliminiranja vremenski dugo nagomilavane pojave efekta staklenika, generalnog zatopljenja i klimatskih promjena. Ovdje je gotovo nužna jedna točka preokreta koja bi u kratkom roku zaustavila ta događanja i zamjenila onu koja kaže za deset godina treba ovo, a za dvadeset ono itd.

Dalje se nećemo baviti negativnim primjerima točaka preokreta u prostorima preko naših granica. Samo ćemo spomenuti gdje se u prometnim sustavima i prometnom okruženju one najčešće događaju. To su:

- pogrešna sagledavanja zahtjevnosti pojedinih prostora za prometna povezivanja;
- inzistiranje na jačanju prometnih koridora koji ne dovode do optimalnih rješenja prometnih povezivanja;
- razvoj gradova temeljenih na skupom i neučinkovitom prometu individualnim vozilima;
- lokacijski elementi nagomilavanja prevelikog broja istorodnih sadržaja u prostoru koji onda uzrokuju velike koncentracije prometnih volumena u samo

<sup>8</sup> Vidjeti treću knjigu trilogije Prof. Dr sc. Vukana R. Vuchica: *Transportation for Livable Cities* [Lit.18] u kojoj se on (nakon prve dvije knjige trilogije: prva je *Urban Transit – Systems and Technology* [Lit.17], a druga *Urban Transit – Operations, Planning and Economics* [Lit.19] ) obraća političarima, ljudima koji upravljaju gradovima i pokazuje im jedini put u kojem gradovi mogu i trebaju ići u razvoju njihovog (javnog) prometnog sustava.

kratkim vremenskim periodima i dovode do potrebe ogromnih kapaciteta koji veći dio vremena ostaju neiskorišteni;

- prijevremena izgradnja prevelikih kapaciteta prometne infrastrukture koje gradimo iz našeg današnjeg, uvjetno rečeno “siromaštva”, a ne iz budućeg “bogatstva”, te financijska sredstva iskorištena za njihovu izgradnju ostaju kroz duži vremenski period “zamrznuta” i neiskorištena u njihovom vraćanju društvu kroz veće koristi i efikasnosti<sup>9</sup>;
- nepravovremeno sagledavanja potreba usmjerenja društva prema obnovljivim izvorima energije;

te puno drugih koje nismo spomenuli, a moglo bi ih se još nabrojiti.

Negativne točke preokreta uzrok su trošenja ogromnih količina energije, kako one koju takvom smatramo u klasičnom smislu i crpimo je iz prirode ili odnosa u prirodi, tako i one individualane, akumulirane u svakome od nas, što nas dovodi do osobnih iscrpljivanja.

### **Rijeka – grad velikih pozitivnih povijesnih točaka preokreta**

**Povijesno**, Rijeka se u svom razvoju usko veže uz svoj geografski smještaj uvučenosti mora u najbližu točku kontinentalnom zaleđu (istočnog alpskog prostora, Češku zavalu, Zapadne Karpate, Panonsku nizinu i zapadne Dinaride). Time se predodređuje jedan od glavnih sadržaja, pa i povijesnih značajki Rijeke kao glavne sjevernojadranske luke, kojoj tek u novije vrijeme konkuriraju druge tri, smještene u susjednim državama: prvo Trst i Venecija u Italiji, a u posljednje vrijeme i Kopar u Sloveniji. Današnji broj od čak četiri luke smještene na malom prostoru uzrok su sasvim drugačijeg odnosa grad-luka, a Rijeka je primjer ovisnosti lučkog razvoja o političkogeografskoj situaciji. Topografski smještaj je predodredio za Rijeku dva važna prometna koridora – prvi koji iz istočnoalpskog prostora ide preko Postojnskih vrata prema Rijeci i dalje duž obale Jadrana, te drugi iz Panonske nizine preko Gorskog kotara koji baš u Rijeci izlazi na more. Počeci značajnijeg tretiranja luke počinju 1719.g. proglašenjem Rijeke (i Trsta) od strane cara Karla VI slobodnom lukom<sup>10</sup>. Međutim tek prva prometnica, Karolinska cesta (od Karlovca do Rijeke, Bakra i Kraljevice izgrađena 1728.g.) osigurava funkciju luke u svom povezivanju sa zaleđem. Druga je Jozefinska cesta koja je išla do Senja s odvojkom za Rijeku (1779.g.), a treća koja je od Karlovca preko Gornjeg

<sup>9</sup> Teorija dugoročnog zamrzavanja sredstva kroz prijevremenu i prometnim volumenima neopravdanu izgradnju prometne infrastrukture preuzeta je iz više radova Prof. Dr sc Ivana Dadića [Lit.2] .

<sup>10</sup> Faktografski podaci preuzeti su iz više različitih izvora među kojima su najznačajniji sociološko-demografska studija grada Rijeke Prof. Dr sc Ivana Rogića i dr.: Rijeka - baština za budućnost [Lit.13] , ali i iz drugih studija spomenutih u Literaturi ovdje.

Jelenja povezala Rijeku je Lujzijska cesta (1809.g.). Na prva dva elementa (luke i cestovnih poveznica) počinje se razvijati industrija u Rijeci (počevši od rafinerije šećera, mlinova, a kasnije posebno treba naglasiti brodogradilišta 1855.g., odnosno 1906.g., tvornica torpeda i manjih parnih strojeva 1874.g. i rafinerija nafte 1883.g.). Cestovne veze nadopunjuje izgradnja željezničkih poveznica (Budimpešta-Zagreb-Karlovac-Rijeka, koja se kasnije pokazala kao daleko važnija i Beč-Ljubljana-Pivka-Trst sa priključnom prugom Pivka-Rijeka; oba priključka na Rijeku dovršeni 1873.g.). Izgradnja svih tih prometnih poveznica su bile bitne povijesne točke preokreta koje su se nadovezivale jedna na drugu. Zapanjujuća je činjenica kako su to sve bili veliki (i zahtjevni) infrastrukturni objekti koji su se bez velikog korištenja mehanizacije gradili relativno brzo i još se brže u slijedu godina nadovezivali i puštali u promet jedan iza drugoga.

Za pravilno sagledavanje uzročno-posljedičnih veza i uočavanje točaka preokreta u današnjoj Rijeci svakako treba naglasiti političko-teritorijalnu podjeljenost danas jedinstvene urbane cjeline u periodu između dva svjetska rata na dva grada – Sušak, koji je pripadao Kraljevini Srba, Hrvata i Slovenaca, kasnije Jugoslaviji i Rijeku (tadašnja Fiume) koja je pripadala Kraljevini Italiji. Dva grada su se dodirivala na Rječini, odnosno Mrtvom kanalu (starom koritu ušća Rječine u more). Svaki od njih je u prometnom sustavu imao svoje vlastite prometno-infrastrukturne objekte.

Rijeka (Fiume) je naslijedila veći dio lučkih sadržaja i imala je svoju luku (današnji akvatorij Riječke luke), željeznicu koja je završavala na željezničkom putničkom kolodvoru Rijeka, cestovne prometnice koje su Rijeku povezivale sa Liburnijskom obalom i Istrom, a preko nje s Italijom, te gradskim prometom temeljenim na tramvajskim vezama. Električni riječki tramvaj uspostavljen još davne, 1899.godine, na relaciji od Školjića do Borgomarine. Susjedna Opatija u prometnom povezivanju bila je prvenstveno vezana uz željezničku prugu prema Ljubljani preko željezničke postaje Opatija-Matulji (premda je ista u Matuljima, ona je do danas zadržala i naziv opatijske postaje u svom imenu) i tramvajskom prugom od Matulja preko Voloskog do Opatije i Lovrana (utemeljena 1908., a prestala funkcionirati 1935. godine). Rijeka je prvotno pomorskim putem bila povezana parodrobskom linijom sa Voloskom, Opatijom i Lovranom (utemeljenom 1884.g.), a još prije toga, isto pomorskom linijom, sa Crikvenicom i Senjom (utemeljeno 1872.g.). Vikendom su parobrodske linije bile usmjerene prema Malinskoj, Cresu i Malom Lošinju. Unatoč svih poveznih prometnih sustava Rijeke je u tom periodu stagnirala zbog svog perifernog položaja u tadašnjoj Italiji.

Sušak je bio prisiljen izgraditi svoj izlaz na more preko novog akvatorija Sušačke luke, Luke Baroš. Imao je i svoju željezničku poveznicu, prugu Rijeka-Zagreb sa željezničkim putničkim kolodvorom i svim ostalim željezničkim

postrojenjima na Brajdici (silazak kružnim tunelom ispod Sušaka, koji je i danas u funkciji). Postojala je i željeznička poveznica s tadašnjom Rijekom. Veza sa kontinentalnim zaleđem ostvarivana je, iz prošlosti naslijeđenom Lujzijskom cestom (popularno nazvana Lujzijana). Postojala je i veza između dva grada koju su stanovnici ostvarivali prelaskom umjetne barijere – granice na Fiumari. Podijeljenost jednog grada na dva politički odvojena prostora, uzrokovala je formiranje dva centra: Rijeka s Korzom, a Sušak sa svojim centrom od Hotela Kontinental lijevom obalom Rječine koje je bilo gradsko šetalište. Gradske cestovne prometnice Sušaka imale su drvorede (Bulevard, Trsat, Pećine), a mogli bi reći da je grad imao dušu.

### **Rijeka – grad velikog prostornog širenja i izgradnje prometne infrastrukture**

Ponovnim **spajanjem Rijeke i Sušaka** poslije drugog svjetskog rata u jedinstveni grad – Rijeku, integrirao se prostor na način mogućeg i logičnog prometnog povezivanja. Socijalistička urbanizacija se prvenstveno temeljila na fizičkom širenju grada, dok vrijeme od Domovinskog rata do danas označuje tretiranje Grada u ulozi samostalnog poduzetnika, koji nemilice prodaje i iznamljuje prostor grada, te time nagomilava sadržaje potpuno neprimjerene nekim lokacijama. U periodu između Drugog svjetskog i Domovinskog rata iz desetljeća u desetljeće dograđivali su se mostovi preko Mrtvog kanala i Rječine i činili su nove pozitivne točke preokreta usmjeravanja prometnih tokova na istočnoj strani njegovog centra. Grad je nasljedno obilježavala siromašna cestovna prometna infrastruktura, jer je Rijeka do izgradnje zaobilaznice imala samo dva longitudinalna cestovna prometna koridora. Prvi je bio južni, kojeg su u početku činile ulice Baračeva, Krešimirova, Trpimirova, Adamićeva i Scarpina, Fiumara, odnosno kao dopuna na samo kratkoj dionici Riva i Zajčeva, koji se na istoku nastavljao na samo jednu Strossmayerovu, te zatim dijelio na Šetalište XIII divizije i Polić Kamovu. Drugi koridor, sjeverni, činile su ulice Podmurvice, Vukovarska, Cara Emina, La Guardia, Pomerio i Žrtava fašizma, a na istoku se račvao na Bulevard, odnosno Kumičićevu<sup>11</sup>.

Poseban je problem bilo **vođenje tranzitnog prometa** kroz uži centar grada tim jedinim longitudinalnim prometnicama. Nabava prve, tada nazvane TV-kamere, i njeno instaliranje na toranj sata na Titovom trgu nije ništa pridonijela usmjeravanju prometa na sjeverni ili južni koridor kroz centar (što bi bila značajnija točka preokreta u organizaciji i usmjeravanju prometnih tokova s jednog, trenutno opterećenijeg koridora, na drugi). Sve se svelo samo na “gledanje

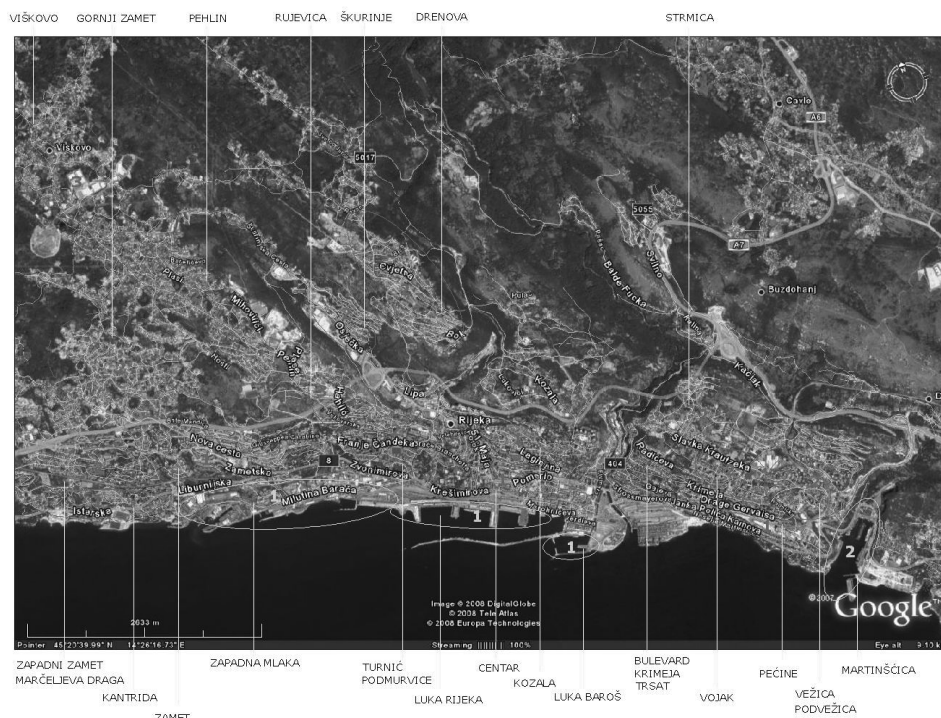
<sup>11</sup> U nazivima ulica su zbog jasnoće korišteni današnji nazivi.

televizije” dežurnog prometnog milicionera, koji nije davao povratne informacije i za preusmjeravanje tokova vozila.

Tranzitni promet se razvojem turizma iz godine u godinu povećavao, a Rijeka se (a još gore njen uži centar grada) našla na sjecištu dva temeljna koridora Hrvatske u tadašnjoj Jugoslaviji, od ukupno tri. Prvi je tzv. Jadranski, danas nazivan Jadransko-Jonskim i drugi, Primorsko-kontinentalni. Treći koridor je bio Posavski, forsiran iz tadašnje jugoslavenske perspektive. Temeljem te činjenice tranzitni je promet u sezoni, posebno naglašen turističkom komponentom, bio upravo na prostoru užeg centra grada, kasnije na zaobilaznici, multipliciran. Vođenju tranzitnog prometa u sam centar grada doprinosi i tretiranje Rive (gradske ulice!) ili Šet. XIII divizije i Ul. Polić Kamove (šetališta!) kao ceste najvišeg ranga u državi – državne ceste. Istovremeno su drugi gradovi državne ceste izbacili iz svojih urbanih miljea, tako je npr. u Zagrebu zadnja državna cesta južna zaobilaznica i u gradu nema nijedne državne ceste.

Međutim problem nije bio samo u vođenju tranzitnog prometa kroz središnji urbani prostor grada, već i **vođenje lokalnog prometa**. Naime, po integriranju u jedan grad naslijeđene su, uz izgrađeni centar grada, jače izgrađene zapadne stambene zone Kantrida i Zamet, na sjeveru Kozala, a na istoku Pećine, Krimeja i Bulevard sa Trsatom (Slika 1. pokazuje početak realizacije stambenih naselja i industrijskih zona. Na slici su brojevima navedeni redom periodi kojim tempom se Rijeka izgrađivala). Enormnim podizanjem broja stanovnika sa oko 99.000 (1953.g.) na 206.000 (1991.g.),<sup>12</sup> grad je u u prve dvije poslijeratne dekade (od početka 50-tih do kraja 60-tih godina) dograđivao industrijske pogone smještene u zoni Zapadne Mlake (Rafinerija nafte Rijeka, Tvornica Torpedo, Brodogradilište 3.maj i dr.), gdje je bio i glavni ulaz u zapadni akvatorij Luke Rijeka. Imigracijom doseljeni novi stanovnici Rijeke dobivali su istovremeno stanove u početku u novim stambenim naseljima Turnića i Rujevice na zapadu, te Vojaka, Vežice i Podvežice na istoku. Kasnije se dograđivao još Zapadni Zamet i Marčeljeva Draga. Kada se gradilo stambeno naselje, ono je bilo namjenski građeno za zaposlene u određenim industrijskim pogonima. Princip izgradnje stambenih naselja bio je - daleko od industrije, odnosno od mjesta rada baš tih radnika.

<sup>12</sup> Podaci o broju stanovnika prema različitim izvorima se razlikuju, jer svi nisu svedeni na isti prostor. Oni su ovdje preuzeti za period 1948.g. do 1981.g. iz Prometne studije Rijeke, Opatije i Crikvenice [Lit.9], a za period 1981.g. do 2001.g. iz Statističkih ljetopisa Primorsko-goranske županije [Lit.14]. Prema tim izvorima broj stanovnika sveden na istu prostornu jedinicu Rijeku iznosio je: 92.444 (1948.g.), 99.915 (1953.g.), 127.029 (1961.g.), 160.044 (1971.g.), 191.504 (1981.g.), 206.229 (1991.g.), 191.647 (2001.g.).

