

ZBORNİK RADOVA SVEUČILIŠTA U RIJECI
MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM FLUMINENSIS



**GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTA U RIJECI**

Izdavač:

Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

Za izdavača:

Aleksandra Deluka-Tibljaš, dekanica

Glavna i odgovorna urednica:

Barbara Karleuša

Tehnička urednica:

Nana Palinić

Lektorica:

Saša Čohar-Mančić

Urednički odbor:

Gojko Balabanić
Adriana Bjelanović
Saša Čohar-Mančić
Nana Palinić
Vanja Travaš

Adresa uredništva:

Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

Grafičko rješenje omota:

Alen Karlović

Grafička priprema

Studio Iconis

Tisak:

Digital IN d.o.o.

Naklada:

200 primjeraka



Tiskanje Zbornika Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci - knjiga XVI omogućeno je uz financijsku potporu Zaklade Sveučilišta u Rijeci temeljem Ugovora (KLASA: 612-11/13-01/21, URBROJ: 2170-57-06-14-3). Mišljenja izražena u ovom Zborniku radova su mišljenja autora i ne izražavaju nužno stajalište Zaklade Sveučilišta u Rijeci.

**ISSN 0350-8552
ISBN 978-953-6953-36-3**

GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTA U RIJECI

ZBORNİK RADOVA

KNJIGA XVI

Rijeka, prosinac 2013.

GRAĐEVINSKI FAKULTET SVEUČILIŠTA U RIJECI**ZBORNIK RADOVA
KNJIGA XVI****Autori:**

Lovel BARIČIĆ

Adriana BJELANOVIĆ

Mladen BULIĆ

Nevena DRAGIČEVIĆ

Maja ERAKOVIĆ

Maja GAČEŠA

Tomaš HANAK

Gordan JELENIĆ

Nives KLOBUČAR

Bojana KNEŽEVIĆ

Paulina KROLO

Ivan KUSTIĆ

Ivan KUŠT

Lucija KUŽELIČKI

Velimir LABINAC

Nina LUKEŽ

Nikola LUSTIG

Koana MACAN

Anja MAGLICA

Ivan MAROVIĆ

Ervin MOHOROVIČIĆ

Silvija MRAKOVČIĆ

Nermina MUJAKOVIĆ

Ira MURETA

Nevenka OŽANIĆ

Nana PALINIĆ

Igor PETROVIĆ

Josip RUBINIĆ

Ana STOŠIĆ

Ivana SUŠANJ

Paulo ŠĆULAC

Karlo ŠIMIĆ

Ivana ŠTIMAC GRANDIĆ

Vanja TRAVAŠ

Goran TURK

Goran VOLF

Tomislav ŽUŽA

RIJEČ DEKANICE

2013. godinu na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci u negativnom su smislu obilježile sve promjene i previranja koje su se unutar sustava znanosti i visokog obrazovanja događala, a koja su ponajviše motivirana nedostatnim financiranjem ovih djelatnosti, a što za posljedicu ima otežano planiranje razvoja Fakulteta i pojedinačnih znanstveno-nastavnih karijera.

Neovisno o takvom kontekstu na Fakultetu su se dogodili i vrlo pozitivni pomaci pa je tako u manje od godinu dana svoje doktorske radove obranilo četiri naših mlađih kolega na čemu im i na ovom mjestu čestitam. Nastavili smo sa praksom odobravanja sredstava za znanstveno istraživački rad iz vlastitih sredstava Fakulteta. Istovremeno, na Fakultetu su, prvi puta u povijesti, aktivna čak 4 međunarodna projekta na kojima su zaposlena i 4 istraživača. Naši su istraživači bili izrazito motivirani i za prijave za ostvarivanje potpora istraživanjima na Sveučilištu u Rijeci što za posljedicu ima da i broj i iznos ostvarenih potpora svrstava naš Fakultet u istraživački aktivnije i uspješnije sastavnice našega Sveučilišta. Sa uspjehom je završena i prijava Sveučilišnog projekta „Razvoj istraživačke infrastrukture na Kampusu Sveučilišta u Rijeci“ kroz koju će na Fakultet pristići tijekom 2014. oprema u vrijednosti oko 5,7 mil. EURA što će doprinijeti daljnjem jačanju naših istraživačkih kapaciteta.

Na osnovu svega navedenog vjerujem da će se, usprkos objektivnih problema i poteškoća, Fakultet i dalje razvijati u svim aspektima rada uključujući i onaj znanstveno-istraživački. I nova Knjiga XVI Zbornika radova, u kojoj se u sve većem broju kao autori pojavljuju naši studenti-diplomanti i mlađi kolege, govori tome u prilog.

Željela bih, u ime Fakulteta i osobno, i ove godine čestitati svim autorima radova u ovom izdanju Zbornika, a posebno onima koji u Knjizi XVI Zbornika Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci objavljuju svoj prvi znanstveni ili stručni rad.

dekanica
Aleksandra Deluka-Tibljaš

PREDGOVOR

U šesnaestoj knjizi Zbornika radova Građevinskoga fakulteta Sveučilišta u Rijeci objavljeno je ukupno osamnaest znanstvenih i stručnih radova nastavnika i studenata Fakulteta i drugih znanstvenika i stručnjaka iz područja djelatnosti Fakulteta. U dvanaest radova prikazani su rezultati studentskih diplomskih radova. Ti radovi napisani su u koautorstvu studenata završnih godina studija i njihovih mentora nastavnika Fakulteta. Pet radova obuhvaća rezultate aktivnosti doktoranada Fakulteta u sklopu doktorskoga studija i napisani su u koautorstvu sa predmetnim nastavnicima ili mentorima. Jedan je rad rezultat istraživanja poslijedoktoranda Fakulteta s kolegom iz inozemstva. Objavljeni radovi sadržavaju značajan udio rezultata koji ranije nisu bili objavljeni, dakle predstavljaju ili posve novi rad ili proširenu verziju drugdje objavljenog rada. U ovome izdanju Zbornika predstavljeni su radovi iz područja hidrotehnike, organizacije građenja, arhitekture, tehničke mehanike, nosivih konstrukcija, građevinskih materijala i matematike. Interes autora za objavljivanje radova u Zborniku izražen je i ove godine te se ponavlja isti broj radova kao u prošloj petnaestoj knjizi Zbornika.

Zbornik i ove godine izlazi u crno-bijeloj tehnici, a cjelokupni tekst Zbornika, uz originalne ilustracije u boji, dostupan je na priloženom CD-u. Od ove godine zbornici radova Građevinskoga fakulteta Sveučilišta u Rijeci, počevši s knjigom dvanaest, objavljeni su i dostupni na mrežnim stranicama Fakulteta (www.gradri.uniri.hr).

Sve radove objavljene u Zborniku recenziralo je najmanje dvoje znanstvenika ili stručnjaka iz područja rada po izboru glavne i odgovorne urednice. Ukupno je u recenziji radova za šesnaestu knjigu Zbornika sudjelovalo dvadeset i pet recenzenata s Fakulteta i šire. Zadržana je prošle godine uvedena klasifikacija radova prema univerzalnoj decimalnoj klasifikaciji (UDK), kao i kategoriziranje radova na znanstvene i stručne radove. U kategoriji znanstvenih radova objavljeno je šest preglednih radova, četiri prethodna priopćenja i jedan izvorni znanstveni rad, a u kategoriji stručnih radova objavljeno je ukupno sedam radova.

Svi su radovi jezično lektorirani i dodatno provjereni kako bi se uklonile eventualne jezične i tiskarske greške. U završnoj korekturi teksta svoj je doprinos dalo osamnaest asistenata koji su proveli provjeru lektoriranih članaka i uklonili eventualno preostale pogreške.

Na kraju predgovora želim se zahvaliti svim autorima koji su odlučili svoje radove objaviti u šesnaestoj knjizi Zbornika radova Građevinskog fakulteta i na taj način obogatiti ovo izdanje. Zahvaljujem svim recenzentima koji su uložili svoje znanje, vrijeme i trud u recenziranje radova kako bi oni bili što kvalitetniji. Nadalje, zahvaljujem svim članovima Uredničkog odbora koji su

pratili cijeli proces izrade Zbornika, davali prijedloge i donosili odluke s ciljem kontinuiranog unaprjeđenja kvalitete Zbornika, a pogotovo članicama Odbora, Saši Čohar Mančić koja je provela lektoriranje radova i doc.dr.sc. Nani Palinić koja je u svojstvu tehničkog urednika doprinijela tehničkoj i estetskoj kvaliteti ovoga izdanja.

Također se želim zahvaliti i Zakladi Sveučilišta u Rijeci koja je sufinancirala izdavanje ove šesnaeste knjige Zbornika.

Glavna i odgovorna urednica
Barbara Karleuša

SADRŽAJ

<i>Maja ERAKOVIĆ, Vanja TRAVAŠ</i> Numerička analiza opstrujavanja pravokutnog energetskog disipatora	11
<i>Ivan KUŠT, Nives KLOBUČAR, Nevena DRAGIČEVIĆ, Velimir LABINAC</i> Neke specifične hidrauličke pojave u kućnim hidroinstalacijama	27
<i>Anja MAGLICA, Josip RUBINIĆ</i> Analiza hidroloških međuodnosa na prostoru Cerknjiškog i Planinskog polja (Slovenija)	41
<i>Ira MURETA, Vanja TRAVAŠ</i> Modeliranje simultanog rada grupe zdenaca u anizotropnoj poroznoj sredini	63
<i>Ivana SUŠANJ, Lovel BARIČIĆ, Nevenka OŽANIĆ</i> Metodologija izrade kataloga vodnogospodarskog stanja pritoka u slivu rijeke Dubračine	81
<i>Goran VOLF, Nevenka OŽANIĆ, Igor PETROVIĆ</i> Proračun osnovnih fizičkih parametara sliva i maksimalnih protoka na slivovima Trbuhovica i Mlake upotrebom GIS-a	95
<i>Ivan MAROVIĆ, Tomaš HANAK</i> Identifikacija utjecaja indikatora na vrednovanje stambenog okruženja	113
<i>Nana PALINIĆ, Ivan KUSTIĆ</i> Povijesni razvitak Koblerova trga u Rijeci - temelj za revitalizaciju	129
<i>Nana PALINIĆ, Nina LUKEŽ, Ervin MOHOROVIČIĆ</i> Željeznička baština Rijeke i mogućnosti njene prenamjene - dva prijedloga	153
<i>Maja GAČEŠA, Nermina MUJAKOVIĆ</i> Slobodni pad deformabilnog vertikalnog štapa	177
<i>Bojana KNEŽEVIĆ, Gordan JELENIĆ</i> Stvarna i prividna precesija neprigušenog sfernog Foucaultovog njihala	191

<i>Paulina KROLO, Goran TURK</i> Određivanje pouzdanosti konstrukcije za linearne i nelinearne funkcije graničnog stanja	205
<i>Nikola LUSTIG, Nermina MUJAKOVIĆ</i> Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama	223
<i>Ana STOŠIĆ, Mladen BULIĆ</i> Analiza čeličnih posmičnih priključaka izvedenih s čelnom pločom	245
<i>Paulo ŠĆULAC, Gordan JELENIĆ</i> Armiranobetonski gredni konačni element s ugrađenom poprečnom pukotinom i nelinearnim odnosom između naprezanja prijanjanja i proklizavanja armature.....	267
<i>Adriana BJELANOVIĆ, Karlo ŠIMIĆ</i> Suvremeni pristup u projektiranju rešetkastih drvenih sustava povećane požarne otpornosti	289
<i>Ivana ŠTIMAC GRANDIĆ, Lucija KUŽELIČKI</i> Mostovi u gornjem toku Rječine	313
<i>Silvija MRAKOVČIĆ, Koana MACAN, Tomislav ŽUŽA</i> Beton s recikliranim betonskim agregatom	333

NUMERIČKA ANALIZA OPSTRUJAVANJA PRAVOKUTNOG ENERGETSKOG DISIPATORA

NUMERICAL ANALYSIS OF FLUID FLOW AROUND RECTANGULAR ENERGY DISSIPATOR

Maja ERAKOVIĆ*, Vanja TRAVAŠ**

Sažetak

Numerička analiza opstrujavanja pravokutnog energetskog disipatora je provedena za slučaj da je disipator u potpunosti potopljen te da strujno polje u njegovoj blizini nije pod utjecajem ostalih disipatora u slapištu. U tu svrhu je izrađen numerički model za simulaciju strujanja u vertikalnoj ravnini te je isti implementiran u računalni algoritam u programskom paketu MathCAD 15. Numerički algoritam se bazira na rješavanju $\Omega\psi$ oblika Navier-Stokes-ovih jednačbi te se u tu svrhu koristila metoda konačnih razlika. Algoritam omogućuje uvid u polje brzine i polje vrtložnosti. Na kraju rada je prikazan numerički primjer te su priloženi završni komentari.