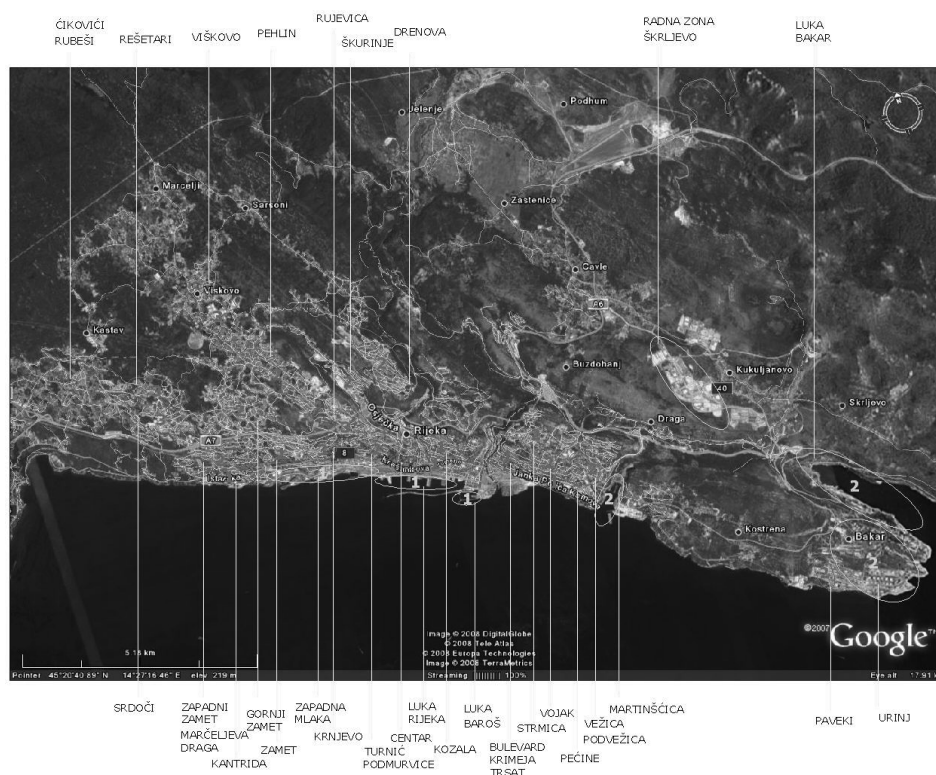


Slika 1. Realizacija sadržaja u prostoru Grada Rijeke po etapama – Uže područje grada

**Prezagušenost nagomilanih industrijskih sadržaja** u ograničenom prostoru Zapadne Mlake i međusobni prostorni konflikt Luke i Grada (u to vrijeme je postojala krilatica “Rijeka je luka – Luka je Rijeka”), rezultirao je potragom za novim prostorima smještaja radnih zona koji su realizirani na istočnoj strani grada (sve u okviru tadašnje velike Općine Rijeka). Rafinerija, uz zadržavanje prostora Zapadne Mlake otvara novi veliki pogon u Urinju u Kostreni (1965.g.), a uz nju dolazi i do izgradnje termoelektrane (Slika 2. Pokazuje premještanje industrijskih sadržaja na nove prostore i dogradnju stambenih naselja u nekadašnjim prigradima Rijeke.). Luka je dio svojih kapaciteta namjenjenih za rasute terete otvorila u Bakarskom zaljevu, gdje dolazi i koksara. Na Škrljevskom platou se formiraju nove radne zone i pozadinska skladišta Luke. Veliki dio industrije iz centra grada seli u tu zonu. Sve se to događa u druge dvije poslijeratne dekade (od kraja 60-tih do početka 80-tih). Za nove radnike trebalo je **graditi nove stanove** (opet princip izgradnje: daleko od industrije), te se na suprotnom, zapadnom dijelu Rijeke grade stambena naselja Rujevice i Srdoča (kasnije i Rešetara), a na sjeveru Škurinje i Drenova. Tako je svako radio daleko od svog radnog mjesta, a time su počele bespotrebne svakodnevne migracije stanovništva na razini lokalnog prometa. Što time nastaje? **Velika točka preokreta svakodnevne seobe radnog stanovništva (dnevne migracije)** dva puta dnevno, a u pomanjkanju drugih prometnica, kroz centar i uži centar grada. Postavlja se pitanje kako se nije moglo planskim smještajem



sadržaja stambenih i radnih mjesta izbjeći nepotreban promet kroz užu centar grada? Tek nakon 10-20 godina sustav se postupno balansira. Grade se i druga veća stambena naselja, počevši sa kasnim 70-tim i početkom 80-tih, naselje Škurinjine i Drenova na sjeveru, a Srdoči na zapadu, koji se kasnije dograđuju sa Rešetarima. Ovdje se grade i dopunjuje izgradnja i u naseljima nešto manje gustoće stanovanja: Strmica na istočnoj strani, Gornji Zamet, Rubeši i Čikovići na zapadnoj, a Pehlin i Viškovo na sjeveru. Sada i stanovnici, ranije dodjeljenih im stanova od strane svoje radne organizacije, mjenjaju ih za drugi, bliže poslu, a kasnije, nakon Domovinskog rata i privatizacije stanova, dolazi do njihove prodaje i kupnje na drugim lokacijama. Kroz užu centar grada promet se iz godine u godinu (nepotrebno!) povećava, tako je on iznosio 30.000 vozila/dan 1971.g., 53.000 vozila/dan 1978.g., da bi se u današnje vrijeme 2004.-2007. g. kretao u granicama 65.000 do 70.000 vozila/dan.<sup>13</sup> Zasićenje, koje se bez daljnje izgradnje prometne infrastrukture (planirane zaobilaznice užeg centra grada), ne može povećavati.



Slika 2. Realizacija sadržaja u prostoru Grada Rijeke po etapama – Šire područje

<sup>13</sup> Ovi podaci o prometu su preuzeti iz odgovarajućih prometnih studija: Rijeka – Detaljni plan [Lit.12], te Prometne studije Rijeke, Opatije i Crikvenice [Lit.9], a kasnije su korišteni podaci i iz drugih studija citiranih u Literaturi, te brošure brojenja prometa Rijeka prometa d.d.

**Bitne točke preokreta na prostoru užeg centra grada bile su dogradnje mostova preko Rječine i Mrtvog kanala.** Svaka takva izgradnja je u ono vrijeme pozitivno djelovala na odvijanje prometnih tokova (povećanje brzine, smanjivanje vremena putovanja, povećanje propusne moći). Dugoročno, odražavalo se nažalost negativno, jer se osiguravala mogućnost prolaza sve većeg broja vozila i njihovo nagomilavanje u užem gradskom centru. U svemu tome je u početku nešto profitiralo vođenje javnog gradskog prometa koje je kod svake promjene doživljavalo i manje pozitivne korekcije trase prometovanja.

Svi prometni tokovi su do izgradnje tzv. Istočnog izlaza, vijadukta Cindrićeve ulice sa priključcima (1978.g.) sužavani na profil samo jedne dvosmjerne, dvotračne Strossmayerove ulice, kroz koju je, neposredno prije spomenute dogradnje, prolazilo u oba smjera 31.500 vozila/dan, da bi u vršnom ljetnom periodu prolazilo i do 40.000 vozila/dan (cjelokupni lokalni i tranzitni promet kroz Rijeku!). Ova je prometnica nosila neslavni rekord propusne moći u potpuno nenormalnim uvjetima prometanja (3-4 km puta kroz grad, od kojega samo 1 km kroz uži centar, prolazilo se vožnjom koja je u ljetnoj sezoni trajala i do jedan sat!).

**Vrijeme velikih infrastrukturnih izgradnji** u Rijeci označuje period od kraja 70-tih i početak 80-tih. Tada se gradi tzv. Istočni izlaz - novi most preko Mrtvog kanala kod Kazališta, cesta preko Delte sa parkiralištem na Delti (potiskuju se lučki prostori skladišta drva), novi most preko Rječine, vijadukt Cindrićeve ulice sa spojem na Piramidi, pješački pasaž u Križanićevoj ul. i cestovni podvožnjak, tunel sa galerijom na početku Bulevarda koji vodi na Trsat.<sup>14</sup> Angažiranjem urbanista i tadašnjih prometnih i građevinskih stručnjaka, Most preko Mrtvog kanala je već tada dalekovidno izgrađen sa 6 prometnih traka (da bi se današnja, a već onda planirana, nova državna cesta D404 mogla priključiti na Zajčevu ul.), cesta preko Delte je dobila dovoljne radijuse, a vijadukt je dobio 3 trake (prethodno je cesta preko Delte projektirana sa dva skretanja gotovo pod pravim kutem, a vijadukt sa samo 2 trake). Prometni volumeni su u kasnijim godinama takvu gradnju opravdali (ulaz/izlaz u centar Rijeke sa istočne strane iznosio je 48.000 vozila/dan početkom ovog stoljeća (milenija), da bi dosegao 55.000 vozila/dan u 2007.g., premda je veliki dio tranzitnog prometa danas preuzela zaobilaznica Rijeke.

**Izgradnja tzv. Istočnog izlaza bila je jedna od najvažnijih točaka preokreta na planu izgradnje prometne infrastrukture** u Rijeci, koja je imala dalekosežne pozitivne posljedice i na cjelokupno odvijanje prometa u centru grada. Danas se

<sup>14</sup> Sve se to gradi odvajanjem radnih ljudi 1,2% od plaća u okviru tzv. Programa RI-19 kojim je obuhvaćeno 19 kapitalnih infrastrukturnih (ne samo prometnih) objekata u Rijeci. Kako je jedan prometni inženjer tada dalekovidno upozorio, da se dugo takva investicija na planu prometne infrastrukture neće u Rijeci ponoviti, to se ne samo obistinilo, nego do danas nijedan drugi takav prometni objekt angažiranjem lokalnih sredstava nije izgrađen.

pozitivni pomaci dezavuiraju na različite načine. Ulaz u užu centar grada zaustavlja se ograničavanjem prilaza sada jednosmjernom Strossmayerovom ul., primjenom tzv. Automatskog upravljanja prometom, gdje se aktualnim programom i inputima u njega (nepotrebno?!) vrši ograničeni prilaz vozila centru grada sa istočne strane na prvom semaforu ulaza u užu centar (kod HKD-a, odnosno Sušačkog nebodera). GUP-om Grada Rijeke se današnja cesta preko Delte, koju smo upravo spomenuli kao veliki napredak kasnih 70-tih, planira ukinuti kao “nepotrebna”, te je na tom prostoru tim istim planom predviđena zelena površina. Tako se pozitivne točke preokreta iz nedavne prošlosti nastoje obezvrijediti. U općem siromaštvu cestovne prometne infrastrukture u Rijeci, apsurdno je istu smanjivati, a upitan je i odnos prema građanima koji su odvajali od svog standarda da bi se to prije nepuna tri desetljeća izgradilo (i ona je građena samodoprinosom građana Rijeke!). Strossmayerova ulica se danas ne koristi u punom mogućem kapacitetu, dok se cesta preko Delte planira čak i napustiti!? Javna izlaganja prostornih i urbanističkih planova još uvijek animiraju vrlo mali broj ljudi, te se građani Rijeke neugodno iznenade kada se nešto od planskih promašaja u stvarnosti provede. Obično se građani pri izlaganju ne informiraju o tome, dok je pokriće formalne informiranosti obavljeno.

**Prvi kolnik obilazne ceste Rijeke - druga velika točka preokreta u izgradnje cestovne prometne infrastrukture.** Obilaznica je, nakon prve dionice od Orehovice do Diračja, produžena kasnije do Matulja i vezana na cestu za Tunel Učku. Ona je s vremenom sve veći i veći dio tranzitnog prometa, ali isto tako i lokalnog. To je i bila namjera planera kada su je smještavali unutar urbanog područja. Upravo zbog toga je bila zahtjevna u izgradnji (tuneli, vijadukti, most preko Rječine), te je cca 50% njezine dužine vođeno na/u objektima. Obilaznica je iz godine u godinu nosila na sebi sve veće volumene prometnih tokova. Tako je 90-ih godina promet dosegao veličine od preko 20.000 vozila u PGDP-u<sup>15</sup>, odnosno preko 25.000 vozila u PLDP-u<sup>16</sup>, da bi u zadnjim godinama (2005.-2007. g.) dosizao preko 25.000 vozila u PGDP-u, a preko 35.000 vozila u PLDP-u.

Obilaznica je, međutim, izgrađena samo sa jednim kolnikom i to u nepunoj svojoj dužini. Sadržavala je lokalne priključke na čvorovima: Diračje, kojem je gravitirao zapadni dio grada, te Škurinje i Orehovicu, koji su u svojoj gravitaciji imali centar grada; Orehovica je donekle pokrivala i istočni dio grada, ali samo za putovanja prema zapadu. Nakon toga je istočni dio grada više od 20 godina čekao nastavak njenog istočnog dijela (dograđen je 2006.-2007.g.). Stambena naselja najveće gustoće stanovanja (Turnić, Krnjevo i Rujevica) su planirana uz orijentaciju na nikad izgrađen čvor Rujevicu. Taj čvor je već onda dalekovidno

<sup>15</sup> Prosječni godišnji dnevni promet

<sup>16</sup> Prosječni ljetni dnevni promet

sagledan ne samo kao nužna potreba za najgušću urbanu koncentraciju stanovanja u Rijeci, nego i kao rasteretni čvor čvoru Škurinje za potrebe centra grada. Priprema za izgradnju tog čvora je od strane investitora davno izvršena. Čak su počeci rampi čvora odmah izgrađeni, a obilaznica ima na tom mjestu podvožnjak za nikad izgrađenu cestu prema Viškovu, koji je trebao poslužiti i vezi na sam čvor. Trebalo je izgraditi samo cca 400m ceste i jedan manji objekt i čvor bi bio dovršen. Na tome je sve stalo! Država je taj čvor tretirala kao lokalni, te ga je prepustila gradu da ga dovrši prema svojoj potrebi, završivši pripremu. Grad je godinama pokušavao prebaciti odgovornost za tu izgradnju na državne institucije, kao da taj čvor nije predmet prometne potražnje grada. Točka preokreta političkog prepucavanja je time prestala biti točka – postala je trajno događanje koje traje već više od 25 godina, a čvora i dalje nema.

Na obilaznici Rijeke danas se, istovremeno, događa ono što se u centru grada događalo prije 30-tak godina u Strossmayerovoj ulici. Obilaznica Rijeke još uvijek ima jedan kolnik, sa samo dvije trake, uz organizaciju dvosmjernog prometa na njemu! Točka preokreta – izgradnja drugog kolnika se tek očekuje u sljedeće dvije godine, što je daleko prekasno s obzirom na iskazanu prometnu potražnju. U međuvremenu je već došlo vrijeme za početak izgradnje prave obilaznice Rijeke, na relaciji Permani-Soboli, kao i tunnelske obilaznice užeg centra grada od Mlake, preko Potoka i Školjića, do Brajdice. Objе će sigurno biti velike točke preokreta prometnog sustava grada kada se jednom izgrade.

Uz izostanak pozitivne točke preokreta, dogradnjom obilaznice u punoj dužini i širini, kao i dogradnjom nedostajućih čvorišta na njoj, dogodila se i **najveća negativna točka preokreta u Gradu Rijeci**. Grad je prvo rekonstruirao Osječku ulicu u Škurinjama na način da je ta ulica dobila treću traku na svakom lijevom skretanju na raskrižjima. Povećani kapacitet nije se pozitivno odrazio, jer je istovremeno s rekonstrukcijom te prometnice u koridoru Škurinja lociran veći broj velikih supermarketa (svaki drugi supermarket Rijeke je smješten na tom prostoru!). Uz orijentaciju još i najvećih stambenih naselja (Škurinja i Drenove, te djelomično Viškova), na taj koridor, odmah je došlo do dostizanja i premašivanja tako povećanog kapaciteta prometnice. Kulminacija preopterećenja tog koridora dogodila se prije 2 godine izgradnjom tzv. interregionalnog čvora Orehovica i ukidanjem lokalnog priključka na njemu. Rijeka, nakon više od 20 godina, ne samo da nije dobila planirane čvorove, nego je i taj jedan (od samo tri) reduciran i izbrisan. To je izazvalo dodatan povećani promet u centru grada, preopterećivanje škurinjskog koridora i samog čvora Škurinje. Apsurdnost takvih događanja je tim veća što se u prometnim studijama, vezanim uz izradu GUP-a i drugima, naglašavala nužna potreba zadržavanja čvora i kao lokalnog priključka. To se ignoriralo.

U prošlosti su prethodile i mogu se prepoznati i **početne negativne točke preokreta** koje su se javljale kao prve disonancije između znanstveno i stručno usmjerenog prostornog planiranja grada i realizacije smještaja sadržaja u prostoru koji počinju ići u drugom smjeru. Jedan od prvih takvih događanja je bio smještaj silosa za žitarice uz zapadni akvatorij riječke luke, gotovo u samom središtu grada, premda je proklamirano načelo da se rasuti tereti smještavaju u Bakarskom bazenu. Premda su se žitarice u početku prevozile uglavnom željeznicom, kasnije, izgradnjom cestovnih poveznica sa Rijekom, se sve više usmjeruju na prijevoz kamionima koji sada dolaze do samog središta grada. Kada se napravila ta greška onda se ona kasnije potencirana, te se i drugi silos dogradio uz prvi!

Slično se ta da događa s kamionskim terminalom. Plansku lokaciju na Čavlima (današnji Metro), koja je imala mogućnost i priključka na željeznicu (jedan od bitnih zahtjeva takvog terminala je sučeljavanje više vidova prometa u jednoj točki), zbog neizgrađenosti priključnog Čvora Čavle na autocesti za Zagreb i zbog nedostatka priključaka na druge infrastrukturne sustave, pronalazi se, od strane političara i bez konzultacija sa prostornim planerima, 1986.g. tzv. privremena lokacija u središtu stambenog naselja Srdoči.

Time **Rijeka uvodi instituciju privremenih rješenja i postaje primjer grada privremenih rješenja**. Slično se, zbog nepravovremenog rješavanja smještaja autobaze, ponavlja sa privremenim zauzimanjem gradskog Trga Školjić za parkiranje (noćenje) autobusa javnog gradskog prometa, pod izlikom da je to samo privremeno na 5 godina, a ostaje više od 2 desetljeća. Tako se ciklus privremenosti nastavlja. Delta se naziva budućim gradskim centrom - a privremeno se koristi u funkciji odlaganja drva za potrebe Luke Rijeka (proklamirani terminal za drvo je Bršica na zapadnoj obali Istre). Za kontejnerski terminal se kaže da će biti vezan uz zapadni lučki bazen - a privremeno se od 1979.g. nasipava more i gradi na Brajdici (ovdje se u početku u more ubacivalo po 3m<sup>3</sup> kamenog materijala, da bi more nepovratno odnjelo 2m<sup>3</sup> (danas je to nasipavanjem na većim dubinama i daleko više). Pomorski putnički terminal se planira na idealnom mjestu (neposredna veza na željeznički i novi autobusni terminal) produženog De Franceskijevog gata koji bi se spojio sa lukobranom, a lukobran istočno od njega bi se otvorio za direktno uplovljavanje/isplovljavanje putničkih brodova u putničku luku, čime bi se bitno skratilo vrijeme putovanja za putnike, a time bi se odvojila i putnička luka od teretne - ali se istovremeno privremeno 2007.-2009.g.(?) gradi novi pomorski putnički terminal baš na mjestu predviđene perforacije lukobrana. Takvih i sličnih primjera u Rijeci ima cijeli niz. Privremeno se koriste i neki postojeći sadržaji i resursi. Privremeno se (sve do danas) za prolaz teretnih kompozicija koristi pruga preko Rive (i Zajčeve ul.), na jedinom mjestu gdje bi riječani mogli u gradu, u Putničkoj luci, doći do mora (premda zaobilazna pruga postoji, ali se ne koristi jer je to željeznici skuplje u eksploataciji, a Grad se ne može nametnuti interesom

svojih građana). Ovdje treba naglasiti da je niz sredozemnih gradova imao sličnu situaciju, ali je takve pruge davno napustio.

Pri tome nitko ne kaže što će se dogoditi sa tim prostorima kada ti sadržaji napuste te privremene lokacije. Danas se to već i događa prestankom rada kamionskog terminala na Srdočima. Urbanisti o tome ne govore, jer to nisu njihova rješenja. Političari koji odlučuju o privremenim rješenjima šute (čitati: ne znaju ili ih nije briga). Privremena rješenja doduše uklanjaju problem uz minimalni utrošak energije, vremena i novca – to su male točke preokreta – a opasnost je u tome da privremena rješenja postanu trajna, što ukazuje na nužnu potrebu pojave velikih točaka preokreta koje se na tom planu ne događaju.

**U periodu 70-tih i početkom 80-tih godina na prilazima Rijeci dolazi do izgradnje i drugih velikih prometnih infrastrukturnih objekata**, koji će utjecati na promet i razvoj grada. To su: Zračna luka Rijeka na Krku (1970.g. – nažalost u isto vrijeme kada se radi i Zračna luka Pula koja ima primat, jer je istovremeno i vojna), prvi početak izgradnje autoceste prema Zagrebu na dionici Kikovicica-Oštrovica (1971.g.), cestovni Most Krk (1980.g.), čime se aerodrom s Rijekom više ne veže trajektnim prijevozom, te cestovni Tunel Učka (1981.g.). Pri tome se, ne samo u Rijeci, nego i u tadašnjoj Jugoslaviji, zanemaruje željeznički promet. Za Tunel Učku bi bilo bolje da se sagradio prvo željeznički tunel, te da se ono malo cestovnog prometa u ono vrijeme prevozilo vagonima-platformama svakih 15-tak minuta kroz njega, a da se tek kasnije izgradio i cestovni tunel. U ono vrijeme započeta izgradnja željezničkog tunela zaustavljena je već nakon desetak metara iskopa kod Vranja. Taj tunel bi imao veliki pozitivan utjecaj na gospodarski razvoj i integraciju zemlje, a danas ne bi imali problem željezničke veze sa Istrom koja se mora obavljati preko Slovenije. Isto tako je Most Krk odmah mogao imati 3 prometne trake (pri čemu bi se jedna koristila kao reverzibilna u onom smjeru u kojem je trenutno promet intenzivniji), a mogao se graditi i kao kombinirano cestovno-željeznički (veza sa aerodromom i dr.), što bi u investiciji značilo povećanje od samo 35-40% cijene. Ovako se danas mora razmišljati o drugom mostu koji će biti znatno skuplji, jer je najbolja, najkraća i najjeftinija lokacija potrošena na prvi most. Međutim ostaje činjenica da su i učinjene izgradnje u onom periodu bile velike točke preokreta koje su generirale ili privlačile dodatne volumene prometa, a koje su rješavale bitna pitanja prometnog povezivanja. No zbog “uspavanosti” onih koji su to trebali nastavljati u samoj Rijeci, bitno su opterećivale ulaze u Rijeku, pa i gradske prometnice.

Na ove prometne objekte veže se **istovremena izgradnja drugih većih objekata u okruženju koji su utjecali na prometne tokove Rijeke**: Terminal za rasute terete u Bakru (1967.g.), Koksara Bakar (1976.g., kasnije 1995.g. zatvorena), luka za drvo i stoku u Bršici u Raškom zaljevu (1977.g.), Automotodrom na

Grobniku (1978.g.), Termoelektrana Rijeka u Urinju, terminal Jadranskog naftovoda i kontejnerski terminal Brajdica (1979.g.), petrokemijska industrija u Omišlju (1983.g.). Premda su samo neki od tih objekata prometni, oni su svi zajedno (ili bolje reći svaki za sebe, a nadovezujući se jedan na drugoga), činili bitne točke preokreta u razvoju prometnog sustava Rijeke. Sve to je bilo bitno vezano uz dva prepoznatljiva razdoblja imigracije stanovništva, odnosno radne snage u Rijeku (prvo 1955.-1964.g. i drugo 1965.-1972.g., a u širim razmjerima se može reći da doseljavanje, s određenim oscilacijama u intenzitetu i volumenima, teče u širem razdoblju 1953.-1990.g.).

Nisu samo stanovanje i radna mjesta predodredili tokove putovanja u gradu. Zabavni život koji je još prije 3-4 desetljeća bio za stanovnike Rijeke usmjeren prema Opatiji i uzrokovao večernja putovanja na toj relaciji s vremenom se promjenio. Ipak, i taj period je obilježen nizom prometnih nezgoda (invalidnim i poginulim mladim osobama) na prometnom putu od Opatije prema Rijeci u noćnim satima. U masi možda male točke preokreta, bile su velike u privatnim životima pojedinih osoba. U Rijeci je izgrađena Dvorana Mladosti na Trsatu (1973.g.) u kojoj se povremeno održavaju športske, ali i druge manifestacije (estradne, glazbene, sajamske i sl.). Od povremenih događanja svakako treba spomenuti i Riječki karneval (od 1982.g.). No tu je i čitav niz manjih sadržaja i događanja ugostiteljsko-zabavnog karaktera, koji su zabavna putovanja zadržali unutar Rijeke. I turistička putovanja nekad usmjerena gotovo isključivo prema Opatiji, sada se usmjeruju preko Rijeke na Liburnijsku rivijeru, ali se zadržavaju i u Rijeci, gdje se razvija svojevrsni gradski turizam.

Prva **rješenja stacioniranja vozila u centru grada** datiraju još iz 1978. godine kada se planira izgradnja 4 garaže. Do realizacije ne dolazi. Grad se ne postavlja kao investitor. Do izgradnje garaža dolazi tek nedavno, početkom ovog milenija i to investiranjem od strane privatnih subjekata. Premda je taj problem gradski, izgradnja, politika cijena i dr. prepušta se drugima. Tako nema pariteta odnosa cijena parkiranja u odnosu cijena javnog prijevoza, te se u gradu ni ne može voditi zdrava razvojna prometna politika.

**Javni gradski promet** je desetljećima prošlog stoljeća uspješno pratio prometnu potražnju. Započelo je sa uvođenjem tramvaja 1899.g., koji je krajem 20-tih godina prošlog stoljeća dobio drugi kolosjek, ali se sustav nije dalje unaprijeđivao i širio, jer se još od 30-tih godina planirao zamijeniti trolejbusom. Nakon drugog svjetskog rata tramvajske pruge su samo obnovljene, te je bio u upotrebi do 1953. g. Od 1951.g. do 1969.g. u Rijeci vozi trolejbus. Počeo je sa prvom trasom Pećine-Željeznički kolodvor, s okretištem oko parkića u Butkovićevoj/Teslinoj; kasnije produžen do Krnjeva, pa do Kantride. Nakon nekog vremena funkcionirale su dvije linije: Pećine-Pomerio-Teslina-Željeznički kolodvor i Titov trg-Pomerio-Teslina-

Kantrida. Po ukidanju tramvaja, trolejbusna linija ide Adamićevom-Ciotinom-La Guardia, a tek nakon izgradnje podvožnjaka u Krešimirovoj (1967.g.) ide tzv. prvim longitudinalnim koridorom grada. U početku jedna linija Kantrida-Pećine, a druga od okretišta na Mlaki do Trsata (1959.g.). Tek od 1962.g. funkcioniraju 2 linije trolejbusa (kasnije, pa sve do danas zamjenjene autobusnim): Pećine-Zamet i Trsat-Kantrida. Izgradnjom drugog mosta na Rječini (1965.g.) trolejbus se vodi preko njega. Linija je bila predviđena i Podvežicom (stupovi postavljeni 1966. g.), ali nikada nije provedena. Cijelo vrijeme, paralelno sa trolejbusom voze u drugim pravcima periferije Rijeke i autobusi, tako da su na Kozalu vozila čak 2 tzv. Londonera (autobusi na kat) koja su polazište imala u Splitskoj ul. Od 1969. trolejbusne linije su zamjenjene standardnim i zglobnim autobusima, a broj linija se s vremenom povećava. Svaka promjena u organizaciji linija je bila manja, a prelazak na drugo javno prometno sredstvo, veća točka preokreta. Međutim, neke stvari se desetljećima nisu mjenjale, pa i tzv. stara Studija<sup>17</sup> nije nudila nikakve bitne promjene. Danas još uvijek funkcioniraju dvije osnovne linije Pećine-Zamet i Kantrida-Trsat, premda je izrađena Studija<sup>18</sup> koja je pokazala da putnika na tim relacijama u njihovim ekstenznim točkama gotovo nema i da bi bilo opravdano provesti kompletnu reorganizaciju linija (ono što je npr. Zagreb hrabro napravio prije 30-tak godina). Premda su te studije pokazale nužnost i mogućnosti promjena i unaprijeđenja javnog prijevoza putnika u gradu, te promjene se od strane gradske uprave nisu provele, a od strane javnog prijevoznika su gotovo ignorirane. Javni prijevoznik tek zadnje 3 godine uvodi u promet minibusu na manje opterećenim i brdovitijim linijama, premda je studija još prije 15-tak godina pokazala njihovu opravdanost.

Unatoč nabavi novih autobusa (pa i niskopodnih), koji su pretežito bili zamjena za one otpisane, bitan pomak u podizanju standarda javnog prijevoza u Rijeci se još nije dogodio. Javni prijevoz u Rijeci je sve drugo samo ne atraktivan. Brzina putovanja javnim prijevozom je ostala gotovo na razini brzine nekadašnjeg prvog tramvaja. Javnim prijevozom se danas koriste gotovo samo oni koji moraju, jer nemaju drugog izbora. Dužina rezerviranih žutih traka za javni promet se povećala sa nekadašnjih 800m samo u prostornim i prometnim planovima i studijama na 5.000m, a u stvarnosti je desetljećima ostala ista. Njihovo slabo obilježavanje na ulicama uzrokuje da se stranci (neriječani) njima masovno služe, jer ni ne razumiju da su to rezervirane trake. U novije vrijeme je izrađena i tzv. najnovija Studija<sup>19</sup>, ali se promjene po njoj definirane ne vide.

<sup>17</sup> Studija razvoja javnog gradskog i prigradskog putničkog prijevoza u Rijeci, Institut saobraćajnog fakulteta Beograd 1979.-1980. [Lit.16].

<sup>18</sup> Studija unapređenja i reorganizacije javnog prometa, IGH PC Rijeka, 1994. [Lit.11].

<sup>19</sup> Prometno-tehnološka studija uključivanja javnog gradskog prometa u sustav automatskog upravljanja prometom u Gradu Rijeci, Promet milenijum d.o.o., Rijeka 2005. [Lit.10] – Poziva se na štetnu neralizaciju



**Bitne točke preokreta se već desetljećima ne događaju ni na planu prometnih terminala.** Za pomorski putnički terminal je već rečeno (problem privremenog rješenja i lokacije). Za međugradski autobusni terminal se gotovo punih 20-tak godina u smjericama razvoja grada prepisivala rečenica koja je počinjala riječima: “Početak pripreme za premještanje lokacije autobusnog kolodvora...” Odnosi se na onaj na Žabici, ali i za onaj na Jelačićevom trgu postoje rješenja datirana još od prije desetak godina (premještanje na Deltu), odnosno ona od prije više od 20-tak godina, gdje se u Prometnoj studiji Rijeke, Opatije i Crikvenice kaže kako treba napustiti ideju prigradskog autobusnog terminala u središtu Rijeke i preći na niz manjih terminala na periferiji, ako se želi racionalizirati javni promet u Rijeci. Za premještanje autobusnog terminala sa Žabice postojala je opasnost da se on premjesti čak na Brajdicu (time bi se izgubila današnja velika prednost smještaja 3 terminala – željezničkog, autobusnog i pomorskog – jednog do drugoga, što omogućava najlakša presjedanja s jednog prometnog sredstva na drugi). Za željeznički putnički terminal smo u zadnjih 10-15 godina slušali svakakve nemoguće ideje. Prva je bila da ga treba graditi na novoj obilaznoj pruzi Rijeke na Drenovi. Time bi se od Zagreba do Rijeke ubuduće putovalo nizinskom prugom 70 minuta, a zatim bi se od Drenove do centra grada, gdje većina putovanja završava putovalo slijedećih 30-40 minuta! Druga je bila da takav terminal treba graditi na prostoru bivšeg Torpeda, a kao jedini razlog se navodio da tamo ima slobodnog prostora. Danas je kolodvor Rijeka prolaznog tipa premda nema putnika koji iz Zagreba preko Rijeke idu u Ljubljanu, a ubuduće će prolazni tip biti važan, jer će se preko Rijeke iz Zagreba ići za Pulu, Istru novom tunelskom prugom. U tom slučaju bi zaglavni kolodvor kod Torpeda bitno usporavao odvijanje prometa.

**Domovinski rat i poratno razdoblje** je donijelo također određene točke preokreta. Jedna od njih je bila i ukidanje velikih općina, Općine Rijeka, kao jedne od najvećih u Jugoslaviji, te Općine Opatija, i formiranje novih, prostorno manjih općina i gradova. Tako nastaju gradovi Rijeka, Kastav, Bakar i općine Viškovo, Dražice, Čavle, Kostrena; odnosno na Liburnijskoj obali grad Opatija i općine Matulji, Lovran i Mošćenička Draga (1992.g.). Time se formira tzv. Riječki prsten, gradova i općina, pri čemu se neke od njih naglo razvijaju. Viškovo i Čavle privlače razvoj poduzetništva i trgovine, Kostrena postaje jedina općina u Hrvatskoj bez nezaposlenih.

Neminovno se postavlja pitanje **da li je postojalo strateško planiranje prometa u Gradu Rijeci?** Ako se pod pojmom strateškog misli na ono što ima

---

postavki prethodne Studije, a naglašava nužnost hitnih intervencija na razini podizanja kvalitete, standarda i atraktivnosti javnog prijevoza u Rijeci - ključnog elementa rješenja funkcioniranja cjelokupnog prometnog sustava grada. Od tzv. prve etape te Studije definirane periodom 2005.2010.g. nije realizirano gotovo ništa, a već je 2008. godina!?

dugoročne zamisli, temeljem utvđivanja dugoročnih ciljeva i načina njihovog ostvarivanja, onda se može reći: na stručno-znanstvenoj razini je postojalo, ali istovremeno na političkoj (u realizaciji) nije slijeđeno, ni etapno realizirano. Ako se pod strateškim misli na pobjedničko, onda se lako može vidjeti da Rijeka nije na tronu prvaka. Velike šanse su u ključnim momentima propuštene.

**Zaokreti u razvoju su postojali, ali je prevladavao broj onih koji su usmjeravali u negativnom pravcu.** Događali su se i oni pozitivni, no nisu imali toliku jačinu koju su svojim ciljem zaslužili.

## Budućnost Rijeke

Colin D. Buchanan je još polovinom prošlog stoljeća u svojoj studiji<sup>20</sup> naglasio da za potrebe organiziranja prometa u gradovima, prema današnjim tehnološkim saznanjima, grad ne možemo pregraditi. Postoji naslijeđeni sustav ulica i minimalne mogućnosti dogradnje, a rekonstrukcije su iznimno skupe ili nemoguće. Postoji vječni konflikt između ambijentalnosti i pristupnosti, te kretanja pješaka i individualnih motornih vozila. Naglašava veličinu sukoba između automobila i pješaka i nudi odgovarajuća rješenja temeljem odvajanja ta dva vida prometa za gradove različitih veličina.<sup>21</sup> U ovome se može prepoznati i Rijeka.

Među ciljevima **poželjne Rijeke**,<sup>22</sup> **građani** su istaknuli razvoj socijalno uspješnih i ekološki prihvatljivih djelatnosti, isključivanje zagađivača, dislokaciju industrije iz grada<sup>23</sup>, izlaz grada na more, revitalizaciju gradskog središta, zaštitu graditeljske baštine, klasično oblikovanje novih naselja sa jasno oblikovanim ulicama i trgovima, te urbanističko oblikovanje Delte i Školjića, sa centralnogradskim sadržajima, ali i Preluka sa objektima sporta i rekreacije. Prostor Delte ovaj grad već desetljećima ne uspjeva definirati na način da se na njoj dogodi promjena.

**Stručnjaci**, pak, ističu problem dosadašnjeg kaotičnog razvoja uz dominantan utjecaj industrije i osoba koje su došle iz tog miljea i upravljali gradom. Po njima je grad neintegriran, zagađen, konfliktno organiziran, posebno na obalnoj crti. Budućnost vide u oslanjanju na stanovništvo, prirodnu i kulturnu baštinu i lučku tradiciju. Za njih su prioriteti uređenje obale i šireg područja gradskog središta.

<sup>20</sup> Colin D. Buchanan: Traffic in Towns prevedenu u bivšoj državi kao Saobraćaj u gradovima [Lit.1] .

<sup>21</sup> Studiju čini 4 poglavlja: mali grad, grad srednje veličine, povijesni grad i dio metropole.

<sup>22</sup> Ovdje i kasnije u nastavku se oslanjamo na tri skupine Riječana (građani općenito, te dvije posebne skupine: stručnjaci i mladi riječani) u već spomenutoj studiji Ivana Rogića i dr.: Rijeka – baština za budućnost [Lit.13] .

<sup>23</sup> Interesan je način na koji je zgrada Novog lista došla na današnju lokaciju. Na upit ljudi iz te kuće – gdje će biti budući centar Rijeke – urbanisti su odgovorili, da će ubrzo (?) Rafinerija iseliti i da će to biti upravo na tom mjestu. Tako je odlučeno mjesto gdje se izgradila zgrada Novog lista i do danas je ostala jedina na toj lokaciji.

U detalju ističu rješenje autobusnog kolodvora, a jedinu mogućnost takvog usmjerenja vide u rekonstrukciji građanske javnosti, promjenjenoj ulozi stručnjaka u gospodarenju gradom<sup>24</sup> i aktivnoj razvojnoj politici.

Treća skupina, **mladi rječani**, grad smatraju prljavim, zagađenim (uključujući more i plaže), sa nedovoljno kulturnih ustanova, manjkom zelenila, športskih i ugostiteljskih sadržaja i ustanova za mlade, te odgovarajućeg noćnog života, a posebno poraznu ocjenu dobiva gradski prijevoz (neudoban, neredovit, nepouzdan). Grad je za njih bez identiteta. Grad kojim vlada industrija i luka. Ipak ga smatraju i sve više (u njihovoj brojnosti) zavičajnim. Prednosti vide u prirodnoj baštini i mogućnosti školovanja (izostaju sve prednosti kojima bi se gradski oci mogli ponositi), a najčešći odgovor je da je Rijeka – grad bez prednosti. U takvoj besperspektivnosti mladi poručuju: Borite se za nas!<sup>25</sup>

**Kao rezime današnje prometne situacije u gradu može se reći da je ona kaotična.** Opravdanja da se u promet u Rijeci ulažu velika sredstva, a u biti se odnose samo na manje i manje bitne građevinske zahvate, dogradnje i rekonstrukcije prometne infrastrukture. Jasne razvojne politike i dinamike izgradnje nema. Isto tako od strane onih koji bi to trebali razumjeti, nema razlikovanja u investicije u prometnu infrastrukturu od investicija u sofisticiraniju organizaciju prometa u gradu. Kod ove posljenje je veličina uložених sredstava daleko manja, a učinci mogu biti daleko veći! Kao primjer dajemo kupnju programa automatskog upravljanja prometom, pri čemu se gotovo smatra da on radi samostalno, a zaboravlja se da su bitni inputi koji se u takve programe stavljaju, a koji izostaju ili su neadekvatni problemu koji trebaju riješiti. Za funkcioniranje cjelokupnog prometnog sustava grada kakav je Rijeka od bitne je važnosti funkcioniranje javnog gradskog prijevoza kao efikasnog, atraktivnog, brzog načina prometanja u

<sup>24</sup> U Studiji Ivana Rogića i dr.: Rijeka - baština za budućnost [Lit.13], govoreći o nužnosti potrebitosti uvođenju stručnjaka u odlučivanju razvojne politike grada, između dva primjera negativnih događanja u prošlosti navodi se doslovno slijedeći primjer, citiramo: "...Prvi je "emigracija" legendarnog Igora Emilija iz Rijeke (napomena autora: arhitekt i jedan od prvih urbanista Rijeke, prema čijim osnovama se još danas rekonstruira Stari grad u Rijeci), nakon što je šezdesetih godina u sukobu sa industrijskim sektorom izgubio nadmetanje za uvalu Martinšćica. Nakon toga sukoba, Emili se više nikada nije vratio na posao gradskog urbanističkog planera. Pouzdano znamo da je taj posao u Rijeci držao uzaludnim." – završen citat. Ovdje bi mogli spomenuti i odlazak iz Rijeke, isto tako razočaranog, a po značaju prvih urbanista (i arhitekta) Rijeke, Draška Bižace, nakon ukidanja samostalnosti gradskog urbanističkog ureda (Riječkog urbanističkog biroa) i njegovom podređivanju službi za pripremu zemljišta, a kasnijem potpunom raspuštanju i tako rudimentiranog biroa – on razočaran napušta Rijeku. Ista Studija ga spominje kao "Drugi slučaj"!