Ključne riječi: energetski disipator, $\Omega\psi$ oblik NS jednačbi, vrtložnost

Abstract

A numerical analysis of fluid flow around a rectangular dissipator was conducted for the case when the dissipator is fully submerged and the flow field in the vicinity is not influenced by other dissipators. For this purpose a numerical model is used for the computational simulation of flow in a vertical plane. The same numerical algorithm is implemented in a software package MathCAD 15. The numerical algorithm is based on solving the $\Omega\psi$ form of the Navier-Stokes's equations and for this purpose a finite

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: maja.erakovic@gradri.hr

** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: vanja.travas@gradri.hr

difference method was used. The algorithm provides insight into the velocity field and vorticity field. At the end of the paper a numerical example is given and some final comments and recommendations for further research.

Key words: *energy dissipator, $\Omega\psi$ form of NS equations, vorticity*

1. Uvod

Energetski disipatori su funkcionalni elementi otvorenih korita izgrađeni u svrhu zaštite nizvodnog područja istih od erozije koja nastaje hidrodinamičkim djelovanjem vode. Navedeno se osigurava putem redukcije kinetičke energije vode tj. transformacije kinetičke energije vode u turbulentnu kinetičku energiju koja ima disipacijski karakter. Disipacija kinetičke energije vode je neophodna kod brzih tokova te kod obloženih korita. Energetski disipatori se postavljaju u neposrednoj blizini hidrotehničkih građevina gdje postoji značajan utjecaj erozije i gdje se očekuju znatna podlokavanja. Drugim riječima, oni se obično postavljaju na mjestima gdje se režim toka mijenja iz kritičnog u mirni ili gdje je tok kritičan, a vučne sile su veće od unaprijed definiranih dozvoljenih vrijednosti. Navedeno je posebno naglašeno na mjestima iznenadnog pada dna korita, na krajevima korita, suženjima te ispusnim otvorima kod propusta. Prisustvo energetskih disipatora u slapištu bitno reducira neophodnu dužinu slapišta [1]. Primjer energetskih disipatora prikazan je na Slici 1.

Izbor određenog tipa disipatora ovisi o količini energije rasipanja i kontroli erozije u nizvodnom toku. Osnovni hidraulički parametar pomoću kojeg se određuje režim toka i koji se koristi u vezi s energetskim disipatorima u cjelini je Froude-ov broj Fr [2, 3], koji se definira kao omjer brzine strujanja v i brzine površinskih valova $(gh)^{0.5}$, gdje je g ubrzanje sile teže i h dubina vode u promatranom presjeku. Empirijski izrazi za dimenzioniranje energetskih



Slika 1. Energetski disipatori na Rječini (fotografije su snimljene u nepoznatom vremenskom odmaku te se može primijetiti da pojedini energetski disipatori nedostaju, što može biti posljedica dugogodišnjeg silovitog hidrodinamičkog djelovanja vode)

disipatora koji se temelje na veličini broja Fr se mogu pronaći u literaturi [1]. Za razliku od empirijskih obrazaca, u okviru ovog rada će se razmatrati mogućnost definiranja hidrodinamičkog opterećenja putem izrade adekvatnog numeričkog modela. Pritom, sama veličina sile se u tu svrhu neće određivati, ali će se ovom putem postaviti osnovni principi numeričke analize koji mogu dovesti do takvih podataka.

Uloga energetskih disipatora poprima cjelovitu smisao ako se isti nalaze u grupi disipatora jer pojedinačno nemaju smisao u vidu značajne disipacije energije toka [1]. Pritom kumulativni efekt generiranja turbulencije nastaje uslijed adekvatnog rasporeda disipatora i njihovog pojedinačnog oblika. Razmatranje cjelovitog rasporeda, odnosno ispitivanje učinka cjelovitog rasporeda disipatora, nije predmet analize u ovom radu. Naime, u tu svrhu je potrebno koristiti trodimenzionalni model toka, što u kontekstu cijelog problema definira itekako kompleksan hidrodinamički problem. S druge strane, hidraulička analiza toka oko jednog disipatora poprima značaj u vidu definiranja recirkulacijske zone iza istog te u svrhu ispitivanja pojave taloženja materijala za relativno male brzine toka u «sjeni» disipatora. U radu se pažnja predaje analizi toka oko jednog pravokutnog energetskog disipatora i to u svrhu definiranja recirkulacijske zone iza istog te polja brzine u okolnom području.

2. Teorijski model toka

U svrhu provođenja računalne simulacije toka, uz prikladno definirane rubne i početne uvjete, potrebno je aproksimirati rješenje sustava Navier-Stokes-ovih jednadžbi (NS) koje definiraju odnos brzine v i tlaka p u svakoj točki prostora zauzetim fluidom [4, 5]. Za slučaj izotermnog toka fluida gustoće ρ i viskoznosti ν , navedeni sustav se svodi na jednadžbu kontinuiteta (1a) te dvije jednadžbe očuvanja količine gibanja u x (1b) i z smjeru (1c) koordinatne ravnine.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \quad (1c)$$

Analitičko rješavanje NS jednadžbi u praktičnom smislu gubi svaki značaj jer je definiranje rubnih i početnih uvjeta u domeni toka nepravilne geometrije gotovo nemoguće. Iz tog razloga se rješenja od praktičnog značaja redovito dobivaju putem numeričkih metoda integracije. Na taj način će se i u ovom

radu koristiti numerička metoda konačnih razlika te će se prilagođena forma NS jednadžbi riješiti unutar domene strujanja oko pravokutnog energetskog disipatora.

2.1. Bezdimezionalni oblik NS jednadžbi

U mehanici fluida bezdimezionalni oblik NS jednadžbe definira konverziju NS jednadžbi (1) u obliku koji je prikladniji za korištenje u praktične svrhe [6, 7]. Naime, u bezdimezionalnom obliku jednadžbe (1) nudi se praktičniji opis problema koji počiva na teoriji sličnosti hidrodinamičkih procesa. U svrhu definiranja bezdimezionalnog oblika sustava (1), koriste se adekvatno odabrani normirajući parametri:

$$\bar{x} = \frac{x}{L} ; \quad \bar{z} = \frac{z}{L} ; \quad \bar{t} = \frac{tU}{L} ; \quad \bar{v}_x = \frac{v_x}{U} ; \quad \bar{v}_z = \frac{v_z}{U} ; \quad \bar{p} = \frac{p}{\rho U^2} . \quad (2)$$

u kojima U predstavlja karakterističnu brzinu toka u promatranom sustavu te L karakterističnu dužinu istog sustava. Kao rezultat ove manipulacije dobivaju se rezultati u smislu skaliranih varijabli. Pritom, najčešće se skaliranje provodi zajedno s normiranjem te se time prostorne koordinate kreću od 0 do 1 i u istom rasponu se kreću i argumenti NS jednadžbe.

Ukoliko se argumenti u sustavu (1) zamijene s uvedenim bezdimezionalnim veličinama te uz opasku da su veličine U i L konstantne, nakon sređivanja dobivenog oblika NS jednadžbi slijedi bezdimezionalni sustav definira u obliku

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{t}} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\nu}{LU} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial \bar{z}^2} \right) \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{t}} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \frac{\nu}{LU} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial \bar{z}^2} \right) \quad (3c)$$

Rješenje ovakvog sustava jednadžbi (3) će u prostoru domene toka definirati varijable v i p u rasponu od 0 do 1. Pritom, jednom kada su rješenja bezdimezionalnog sustava poznata, povratak na dimenzionalne vrijednosti je lako provesti u skladu s konverzijom definiranom u (2). U nastavku rada će se izostaviti upotreba povlake u svrhu iskazivanja bezdimezionalnih veličina jer će se sve što slijedi odnositi upravo na njih pa će se na taj način pojednostaviti matematički iskazi.

Dobro je primijetiti da u bezdimezionalnom obliku NS jednadžbi član ν/LU predstavlja recipročnu vrijednost Reynolds-ovog broja Re te množi član viskoznih sila [6]. Iz navedenog slijedi da porastom broja Re opada i značaj viskoznih sila te postaje dominantan utjecaj inercijalnih sila. Ova činjenica

uzrokuje probleme u vidu numeričkog modeliranja strujanja fluida u području relativno velikih Reynolds-ovih brojeva. Naime, porastom Reynolds-ovog broja raste i utjecaj nelinearnog konvektivnog ubrzanja koji uzrokuje nestabilnost modela (drugi član lijeve strane u jed. 3b i treći član lijeve strane jed. 3c). S obzirom da se spomenuta nestabilnost u izrađenom numeričkom modelu počinje ukazivati za Reynolds-ove brojeve veće od 450, u svrhu izrade numeričkog primjera definirao se tok okarakteriziran s $Re=400$. Za modeliranje toka okarakteriziranog većim vrijednostima broja Re potrebno je koristiti nešto sofisticiranije metode proračuna (npr.: metoda konačnih elemenata ili metoda konačnih volumena).

2.2. $\Omega\psi$ oblik NS jednadžbi

Tijekom 70-tih i 80-tih godina počele su se razvijati numeričke metode za rješavanje takozvanog $\Omega\psi$ oblika NS jednadžbe [8, 5]. Naime, $\Omega\psi$ oblik jednadžbe je prikladan radi njegove jednostavnosti koja počiva na činjenici da se putem adekvatne matematičke manipulacije član gradijenta tlaka eliminira iz polaznog sustava. Ovaj oblik NS jednadžbe tvori sustav od dvije parcijalne diferencijalne jednadžbe i to jedne za definiranje polja strujne funkcije $\psi(x,z,t)$ i jedne za definiranje polja vrtložnosti $\Omega(x,z,t)$.

2.2.1. Jednadžba polja ψ

Strujna funkcija je skalarna funkcija koordinata $\psi(x,z,t)$ koja definira skalarnu vrijednost u svakoj točki domene toka. Budući da je strujna funkcija ψ tangenta na vektor brzine toka, vrijednost strujne funkcije mora biti konstantna duž strujnice. Na taj način linije koje spajaju iste vrijednosti u polju ψ definiraju strujnice toka [6]. Razlika između vrijednosti dviju susjednih strujnica se može koristiti u svrhu definiranja volumetrijski protoka između istih. Važnost strujne funkcije leži u činjenici da su komponente brzine v_x i v_z dio parcijalnih derivacija strujne funkcije u toj točki. Drugim riječima, strujna funkcija ψ definirana je komponentama brzine [9]

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad ; \quad v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

za koje se može lako pokazati da na ovaj način unaprijed zadovoljavaju jednadžbu kontinuiteta [6]. Jednadžba strujne funkcije slijedi iz definicije vrtložnosti date u obliku [9]

$$\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v} \quad (5)$$

odnosno za 2D tok u xz ravnini se može definirati

$$\Omega = \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (6)$$

Naime, ukoliko se komponente brzine u jed. (5) izraze putem strujne funkcije slijedi da je

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\Omega \quad (7)$$

Dobivena jednadžba se može kategorizirati kao Poisson-ova jednadžba [6] koja spada u skupinu eliptičnih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Za pravokutnu domenu je rješavanje ove jednadžbe relativno jednostavno, a najčešće se provodi putem iterativnog postupka.

2.2.2. Jednadžba polja Ω

Osnovni razlog uvođenja $\Omega\psi$ oblika NS jednadžbe je eliminacija člana gradijenta tlaka putem «unakrsne» derivacije jednadžbi (3b) i (3c). U tu svrhu se na jed. (3b) djeluje diferencijalnim operatorom $-\partial()/\partial z$ te na jed. (3c) diferencijalnim operatorom $\partial()/\partial x$. Provodeći navedeno te uz uvođenje definicije vrtložnosti, nakon sređivanja i oduzimanja nastalih jednadžbi može se doći do jednadžbe [4,6]

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

Dobivena jednadžba je poznata kao jednadžba vrtložnog pronosa (eng.: vorticity transport equation) te je klasificirana kao parabolična diferencijalna jednadžba. Prvi član lijeve strane predstavlja materijalnu derivaciju polja vrtložnosti i opisuje brzinu promjene polja Ω . Druga dva člana lijeve strane uzrokuju rastezanje i skupljanje vrtloga uslijed djelovanja gradijenta u polju vrtložnosti. Član na desnoj strani opisuje difuzivnu narav polja vrtložnosti.

3. Numerički model toka

U svrhu izrade numeričke analize je potrebno provesti diskretizaciju vremenske i prostorne domene toka. U tu svrhu će se koristiti metoda konačnih razlika. Kako bi se ustanovilo polje brzine u blizini pravokutnog energetskog disipatora, koristiti će se $\Omega\psi$ oblik NS jednadžbi. Pritom, kako je i ranije navedeno, problem će se reducirati na način da će se strujno polje razmatrati samo u 2D vertikalnoj ravnini oko pravokutnog energetskog disipatora u kojoj će se definirati varijable toka za nestacionarni tok vode.

3.1. Diskretizacija $\Omega\psi$ oblika NS jednadžbi

Za aproksimaciju prostornih derivacija u jed. (7) i (8) će se koristiti centralna aproksimacija a za aproksimaciju vremenske derivacije aproksimacija bazirana na koraku unaprijed [6]. Vremenska domena će se

diskretizirati ekvidistantno s nizom od $n\Delta t$ vremenskih koraka veličine Δt . Vremenska koordinata varijabli od interesa će se označiti eksponentom n koji definira vremenski korak u kojem se varijabla nalazi.

Prostorna domena toka će se diskretizirati mrežom točaka međusobno udaljenih prostornim korakom Δx u x smjeru te prostornim korakom Δz u z smjeru koordinatne ravnine. Na taj način kontinuirana domena toka definirana koordinatama x i z postaje diskretna domena definirana konačnim brojem diskretnih koordinata (i,k) . Ukupni broj diskretizacijskih točaka u x smjeru iznosi $n\Delta x$ a u z smjeru $n\Delta z$. Ukoliko su prostorni inkrementi Δx i Δz jednaki, diskretizacijska mreža se može definirati kao ekvidistantna.

3.1.1. Diskretizacija jednadžbe polja Ω

Za točku s koordinatama (i,k) se lijeva strana jed. (8) može aproksimirati putem metode konačnih razlika u obliku

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{\Omega_{i,k}^{n+1} - \Omega_{i,k}^n}{\Delta t} \quad (9)$$

Koristeći definiciju (4), prvi član desne strane jed. (8) poprima oblik

$$-\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial x} \approx -\left(\frac{\psi_{i,k+1}^n - \psi_{i,k-1}^n}{2(\Delta z)}\right) \left(\frac{\Omega_{i+1,k}^n - \Omega_{i-1,k}^n}{2(\Delta x)}\right) \quad (10)$$

te se na analogan način može aproksimirati i drugi član u obliku

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \approx \left(\frac{\psi_{i+1,k}^n - \psi_{i-1,k}^n}{2(\Delta x)}\right) \left(\frac{\Omega_{i,k+1}^n - \Omega_{i,k-1}^n}{2(\Delta z)}\right) \quad (11)$$

Diskretan oblik desne strane jed. (8) se definira u obliku

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \approx \frac{1}{Re} \left(\frac{\Omega_{i+1,k}^n - 2\Omega_{i,k}^n + \Omega_{i-1,k}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{\Omega_{i,k+1}^n - 2\Omega_{i,k}^n + \Omega_{i,k-1}^n}{(\Delta z)^2} \right) \quad (12)$$

Supstituirajući dobivene aproksimacije (9, 10, 11, 12) u jed. (8) dobiva se diskretan oblik jed. pronosa vrtložnosti u obliku

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_{i,k}^{n+1} - \Omega_{i,k}^n}{\Delta t} = & -\left(\frac{\psi_{i,k+1}^n - \psi_{i,k-1}^n}{2(\Delta z)}\right) \left(\frac{\Omega_{i+1,k}^n - \Omega_{i-1,k}^n}{2(\Delta x)}\right) \\ & + \left(\frac{\psi_{i+1,k}^n - \psi_{i-1,k}^n}{2(\Delta x)}\right) \left(\frac{\Omega_{i,k+1}^n - \Omega_{i,k-1}^n}{2(\Delta z)}\right) \\ & + \frac{1}{Re} \left(\frac{\Omega_{i+1,k}^n - 2\Omega_{i,k}^n + \Omega_{i-1,k}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{\Omega_{i,k+1}^n - 2\Omega_{i,k}^n + \Omega_{i,k-1}^n}{(\Delta z)^2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

S obzirom da su putem zadavanja početnih uvjeta sve veličine u vremenu n poznate, slijedi da je $\Omega_{i,k}$ u trenutku $n+1$ jedina nepoznanica u jed. (13). Stoga je istu veličinu potrebno izolirati tako da se nađe sama na jednoj strani znaka jednakosti. Na taj se način dobiva eksplicitna numerička shema (što slijedi iz činjenice da su svi članovi na desnoj strani jed. (13) poznati) te je iz stoga ista atraktivna za računalnu implementaciju. Ukoliko se razmatra stacionarno strujanje, lijeva strana jed. (13) postaje jednaka nuli.

3.1.2. Diskretizacija jednadžbe polja ψ

Jednom kad je poznato polje vrtložnosti Ω u svakoj točki (i,k) domene toka, može se definirati strujna funkcija ψ . Koristeći centralnu diferencijaciju [10] za aproksimaciju derivacija u jed. (7), dobiva se jednadžba

$$\frac{\psi_{i+1,k}^n - 2\psi_{i,k}^n + \psi_{i-1,k}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{\psi_{i,k+1}^n - 2\psi_{i,k}^n + \psi_{i,k-1}^n}{(\Delta z)^2} = -\Omega_{i,k}^n \quad (14)$$

Kako je poznata vrijednost vrtložnosti Ω u diskretizacijskoj točki (i,k) , vrijednost strujne funkcije ψ u istoj točki slijedi iz prethodne jednadžbe u obliku

$$\psi_{i,k}^n = \frac{\frac{\psi_{i+1,k}^n + \psi_{i-1,k}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{\psi_{i,k+1}^n + \psi_{i,k-1}^n}{(\Delta z)^2} + \Omega_{i,k}^n}{\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta z)^2}} \quad (15)$$

3.2. Izbor vremenskog koraka

Jednadžbe (13) i (15) definiraju eksplicitni numerički algoritam koji je samo uvjetno stabilan. U svrhu osiguravanja numeričke stabilnosti potrebno je zadovoljiti stanovite kriterije stabilnosti putem kojih se pristupa odabiru adekvatnog vremenskog koraka. Prvi kriteriji stabilnosti nalaže uvjet [6]

$$\frac{\nu \Delta t}{\left(\frac{\Delta x + \Delta z}{2}\right)^2} \leq \frac{1}{4} \quad (16)$$

te i drugi definira nejednakost

$$\frac{|v_x + v_z| \Delta t}{\nu} \leq 2 \quad (17)$$

Naravno, izbor vremenskog koraka mora biti takav da usvojeni Δt istovremeno zadovoljava jed. (16) i jed. (17). Nakon što se usvoji prostorna

diskretizacija domene, odnosno nakon odabira prostornih koraka Δx i Δz , po navedenim kriterijima se pristupa odabiru vremenskog inkrementa. Pritom, s obzirom da se na ovaj način definira vremenski korak koji će osigurati stabilnost u prvom vremenskom koraku, ali ne i nužno u svim ostalim, odabrani vremenski korak je potrebno pomnožiti nekim redukcijskim faktorom kako bi se osigurala numerička stabilnost tokom čitave numeričke simulacije [4, 6].

4. Numerički primjer

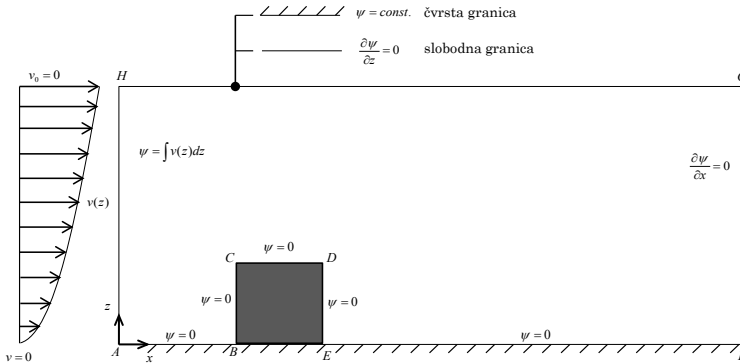
U svrhu provedbe numeričke analize toka potrebno je diskretizirati prostornu domenu. Dužina pravokutne prostorne domene toka L_D iznosi $3L$, a visina $H_D=1L$. U odnosu na navedenu dužinu i visinu pravokutne domene broj prostornih koraka u x smjeru koordinatne ravnine jednak je $n\Delta x=1000$, a broj prostornih koraka u z smjeru jednak je $n\Delta z=50$. U odnosu na navedenu prostornu domenu je zadana dužina $L_B=0.25L$ i visina disipatora $H_B=0.25L$ te položaj $X=0.5L$ u odnosu na ishodište koordinatne ravnine. Sve veličine su normirane obzirom na usvojenu dužinu domene L_D iz razloga jer se koristi bezdimenzionalan oblik NS jednadžbi (3).

4.1. Definiranje rubnih uvjeta

Rubni uvjeti će se definirati na 4 granice domene toka te će se iste kategorizirati kao: ulazna granica (kroz koju se fluid upušta u domenu toka), izlazna granica (kroz koju fluid izlazi iz domene toka), donja granica (koja predstavlja čvrstu podlogu) te gornja granica (koja definira slobodnu strujnicu). Detaljnije specifikacije rubnih uvjeta priložene su u nastavku.

4.1.1. Definiranje rubnog uvjeta za funkciju ψ

Raspored rubnih uvjeta za funkciju ψ je prikazan na Slici 2. Donji rub domene, definiran točkama ABCDEF, smatra se strujnicom te stoga ima konstantnu vrijednost strujne funkcije koja se najčešće usvaja a jednaka je nuli. Gornji rub domene, definiran točkama HG, tretirat će se kao slobodna strujnica te je na istoj definirano Neumann-ov rubni uvjet s $\partial\psi/\partial z=0$ [6]. Pritom, u slučaju da se radi o čvrstoj granici domene, potrebno bi bilo definirati konstantnu vrijednost strujne funkcije zato što bi u tom slučaju taj rub domene predstavljao strujnicu. Izlazni rub domene, definiran točkama FG, isto se tako definira kao propusna granica pa se na istom postavlja uvjet $\partial\psi/\partial x=0$. Na ulaznoj granici je vrijednost strujne funkcije ψ definirana usvojenim profilom brzine [6]. U svrhu izrade numeričkog primjera, profil brzine na ulaznoj granici se definirao karakterističnim profilom brzine za tok u otvorenim koritima.