<sup>25</sup> Inicijativa na Gradskom vijeću sredinom 90-tih da se napuštenu, a od Grada otkupljeni, prostor Tvornice R. Benčića, smješten u središtu svih današnjih lokaliteta mladih (škola, fakulteta i sl.), namjeni za mlade pod krilaticom "Poklonimo 2m<sup>2</sup> svakom mladom čovjeku!" Naime, raspoloživo je cca 60.000m<sup>2</sup> zatvorenog izgrađenog prostora u centru grada Rijeke koja je prema procjenama ima 30.000 mladih ljudi. Prijedlog nije prošao!? Inicijativa je bila inspirirana svojevremenim napuštanjem starog prostora Zagrebačkog velesajma u centru, kod njegovog preseljenja u Novi Zagreb, te otvaranje Studenskog centra na tom sada bivšem prostoru i prepuštanju mladima Zagreba.

gradskim okvirima. Bitna točka preokreta, oslanjanje i progresivni razvoj javnog prijevoza se nažalost još nije dogodila. Javni prijevoz je danas sve drugo samo ne atraktivan, efikasan i učinkovit.

## Zaključak

Društvene su promjene često neobjašnjive, jer je takva (nepredvidljiva) ljudska priroda. Prekretnice su potvrda potencijala promjene i moći promišljenog djelovanja. Svijet prekretnica nudi nove mogućnosti. I najmanjim poticajem u pravom smjeru možemo pokrenuti i promijeniti svijet. Poboljšati prenosivost možemo mjenjanjem načina predstavljanja informacije. Zakon mnogobrojnosti u konfliktu s točkama preokreta pokazuju potrebu samo kritične mase. Oblikovati tijek društveno pozitivnih epidemija možemo prepoznavanjem nekoliko pojedinaca s mnogo društvenih utjecaja, a pozitivnu epidemiju možemo izazvati usmjeravanjem pažnje i sredstava na nekoliko ključnih područja i osoba.

Određena situacija, a u Rijeci je zahvaljavajući nedostatku konzistentne politike razvoja (a posebno prometne razvojne politike) - prisutna, može privući pozornost savršene skupine znalaca. Nadajmo se da će se to kao početak dogoditi.

## Literatura

- [1] Buchanan, C. D.: *Saobraćaj u gradovima*; Građevinska knjiga Beograd 1978.
- [2] Dadić, I.: *Teorija i organizacija prometnih tokova – Autorizirana predavanja*; Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2006.
- [3] *Generalni urbanistički plan Grada Rijeke – Prometni dio*; Institut građevinarstva Hrvatske d.d. Zagreb, PC Rijeka, Rijeka, 2001.
- [4] Gladwell, M.: *Točke preokreta – Kako male stvari mogu dovesti do velike promjene*; Naklada Jesenski i Turk, Zagreb 2005.
- [5] Nordström, A.K., Reddersträle, J.: *Funky Business*; Differo d.o.o., Zagreb 2002.
- [6] Nordström, A.K., Reddersträle, J.: *Karaoke kapitalizam*; Differo d.o.o., Zagreb 2004.
- [7] Padjen, J.: *Metode prostorno-prometnog planiranja*; Ekonomski institut Zagreb, Informator, Zagreb 1978.
- [8] Padjen, J.: *Prometna politika*; Ekonomski institut Zagreb, Informator, Zagreb 1996.

- [9] *Prometna studija Rijeke, Opatije i Crikvenice*; Zavod za urbanizam i izgradnju Rijeke, Sektor za prostorno planiranje, Rijeka 1984.
- [10] *Prometno-tehnološka studija uključivanja javnog gradskog prometa u sustav automatskog upravljanja prometom u Gradu Rijeci*; Promet milenijum d.o.o., Rijeka, 2005.
- [11] *Prostorno-funkcionalna reorganizacija linija javnog gradskog prijevoza*, Institut građevinarstva Hrvatske d.d. Zagreb, PC Rijeka, Br.el. 5120-1-513061, Rijeka, 1995.
- [12] *Rijeka – Detaljni urbanistički plan centra grada Rijeke*; Shankland Cox & Associates, London; Urbanistički institut Rijeka; Zavod za komunalnu djelatnost – Riječki urbanistički biro, Rijeka 1971.
- [13] Rogić, I., Lamza-Posavec, V., Klemenčić, M., Kovačević Pašalić, R.: *Rijeka: baština za budućnost*; Grad Rijeka, Rijeka 1996.
- [14] *Ljetopisi Primorsko-goranske županije*; RH, Ured državne uprave u Primorsko-goranskoj županiji, Rijeka (više godišta)
- [15] Stewart, I.: *Kocka li se Bog? – Nova matematika kaosa*; Naklada Jesenski i Turk, Zagreb 2003.
- [16] *Studija (Program) razvoja javnog gradskog putničkog prevoza u Rijeci*; Institut saobraćajnog fakulteta Beograd, Beograd 1979.
- [17] Vučić, R. V.: *Javni gradski prevoz – Sistemi i tehnika*; Naučna knjiga Beograd, Beograd 1987.
- [18] Vuchic, V. R.: *Transportation for Livable Cities*; Center for Urban Policy Research, Rutgers, The State University of New Jersey, New Jersey 1982.
- [19] Vuchic, V. R.: *Urban Transit – Systems and Technology*; John Wiley & Sons, New Jersey 2007.
- [20] *Zajednički prostorni plan općina Crikvenica, Opatija i Rijeka*; Zavod za urbanizam i izgradnju Rijeke, Sektor za prostorno planiranje, Rijeka 1984.



## **Analiza učinaka standardne građevinske mehanizacije na izgradnji ceste Vodnjan-Pula**

### **Analysis of Standard Construction Equipment Efficiency in Construction of the Vodnjan – Pula Road**

**Diana Car-Pušić<sup>1</sup>, Fadil Husić<sup>2</sup>, Ivan Marović<sup>3</sup>**

#### **Sažetak**

Utvrđivanje što realnijih praktičnih učinaka standardne građevinske mehanizacije jedan je od ključnih preduvjeta dinamičkog planiranja strojnog rada na gradilištu. Upravo zato, metode izračunavanja praktičnih učinaka standardnih cikličkih građevinskih strojeva često su predmet istraživanja u području organizacije i tehnologije građenja, a također predstavljaju poseban predmet interesa proizvođača građevinske mehanizacije. Kod proračuna praktičnih učinaka građevinskih strojeva od presudne važnosti je čim realnije utvrđivanje redukcijskih koeficijenata pomoću kojih se idealni teoretski učinak reducira na vrijednost praktičnog, ostvarivog u realnim gradilišnim uvjetima. S obzirom da su ovi koeficijenti empirijske vrijednosti, od posebne je važnosti praćenje i snimanje realno ostvarenih vrijednosti učinaka na gradilištu i izračunavanje pripadajućih vrijednosti koeficijenata. U radu je dat prikaz postupaka izračuna praktičnih učinaka bagera, dozera, utovarivača, valjaka, auto-mješalica i dampera na izgradnji dionice Jadranske auto-ceste Vodnjan-Pula, kao i neka od mjerenja realno ostvarenih učinaka i transportnih brzina. Vršena su mjerenja ostvarenih učinaka i usporedba s proračunskim praktičnim učincima. Za dozere su ustanovljeni veći stvarni učinci od proračunskih, pa je napravljena analiza utjecajnih faktora koji su doveli do toga. Pokazalo se da je problem u koeficijentu redukcije vezanom uz organizacijske uvjete, jer su stvarni organizacijski uvjeti, održavanje stroja, obučenosť strojaru itd. bili daleko bolji od prosječnih, proračunskih, te bi u tom smislu trebalo postojeće tablice koeficijenata dopuniti s koeficijentima za izuzetno dobre organizacijske uvjete strojnog rada. Mjerenjem su utvrđene prosječne proračunske radne i transportne brzine dozera.

**Ključne riječi:** praktični učinak, standardni ciklički građevinski strojevi, redukcijski koeficijenti

<sup>1</sup> doc.dr. Diana Car-Pušić, d.i.g., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, Rijeka, dipusic@inet.hr

<sup>2</sup> Fadil Husić, d.i.g., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, Rijeka

<sup>3</sup> Ivan Marović, d.i.g., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, Rijeka, ivan.marovic@gradri.hr

**Abstract**

Determining the practical efficiency of a standard construction equipment as realistically as possible is one of the key conditions of dynamic planning of a machine work at the construction site. Therefore the methods for calculating the practical efficiency of standard cyclical construction machines are often subject of research in the field of construction organization and technology and also represent a special field of interest to construction mechanization manufacturers. When calculating the practical efficiency of construction machines it is of utmost importance to determine the reduction coefficients by which the ideal theoretical efficiency is reduced to the value of a practical one which is sustainable under the real construction conditions as realistically as possible. Since those coefficients are of empiric value, a special attention must be paid to the monitoring and recording of the realistically obtained efficiency values at the construction site and to calculating the corresponding coefficient values. The paper presents the analysis of the calculation procedures for excavators, dozers, loaders, rollers, truck mixers and haulers in constructing the Adriatic highway Vodnjan – Pula section as well as some of the measurements of the realistically obtained efficiency and transport speeds. Measurements of effectuated efficiency and comparison with the calculated practical efficiency were conducted. Better realistic than calculated efficiency was established for the dozers, so that the analysis of the influencing factors leading to those results was performed. The analysis showed that the problem lies within the reduction coefficient related to the organization conditions because the real organization conditions, the machine maintenance, operator's skills, were far better than the average, calculated ones. Therefore the existing coefficient tables should be updated with coefficients relating to the exceptionally good organization conditions of machine work. The average calculation working and transporting dozer speeds were obtained by measurements.

**Key words:** practical efficiency, standard cyclical construction machines, reduction coefficients

**1. Uvod**

Izračunavanje praktičnih učinaka građevinske mehanizacije od velike je važnosti za utvrđivanje što realnijeg trajanja strojnog rada na gradilištu, a time i što veće točnosti dinamičkih planova građenja. Posebno se to odnosi na cikličku standardnu građevinsku mehanizaciju kod koje izračunavanje praktičnih učinaka metodom koja je i ovdje upotrijebljena u cijelosti nalazi smisao i opravdanje.

Kako se kod proračuna koriste empirijski redukcijski koeficijenti i vremena trajanja jediničnog radnog ciklusa koji značajno utječu na vrijednost učinka, od posebne je važnosti za točnost izračuna, praćenje, analiziranje i korigiranje koeficijenata koji pored objektivnih tehničkih karakteristika strojeva i materijala u kojem se radi, znatno zavise i o organizacijskim uvjetima na gradilištu, te obučenosti za rad samog rukovatelja strojem. Stoga bi za svakog izvođača strojnih



radova bilo važno da prati i analizira postignute učinke standardne mehanizacije u raznim uvjetima rada, te da na temelju postignutih učinaka utvrdi odgovarajuće redukcijske koeficijente kojima bi se dopunjavale i korigirale tablice koeficijenata koje se uobičajeno koriste u proračunima.

## 2. Definiranje problema

U radu [1] je dat prikaz istraživanja praktičnih učinaka bagera, dozera, utovarivača, valjaka, auto-mješalica i dampera ostvarenih prilikom izgradnje dionice Jadranske auto-ceste Vodnjan-Pula. Cilj istraživanja bio je usporediti realno ostvarene mjerene učinke s proračunskim, utvrditi odstupanja i analizirati njihove uzroke. Rezultati bi trebali ukazati na potrebne korekcije elemenata proračuna koje bi kod narednih proračuna učinaka trebalo uzeti u obzir kod sličnih uvjeta strojnog rada.

## 3. Osnovni podaci o objektu

Cesta Vodnjan-Pula predložena je Prostornim planom Istarske županije kao četverotračna auto-cesta s dva odvojena kolnika i razdjelnim pojasom širine 3 m, a predstavlja spoj tzv. Istarskog ipsilona sa gradom Pula i predstavlja logičan završetak južnog kraka Istarskog ipsilona. Sama cesta duga je nešto više od 13 km. U prvoj fazi izgradnje kad je i provedeno istraživanje, ova je dionica izgrađena kao brza cesta s dva vijadukta, te podvožnjacima i nadvožnjacima u trasi.

## 4. Tehnologija izvedbe i mehanizacija na gradilištu

Iskop za trasu ceste predviđen je kombinirano miniranjem i strojno pomoću buldozera, utovarivača i bagera. Strojni iskop predviđen je bagerima uz izravni utovar u sanduke kamiona dampera. Za iskope građevne jame objekata: vijadukata, nadvožnjaka i podvožnjaka predviđene su garniture bager-hidraulički čekić, te kamioni kiperi za transport iskopanog materijala nosivosti 25 t.

Za zbijanje podloge predviđene su vibro-ploče i vibro-nabijači.

Zbog izgradnje vijadukta Mirna na zapadnom kraku Istarskog ipsilona, betonara glavnog izvođača radova, tvrtke Bouygues TP nalazila se u Antenalu, nadomak Novigrada. Za potrebe radova na dionici Vodnjan-Pula, betonara je dislocirana na centralnu bazu u Okretima, u čvoru Kanfanar.

Radi se o prenosnoj betonari s dvoosovinskom prisilnom mješalicom zapremine bubnja  $2 \text{ m}^3$  učinka  $30 \text{ m}^3/\text{h}$ , te s četiri komore za četiri granulacije agregata,

sa separacije Rupa u mjestu Svetivinčenat, svaka kapaciteta 22 m<sup>3</sup>. Betonara je privremenog karaktera, te se po završetku radova I faze brze ceste betonara uklanja i plato vraća u prvobitno stanje.

Za proizvodnju prefabriciranih elemenata korištena je betonara Viadukta d.d. u sklopu Tvornice betonskih proizvoda Pojatno kod Zagreba. Transportirani su do gradilišta kamionima tegljačima i željeznicom.

Objekti su projektirani u polumontažnoj izvedbi. Na licu mjesta izvode se temelji upornjaka i stupovi, piloti, prijelazne ploče, stupovi, betonske kolničke ploče, a prefabricirane su naglavne grede, prednapeti nosači, rubnjaci, omnia ploče i vijenci.

Za prijevoz betona do objekta, uz sve propisane, standardne mjere zaštite predviđene su auto-mješalice zapremine bubnja 7 m<sup>3</sup>. Vrijeme transporta ovisi o udaljenosti pojedine građevine od betonare, a predviđeno je bilo maksimalno trajanje od oko 45 minuta. Za ugradnju betona i prefabriciranih elemenata korištene su auto-dizalice nosivosti 40 t, posuda za beton (kibla) i pervibratori.

Sva armatura priprema se u centralnoj armiračnici u sklopu Tvornice betonskih proizvoda Pojatno i doprema tegljačima na gradilište.

Prijevoz asfalta predviđen je kamionima kiperima zaštićenim pokrivkama. Proračunom broja kamiona osigurano je da ne dolazi do prekida u isporuci. Asfalt se doprema s asfaltne baze Žminj kapaciteta 150 t/h, te je u slučaju kvara bila osigurana doprema s asfaltne baze Podberam u blizini Pazina. Ugradba je bila kontinuirana uz pomoć asfaltnih finišera, te zbijanje i valjanje valjcima.

## **5. Proračun učinaka strojeva**

### **5.1. Proračun učinka bagera**

Proračun učinka bagera računat je za dubinski bager gusjeničar Caterpillar 375L zapremine lopate  $q = 5 \text{ m}^3$  pri iskopu i utovaru miniranog materijala u kamione dampere. Kameni materijal je prema O.T.U. 2-09.3[1] namijenjen za izradu nasipa.



Slika 1. Bager CAT 375L pri utovaru kamenog materijala

#### 5.1.1. Postupak proračuna

Teoretski učinak množi se redukcijskim koeficijentima  $k_A$  materijala,  $k_B$  uvjeta rada i  $k_C$  organizacije.

$$U_p = \frac{q \cdot T}{t_C} \cdot k_A \cdot k_B \cdot k_C$$

S  $q$  je označena zapremina radnog tijela (dubinske lopate) bagera, a  $t_C$  označava vrijeme jediničnog radnog ciklusa između dva uzastopna istovjetna položaja radnog tijela. U ovom slučaju terenskim mjerenjem utvrđeno je vrijeme od 22 s što je vrlo kratko vrijeme i značajka je novih strojeva i dobre uvježbanosti rukovatelja strojem.

$$k_A = k_p \cdot k_r \cdot k_{vm}$$

$k_p$  = koeficijent punjenja lopate bagera koji zavisi o vrsti materijala

$k_r$  = koeficijent rastresitosti materijala kojim se uzima utjecaj rastresanja materijala na smanjenje učinka

$k_{vm}$  = koeficijent vlažnosti materijala

$$k_A = 0,75 \cdot 0,67 \cdot 0,95$$

$$k_A = 0,48$$

$$k_B = k_{rp} \cdot k_o \cdot k_u$$

$k_{rp}$  = koeficijent radnog prostora

$k_o$  = koeficijent okretanja ruke bagera

$k_u$  = koeficijent utovara

$$k_B = 1,00 \cdot 0,70 \cdot 0,90$$

$$k_B = 0,63$$

$$k_C = k_{og} \cdot k_{rv} \cdot k_{ds}$$

$k_{og}$  = koeficijent organizacije

$k_{rv}$  = koeficijent radnog vremena

$k_{ds}$  = koeficijent održavanja stroja

$$k_C = 0,83 \cdot 0,92 \cdot 0,80$$

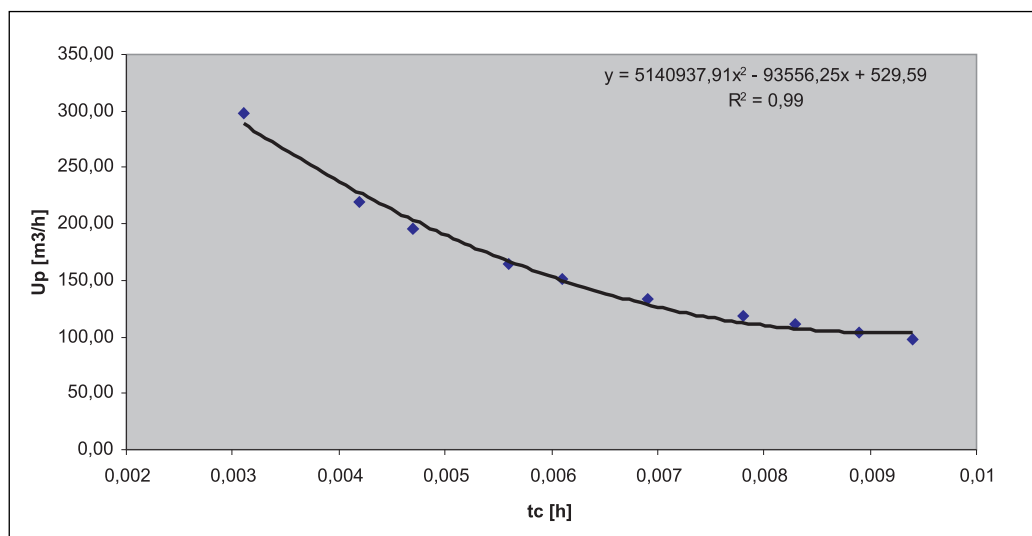
$$k_C = 0,61$$

$$t_c = 22 \text{ s}$$

$$U_p = \frac{5 \cdot 1}{0,0056} \cdot 0,48 \cdot 0,63 \cdot 0,61 = 164,70 \text{ m}^3/\text{h}$$