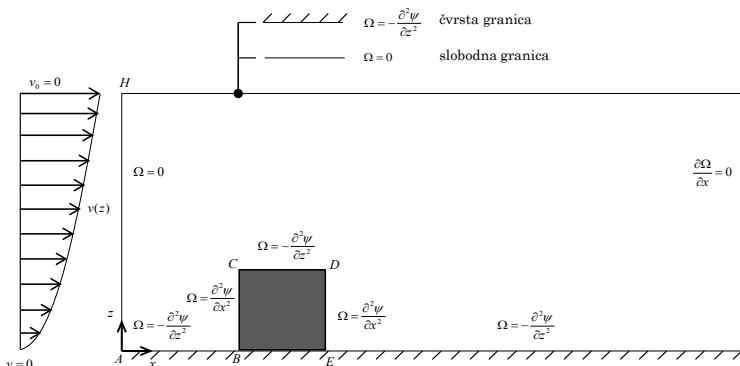
Slika 2. Raspored rubnih uvjeta za funkciju ψ

4.1.2. Definiranje rubnog uvjeta za funkciju Ω

Početni uvjeti za polje vrtložnosti su takvi da je u svakom čvoru diskretizacijske mreže definirano $\Omega_{i,k}=0$. S druge strane, vrtložna gibanja se očekuju na dodirnim površinama fluida i čvrste granice. Iz tog razloga na tim područjima je potrebno definirati rubne uvjete vrtložnosti. Na čvrstim granicama se vrijednost vrtložnosti definira u skladu s Thom-inom formulom [6, 8]

$$\Omega_{i,k} = \frac{-2\psi_{i,k+1}}{(\Delta z)^2} \tag{18}$$

Na ulaznoj granici domene toka usvaja se vrtložnost jednaka nuli, tj. fluid koji ulazi u domenu toka prilazi energetskom disipatoru bez vrtložnih gibanja. Na izlaznoj granici domene toka usvaja se da nema promjena vrtložnosti u x smjeru koordinatnog sustava stoga vrijedi $\partial\Omega/\partial x=0$. Na gornjem rubu domene se usvaja da je vrtložnost jednaka nuli, čime je zadano da fluid na tom mjestu nema dodira s čvrstom granicom.



Slika 3. Raspored rubnih uvjeta za funkciju Ω

4.2. Definiranje rubnih uvjeta

Početni uvjeti su definirani stanjem mirovanja fluida u domeni analize. Dakle, proračun započinje od trenutka u kojem je vrtložnost u domeni jednaka 0. Fluid prisutan u domeni analize se istiskuje nailaskom fluida koji prolazi kroz ulaznu granicu sa zadanim profilom brzine.

4.3. Rezultati numeričke analize

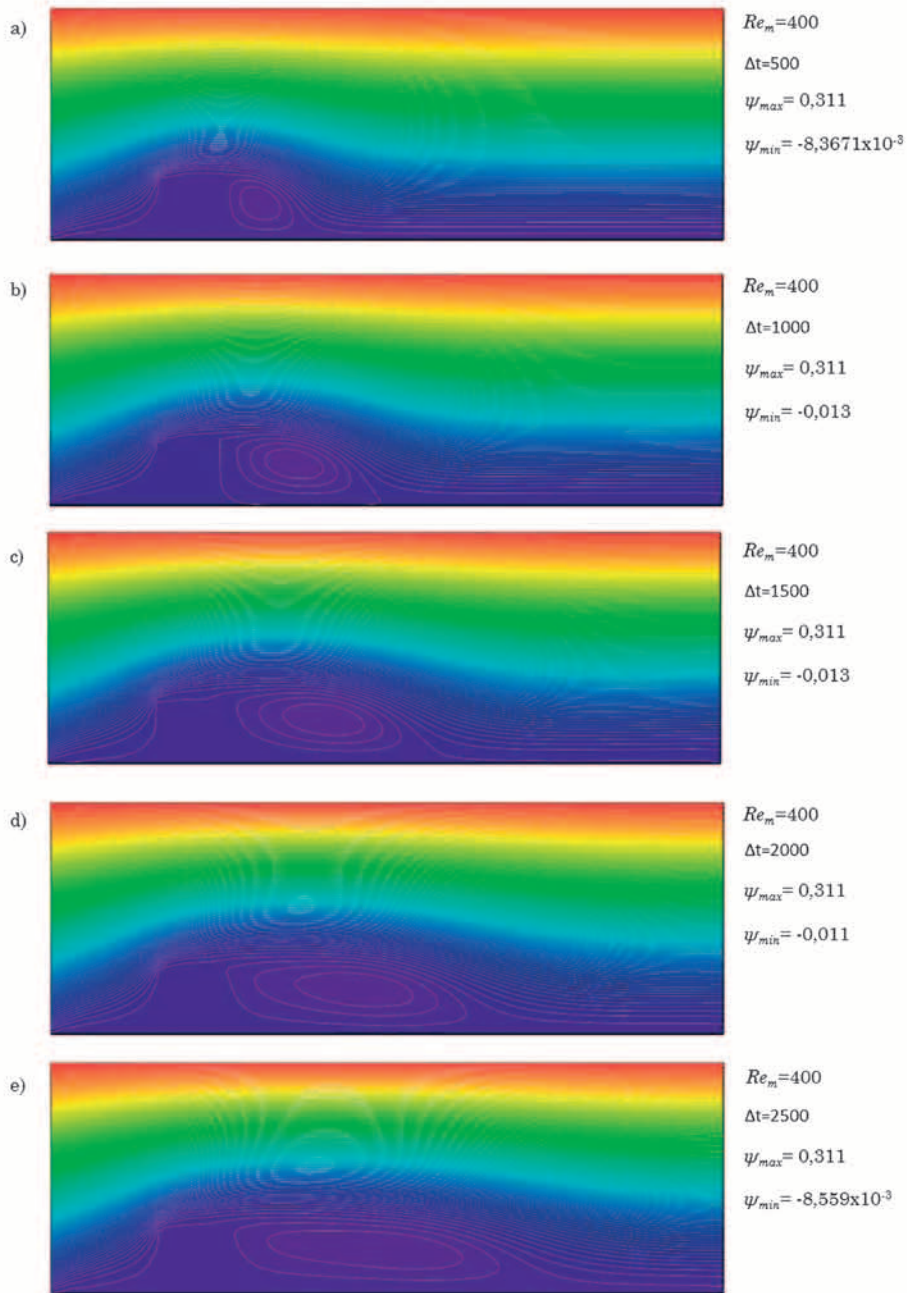
Parametri toka su definirani tako da se ostvari strujanje okarakterizirano s $Re=400$. Počevši od trenutka definiranog početnim uvjetima, rezultati numeričke analize će se u nastavku pokazati za 5 ekvidistantnih vremenskih stanja od trenutka $t=500$ s do trenutka $t=2500$ s. U zahvaćenom će se vremenskom razdoblju sagledavati dinamika razvoja strujnog polja. Svrha primjera je ukazati na dinamiku razvijanja vrtložnog traga u «sjeni» disipatora. Treba naglasiti da s konačnim vremenskim stanjem definiranim s $t=2500$ s nije uspostavljena stacionarnost te prikazani vremenski slijed slika ukazuje samo na period vremena nestacionarnog toka. Činjenica da se u zadanom vremenu nije uspostavilo stacionarno stanje je ustanovljena na način da se povećavala vremenska domena analize te da se kod svakog takvog povećavanja ujedno i ukazivala izmjena u zadnjim vremenskim stanjima. Iako rezultati numeričkog modela nisu validirani, pregledom sličnih primjera iz literature [7] se ustanovilo da model predviđa strujno polje koje je u kvalitativnom smislu korektno. U nastavku se prilažu kratki komentari na dobivene rezultate.

4.3.1. Osvrt na polje ψ

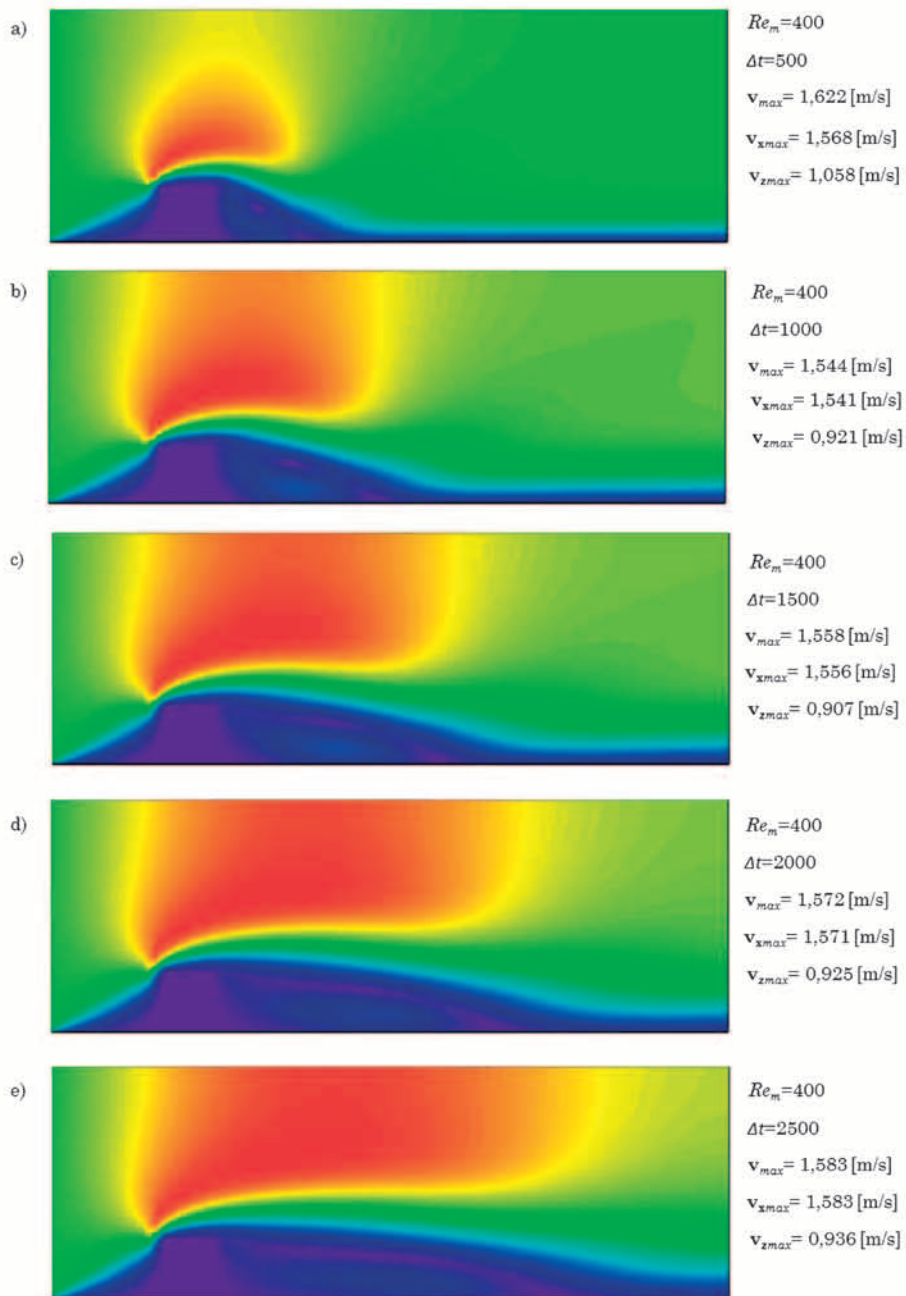
Na Slici 4 je prikazano polje ψ za 5 ekvidistantnih vremenskih intervala u odmaku od $\Delta t=500$ s. Za svako vremensko stanje je vidljiv stanoviti broj strujnica kojima se nastoji ukazati na strujnu sliku u području oko disipatora. Za prvo vremensko stanje $t=500$ s ukazuje se manji vrtlog u sjeni disipatora. Tokom vremena se isti vrtlog širi i mijenja svoj položaj (odnosno središte) tako da se povlači u pravcu toka. U narednom vremenskom koraku $\Delta t=1500$ s zahvaća trostruko veće područje od onog ustanovljenog u prvom vremenskom koraku analize. Porast veličine vrtloga u periodu od $t=0$ do $t=1500$ s je znan te s daljnjim vremenskim odmakom njegova veličina raste, ali sporije nego do tada.

4.3.2. Osvrt na polje v

Na Slici 5 je prikazana dinamika razvoja polja brzine odnosno skalarnog polja magnitude vektora brzine. Analiza polja brzine ukazuje na to da se recirkulacijsko područje iza pravokutnog disipatora ukazuje gotovo odmah tj. već nakon nekoliko vremenskih koraka analize. Pritom, u svakom narednom koraku se cirkulacijski vrtlog sve jasnije evidentira. U središtu cirkulacijskog vrtloga je brzina toka izuzetno mala te je to područje interesantno u vidu



Slika 4. Dinamika razvoja polja strune funkcije



Slika 5. Dinamika razvoja polja brzine

zadržavanja lebdećeg nanosa. Naime, ukoliko lebdeći nanos dospije u područje recirkulacijske zone, isti se u tom području zadržava te po umirivanju toka deponira iza samog disipatora.

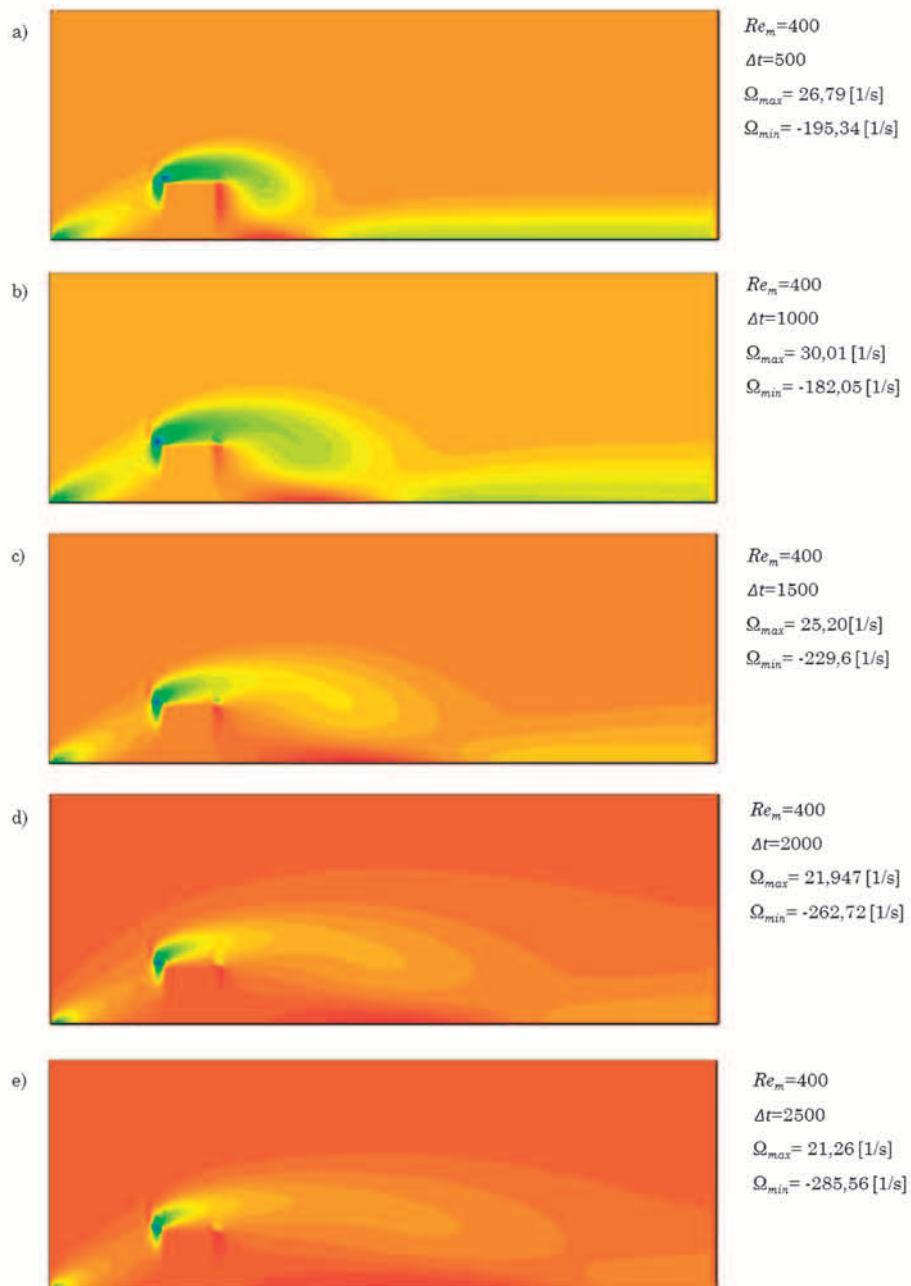
4.3.3. Osvrt na polje Ω

Polje vrtložnosti prikazano na Slici 6 ukazuje na dinamiku razvoja graničnog sloja u području dodira fluida i čvrste konture. Drugim riječima, na prikazanim slikama se može lako ustanoviti vrtložni trag odnosno generiranje vrtložnosti na ulazu u domenu toka neposredno ispred disipatora. Isto tako, vrtložnost se generira i na dodiru fluida i prednje strane disipatora i to posebno na gornjem lijevom rubu disipatora. U sjeni disipatora je u trenutku $t=500$ s ustanovljen mali porast vrtložnosti. Valja primijetiti da na donjoj čvrstoj granici se generira vrtložnost. Kako je bilo i za očekivati, tokom vremena se područje zahvaćeno vrtložnim gibanjem širi po domeni toka. Posebno je tu evidentno širenje područja vrtložnosti u razini visine energetske disipatora. Isto tako, dobro je primijetiti razvoj vrtložnosti na dodiru fluida i gornje plohe disipatora. No, sve navedeno treba tumačiti sa stanovitom rezervom jer je opis polja vrtložnosti u $\Omega\psi$ formulaciji jako osjetljiv na prisustvo oštih bridova kao što je slučaj u prikazanom primjeru. Iako rezultati numeričkog modela nisu u kvantitativnom smislu validirani, isti se u kvalitativnom smislu slažu s primjerima iz literature [7].

5. Zaključak

Kako bi se definirala veličina recirkulacijske zone i analiza toka u blizini jednog pravokutnog energetske disipatora, proveda se za prikladno definirane rubne i početne uvjete numerička integracija $\Omega\psi$ oblika Navier-Stokes-ovih jednačini. U tu svrhu se koristila numerička metoda konačnih razlika. Za izradu numeričkog primjera koristio se programski paket MathCAD 15. Vrijeme koje je bilo potrebno za izvršenje simulacije na temelju ulaznih parametara kretalo se između 3 do 5 minuta. Prostorna domena analize je obuhvaćena vertikalnom ravninom u kojoj su definirani obrisi energetske disipatora. Ulazni profil brzine definiran je kao karakterističan profil brzine koji se može ostvariti u reguliranom otvorenom koritu. Ulazni parametri toka su zadani na način da definiraju Reynolds-ov broj $Re=400$. Numerička analiza je provedena za nestacionarni tok te su rezultati analize prikazani s 5 ekvidistantnih vremenskih stanja od trenutka $t = 500$ do $t = 2500$ s. Rezultati numeričkog modela nisu komparirani s eksperimentima, ali se pregledom literature [7] ustanovilo da izrađen numerički model u kvalitativnom smislu dobro predviđa karakteristike toka za razmatrani slučaj tečenja.

Dobro je napomenuti da numerički algoritmi ovakvog tipa nude mogućnost kvantificiranja hidrodinamičkog djelovanja na energetske disipatore, a samim time daju podlogu za provedbu prikladnog dimenzioniranja istih.



Slika 6. Dinamika razvoja polja vrtložnosti

Literatura

- [1] Merkle, G.P., Irrigation conveyance and control: Flow measurement and structure design, *Technical report*, Utah State University, 2004.
- [2] Mazumder, S.K., Energy dissipation devices, *Technical report*, Delhi College of Engineering, 2011.
- [3] Agroskin, G.T., Demitrijev, G.T., Pikalov, F.I., *Hidraulika*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1973.
- [4] Rylov, Y.A., Hydrodynamic equations for incompressible inviscid fluid in terms of generalized function, *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*: 541-570, 2004.
- [5] Travaš, V., Rukopis predavanja iz predmeta hidraulika, *Interna skripta*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2010.
- [6] Eraković, M., Numerička analiza opstrujavanja potopljenog pravokutnog energetskog disipatora, *Diplomski rad*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2013.
- [7] Doma, S.B., Sirafy, I.H., El Sharif, A.H., Two dimensional fluid flow past a rectangular plate with variable initial velocity, *Alexandria Journal of Mathematics*, 1:36-57, 2010.
- [8] Weinan, E., Jian-Guo, L., Vorticity Boundary Condition and Related Issues for Finite Difference Schemes, *Journal of Computational Physics*, 124, 368-382, 1996.
- [9] Socolofsky, S., Fluid dynamics for ocean and environmental engineering, lecture 04: Strain and vorticity, *Technical report*, Texas Ocean Engineering, 2012.
- [10] Mitra, A.K., Finite difference method for the solution of Laplace equation, *Technical report*, Department of Aerospace Engineering, 2012.

NEKE SPECIFIČNE HIDRAULIČKE POJAVE U KUĆNIM HIDROINSTALACIJAMA

SOME PARTICULAR PLUMBING HYDRAULIC PHENOMENA

Ivan KUŠT*, **Nives KLOBUČAR****, **Nevena DRAGIČEVIĆ*****, **Velimir LABINAC******

Sažetak

Sastavni dio čovjekove svakodnevnice je uporaba raznih vodovodnih armatura i sanitarnih uređaja čije smetnje u funkcioniranju značajno utječu na kvalitetu stanovanja. U radu su pojašnjene neke specifične hidrauličke pojave vezane uz promjene tlaka i brzine toka vode u kućnom vodovodu koje mogu biti uzrokom navedenih smetnji. Pored toga, opisane su posljedice pojave podtlaka u kanalizacijskim cijevima te je priložen model otjecanja u visokim odvodnim vertikalama. Iako navedene pojave uglavnom djeluju štetno po kućne hidroinstalacije, neke je moguće korisno upotrijebiti te su prikazani uređaji i sustavi koji se time koriste. Također se opisuje kako se energetska učinkovitost i održivost primjenjuje u kućnim hidroinstalacijama i uređajima vezanim uz njih.