Tablica 1. *Vrijeme trajanja ciklusa/učinak bagera*

$t_c$	s	11	15	17	20	22	25	28	30	32	34
	h	0,0031	0,0042	0,0047	0,0056	0,0061	0,0069	0,0078	0,0083	0,0089	0,0094
$U_p$	m <sup>3</sup> /h	297,52	219,60	196,24	164,70	151,20	133,67	118,25	111,12	103,63	98,12



Slika 2. Zavisnost učinka bagera o vremenu trajanja ciklusa

Tablica 2. Vrijeme trajanja ciklusa/učinak bagera za kut okreta ruke bagera od 90°

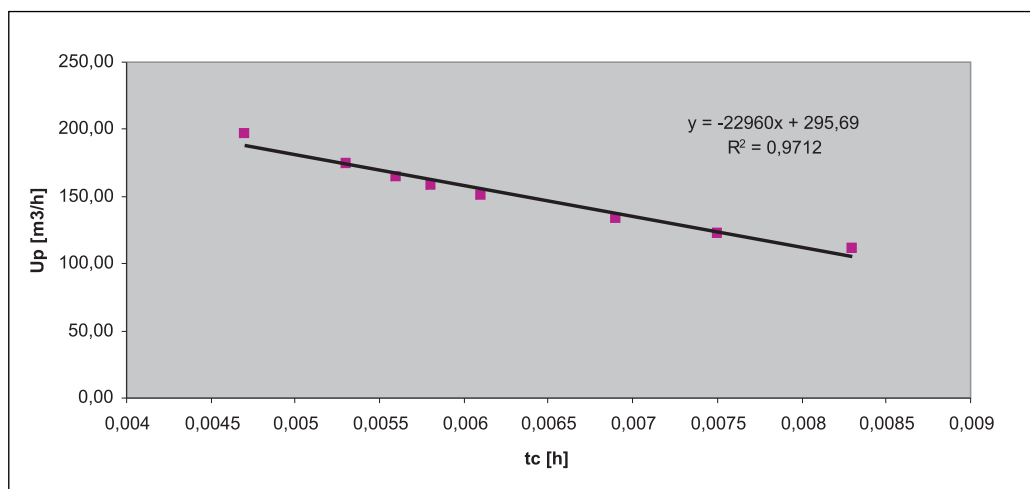
t <sub>c</sub>	s	17	19	20	21	22	25	28	30
	h	0,0047	0,0053	0,0056	0,0058	0,0061	0,0069	0,0078	0,0083
U <sub>p</sub>	m³/h	196,24	174,02	164,70	159,02	151,20	133,67	118,25	111,12

Tablica 3. Vrijeme trajanja ciklusa/učinak bagera za kut okreta ruke bagera od 180°

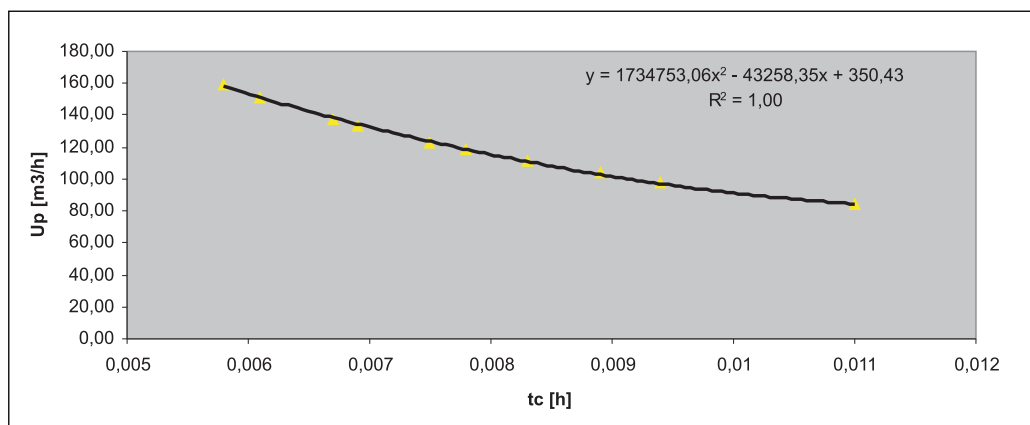
t <sub>c</sub>	s	19	20	21	22	25	28	30	32	34	38
	h	0,0053	0,0056	0,0058	0,0061	0,0061	0,0078	0,0083	0,0089	0,0094	0,011
U <sub>p</sub>	m³/h	174,02	164,70	159,02	151,20	151,20	118,25	111,12	103,63	98,12	83,85

Tablica 4. Model zavisnosti učinka bagera o vremenu trajanja ciklusa za kuteve okreta ruke bagera od 90° i 180°

α	U <sub>p</sub> = f(t)	R <sup>2</sup>	a	b	c
90°	y = -22960 x + 295,69	0,9712	0	-22960	295,69
180°	y = 1734753,06x <sup>2</sup> -43258,35x+350,43	1,00	1734753,06	-43258,35	350,43



Slika 3. Zavisnost učinka bagera o vremenu trajanja ciklusa  
(za kut okreta ruke bagera od 90°)



Slika 4. Zavisnost učinka bagera o vremenu trajanja ciklusa  
(za kut okreta ruke bagera od 180°)

Kao što se vidi, dobiven je velik satni praktični učinak što se može objasniti upotrebom novih bagera velikih kapaciteta i dobrom organizacijom rada na gradilištu.

Mjerenjem stvarnih učinaka ustanovljeno je da se poklapaju s proračunskim, što znači da su odabrani odgovarajući redukcijski koeficijenti, dok je za samo vrijeme jediničnog ciklusa uzeta mjerena vrijednost.

Također dane su i tablice i pripadajući dijagrami na kojima je prikazana zavisnost učinaka bagera o vremenu trajanja ciklusa. Ukoliko su koeficijenti redukcije isti tada se direktno zavisno o vremenu trajanja ciklusa mogu očitavati učinci.

## 5.2. Proračun učinka dampera

Učinak je računat za damper Caterpillar 769D zapremine sanduka 13 m<sup>3</sup> za odvoz materijala do deponije udaljene 3,5 km neasfaltiranom gradilišnom cestom.



Slika 5. Damper Caterpillar 769D

Učinak dampera računat je primjenom narednog izraza:

$$U_P = \frac{q \cdot T}{t_C} \cdot k_B \cdot k_C$$

S  $q$  se označava zapremina sanduka koja ovdje iznosi 13 m<sup>3</sup>

Razlike u odnosu na proračun bagera odnose se na koeficijent  $k_B$  i vrijeme ciklusa  $t_C$  koje je kod vozila složeno vrijeme, a računa se po sljedećem izrazu:

$$t_C = t_{ut} + t_p + t_{ist} + t_{pr} + \sum t_m$$

$$t_{ut} = \frac{q}{U_{PB}}$$

Vrijeme utovara  $t_{ut}$  ovisi o učinku utovarnog sredstva (u ovom slučaju bager) i zapremini sanduka.

$$t_{p(pr)} = \frac{l}{v_{p(pr)}}$$

Vrijeme vožnje punog, tj. praznog kamiona aproksimira se primjenom osnovnog fizikalnog izraza za jednoliko gibanje, uz upotrebu prosječne brzine punog, odnosno praznog kamiona. U ovom slučaju utvrđeno je da je  $v_p = 38$  km/h, dok je  $v_{pr} = 43$  km/h.

Vrijeme istovara  $t_{ist}$  i suma manevarskih vremena su empirijska vremena.

Dobiveni učinak kamiona za navedene pokazatelje iznosi 16,54 m<sup>3</sup>/h, za što je mjerjenjem stvarnih učinaka također utvrđeno da odgovara stvarnom stanju.

Izračunat je optimalni spreg preko izraza  $n = U_p^B / U_p$ , kojim smo dobili da nam treba 10 dampera da bi se optimalno iskoristio spreg dvaju strojeva (bagera i dampera).

### 5.3. Proračun učinka dozera

Proračunat je učinak odlično održavanog dozera Caterpillar D6 pri iskopu humusa, korijenja i sraslog zemljanog materijala. Nož dozera dimenzija je  $l=3190$  mm i  $h=1250$  mm, tj. zapremine 4,98 m<sup>3</sup>.

Prosječne proračunske brzine su mjerene. Dozer obavlja iskop na duljini od 70 m brzinom od 3 km/h, nakon čega gura materijal na duljini od 30 m brzinom od 6 km/h, bez razastiranja materijala na deponiji, a vraća se brzinom od 9 km/h. U račun je uzeto i vrijeme odlaganja  $t_o=10$  s. Manevarsko vrijeme je 10 s.

Vrijeme ciklusa:

$$t_c = t_i + t_g + t_o + t_p + 2t_m$$

Vrijeme iskopa, guranja i povratka izračunato je aproksimativno primjenom izraza:

$$t = \frac{S}{v}$$

$$t_c = 168 \text{ s} = 0,0467 \text{ h}$$



### 5.3.1. Proračun koeficijenata redukcije

Koeficijenti materijala računaju se prema sljedećem izrazu:

$$k_A = k_p \cdot k_r \cdot k_{vm}$$

$$k_p = k_n \cdot k_g$$

Njihovo objašnjenje isto je kao kod bagera, ali sam koeficijent punjenja  $k_p$  produkt je koeficijenta noža  $k_n$  i koeficijenta gubitka materijala  $k_g$ .

$k_n = 0,95$  (koeficijent noža)

$k_g$  = koeficijent gubitka materijala

$l_{i+g}^g = 100$  m (duljina iskopa i guranja materijala)

$$k_g = 1,0 - 0,005 l_{i+g}^g$$

$$k_g = 0,50$$

$$k_p = 0,95 \cdot 0,50$$

$$k_p = 0,475$$

$$k_A = 0,475 \cdot 0,80 \cdot 0,90$$

$$k_A = 0,342$$

Koeficijenti uvjeta rada računaju se prema sljedećem izrazu:

$$k_B = k_{rp} \cdot k_n$$

Koeficijent radnog prostora  $k_{rp}$  se za slobodni, široki, pregledni prostor uzima 1,00, dok koeficijent nagiba terena zavisi o konfiguraciji terena na kojem dozer radi. Ovdje se radi o uglavnom ravnom terenu, te je  $k_B = 1,0$ .

Koeficijenti organizacije računaju se po istom obrascu kao kod bagera, s time da se uzima za koeficijent organizacije strojnog rada odgovarajući koeficijent za dozer.

Dakle:

$$k_C = k_{og} \cdot k_{rv} \cdot k_{ds}$$

$$k_C = 0,83 \cdot 0,92 \cdot 0,91$$

$$k_C = 0,69$$

Proizlazi da je praktični učinak dozera:

$$U_p = \frac{4,98 \cdot 1,00}{0,0467} \cdot 0,342 \cdot 1,00 \cdot 0,69$$

$$U_p = 25,16 \text{ m}^3/\text{h}$$

### 5.3.2. Odnos stvarnog i proračunskog učinka

Kod dozera je uočeno da su proračunski učinci manji od stvarnih. Bilo je potrebno uočiti koji redukcijski koeficijenti ne odgovaraju stvarnoj situaciji. Mjereni stvarni učinak prosječno je iznosio oko 20-25 % više od proračunskog, tj. oko 30 m<sup>3</sup>/h. Bilo je potrebno ustanoviti koji pokazatelji uzrokuju to odstupanje. Koeficijenti materijala i uvjeti rada vezani su uz značajke materijala i uvjete rada i definirani su zadovoljavajućom točnošću. Ostaju, dakle, koeficijenti organizacijske grupe koji su najviše podložni subjektivnoj prosudbi. Maksimalni koeficijenti koje nude uobičajene tablice preniski su za iznimno dobre organizacijske uvjete rada kakvi su bili prisutni na gradilištu. S obzirom na utvrđeni odnos učinaka, očito je da bi te koeficijente trebalo povećati 25 %, dakle:

$$k'_c = 0,83 \cdot 0,92 \cdot 0,91 \cdot 1,25$$

$$k'_c = 0,86$$

$$k'_c = 0,90 \cdot 0,98 \cdot 0,98$$

$$k'_c = 0,86$$

Proizlazi da bi za iznimno dobre organizacijske uvjete strojnog rada trebalo upotrijebiti  $k_{og} = 0,90$ , za odlično iskorištenje radnog vremena  $k_{rv} = 0,98$ , te za odlično održavanje strojeva  $k_{ds} = 0,98$ . Tim koeficijentima bi trebalo nadopuniti postojeće tablice.

## 6. Zaključak

U ovom radu opisana je jedna od mogućih metodologija proračuna radnih učinaka pojedinih vrsta osnovnih standardnih strojeva za zemljane radove i pripadajućih transportnih vozila, koji ciklički rade i na čiji rad u najvećoj mjeri utječe "ljudski faktor".

Valja voditi računa i promišljati o dvije osnovne kategorije satnih učinaka razmatranih strojeva i vozila; temeljni tehnički (“teorijski”) učinak  $U_t$  i planirani (“praktični”) učinak  $U_p$ .

Teorijski učinak stroja je najveći mogući radni učinak kojeg bi razmatrani stroj ili vozilo moglo ostvariti u idealnim uvjetima rada, s idealnim obilježjima materijala u kojem radi, a sve u skladu s radnom koncepcijom i sukladno konstrukciji stroja.

Praktični učinak je proračunati učinak za pretpostavljene ili očekivane uvjete rada razmatranog stroja ili vozila. To je učinak koji bi stroj trebao ostvariti u praktičnom radu.

Sve metodologije su sukladne da je  $U_t > U_p$ , te da se naš idealni teorijski učinak množi određenim korekcijskim koeficijentom da bi se dobio praktični učinak. Metodologije se razlikuju samo u pristupu određivanja korekcijskog koeficijenta kojim smanjujemo  $U_t$ .

U ovom radu dani su primjeri proračuna praktičnih učinaka bagera, dampera i dozera. To su standardni strojevi za zemljane radove koji ciklički rade.

Jedan od bitnih utjecaja na izračun praktičnog učinka je vrijeme jediničnog radnog ciklusa. U ovom radu učinci su računati s vremenom ciklusa koji je dobiven mjerenjima na terenu. To vrijeme je posebno došlo do izražaja pri proračunu učinka bagera, gdje je u više tablica i dijagrama dana zavisnost učinka bagera o vremenu trajanja ciklusa. Dijagrami pokazuju zavisnost učinaka i vremena trajanja ciklusa samo za onaj tip gradilišnih uvjeta koji se javio na dotičnom gradilištu. Imalo bi smisla napraviti familiju krivulja za različite uvjete na terenu te u tom smjeru ima širine za razvoj i modeliranje uvjeta.

Pri proračunu učinaka bagera mjerenjem stvarnih učinaka ustanovljeno je da se poklapaju s proračunskim, što znači da su odabrani odgovarajući redukcijski koeficijenti, dok je za samo vrijeme jediničnog ciklusa uzeta mjerena vrijednost.

Također mjerenjem stvarnih učinaka dampera utvrđeno je da dobiveni učinak odgovara stvarnom stanju, te je dana preporuka za optimalnu iskoristivost sprega bagera i dampera.

Mjerenjem stvarnih učinaka dozera s proračunskim, utvrđeno je da su stvarni učinci bolji. Proračunski učinci niži su zbog organizacijskih redukcijskih koeficijenata. Naime, postojeće tablice ne nude koeficijente za iznimno dobre organizacijske uvjete i odlično korištenje radnog vremena i održavanje strojeva, pa ih treba nadopuniti predloženim koeficijentima.

**Literatura**

- [1] F. Husić: Diplomski rad: *Projekt građenja za dionicu Vodnjan – Pula Jadranske autoceste*, Rijeka, 2006.
- [2] Z. Linarić: *Leksikon osnovne građevinske mehanizacije – učinci strojeva i vozila pri zemljanim radovima*, Business Media Croatia d.o.o., Zagreb, 2007.
- [3] D. Mikulić: *Građevinski strojevi: konstrukcija, proračun i uporaba*, Zagreb, 1998.
- [4] E. Slunjski: *Strojevi u građevinarstvu*, HDGI, Zagreb, 1998.
- [5] B. Trbojević: *Organizacija građevinskih radova*, Naučna knjiga, Beograd, 1992.

## Mogućnosti unapređenja planiranja i projektiranja cesta uporabom računala

### Possibilities to Improve Road Planning and Design Using Computing Technology

**Kristijan Ljutić<sup>1</sup>, Aleksandra Deluka-Tibljaš<sup>2</sup>, Sergije Babić<sup>3</sup>**

#### Sažetak

Posljednjih desetljeća je uporaba računala u projektiranju cesta postala uobičajena praksa. Računalne programe je pritom moguće koristiti kao crtači alat koji omogućava jednostavnije i brže isctavanje projektne dokumentacije ili, ukoliko se pribjegne naprednijem korištenju računala, upotrebom složenih specijaliziranih aplikacija.

Cilj je ovog rada pokazati na koji način uporaba računala unapređuje planiranje i projektiranje cesta. Mogućnost primjene složenih računalnih aplikacija za projektiranje prometnica biti će prikazan na primjeru mreže prometnica industrijske zone.

**Ključne riječi:** projektiranje, planiranje, ceste, računala, računalni programi

#### Summary

During the last decade computer aided design became standard practice for road design projects. It is possible to use software support as advanced design tool that makes road design process simpler and faster. Software can be also used in much advanced ways by using complex software applications.

The goal of this paper is to present possible models of using computer aided design for planning and design of roads. The example of complex software application for planning the road network in an industrial zone will be presented in the paper.

**Key words:** design, planning, roads, computer, software, CAD

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, kristijan.ljusic@gradri.hr

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, deluka@gradri.hr

<sup>3</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, sergije.babic@gradri.hr

## 1. Uvod

Projektiranje cesta je vrlo složen inženjerski zahvat jer se radi o građevini koja na velikoj površini (i obimu) ima direktni kontakt sa tlom koje može imati vrlo raznolika svojstva i to na relativno uskom pojasu. Uz navedeno, cesta značajno mijenja okoliš u kojeg se smješta te je u uvjetima sve manjeg raspoloživog prostora i sa tog aspekta projektiranje cesta sve složeniji zadatak.

Odabir najpovoljnije varijante projekta već dugo nije zadatak samo različitih profila inženjera (građevinara, geologa, geomehaničara i drugih) već i ekonomista te u novije doba sociologa, ekologa i stručnjaka drugih područja. Mogući kriteriji za odabir najpovoljnijeg rješenja, s obzirom na navedeno, su prikazani u Tablici 1.

Tablica 1. *Mogući kriteriji za odabir najpovoljnijeg rješenja prometnice [1]*

Kriterij	Podkriterij
Inženjerski / Ekonomski	Troškovi izgradnje
	Troškovi održavanja
	Troškovi korisnika
	Troškovi zemljišta
	Razvojni potencijali područja
Socijalni / Ekološki / Estetski	Okruženje (stanovništvo, zemljište..)
	Zaštita okoliša
	Potencijalna zagađenja okoliša
	Vrijednost prostora

Posljednjih desetljeća se kroz uporabu računala nastoji unaprijediti projektantska praksa i kod projektiranja cesta. Razvijeni računalni programi za projektiranje cesta omogućavaju uporabu računala u pojedinim ili svim segmentima projektiranja: trasiranje, izbor optimalne trase, detaljno projektiranje horizontalnih i vertikalnih elemenata ceste, oprema ceste, troškovnik radova te za definiranje elemenata iskolčenja i detalja u izvođenju radova ili vizualnom prikazu projekta. Računalne programe je moguće koristiti i za interdisciplinarno vrednovanje projekta što je, u konačnici, glavni preduvjet za izbor najpovoljnijeg rješenja.

U ovom će se radu dati pregled mogućnosti projektiranja cesta pomoću računala. Na primjeru planiranja parcela i mreže prometnica Industrijske zone Žegoti u Kastvu [2] će biti obrazložene prednosti korištenja digitalnih modela tla

i računalnog planiranja izvedbe donjeg ustroja za odabir optimalnog rješenja u slučajevima složenijih terenskih uvjeta i uz respektiranje urbanističkih zahtjeva.

## 2. Uporaba računala u projektiranju cesta

Pri projektiranju cesta se računalo koristi u ovisnosti o količini i vrsti podataka koje je potrebno obraditi, odnosno, koje je moguće prezentirati u računalu prihvatljivom obliku. Osnovni i najniži oblik primjene računala svodi se na korištenje općeprihvaćenih aplikacija za obradu teksta (MS Office) i grafike (CAD-aplikacije) gdje su tradicionalni alati za grafičku prezentaciju ceste (papir, olovka, ravnalo) zamijenjeni zaslonom računala i odgovarajućim računalnim programom. Naprednija primjena računala je korištenje numeričkih algoritama (programi koji nemaju mogućnost grafičkog prikaza rezultata) za proračun elemenata ceste i to za formiranje baze podataka (eng. database – sustavni računalni zapis podataka) za grafički prikaz trase ili za potrebe iskolčenja na terenu.

Mogućnost prikaza terena na zaslonu računala uz interakciju numeričkih algoritama i CAD (Computer-Aided Design) aplikacije predstavlja osnovu suvremenog korištenja računala u projektiranju cesta. Prikaz terena podrazumijeva da pored topografskog imamo i mogućnost prikaza stanja ostalih relevantnih podataka kao što su: katastarski, gruntovni, geološki, prostorno-planski, hidrološki i ostali podaci (npr. o biljnom pokrovu, postojećim spomenicima kulture i drugo). Podloge na kojima se nalaze podaci mogu biti rasterske i digitalne.

Proces projektiranja započinje prikupljanjem podataka o stanju koridora ceste i kreiranjem baze podataka relevantnih za projektirane ceste. Naprednijim korištenjem računala podloge se kreiraju kao 3D baze podataka koje uz grafičke nude i široki spektar opisnih podataka. Skup takvih baza podataka uz korištenje adekvatne računalne aplikacije predstavlja geografski informacijski sustav (GIS). Baze podataka kreiraju ustanove nadležne za njihovo održavanje, a internetski umrežene baze podataka omogućavaju brz uvid u stanje na određenom prostoru.

Objedinjavanje numeričkih aplikacija uz grafički interaktivni prikaz i korištenje 3D modela terena pruža mogućnost prostornog modeliranja trase ceste (za razliku od neovisnog definiranja horizontalnih i vertikalnih elemenata trase). Kod 3D modeliranja ceste klasični grafički prikazi (situacija, uzdužni, poprečni profili) predstavljaju samo način prihvatljive prezentacije projekta ceste.

Suvremene numeričke aplikacije pored brzih proračuna imaju mogućnost kontrole odnosno ispitivanja minimalnih elemenata projektnih rješenja na način da projektantu sugeriraju korekcije u cilju kreiranja tehnički ispravnog rješenja. Korištenjem računalnog 3D modela ceste i odgovarajućih aplikacija za vizualizaciju objekata postižu se veoma povoljni efekti u prezentaciji projektnih rješenja.

## **2.1. Projektiranje pojedinih elemenata ceste pomoću računala**

### *2.1.1. Geodetske i ostale podloge*

Za projektiranje cesta neophodno je poznavanje postojećeg stanja na terenu koje pored topografskih obuhvaća i sve ostale podatke koji mogu utjecati na položaj trase ceste (prostorni planovi, katastar, vlasništvo, zone zaštite i dr.). Za korištenje računala u projektiranju cesta, podloge moraju biti na prihvatljiv način prikazani na zaslonu računala.

#### 2.1.1.1. Topografske podloge i prostorni planovi

Jednostavniji oblik korištenja postojećih (kartiranih) podloga svodi se na skeniranje kopija karata sa različitih medija. Treba uzeti u obzir da skenirane podloge imaju i neka ograničenja odnosno pogreške koje mogu i ne moraju biti bitne za projektiranje.

##### *Porijeklo i točnost podloge:*

Većina postojećih podloga je produkt ručnog crtanja i kasnije reprodukcije podloge. Preciznost prikaza na podlozi se ne može povećati uvećanjem skeniranog detalja podloge ili korištenjem veće rezolucije. Neažurirana podloga ili podloga koja nije formirana u koordinatnom sustavu rijetko odgovaraju stvarnom stanju na terenu. (npr. kopije katastarskih i gruntovnih planova).

##### *Točnost očitavanja podloge:*

Kako se radi o rasterskoj podlozi ona se mora prilagoditi i točnost s kojom je podloga nastala. Uobičajeno mjerilo točnosti je sposobnost procjene/očitavanja neke duljine na karti i ona iznosi 1/10 milimetra na odgovarajućoj podlozi. [3]

##### *Mjerilo podloge:*

Većina podloga ima tzv. koordinatne križeve na rasteru mjerilo/100 m (nije pravilo) s poznatim koordinatama. Skeniranu podloga koja se koristi kao podloga u CAD aplikaciji potrebno je dovesti u odgovarajući položaj, a najjednostavniji način je odrediti završne dijagonalne koordinate podloge i istu skalirati.

##### *Usuh podloge:*

Svaki medij (papir, paus) podložan je utjecaju vlage i temperature. Zato se kod skeniranih podloga može primjetiti da koordinatni križevi nisu pravilno razmaknuti u oba smjera na karti. Korekcija se postiže specijaliziranim rasterskim softverom koji vrši korekciju podloge prema odabranom broju fiksnih točaka, a preciznost i u ovom slučaju ovisi o procjeni i očitavanju na ekranu.

Sve navedeno vrijedi i za korištenje avio i satelitskih snimaka. Ortofoto snimak je podloga određenog mjerila koja je već smještena u koordinatni sustav. Pri



korištenju snimaka potrebno je znati vrijeme nastanka snimka i uvidom na terenu uočiti eventualne promjene te procijeniti upotrebljivost snimka.

Digitalne podloge su najčešće podloge nastale kao rezultat direktne izmjere na terenu (obično naručene za posebne potrebe). Točnost ovih snimaka je u pravilu veća od točnosti rasterskih podloga i veća od potreba projektiranja. Korištenje GPS (Global Positioning System) uređaja uglavnom daje zadovoljavajuću točnost za potrebe cestogradnje. Kod ovakvih snimaka, kod kojih se koriste suvremeni instrumenti, potrebno je znati da postoji mogućnost lokalnog pomaka cijelog snimka (zbog točnosti stajališta) a relativni odnosi unutar područja jednog snimka imaju veću težinu točnosti. Digitalne podloge mogu biti i rezultat ručne ili automatske vektorizacije skeniranih podloga. Točnost ovakvih podloga nikada nije veća od originalne podloge.

Slojnice se često smatraju vrlo točnim mjestima određene visine na karti. Potrebno je znati da su one produkt raspodjele visinske razlike između dvije snimljene točke, i nastavno, prezentacije krivulje od strane crtača ili računalne aplikacije. Ovisno o vrsti primjenjene aplikacije i računalno prezentirani slojni planovi mogu se razlikovati.

Pri korištenju računala u projektiranju cesta usvajamo pravilo da jedna računalna jedinica odgovara 1 m u naravi jer su tako prezentirane i podloge u koordinatnom sustavu.

#### 2.1.1.2. Profili

Podaci o profilima terena (uzdužni ili poprečni) mogu se prikupiti na više načina:

- očitavanjem sa podloge
- direktnim snimanjem na terenu
- nastalim kao rezultat proračuna iz modela terena

Neovisno o porijeklu podataka oni tvore bazu podataka o postojećem stanju. Osnovni princip arhiviranja podataka je zapis uređenih parova podataka (udaljenost, apsolutna visina) gdje se os profila (ili početak trase za uzdužni profil) smatra osi koordinatnog sustava. Napredniji zapis podataka ima i podatke o "atributima" odnosno šifriranoj karakteristici točke terena koja opisuje pripadnost određenoj kategoriji vrste podloge (asfalt, beton, instalacija, ograda,...). Datoteke najčešće koriste ASCII (American Standard Code for Information Interchange) format zapisa koji je prikladan za preoblikovanje prema potrebama različitih aplikacija.

### 2.1.1.3. Model terena

Modeli terena su osnova za računalno projektiranje cesta. Koriste se razne aplikacije za kreiranje modela terena, a kao baze podataka razlikujemo točkaste, linijske i kombinirane baze podataka.

Pored podataka o položaju i visini točaka baze podataka imaju i mogućnost definiranja "atributa". Koriste se različiti postupci za formiranje baze podataka: od vektoriziranih podloga (uglavnom slojnice i konture značajnijih objekata) preko ekstrahiranih podataka iz 3D snimaka terena do baza podataka izrađenih posebno za namjenu modeliranja terena. Ove baze podataka koriste se za formiranje modela terena postupkom triangulacije kojim se kreira prostorna trokutna mreža. Ista se koristi kao osnova za sve daljnje podatke o terenu.

Točnost modela terena uglavnom smatramo neupitnom iako joj je potrebno posvetiti posebnu pažnju a aplikacije za modeliranje terena potrebno je detaljno proučiti prije korištenja. Gruba kontrola kreiranog modela terena je 3D vizualizacija ili izrada nacрта pomoću slojnog plana koji može pokazati neprikladno modelirane cjeline (uglavnom u rubnim područjima modela)

### 2.1.2. Numerička obrada podataka

Numerička obrada podataka u cestogradnji prvenstveno se odnosi na proračun horizontalnih elemenata osi ceste. Koriste se algoritmi analitičke geometrije (klotoida kao nespecifična krivulja podržana je u malom broju grafičkih aplikacija). Matematičko definiranje osi ceste je dugotrajan iterativni grafoanalitički postupak kojim definiramo položaj osi ceste u prostoru. Korištenje računala i odgovarajuće aplikacije danas je uobičajen postupak u trasiranju. Prema proizvoljno postavljenim osnovnim elementima trase (pravci i kružnice) računalo proračunava i usklađuje ostale elemente trase a rezultate proračuna istovremeno prikazuje na grafičkom zaslonu računala. Matematički definirana os ceste arhivira se kao niz elemenata povezanih stacionažom te se koristi za sve daljnje proračune i numeričku obradu.

Rezultati proračuna ocjenjuju se kroz: usklađenost elemenata trase, zadovoljenje zadanih prostornih uvjeta, provjeru zadovoljavanja vozno-dinamičkih zahtjeva i vizualizacijom trase na podlozi.

Visinsko definiranje osi ceste je jednostavniji postupak manjeg obima za koji koristimo ranije opisani profil terena. I ovdje možemo koristiti numeričke metode ili grafoanalitičke mogućnosti pojedinih aplikacija. Ponekad se visinski elementi ceste arhiviraju zajedno s horizontalnim elementima.

Definiranje planuma ceste odnosi se na širine i nagibe kolnika te bankine i nagibe pokosa. Ovaj korak u projektiranju cesta je najzahtjevniji jer je potrebno

predvidjeti i ispravno osmisliti niz detalja koji se javljaju duž ceste. Neki algoritmi nude gotove obrasce koji olakšavaju definiranje elemenata planuma ceste.

*Mogući primjer za ilustraciju jest definiranje elementa širine kolnika:*

Širina kolnika je konstantna na djelu trase u pravcu, a u krivini i prijelaznici koje su pretežni dio trase potrebno je predvidjeti proširenje kolnika. Pravila proširenja kolnika definirana su nacionalnim Normama i međusobno se razlikuju. Ova pravila nisu toliko značajna kod izrade idejnih rješenja ali za projekte na razini glavnog i izvedbenog projekta moraju biti usklađena s Normama korisnika aplikacije.

Neki računalni programi ne omogućavaju izmjene “normiranih” parametara bez intervencije autora, a drugi imaju razvijen sustav programiranja pravila prema potrebama korisnika. Napredne aplikacije za projektiranje cesta iz gore navedenih podataka kreiraju prostorni model ceste kao plohu planuma ceste te zatim prema nagibima pokosa formiraju trup ceste kao niz volumena iskopa i nasipa. Jednom formiranim modelom ceste se vrlo brzo može numerički obraditi prikazom pokazatelja uspješnosti projektiranog segmenta.

Najveća prednost korištenja računala nastupa upravo u trenutku kada je formiran prostorni model ceste smješten na modelu terena. Projektiranje je iterativni postupak a računalo daje mogućnost gotovo trenutne izmjene uvjetnih elemenata do željenih vrijednosti uspoređujući efekte izmjene na konačan rezultat uz stalno vizualno i numeričko praćenje.

*Količine radova*

Uobičajeni postupak proračuna količina radova je pomoću poprečnih profila ceste i tabele masa. Korištenjem prostornog modela ceste poprečne profile možemo kreirati na, po volji odabranim, pozicijama povećavajući preciznost proračuna povećanjem broja profila. Napredne aplikacije za proračun količina radova ne koriste poprečne profile već količine iskazuju proračunom volumena iz prostornog modela terena. Postupak izračuna volumena na temelju prostornog modela terena je precizniji od metode pomoću poprečnih profila.

### **3. Uporaba računala na primjeru plana prometnica u radnoj zoni Žegoti**

#### **3.1. Projektni zadatak**

Radna zona Žegoti se nalazi na području grada Kastva i predstavlja područje poslovne namjene K1 (pretežito uslužna namjena). Zadatak je bio unutar zone isplanirati prometnu infrastrukturu, odnosno mrežu prometnica koja će omogućavati pristup planiranim platoima i objektima komercijalne namjene.

Prilikom određivanja tlocrtnih, vertikalnih i poprečnih elemenata prometne mreže bilo je potrebno voditi računa o specifičnosti zahtjeva za postavljanje istih.

Prometna mreža zone je trebala zadovoljiti slijedeće uvjete:

- omogućiti spoj sa postojećom lokalnom nerazvrstanom cestom koja vodi do naselja Bani,
- omogućiti spoj sa planiranom županijskom cestom Orehovica – Pašac – Grohovo – Drenova – Viškovo – Kastav – Matulji – Veprinac – Vela Učka;
- omogućiti pristup svim planiranim platoima radne zone.

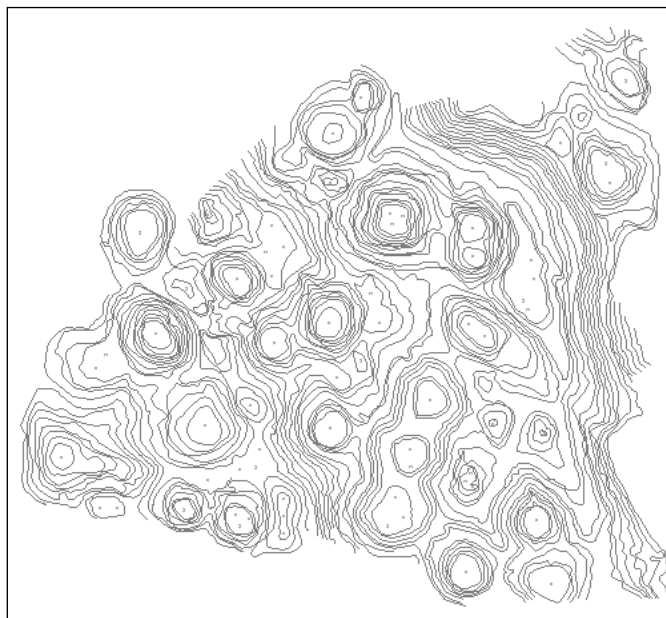
Osim navedenog, bilo je potrebno stvoriti optimalne uvjete za odvodnju oborinskih voda kako sa prometne mreže, tako i sa uređenih platoa. Trebalo je zadovoljiti i vrlo važan uvjet postizanja optimalnog omjera iskopa i nasipa, kako bi se prilikom planiranja platoa najveći dio materijala mogao iskoristiti izjednačavanjem masa postojećeg materijala unutar granica obuhvata radne zone [2].

### ***3.2. Postupak izrade projekta korištenjem računalnih programa specifične primjene***

Za potrebe izrade projekta, a kako bi se na najbolji način ispunili zahtijevani uvjeti, korišteno je nekoliko računalnih alata specifične primjene.

Za potrebe digitaliziranja postojećih geodetskih karata korišteni su AutoCAD MAP i AutoCAD Raster Design, a za izradu digitalnog modela tla AutoCAD Civil 3D 2008 [4]. Prometna mreža izrađena je korištenjem Plateie 2008 [5], dok je kao osnovna platforma poslužio AutoCAD 2008 [6]. Za potrebe izrade vizualizacije trodimenzionalnog prikaza korišten je program Rapid Design Visualization 2008.

Vektoriziranje je provedeno nad dobivenim geodetskim podlogama. Prvo su, za utvrđene granice obuhvata neizgrađenog dijela zone, pomoću programa AutoCAD Map izolirane pripadajuće podloge (\*.tiff format), kako bi se omogućio pregled nad slojnicama. Zatim je svaka pojedina slojnica iz rasterskog zapisa konvertirana u vektorski pomoću programa AutoCAD Raster Design, kako bi se dobila podloga za izradu digitalnog modela tla (DMT). Vektoriziranje je moguće izvršiti i automatskom primjenom na cijelu rastersku podlogu odjednom, no takvim pristupom ne bi bilo moguće dobiti zadovoljavajući rezultat.

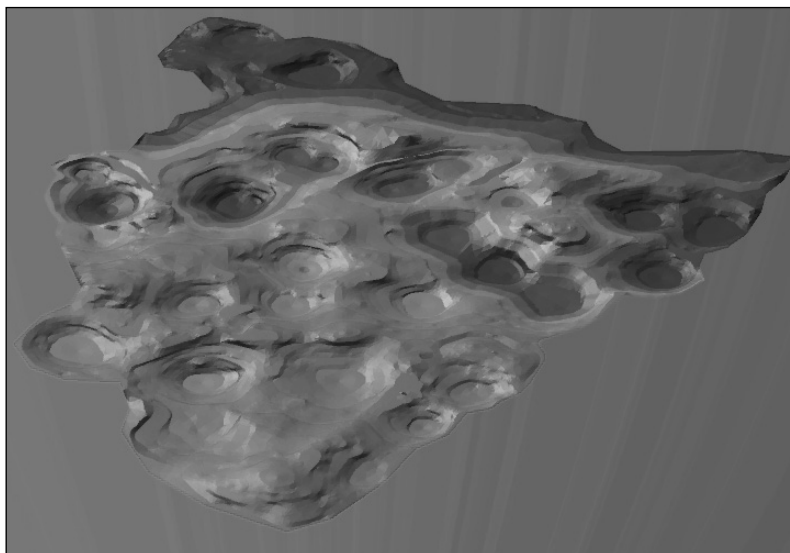


Slika 1. Vektorizirana geodetska podloga

Osim što je slojnice potrebno točno definirati, svakoj je potrebno ručno unijeti i elevaciju, i to na način da se visina očita sa geodetske podloge i zatim unese u program kao  $z$  koordinata. Na slici 1 dan je pregledni prikaz rezultata dobivenog vektorizacijom. Rezultat se vizualno ne razlikuje od osnovne rasterske podloge, no razlika u datotečnom zapisu je znatna. Vektorski zapis, u ovom slučaju \*.dwg, omogućuje daljnju obradu podataka, počevši od  $x,y,z$  koordinata koje nam daju uvid u konfiguraciju terena – korištenjem specijaliziranih računalnih programa.