Ključne riječi: *kućne hidroinstalacije, hidrauličke pojave, energetska učinkovitost*

* INŽENJERING – KOMERC d.o.o., Omišaljska 32, 51 500 Krk
E-mail: ivan.kust@gradri.hr

** PROJEKT – H d.o.o. , Pulac 50/2, 51 000 Rijeka
E-mail: nives.klobucar@gradri.hr

***Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: nevena.dragicevic@gradri.hr

**** Odjel za fiziku, Sveučilište u Rijeci, Radmile Matejčić 2, 51000 Rijeka
E-mail: velimir.labinac@ri.t-com.hr

Abstract

An integral part of human everyday life is the use of various plumbing and sanitary devices whose malfunctions could significantly affect the quality of habitation. In this paper are presented some of these malfunctions which are related to the particular hydraulic phenomena connected to pressure changes and water flow rate in the household water pipes. Also, in the paper will be shown how the negative water pressure affects sewage pipes. A model of drainage from the high stacks will be included as well. Although these phenomena are mostly harmful, it is possible to utilize some of them by using special devices and systems. It will also be shown how energy efficiency and sustainability can be applied to household plumbing and devices connected to it.

Key words: *plumbing, hydraulic phenomena, energy efficiency*

1. Uvod

Trošak izvedbe instalacija u zgradama iznosi značajnih 50% ukupne investicije za zahtjevnije zgrade kao što su bolnice, do 20-30% za jednostavnije zgrade kao što su one stambeno-poslovne. Od toga, na vodovod i kanalizaciju otpada cca 10% [1], odnosno, prema [2] 7,68% ukupnog troška i svrstava se u isti red s centralnim grijanjem i klimatizacijom. Zbog napretka u kvaliteti materijala za cijevi i armature te želje budućih korisnika za većom kvalitetom i luksuzom korištenja sanitarnih uređaja, taj postotak je u usponu. Kupaonica nije više mračna i tijesna prostorija namijenjena osnovnoj higijeni, već se pretvara u intimnu wellness oazu; kuhinja nije mjesto gdje se brzo pripravlja ručak, nego ukusno uređeni kutak opremljen vrhunskim dizajnerskim ispusnicama na fleksibilnoj cijevi i sudoperima s ugrađenim nečujnim drobilicama otpada, ugradbenim perilicama posuđa A++ energetskog razreda i sl. Suvremena sanitarna tehnika omogućava velike uštede, kako u javnim, tako i u privatnim objektima. Kako bi se utvrdila stvarna ekonomičnost određenog proizvoda ustanovljen je klasifikacijski sustav WELL (Water Efficiency Label) - klasa ekonomičnosti potrošnje vode. Pored toga, svake godine se dodjeljuju razne nagrade za dizajn i inovativnost sanitarnih uređaja diljem svijeta što nam govori o važnosti sanitarne tehnike u zgradama. Međutim, iza zida od pločica od npr. kaljenog stakla u kupaonici ili ispod poda od samočišćećeg inoxa postoji onaj isti standardni sustav dovoda pitke i odvoda upotrebljene vode. Naravno, i u tom je dijelu učinjen golem napredak, kako po pitanju sanitarne ispravnosti (cijevi za pitku vodu sigurne od ispuštanja toksičnih sastojaka i jednostavne za postizanje vodonepropusnosti) tako i po pitanju sigurnosti od oštećenja (višeslojne cijevi), protupožarne zaštite (cijevi koje ne gore, odnosno prilikom topljenja ne ispuštaju opasne kemikalije) pa i univerzalnosti (proizvedena je vrsta cijevi za sve namjene u sanitarnoj tehnici). Tome je pridonijela i opsežna zakonska regulativa i europske norme koje su postrožile pravila za buku i opasnost od požara te energetska efikasnost koja ne podrazumijeva samo

uštedu energije već i ukupni utrošak energije te ekološku prihvatljivost tijekom cijelog procesa od proizvodnje do korištenja proizvoda (primarna energija, korištenje vodnih resursa i mogućnost recikliranja).

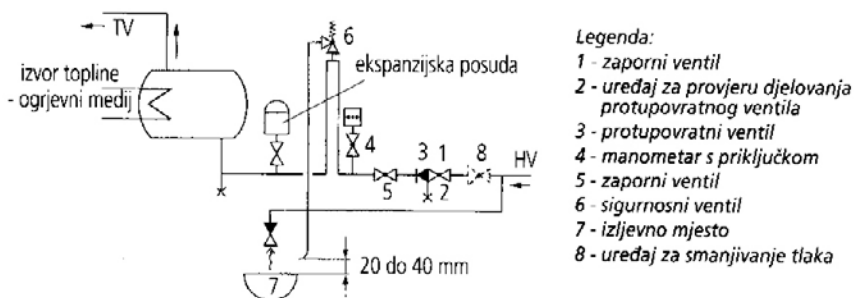
Ipak, tog skrivenog sustava cijevi sjetimo se uglavnom samo onda kada dođe do kvara: buka, udarci, pištanje, smanjeni protok, curenje, začepljenje, neugodni mirisi... dug je popis neugodnosti i šteta koje mogu nastati zbog nepravilnog funkcioniranja sustava vodoopskrbe i odvodnje u zgradama. Stoga je važno dobro razumijevanje takvih pojava, a svakako i znanje o tome na koji ih način možemo izbjeći, odnosno ispraviti. Nevjerojatan je podatak da je tek 1926. g. na Međunarodnom kongresu u Parizu donesen propis po kojem sifon mora imati vodeni zatvarač (vodeni čep) visine minimalno 5 cm. Još će mnoge godine proći prije nego se stvore uvjeti za donošenje normi za sanitarnu tehniku, najprije pojedinačno u svakoj zemlji, a onda i za cijelo područje Europe. U Hrvatskoj su za područje kućnih hidroinstalacija prihvaćene europske norme:

- HRN EN 806:2005 - 2011, Specifikacije za instalacije u zgradama za dovod vode za ljudsku uporabu, Dio 1 – 5,
- HRN EN 12056: 2000 - Gravitacijski odvodni sustavi u zgradama, Dio 1 – 5.

2. Hidrauličke pojave u kućnom vodovodu

2.1. Kako sanitarna sigurnost može utjecati na hidrauliku sustava?

Uz dovod pitke vode u zgrade najčešće se veže pojam sanitarne ispravnosti vode. Jedna od mjera koju je prema zakonu komunalno poduzeće dužno provoditi je zaštita od povratnog toka vode kojim se javni vodoopskrbni sustav štiti od povrata potencijalno zagađene vode iz internih kućnih sustava. Takva naprava koja se ugrađuje iza vodomjera može prouzročiti povećanje tlaka u sustavu pripreme tople vode te je obavezna ugradnja ekspanzijske posude



Slika 1. Primjer ugradnje ekspanzijske posude [3]

(Slika 1) bez obzira na ventil za reduciranje pritiska (tzv. reducir ventil). Navedeno ukazuje na to da i sanitarne mjere mogu utjecati na hidrauličke parametre toka vode u kućnom vodovodnom sustavu.

2.2. Zvučne pojave

Pištanje, struganje, udarci, vibracije i glasan šum u kućnoj vodovodnoj mreži mogu nastati zbog:

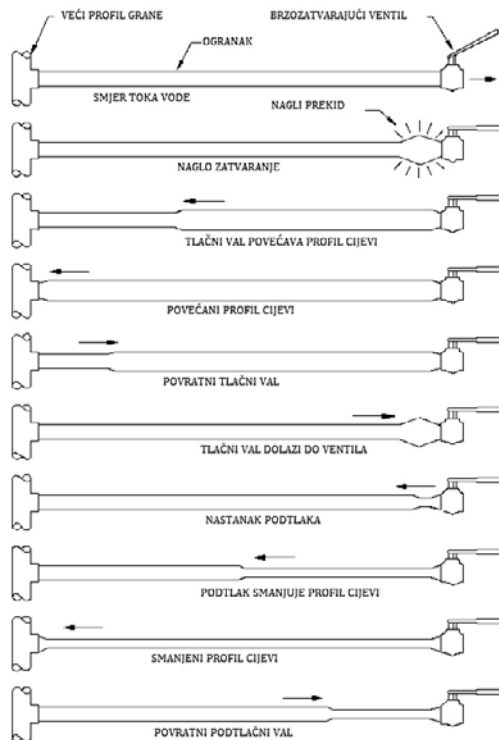
- prevelike brzine toka vode u cijevima,
- oštih rubova u otvoru cijevi,
- naglih promjena promjera i pravca cijevi,
- mjehura zraka ili pare u cijevi,
- loše izvedenih armatura (suženi kanali, oštri rubovi, oštećenja, otpali dijelovi, premali promjer i sl.),
- hidrauličnog udara,
- struganja cijevi po čvrstoj podlozi zbog toplinskog istezanja (skupljanja) cijevi, pomaka (dilatacija) konstrukcije,
- vibracija motora i crpki,
- šuma pri izlivanju iz ispusnica,
- udara mlaza vode o čvrstu površinu sanitarnog uređaja i dr.

Buku u vodovodnoj instalaciji treba spriječiti prilikom ugradnje jer su kasnije prepravke teške i skupe, a ponekad i neizvedive. Osnovno je da se instalacije ne ugrađuju u tanke pregradne zidove što je normom i zabranjeno te da su odgovarajuće izolirane i dobro učvršćene. U današnje vrijeme proizvođači cijevi u mogućnosti su proizvesti izuzetno glatku unutrašnju površinu cijevi i ispravno obrađene krajeve cijevi čime je razlog za buku gotovo ukinut. Šum ispusnice uvelike je umanjen ugradnjom perlatora koji su povoljni i u smislu štednje vode. Međutim, buku od prevelike brzine vode uklanjamo upravo hidrauličkim proračunom kojim određujemo profile cijevi tako da brzina ne prelazi 3 ms^{-1} , a bolje da se kreće između 1 i 2 ms^{-1} . Važno je i da brzina bude što ravnomjernije raspoređena uzduž cijevi u cijelom sustavu jer pri nagloj promjeni također nastaju šumovi.

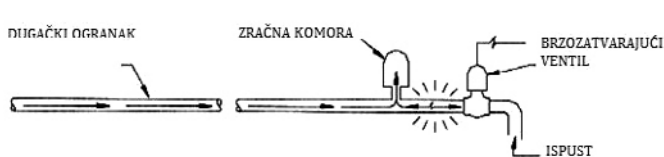
2.3. Hidraulički udar - negativni utjecaj

Iz hidrotehničke prakse je poznato da svaku izrazitiju promjenu protoka u tlačnoj cijevi prati niz uzastopnih povećanja i smanjenja tlaka vode što djeluje na stijenke cijevi (Slika 2). Obzirom da su takve pojave najčešće popraćene zvukovima nalik udarcu, takva neustaljena strujanja se u literaturi spominju kao hidraulički ili vodni udar.

Do hidrauličkog udara najčešće dolazi kada se tok vode pod visokim tlakom naglo zaustavi, kao npr. u slučaju naglog zatvaranja slavine ili ventila. Posljedice hidrauličkog udara mogu biti oslabljivanje ventila, olabavljenost



Slika 2. Ilustracija hidrauličkog udara u cijevi kućnog vodovoda



Slika 3. Ugradnja zračne komore na kućnom vodovodu

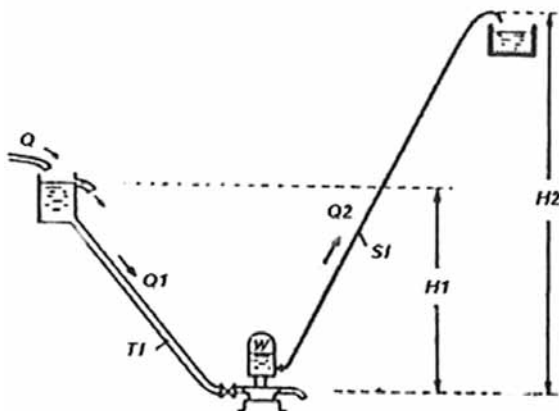
nosaa cjevovoda i curenje na spojevima. Obzirom da plastične cijevi imaju oko 100 puta veći modul elastičnosti E od metalnih, bolje apsorbiraju dio energije udara i pogodnije su za ugradnju na mjestima gdje se takvi problemi očekuju [4].