*Digitalni model tla (DMT)* izrađuje se na osnovu vektorizirane podloge, tj. uporabom njezinih elemenata (slojnica i točaka) unutar programa AutoCAD Civil 3D. DMT se generira kao trodimenzionalna trokutna mreža određene gustoće. Što je gustoća mreže veća (veći broj trokuta) veća je i glatkoća dobivene površine, a time i veća preciznost proračuna koji će se vršiti (proračun otjecanja vode, proračun masa itd).

Ipak, povećanjem gustoće mreže povećava se i opterećenje računala, što općenito može usporiti rad na projektiranju. Naime, tada svaka obrada rezultata duže traje, što postaje problem kada zahtjevi za različitim podacima iz modela postaju učestali; npr. količine zemljanih radova ili rezultatni nagibi dobivenih ploha itd. Tu je potrebno pronaći optimum između zahtjeva za što većom preciznošću s jedne strane i ograničenja konfiguracije računala s druge.

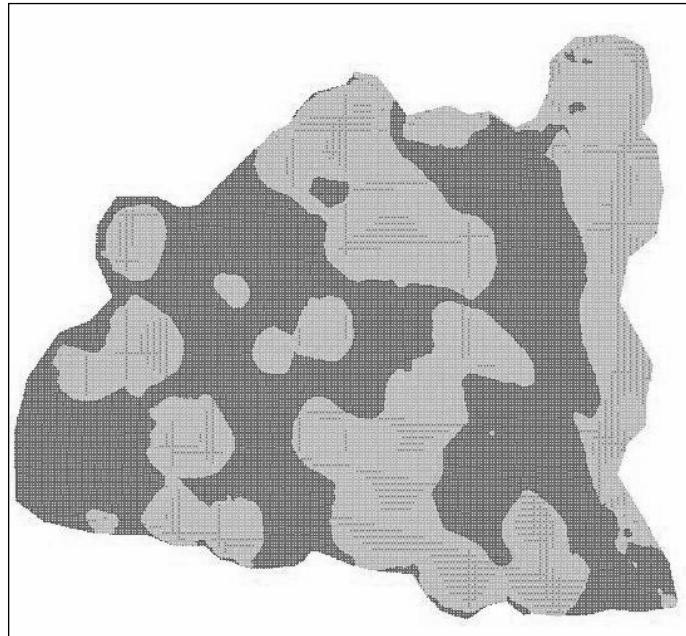


Slika 2. Teren radne zone Žegoti; prostorni prikaz DMT-a

Slika 2 prikazuje jedan od mogućih prikaza DMT-a dobivenog upravo na osnovu vektorizirane podloge prikazane na slici 1. Razlika je ovaj put i vizualno vrlo uočljiva. Trodimenzionalni prikaz u ovom slučaju i paletom boja predstavlja elevacije; svjetlijim nijansama najviše, a prema tamnijim nijansama – najniže dijelove terena. Na ovako vizualno preglednom modelu, jednostavnije je pristupiti i predlaganju trasa varijanti prometne mreže, ali i općenito prijedlogu bilo kojeg prostornog zahvata. Postoji više mogućih analiza odnosno vrsta prikaza terena, kao i kombiniranje različitih analiza. Potrebno je utvrditi koje analize su potrebne za problem koji se obrađuje, a zatim znati definirati adekvatan prikaz pomoću palete boja, vrste sjenčanja, tabličnim podacima, legendom, oznakama (npr. tekstualne oznake ili strelice nagiba) i sl.

Primjerice, za potrebe proračuna masa osim tabličnog i numeričkog iznosa količina, važno je imati prikaz površina iskopa i nasipa. Na slici 3 su prikazane površine iskopa (tamnije boje) i nasipa (svjetlije boje).

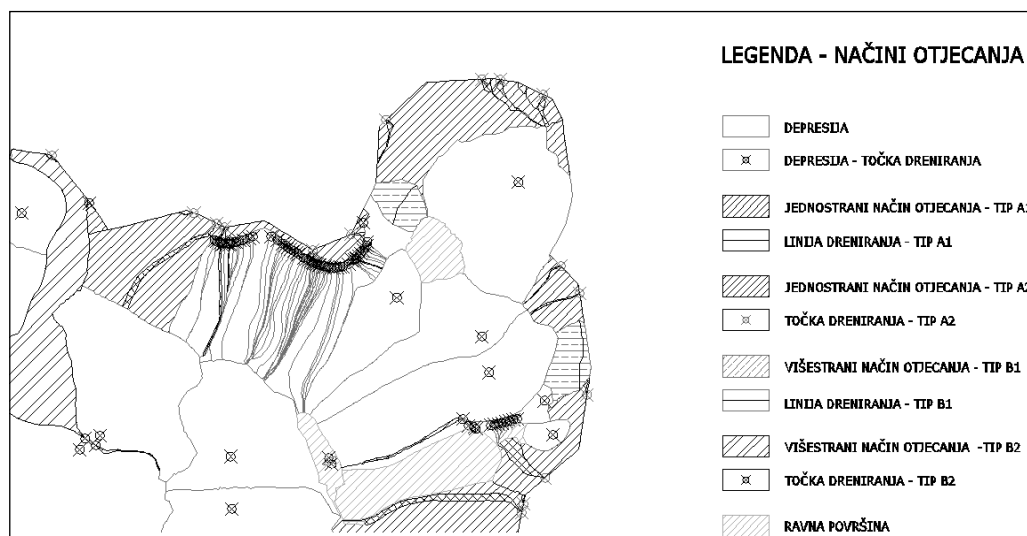
Količina (obim) zemljanih radova uvjetovana je odabirom položaja ceste u tlo-crtnom i vertikalnom smislu, tim više što će, u razmatranom slučaju, cesta uvjetovati i planiranje platoa radne zone. Postavljanje tehničkih elemenata prometne mreže, osim što utječe na obim zemljanih radova, značajno utječe i na odvodnju.



Slika 3. Prikaz površina iskopa i nasipa

Navedena tri parametra (elementi prometnog rješenja, obim zemljanih radova i odvodnja) međusobno su ovisni i morali bi se analizirati povezano. Slika 4 prikazuje još jednu od mogućih analiza/prikaza na DMT-u, a predstavlja načine otjecanja vode na postojećem terenu.

Projektni zahtjevi uvjetovani urbanističkim i/ili prostornim planom, zahtjevima investitora, konfiguracijom terena i sl. predstavljaju ulazne parametre za projektiranje kojima se rješenje mora prilagoditi, a te zahtjeve potrebno je međusobno uskladiti. Uz navedene postoje i ulazni podaci za obradu i početak projektiranja pomoću računala (npr. geodetske podloge). Objedinjeni ovi zahtjevi i podloge čine polaznu osnovu za obradu podataka i projektiranje, koja podliježe utvrđenim zahtjevima i ulaznim parametrima za postavljanje prometne mreže.



Slika 4. Područja otjecanja

Za utvrđene parametre, te kvalitetno obrađenu podlogu u vidu ispitivanja originalnog DMT-a, možemo pristupiti postavljanju tehničkih elemenata prometne mreže. U ovom konkretnom slučaju za to je poslužio računalni program Plateia.



Slika 5. Plateia – prijedlog jednog od varijantnih rješenja



Prometna mreža, mora omogućiti pristup svim planiranim platoima radne zone, kao i pristup lokalnoj cesti za Bane i planiranoj županijskoj cesti (pr. slika 5). U ovoj fazi je potrebna interaktivnost između aplikacija AutoCAD Civil 3D i Plateie. Prilikom postavljanja nivelete moguće je izračunati količine masa u iskopu i nasipu kako za samu prometnu mrežu, tako i za cijelo područje radne zone, a pritom se istovremeno može ispitati utjecaj na odvodnju površinske oborinske vode. Interaktivan pristup omogućuje permanentno praćenje utjecaja promjene jednog parametra na drugi, primjerice – podizanje nivelete cijele prometne mreže za samo 10 cm uzrokovalo je, u ovom slučaju, promjene u količini nasipa za vrijednost i do 12000 m<sup>3</sup>.



Slika 6. Prostorni prikaz usvojenog rješenja – zapad

U konačnici, svako varijantno rješenje na izvjestan način utječe na okoliš, poglavito na njegov estetski izgled, drugim riječima – promjena bilo kojeg od prethodnih parametara direktno utječe na konačni vizualni izgled terena. Kako bi se dobio vjeran prikaz mogućeg izgleda terena i nakon građevinskog zahvata u prostoru, koriste se aplikacije specijalizirane za prostorni prikaz rješenja. U ovom slučaju za to je korišten program Rapid Design Visualisation. Vizualizacija osim što je korisna projektantu kako bi dobio bolji uvid u konačni izgled objekta odnosno njegovo uklapanje u okoliš, vrlo je korisna za prezentaciju projekta svakome tko nije upućen u tehničke nacрте, drugim riječima – svakom potencijalnom naručitelju određenog projekta koji nema tehničko obrazovanje. Slika 6 daje prikaz prostornog smještaja dijela prometnica unutar prometne mreže radne zone Žegoti.

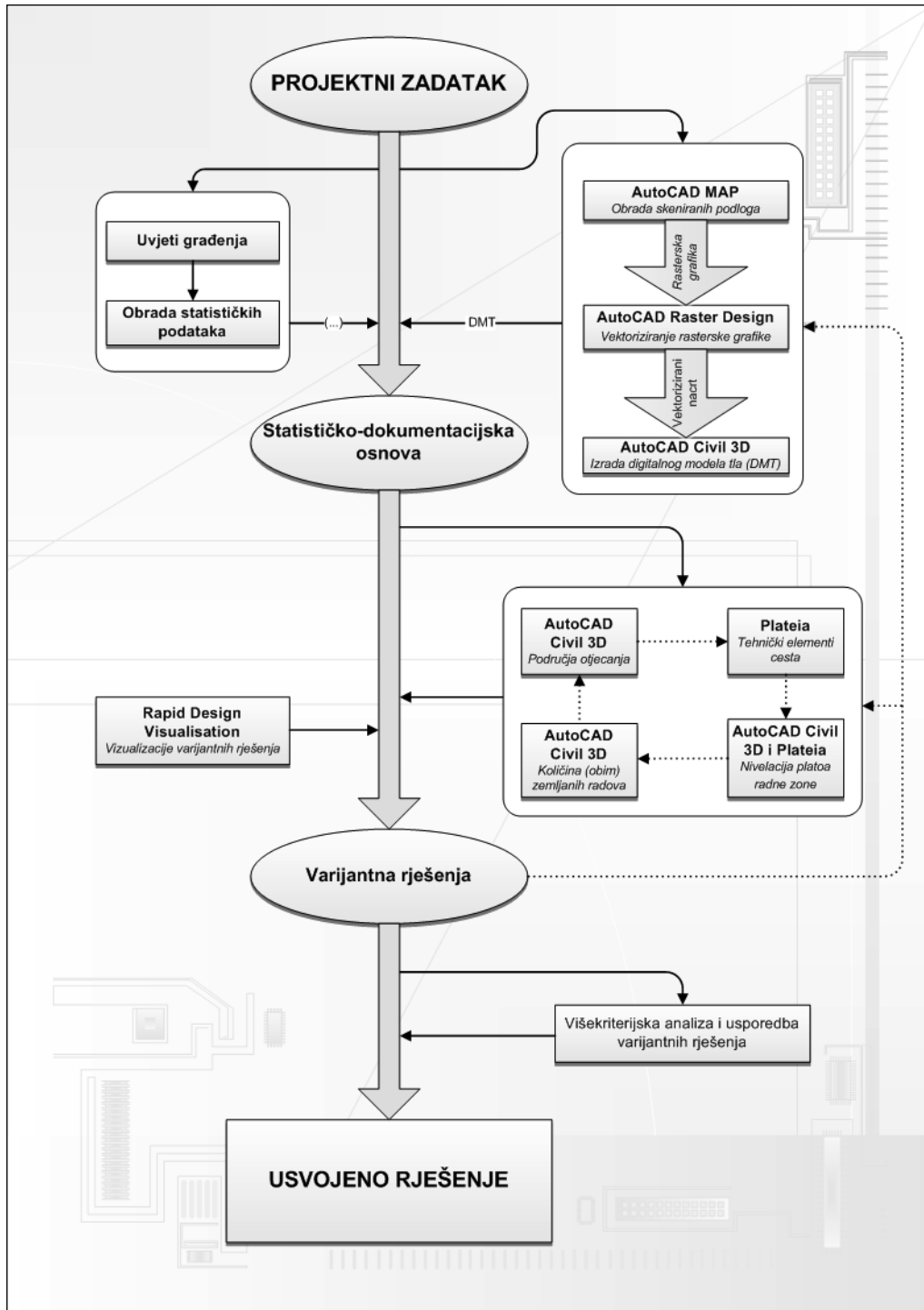
#### 4. Zaključak

Projektiranje prometnica je vrlo složen zadatak, a u ovom se radu nastojalo pokazati na koji način korištenje suvremenih računalnih alata doprinosi kvaliteti i brzini toga postupka. Na slici 7 je prikazan mogući dijagram toka za postupak projektiranja cesta pomoću računalnih programa koji prikazuje faze i međudnose pojedinih faza projekta primijenjenih na rješavanju prometnica unutar radne zone Žegoti kao mogućeg modela za način uporabe računala u projektiranju cesta.

Rezultati primijenjenog postupka ukazuju na niz prednosti uporabe računala u projektiranju prometnica:

- kombiniranim korištenjem računalnih alata moguće je jednostavnije i brže mijenjanje pojedinih geometrijskih elemenata te usporedba utjecaja pojedinih elemenata na ostale elemente (npr. niveleta-količina zemljanih radova),
- adekvatno korišteni računalni programi omogućavaju projektiranje više varijantnih rješenja u relativno kratkom vremenskom razdoblju te potencijalno i njihovu usporedbu;
- mogućnost prostornog prikaza projektnih rješenja (vizualizacija) osigurava mogućnost kvalitetne prezentacije projekta (npr. budućim korisnicima ili naručiteljima).
- komunikacijske mogućnosti internetske mreže omogućavaju brzu izmjenu podataka i rješenja između raznorodnih stručnjaka koji sudjeluju u postupku projektiranja ceste.

U ovom radu nisu posebno ispitivane mogućnosti korištenja računala tijekom izbora optimalne varijante. U fazi projektiranja u kojoj se vrši odabir najpovoljnije varijante trebalo bi svakako koristiti neku od metoda višekriterijske optimizacije te uzeti u obzir kriterije vezane za građevinsku situaciju ceste, ali i sve ostale kriterije važne za procjenu projekta ceste.



Slika 7. Shema dijagrama toka –  
Osnovne faze projektiranja ceste uporabom računalnih programa

**Literatura**

- [1] C.A. O'Flaherty, *Highways – The Location, Design, Construction & Maintenance of Pavements*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2007.
- [2] K. Ljutić, *Idejni projekt prometnica unutar industrijske zone "Žegoti"*, diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2007.
- [3] S. Macarol, *Praktična geodezija*, Sveučilište u Zagrebu, 1978.
- [4] D. Probert and J. Wedding, *Mastering AutoCAD Civil 3D 2008*, Sybex, 2007.
- [5] *Plateia 2008*, priručnik i tutorial, CGS plus, 2007.
- [6] G. Omura, *Mastering AutoCAD 2008*, Sybex, 2007.

## **Ponovljivost rezultata mjerenja fizikalnih i geometrijskih svojstava agregata**

### **Repeatability Testing for Geometrical and Physical Properties of Aggregates**

**Antonela Jurina<sup>1</sup>, Gojko Balabanić<sup>2</sup>**

#### **Sažetak**

Rasipanje rezultata mjerenja, kao posljedica utjecajnih faktora, može dovesti do neupotrebljivosti tih rezultata. Ako se želi odrediti veličina utjecaja nekog faktora na rezultate mjerenja, provodi se ispitivanje ponovljivosti i obnovljivosti. U radu je prikazan postupak ispitivanja ponovljivosti rezultata mjerenja oblika zrna agregata frakcije 4-8 mm i nasipne gustoće agregata frakcije 0-4 mm, a provedeno je u laboratoriju Instituta građevinarstva Hrvatske, Poslovni centar Rijeka, prema normi HRN EN 932-6. Mjerenje navedenih geometrijskih i fizikalnih svojstava agregata provedeno je u skladu sa normama HRN EN 933-4, 1097-3. Analizom različitih izvora varijacija, pokazano je da rezultati mjerenja oblika zrna agregata i nasipne gustoće zadovoljavaju uvjete ponovljivosti  $r$  pri kojima su rezultati mjerenja dobiveni istom metodom, na istovjetnim ispitnim količinama agregata, u istom laboratoriju, s istim ispitivačem, koristeći istu opremu, tijekom kratkog vremenskog razdoblja.

**Ključne riječi:** ponovljivost, oblik zrna, nasipna gustoća

#### **Abstract**

As consequence of various source of errors, testing results may show such a degree of dispersion which makes them useless. If we want to estimate the effect of various source of errors, we need to carry out repeatability and reproducibility testing. The purpose of this paper is to show the procedure for repeatability testing for geometrical (particle size 4-8 mm) and physical (particle size 0-4 mm) properties of aggregates according standard HRN EN 932-6. Determination of particle shape – shape index and loose bulk density were carried out according standards HRN EN 933-4 and HRN EN 1097-3. The analysis of various source of errors shows that testing results of shape index and loose bulk density satisfy repeatability  $r$  conditions, where test results are obtained with same test method on identical

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, Hrvatska

<sup>2</sup> Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5, 51000 Rijeka, Hrvatska, gojko@gradri.hr

test portion of aggregate, in the same laboratory, by the same operator, using same equipment and within short interval of time.