Načini sprečavanja hidrauličkog udara i njegovih posljedica su zamjena brzohodnih ventila sporohodnima te postavljanje zračnih komora (Slika 3) u blizini ventila ili pumpi koje izazivaju hidraulički udar, a smanjivanjem brzine protjecanja može se smanjiti i prirast tlaka nastao hidrauličkim udarom.

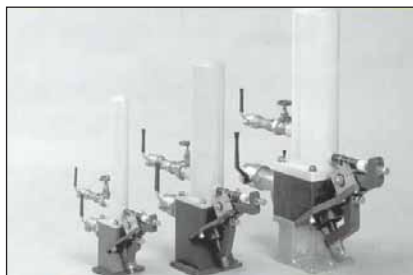
2.4. Iskorištavanje posljedica hidrauličkog udara

Hidraulički udar se može namjerno izazvati da se otkriju mjesta na kojima cijevi puštaju vodu te da se ustanovi postoje li zarobljeni zračni džepovi u cjevovodu. Mnogo važnije, pojava hidrauličnog udara može se iskoristiti za izvedbu crpke za podizanje vode na stanovitu visinu. Za navedeno je potreban tzv. *vodeni ili hidraulički ovan* koji nema pogon na električnu struju niti na bilo koju vrstu konvencionalnog pogonskog goriva, nego koristi samo kinetičku energiju vode za crpljenje. Izvor pogonske vode može biti zahvat vrela ili cisterna, ali je najpogodnija za korištenje voda u blizini obilnih vodenih tokova jer je iskoristivost pogonske vode loša - u najpovoljnijem slučaju potroši se 15 puta više pogonske vode nego što se podigne. Za podizanje vode koristi se naglo povećanje pritiska kojim se voda podiže na visinu veću od visine statičke razine vodenog stupca. Prema [5] najprikladniji odnos $H1/H2$ (Slika 4) iznosi od 1:6 do 1:7 pri čemu duljina voda $T1$ treba biti 5 - 15 m.

Crpka je konstruirana tako da prvo pušta vodu mimo potrošača kako bi dobila dovoljno veliku brzinu, odnosno kinetičku energiju. Budući da se pri tome jedan dio vode mora ispustiti, crpka je prvenstveno prikladna za korištenje na vanjskom prostoru. Kada voda dostigne potrebnu brzinu, zatvori se udarni ventil kroz koji je voda maloprije istjecala. Potrebno je primijetiti da je voda prije zatvaranja imala određenu kinetičku energiju. Nakon zatvaranja ventila tlak vode doseže relativno veliku vrijednost, otvara se nepovratni ventil prema hidroforskoj posudi pa jedan dio vode odlazi u hidroforsku posudu i tlači zrak u njoj. Na taj se način kinetička energija vode pretvara u potencijalnu energiju komprimiranog zraka. Komprimirani zrak zatim potiskuje vodu iz hidroforske posude prema potrošaču. Kada tlak u dovodnom dijelu padne, zatvori se nepovratni ventil, otvori se udarni ventil i ciklus kreće iz početka.



Slika 4. Shematski prikaz rada hidrauličkog ovna



Slika 5. Primjer komercijalnih izvedbi crpki tipa hidraulički ovan

Ova je crpka vrlo jednostavna. Osim dva ventila nema drugih pokretnih dijelova pa ju je moguće lako napraviti uz osnovna vodoinstalaterska znanja. Naravno, postoje i mnoge komercijalne izvedbe ove crpke (Slika 5).

3. Kanalizacija

3.1. Podtlak u kanalizacijskim cijevima

Kod vodoravnih kućnih kanalizacijskih vodova osnovni pokazatelj ispravnog djelovanja je stupanj ispunjenosti koji je jednak omjeru promjera cijevi i razine otpadne vode u njoj. Ako je vrijednost stupnja ispunjenosti premala, razina vode u cijevi nije dovoljna za odvođenje krupnijih čestica pa dolazi do njihovog zadržavanja na stijenkama cijevi, što može uzrokovati začepljenje instalacije. Ako je stupanj ispunjenosti prevelik, unutar instalacije nastaju zračni džepovi koji izazivaju podtlak u nekim njezinim dijelovima (Slika 6).

Prilikom izvođenja vodoravnih priključaka treba nastojati izbjeći povratno strujanje u jednu ili drugu cijev što može uzrokovati zastoje i začepljenje korištenjem spojnih elemenata pod kutem od 45° , posebnih dvostrukih koljena



Slika 6. Primjer isisavanja sifona zbog pojave potlaka

s okomitim odsječkom, ekscentričnih prijelaznih elemenata ili priključaka s gornje strane. Obavezno treba izvesti primarnu ventilacijsku vertikalnu, a ako je potrebno i sekundarnu ventilaciju kojom se dovodi zrak na kritično mjesto podtlaka.

3.1.1. Korištenje podtlaka u kanalizaciji

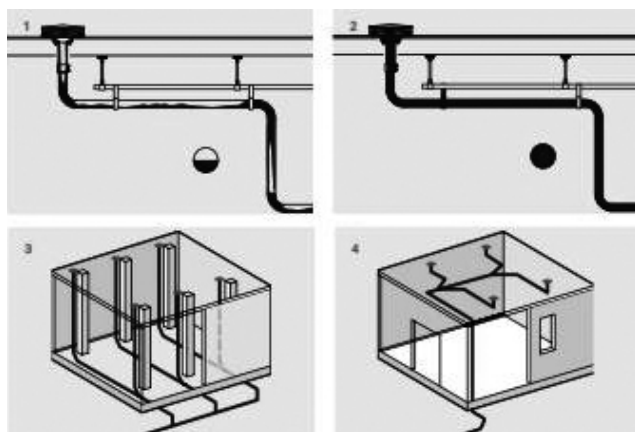
Uobičajeno štetni podtlak u kanalizaciji može se iskoristiti u odvodnji krovnih voda većih površina. Za razliku od konvencionalnih metoda odvodnje krovnih voda, sistem podtlačne krovne odvodnje funkcionira tek kad se cijevi u potpunosti ispune (Slika 7). Odvodi krovne vode osiguravaju da se sabirne cijevi i vertikale relativno malih dimenzija vrlo brzo napune kada pada kiša. Tako se stvara zatvoreni stup vode koji relativno brzo utječe u cjevovod, što rezultira negativnim tlakom. Kao rezultat toga, nije potrebno uzimati u obzir nagib za vodoravnu sabirnu cijev. Povećana brzina toka također omogućava samočišćenje cijevi i tako smanjuje opasnost od začepljenja.

3.2. Modeli za proračun vertikalne sile

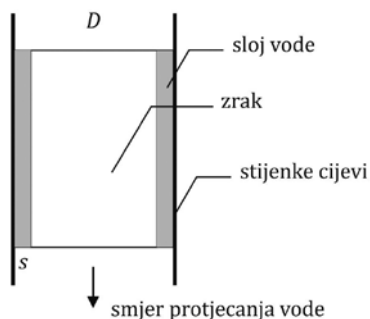
Za kućne kanalizacijske vertikale često se postavlja pitanje zašto u kanalizaciji tlakovi ne rastu linearno progresivno kao što bi bilo za očekivati za stupac vode i kako je moguće da vodeni klip od npr. ispuštanja vodikotlića zapremine 10 l prilikom udara o dno vertikale ne izazove razbijanje cijevi? Odgovor na to pitanje prikazat će se pomoću matematičkog modela.

3.2.1. Pretpostavke

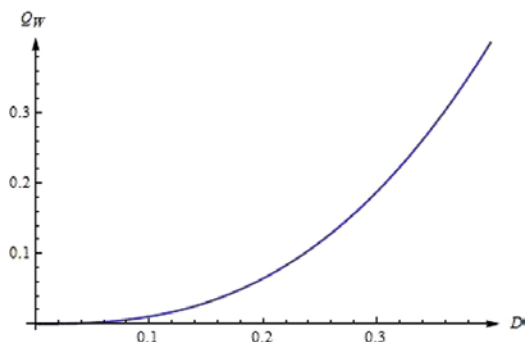
Usporedit će se vrijednosti sile dva modela u kojima otpadna voda djeluje na podlogu u prizemlju kada se pusti da pada u neprekinutom toku kroz odvodnu cijev promjera 100 mm s visine od 30 m (što odgovara visini



Slika 7. Razlika u funkcioniranju klasične i podtlačne odvodnje krovnih voda



Slika 8. Pojednostavljeni prikaz protoka vode kroz okomitu cijev.



Slika 9. Graf maksimalnog protoka dobiven iz (8) za $s = D/16$.

zgrade od 10 katova). Primijenit će se model slobodnog padanja vode te realističniji model u kojem se uzima u obzir trenje između vode i stijenki cijevi.

U oba modela će se pretpostaviti da se voda kroz odvodnu cijev spušta u tankom sloju uz stijenke cijevi, a ima oblik šupljeg valjka (Slika 8).

Eksperimentom je pokazano da pri maksimalnom protoku kroz cijev debljina sloja s iznosi

$$s = \frac{D}{16}, \quad (1)$$

gdje je D promjer cijevi. Sila F se u oba modela može izračunati pomoću izraza

$$F = \rho Q_w V_t, \quad (2)$$

gdje je ρ gustoća otpadne vode, $\rho \approx 103 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, Q_w je maksimalni protok vode kroz cijev, a V_t brzina kojom voda udara o podlogu u prizemlju. Zbog relativno male debljine sloja vode, opravdano je površinu poprečnog presjeka računati po formuli

$$S \approx D\pi s. \quad (3)$$

3.2.2. Model slobodnog padanja

U modelu slobodnog padanja uzima se u obzir samo djelovanje gravitacijske sile tijekom protjecanja vode kroz cijev. Brzina vode nakon pada s visine H iznosi

$$V_t = \sqrt{2gH}, \quad (4)$$

gdje je $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Maksimalni protok za (3) pri navedenoj brzini iznosi

$$Q_w = SV_t = D\pi sV_t. \quad (5)$$

Sila na podlogu je prema (2) jednaka

$$F = \rho D\pi sV_t^2 = 2\pi g\rho D H s. \quad (6)$$

Uvrste li se u (6) vrijednosti $D = 0,1$ m, $H = 30$ m i $s = D/16 = 0,00625$ m, sila će iznositi

$$F = 1155,71 \text{ N}. \quad (7)$$

3.2.3. Model temeljen na Colebrook-White-ovoj jednadžbi

Model temeljen na Colebrook-White-ovoj jednadžbi opisuje realistični protok otpadne vode uzimajući u obzir viskoznost vode, trenje vode sa stjenkama cijevi i turbulentan tok. Colebrook-White-ova jednadžba glasi [1]

$$Q_w = -4\pi\sqrt{2g}Ds^{3/2} \log_{10} \left(\frac{k}{14,8s} + \frac{0,31375\nu}{\sqrt{2g}s^{3/2}} \right), \quad (8)$$

gdje je k hrapavost cijevi i za glatke PVC cijevi iznosi $k = 0,004 \cdot 10^{-3}$ m, a kinematička viskoznost vode $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Uvrštavanjem $s = D/16$ u (8) dobije se funkcija $Q_w(D)$ čiji graf je prikazan na Slici 9.