**Key words:** repeatability, particle shape, bulk density

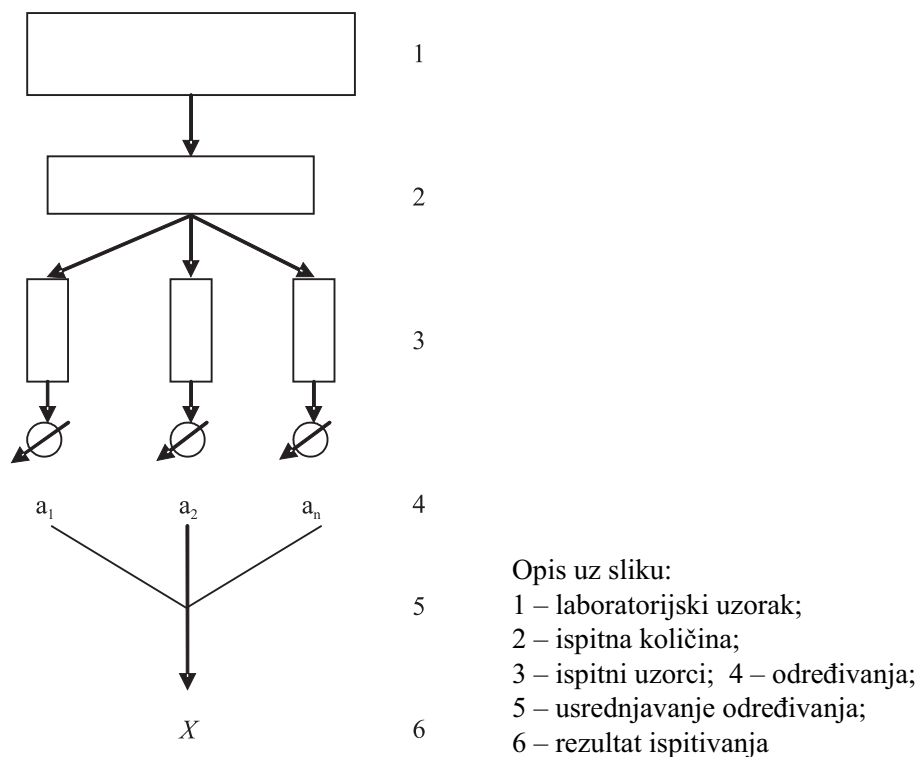
## 1. Uvod

U svim područjima znanosti i tehnike, kao i privrede, suočeni smo sa problemima mjerenja. Mjerenjem se dobivaju kvantitativne informacije o svojstvima mjernog objekta. Dakle, zadatak mjeriteljskog laboratorija je, da korisnicima njihovih mjernih rezultata, daju pouzdane rezultate mjerenja, kako bi oni iz njih izvodili pravilne zaključke. Rasipanje rezultata mjerenja, kao posljedica utjecajnih faktora, može dovesti do neupotrebljivosti tih rezultata. Ako se želi odrediti veličina utjecaja nekog faktora na rezultate mjerenja, provodi se ispitivanje ponovljivosti i obnovljivosti. Činjenica da postoji norma HRN EN 932-6:2003., *Ispitivanja općih svojstava agregata – 6. dio: Definicije ponovljivosti i obnovljivosti*, ukazuje na važnost ponovljivosti rezultata mjerenja fizikalnih i geometrijskih svojstava agregata. U ovom radu je prikazan postupak utvrđivanja ponovljivosti rezultata mjerenja oblika zrna agregata frakcije 4-8 mm i nasipne gustoće agregata frakcije 0-4 mm.

## 2. Ponovljivost mjernih rezultata

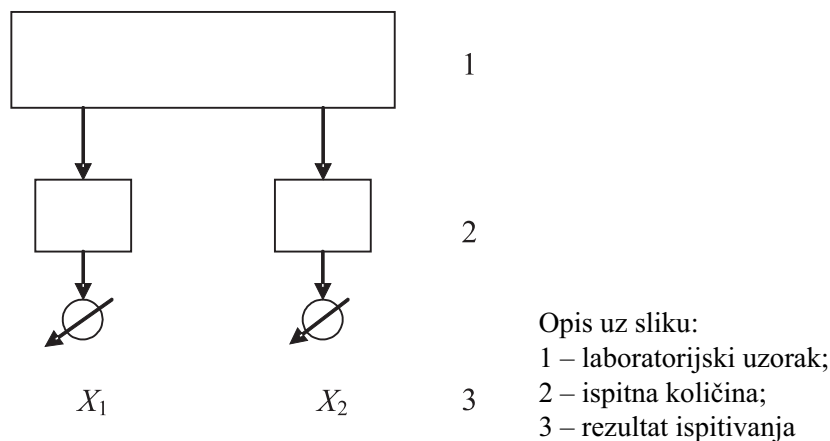
Ponovljivost mjernih rezultata predstavlja usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja iste mjerne veličine izvedenih u istim mjernim uvjetima. Uvjeti ponovljivosti uključuju: isti mjerni postupak, istog motritelja, isti mjerni instrument upotrijebljen u istim uvjetima, isto mjesto i ponavljanje u kratkom razdoblju. Prikaz računanja rezultata ispitivanja iz  $n$  pojedinačnih određivanja nekog svojstva je prikazan na slici 1.

Da bi se  $n$  određivanja moglo usrednjiti u rezultat ispitivanja  $X = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)/n$  mora biti zadovoljeno  $(a_{\max} - a_{\min}) \leq f(n) \cdot \sigma_a$ , gdje su  $a_{\max}$  i  $a_{\min}$  najveća i najmanja vrijednost pojedinog određivanja,  $n$  je broj određivanja,  $f(n)$  je faktor čije su vrijednosti dane u tablici 1, a  $\sigma_a$  je standardno odstupanje (devijacija) pojedinačnih određivanja.

Slika 1. Prikaz računanja rezultata ispitivanja iz  $n$  određivanja.Tablica 1: Vrijednosti za  $f(n)$ 

$n$	2	3	4	5	6
$f(n)$	2.8	3.3	3.6	3.9	4.0

Da bi se zadovoljili uvjeti ponovljivosti  $r$ , rezultati ispitivanja se dobivaju istom metodom, na istovjetnim ispitnim količinama agregata, u istom laboratoriju, s istim ispitivačem, koristeći istu opremu, u kratkom vremenskom razdoblju. Shema dobivanja rezultata ispitivanja u uvjetima ponovljivosti  $r$  prikazana je na slici 2.



Slika 2. Shema ispitivanja u uvjetima ponovljivosti  $r$ .

Ako je  $|X_1 - X_2| \leq r$ , za rezultate ispitivanja  $X_1$  i  $X_2$  se može reći da su usporedivi i da se mogu usrednjiti. Vrijednost za  $r$  se računa pomoću izraza  $f(n) \cdot \sigma_r$ , gdje je  $\sigma_r$  standardno odstupanje rezultata ispitivanja kao posljedica unutarlaboratorijskih varijacija ispitivanja dobivenih pod uvjetima ponovljivosti  $r$ .

### 3. Laboratorijsko ispitivanje u uvjetima ponovljivosti i obrada mjernih rezultata

#### *Laboratorijsko ispitivanje indeksa oblika zrna agregata frakcije 4-8 mm*

Za ispitivanje indeksa oblika zrna agregata, iz laboratorijskog uzorka odabrana je ispitna količina, koja je zatim četvrtanjem na stroju podijeljena u pet ispitnih uzoraka. Kako mase tih uzoraka nisu bile iste, odlučeno je da se svaki uzorak zasebno obradi. Svaki uzorak je ispitan u uvjetima ponovljivosti  $r$ , u pet određivanja. Prva tri određivanja su napravljena prvog dana (oznaka  $A$ ), a još dva određivanja, drugog dana (oznaka  $B$ ). Rezultati mjerenja (određivanja) za drugi ispitni uzorak (oznaka 2) su dani u tablici 2.



Tablica 2: Rezultati mjerenja indeksa oblika zrna

Dan	$M_1$ (g)	$M_2$ (g)	$SI = (M_2/M_1)$
1	122.80	24.90	0.203
1	122.80	22.10	0.180
1	122.80	21.00	0.171
2	122.80	19.00	0.155
2	122.80	24.00	0.195

$M_1$  - masa ispitnog uzorka;  $M_2$  - masa nekubičnih čestica;  $SI$  – indeks oblika zrna

Određivanja indeksa oblika zrna se mogu usrednjiti u rezultat ispitivanja  $\overline{SI} = (SI_1 + SI_2 + \dots + SI_n)/n$ , ako vrijedi da je  $(SI_{\max} - SI_{\min}) \leq f(n) \cdot s(SI)$ , gdje je  $f(n)$  faktor koji ovisi o broju pojedinačnih određivanja, a  $s(SI)$  je procijenjeno standardno odstupanje pojedinačnih određivanja indeksa oblika zrna, koje je izračunato pomoću izraza  $s(SI) = s(M_2)/M_1$ , gdje je  $s(M_2)$  procijenjeno standardno odstupanje masa nekubičnih čestica. Kako je u našem slučaju, za prvi dan ispitivanja,  $SI_{\max} = 0.203$ ,  $SI_{\min} = 0.171$ ,  $n = 3$ ,  $f(3) = 3.3$ , i  $s(SI)_{A2} = 0.016$ , a za drugi dan,  $SI_{\max} = 0.195$ ,  $SI_{\min} = 0.155$ ,  $n = 2$ ,  $f(2) = 2.8$ , i  $s(SI)_{B2} = 0.029$ , slijedi da je za prvi dan ispitivanja  $(0.203 - 0.171) < 3.3 \cdot 0.016$ , a za drugi dan  $(0.195 - 0.155) < 2.8 \cdot 0.029$ , pa se određivanja mogu usrednjiti. Prema tome srednja vrijednost indeksa oblika zrna, dobivena prvog dana ispitivanja, je  $\overline{SI}_{A2} = 0.185$ , a drugog dana  $\overline{SI}_{B2} = 0.175$  i predstavljaju rezultate ispitivanja indeksa oblika zrna drugog uzorka. Da bismo ova dva rezultata ispitivanja indeksa oblika zrna mogli usrednjiti treba provjeriti da li je apsolutna vrijednost njihove razlike manja od neke kritične vrijednosti. Za to nam je potrebno usrednjeno standardno odstupanje rezultata ispitivanja indeksa oblika zrna dobivena u dva dana, a izračun je pokazan u tablici 3.

Tablica 3: Izračun usrednjenog standardnog odstupanja rezultata ispitivanja indeksa oblika zrna

1. dan	$\overline{SI}_{A2} = 0.185$	$v_{A2} = 2$	$s(SI)_{A2} = 0.016$	$ss(SI)_{A2} = v_{A2} \cdot [s(SI)_{A2}]^2 = 0.00051$
2. dan	$\overline{SI}_{B2} = 0.175$	$v_{B2} = 1$	$s(SI)_{B2} = 0.029$	$ss(SI)_{B2} = v_{B2} \cdot [s(SI)_{B2}]^2 = 0.00084$
$v_2 = v_{A2} + v_{B2} = 3$ ; $ss(SI)_{A2} + ss(SI)_{B2} = 0.00135$				
				$s(SI)_{p,2} = \sqrt{ss(SI)_2 / n_2} = 0.021$

$v_{A2} = n - 1 = 3 - 1 = 2$  – broj stupnjeva slobode;  $v_{B2} = n - 1 = 2 - 1 = 1$  – broj stupnjeva slobode;

$s(SI)_{p,2}$  – usrednjeno standardno odstupanje rezultata ispitivanja indeksa oblika zrna dobivena u dva dana.

Kritična vrijednost  $CD$  se računa pomoću izraza

$$CD_d = 2.8 \times s(\rho_s)_p \times \sqrt{0.5(n_1 + n_2) / n_1 n_2}$$

kod 95% pouzdanosti, gdje su  $n_1$  i  $n_2$  brojevi rezultata ispitivanja u prvom, odnosno drugom danu.

Kako je u našem slučaju  $n_1 = 1$  i  $n_2 = 1$ ,  $CD_2 = 0.059$ , pa slijedi da je  $|\overline{SI}_{A2} - \overline{SI}_{B2}| = |0.185 - 0.175| = 0.01 < 0.059$ . Prema tome može se zaključiti da se dva rezultata ispitivanja indeksa oblika zrna mogu usrednjiti u jedan rezultat

$$\overline{SI} = \frac{(v_{A2} \times \overline{SI}_{A2} + v_{B2} \times \overline{SI}_{B2})}{v_2} = 0.18$$

#### **Laboratorijsko ispitivanje nasipne gustoće agregata frakcije 0-4 mm**

Za ispitivanje nasipne gustoće odabrane su, iz laboratorijskog uzorka, dvije istovjetne ispitne količine. Dijeljenjem svake ispitne količine dobivena su tri ispitna uzorka. Jedna ispitna količina je ispitana prvog dana, a druga ispitna količina drugog dana. Ispitivanja su ponavljanja pet puta, a u svakom ponavljanju je bilo tri određivanja nasipne gustoće. Za svako ponavljanje su uzorci ponovo pomiješani i podijeljeni. Rezultati mjerenja su dani u tablici 4 za prvu ispitnu količinu, a u tablici 5 za drugu ispitnu količinu.

Tablica 4: Rezultati mjerenja nasipne gustoće za prvu ispitnu količinu

Ponavljanje	Ispitni uzorak	$m_1$ (kg)	$m_2$ (kg)	$V(l)$	$\rho_s = (m_2 - m_1) / V$ (kg/dm <sup>3</sup> )
1	1	0.611	2.122	1	1.511
	2	0.611	2.133	1	1.522
	3	0.611	2.129	1	1.518
2	1	0.611	2.145	1	1.534
	2	0.611	2.152	1	1.541
	3	0.611	2.149	1	1.538
3	1	0.611	2.143	1	1.532
	2	0.611	2.134	1	1.523
	3	0.611	2.125	1	1.514

Tablica 4: nastavak

4	1	0.611	2.143	1	1.532
	2	0.611	2.127	1	1.516
	3	0.611	2.148	1	1.537
5	1	0.611	2.146	1	1.535
	2	0.611	2.130	1	1.519
	3	0.611	2.137	1	1.526

$m_1$  – masa prazne posude;  $m_2$  – masa posude i ispitnog uzorka;  
 $V$  – volumen posude;  $\rho_s$  – nasipna gustoća

Tablica 5: Rezultati mjerenja nasipne gustoće za drugu ispitnu količinu

Ponavljjanje	Ispitni uzorak	$m_1$ (kg)	$m_2$ (kg)	$V(l)$	$\rho_s = (m_2 - m_1)/V$ (kg/dm <sup>3</sup> )
1	1	0.611	2.133	1	1.522
	2	0.611	2.142	1	1.531
	3	0.611	2.130	1	1.519
2	1	0.611	2.137	1	1.526
	2	0.611	2.142	1	1.531
	3	0.611	2.139	1	1.528
3	1	0.611	2.151	1	1.540
	2	0.611	2.150	1	1.539
	3	0.611	2.154	1	1.543
4	1	0.611	2.139	1	1.528
	2	0.611	2.140	1	1.529
	3	0.611	2.146	1	1.535
5	1	0.611	2.159	1	1.548
	2	0.611	2.148	1	1.537
	3	0.611	2.146	1	1.535

Kako je u svih pet ponavljanja, za obje ispitne količine, zadovoljen uvjet  $(\rho_{s \max} - \rho_{s \min}) \leq f(n) \cdot s(\rho_s)$ , gdje je  $f(n)$  faktor koji ovisi o broju pojedinačnih određivanja ( $n = 3$ ), a  $s(\rho_s)$  je procijenjeno standardno odstupanje pojedinačnih određivanja nasipne gustoće, koje je izračunato pomoću izraza  $s(\rho_s) = s(m_2)/V$ , gdje je  $s(m_2)$  procijenjeno standardno odstupanje mase  $m_2$ , mogu se određivanja usrednjiti u rezultat ispitivanja  $\bar{\rho}_s = (\rho_{s1} + \rho_{s2} + \dots + \rho_{sn})/n$ . Rezultati usrednjavanja nasipne gustoće su dani u tablici 6. Da bismo rezultate ispitivanja nasipne gustoće dobivene na dvije ispitne količine u dva dana mogli usrednjiti treba provjeriti da li je apsolutna vrijednost razlike aritmetičkih sredina nasipnih gustoća određenih prvog i drugog dana manja od neke kritične vrijednosti. Za to nam je potrebno usrednjeno standardno odstupanje rezultata ispitivanja nasipne gustoće dobivenih u dva dana, a izračun je pokazan u tablici 6.

Ako su u jednom laboratoriju, pod uvjetima ponovljivosti, provedene dvije grupe mjerenja i ako prva grupa (prvi dan) sadrži  $n_1$  rezultata mjerenja čija je aritmetička sredina  $\bar{\rho}_{sA}$ , a druga grupa (drugi dan)  $n_2$  rezultata mjerenja čija je aritmetička sredina  $\bar{\rho}_{sB}$ , a procjenjeno standardno odstupanje za  $d \equiv (\bar{\rho}_{sA} - \bar{\rho}_{sB})$  je  $s_d = s(\rho_s)_p \cdot \sqrt{(n_1 + n_2)/n_1 n_2}$ , tada je kritična vrijednost razlike aritmetičkih sredina jednaka

$$CD_d = 2.8 \times s(\rho_s)_p \times \sqrt{0.5(n_1 + n_2)/n_1 n_2}$$

kod 95% pouzdanosti. Usrednjene vrijednosti nasipnih gustoća za pojedina ponavljanja, kao i usrednjene vrijednosti nasipnih gustoća dobivene prvog, odnosno drugog dana su dane u tablici 7.

Tablica 6: *Izračun usrednjelog standardnog odstupanja rezultata ispitivanja nasipne gustoće*

Dan	Ispitna količina	$v_i$	$s(\rho_s)_i$ (kg/dm <sup>3</sup> )	$ss(\rho_s)_i = v_i \cdot [s(\rho_s)_i]^2$ (kg <sup>2</sup> /dm <sup>6</sup> )
1	1	2	0.006	0.00007
1	1	2	0.004	0.00003
1	1	2	0.009	0.00016
1	1	2	0.011	0.00024
1	1	2	0.008	0.00013
2	2	2	0.006	0.00007
2	2	2	0.003	0.00002
2	2	2	0.002	0.00001
2	2	2	0.004	0.00003
2	2	2	0.007	0.00010
$n = \sum_{i=1}^{10} n_i = 20 ; \quad ss(r_s) = \sum_{i=1}^{10} ss(r_s) = 0.0009 \quad \text{kg}^2/\text{dm}^6$				
$s(r_s)_p = \sqrt{ss(r_s)/n} = 0.007 \quad \text{kg}/\text{dm}^3$				

$v_i$  – broj stupnjeva slobode za rezultat ispitivanja nasipne gustoće kod pojedinih ponavljanja;  $s(\rho_s)_p$  – usrednjeno standardno odstupanje rezultata ispitivanja nasipne gustoće dobivenih u dva dana.

Tablica 7: *Vrijednosti nasipnih gustoća dobivene prvog, odnosno drugog dana*

Prvi dan $\bar{\rho}_{si}$ (kg/dm <sup>3</sup> )	Drugi dan $\bar{\rho}_{si}$ (kg/dm <sup>3</sup> )
1.517	1.524
1.538	1.528
1.523	1.541
1.528	1.531
1.527	1.540
$\bar{\rho}_{sA} = 1.527$ kg/dm <sup>3</sup>	$\bar{\rho}_{sB} = 1.533$ kg/dm <sup>3</sup>

Kako je u našem slučaju  $n_1 = 5$  i  $n_2 = 5$ ,  $CD_d = 0.009$  kg/m<sup>3</sup>, slijedi da je  $|\bar{\rho}_{sA} - \bar{\rho}_{sB}| = |1.527 - 1.533| = 0.006 < 0.009$ . Prema tome može se zaključiti da se dva rezultata ispitivanja nasipne gustoće dobivena prvog i drugog dana mogu usrednjiti u jedan konačan rezultat

$$\bar{\rho}_{s,k} = (\bar{\rho}_{sA} + \bar{\rho}_{sB})/2 = 1.53 \text{ kg/dm}^3.$$

## Literatura

- [1] *Upute za iskazivanje mjerne nesigurnosti*, Državni zavod za normizaciju i mjeriteljstvo, Zagreb, 1993.
- [2] HRN EN 932-6:2003., *Ispitivanja općih svojstava agregata – 6. dio: Definicije ponovljivosti i obnovljivosti*.
- [3] HRN EN 933-4:2004., *Ispitivanja geometrijskih svojstava agregata – 4. dio: Određivanje oblika zrna – Indeks oblika*.
- [4] HRN EN 1097-3:2004., *Ispitivanje mehaničkih i fizikalnih svojstava agregata – 3. dio: Određivanje nasipne gustoće i šupljina*

— |

| —

— |

| —