U modelu (8) uzima se u obzir da voda dostigne konačnu brzinu V_t svega nekoliko metara nakon početka otjecanja duž okomite cijevi. Naime, tada je gravitacijska sila i sila trenja sa stjenkama cijevi u ravnoteži pa voda otječe konstantnom brzinom kroz cijev. Konačna brzina V_t se može izračunati po formuli

$$V_t = K \left(\frac{Q_w}{D} \right)^{0,4}, \quad (9)$$

gdje vrijednost parametra K za PVC cijevi iznosi 14,9 u odgovarajućim jedinicama SI sustava [1].

Uvrsti li se u jednadžbu (8) $D = 0,1$ m, dobiva se vrijednost protoka $Q_w = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, dok je vrijednost konačne brzine $V_t = 4,99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Koristeći jednadžbu (2), sila F poprima vrijednost

$$F = 51,14 \text{ N}. \quad (10)$$

3.2.4. Zaključak modeliranja

Usporede li se vrijednosti dobivene putem (7) i (10), primijetit će se da je sila od pretpostavljenog slobodnog pada 22,6 puta veća. Takva sila od preko tisuću N bila bi zaista štetna za kanalizacijske cijevi koje nisu predviđene za unutarnji tlak. Međutim, to se u praktičnim slučajevima ne događa iz razloga koji su objašnjeni u prethodnom proračunu.

Put kojeg otpadna voda prijeđe prije nego dostigne konačnu brzinu je moguće odrediti po formuli [1]

$$Z_t = 0.159 V_t^2 . \quad (11)$$

Za vrijednost izračunate konačne brzine $V_t = 4,99 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pređeni put iznosi $Z_t = 3,95 \text{ m}$ čime se potvrđuje početna pretpostavka da je Z_t mnogo manji od visine zgrade H . Može se zaključiti da već nakon 3 - 5 m, ovisno o promjeru kanalizacijske vertikale, brzina padanja otpadne vode postaje stalna i ne ovisi o visini zgrade.

4. Energetska učinkovitost i održivost hidroinstalacija

Energetska učinkovitost kućnih hidroinstalacija ne određuje se samo perilicama posuđa i rublja ili električnim zagrijačima vode. U mjere poboljšanja eneretskog razreda i mjere štednje može se predvidjeti centralna priprema tople vode ili tzv. *pametni sustavi* za upravljanje, ali i izmjenjivač topline ugrađen na ispušt perilice ili kade (Slika 10).

Energetska učinkovitost podrazumijeva i štedljive ispusnice koje ne kapaju i koje ugradnjom perlatora štede i do 30% od godišnje potrošnje vode [6]. U energetska učinkovitost spadaju i održivi materijali tj. materijali koji se izrađuju od sirovina iz obnovljivih izvora u skladu s okolišem jer preuzimaju odgovornost o učincima tijekom cijelog životnog ciklusa proizvoda uključujući



Slika 10. Izmjenjivač topline na odvodnoj cijevi tuša

prijevoz, pakiranje te mogućnost ponovne prerade ili primjene. Kriteriji su održivost učinkovitosti izvora, energetska učinkovitost, očuvanje vode, kvaliteta zraka u unutarnjem prostoru i pristupačna cijena te socijalni učinak. Npr. za proizvodnju kilograma betona potrebno je 2 l vode, za kg drva 20 l, čelika 40 l, a za plastiku čak 185 l, ali obrnuto proporcionalno za plastiku treba manje energije dok za čelik treba najviše, čak 32 MJ u odnosu na drvo koje treba 2,5 MJ energije [7].

Stoga se revolucionarnim smatra proizvodnja materijala Saphir-Keramik koji je združio sva dobra svojstva raznih materijala koji se koriste u sanitarnoj tehnici: laku obradivost plastike, trajnost keramike i čvrstoću i mogućnost izvedbe tankih stijenki od čelika. Zbog malog utroška energije za proizvodnju i prijevoz, malog utroška materijala zbog tankih stijenki te mogućnosti recikliranja, ali također i vrhunskog dizajna, spada u sam vrh sanitarne tehnike.

5. Zaključak

Posljedice nepravilno projektiranog i/ili nepravilno izvedenog kućnog vodovoda i kanalizacije mogu bitno utjecati na funkcionalnost sustava kao i na kvalitetu boravka ljudi u tim prostorima. Krivo izvedene instalacije teško je ispraviti (ponekad i nemoguće), a radovi se izvode uz velike troškove.

U negativne pojave u kućnom vodovodu spada buka i pojava naglog povećanja tlaka - hidraulički udar. Promjene tlakova uslijed hidrauličkog udara mogu biti neprimjetne i beznačajne, ali mogu biti i vrlo velike te prouzročiti puknuće cjevovoda ili oštećenja i otkazivanje pojedinih dijelova istog vodovodnog sustava. Hidraulički udar može biti uzrok i drugih učinaka pored povećanog opterećenja na cjevovod i njegove elemente. Udar može utjecati i na regulaciju sustava ili na mjerenje protoka sustava. Ipak, posljedice hidrauličkog udara se mogu i povoljno iskoristiti. Najbolji primjer toga je jednostavna crpka, tzv. hidraulički ovan, koja iskorištava učinak hidrauličkog udara kako bi crpila vodu na visinu veću od visine ulaznog toka (dotoka).

Kod kućne kanalizacije se najvećim problemom smatra pojava podtlaka koja uzrokuje pojavu usisa vode iz sifona, povrat strujanja vode, začepljenje i druge pogonske smetnje. Pojava se može ublažiti ispravnim izvođenjem spojeva i izvedbom ventilacije. Ipak, i ova se pojava može praktično iskoristiti u podtlačnoj odvodnji krovnih voda izvedbom manjih profila i manjim razvodom cijevi.

U doba opće štednje energije i vode, vrlo je važno posvetiti posebnu pažnju i sustavu kućnih hidroinstalacija. Mjere za poboljšanje energetske svojstava zgrade uključuju i poboljšanje energetske razreda elektro-uređaja u sklopu sanitarnih sustava, ali i uštede u količini potrošene vode kao i održivosti ugrađenih materijala.

Literatura

- [1] Wise, A.F.E., Swaffield J.A., *Water, Sanitary and Waste services for Buildings*, Butterworth-Heinemann, London, 1995.
- [2] *Standardna kalkulacija radova u visokogradnji, Bilten IX 2012*, Institut IGH d.d. Zagreb, Zagreb, 2012.
- [3] Labudović, B. i suradnici, *Osnove tehnike instalacija vode i plina*, Energetika Marketing, Zagreb, 2003.
- [4] Sharp, B.B., Sharp, D.B., *Water hammer: Practical solutions*, Butterworth-Heinemann, London, 1996.
- [5] Radonić, M., *Vodovod i kanalizacija u zgradama*, obnovljeno izdanje, Croatia knjiga, Zagreb, 2003.
- [6] Više autora, *Priručnik za energetske certificiranje zgrada*, Program Ujedinjenih naroda za razvoj - UNDP, Zagreb, 2010.
- [7] Vrančić, T., Današnje potrebe i potrebe budućih generacija, *Građevinar*, br. 64, HKIG, Zagreb, 2012.

ANALIZA HIDROLOŠKIH MEĐUODNOSA NA PROSTORU CERKNIŠKOG I PLANINSKOG POLJA (SLOVENIJA)

ANALYSIS OF HYDROLOGIC INTERRELATIONS IN THE REGION OF CERKNIŠKO POLJE AND PLANINSKO POLJE (SLOVENIA)

Anja MAGLICA*, Josip RUBINIĆ**

Sažetak

U radu su sadržani rezultati provedenih hidroloških analiza krških vodnih pojava na regionalnom prostoru Cerknškog i Planinskog polja u Sloveniji. Hidrološke obrade provedene su, kako na dugogodišnjoj vremenskoj skali promatranja, tako i na unutargodišnjoj. Analizirani su dugogodišnji hodovi karakterističnih vrijednosti protoka i vodostaja te njihovi trendovi. Detaljna analiza protoka provedena je za hidrološku postaju Hasberg na rijeci Unici (Planinsko polje) koja je zaključna postaja istraživanog prostora, s podacima još od 1926. g. Rezultati provedenih analiza autokorelacijske i kroskorelacijskih funkcija pokazali su da srednji godišnji protoci pokazuju periodičnost s intervalom od četrnaest godina, koliko je i razdoblje povezanosti srednjih i maksimalnih godišnjih protoka, dok kod srednjih i minimalnih godišnjih protoka nije utvrđena nikakva slična povezanost. Na temelju niza srednjih dnevnih podataka o protocima provedena je analiza brzine reakcija voda između Planinskog polja, Pivške kotline te Rakovog Škocjana i Cerknškog jezera. Nivogrami postaja Dolenje i Gorenje Jezero na rijeci Stržen (Cerknško jezero) za razdoblje od 1962. do 1975. godine pokazuju da je tijekom vodnih razdoblja sve povezanije i funkcionira kao jedan sistem, dok tijekom sušnih razdoblja postoji veća mogućnost lokalnog funkcioniranja. Pri višim vodostajima na Dolenjem Jezeru, vrijednost koeficijenta

* Plan 21, Ružičeva 16, 51000 Rijeka, Hrvatska
E-mail: anja.maglica@gmail.com

** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, R. Matejčić 3, 51000 Rijeka, Hrvatska
E-mail: jrubicin@gradri.hr

determinacije ($R^2 = 0,92$) između postaja Dolenje i Gorenje Jezero ukazuje na izrazito čvrstu međuovisnost, dok pri niskim vodostajima Dolenjeg Jezera međuovisnost nije utvrđena. Zapravo, kada dođe do zasićenja krškog vodonosnika ove postaje pokazuju čvrstu vezu, a samo zasićenje je u većoj mjeri izraženo pri višim vodostajima Dolenjeg Jezera.

Ključne riječi: Cerknjiško polje, Planinsko polje, krški vodonosnici, hidrološke analize

Abstract

The paper presents the results of conducted hydrologic analyses of karst water phenomena in the region of Cerknjiško polje and Planinsko polje in Slovenia. The hydrologic analyses were conducted both on a time scale of many years and on an annual time scale. Long-term changes in the characteristic values of discharges and water levels and their trends are analyzed. A detailed discharge analysis was made for the Hasberg hydrologic station on the Unica River (Planinsko polje), which is the final station of the analyzed region with data dating as far back as 1926. The results of the conducted analysis of auto-correlation and cross-correlation functions show that the mean annual discharges suggest a periodic quality with a 14-year interval, identical to the correlation period of the mean and maximum annual discharges, whereas no similar correlation was identified for the mean and minimum annual discharges.

Based on a series of average daily data on discharges, an analysis was carried out of the rate of water reaction between Planinsko polje, the Pivka depression and Rakov Škocjan and Cerknjiško Lake. The hydrographs of the stations Dolenje Lake and Gorenje Lake on the Stržen River (Cerknjiško Lake) for the 1962-1975 period show that during wet periods everything is more correlated and functions as one system, whereas during dry periods the potential for local functioning is higher. During high water levels at Dolenje Lake, the value of the coefficient of determination ($R^2 = 0.92$) between the stations Dolenje Lake and Gorenje Lake suggests a particularly strong interdependency, whereas during low water levels in Dolenje Lake no interdependency has been identified. As a matter of fact, when the saturation occurs, these two stations show a strong correlation and the saturation itself is marked more during higher water levels in Dolenje Lake.

Key words: Cerknjiško polje, Planinsko polje, karst aquifer, hydrologic analyses

1. Uvod

Područje istraživanja obuhvaća dio krškog porječja Ljubljance, koje je, uz karakteristični tršćanski krš, uključeno u klasične krške predjele Europe. Pozornost istraživača krša plijeni još od 17. stoljeća u kojem je Valvasor istraživao i pisao o već tada poznatom fenomenu, Cerknjiškom jezeru [1]. Unatoč brojnim nastojanjima još uvijek nisu otkrivene sve zakonitosti funkcioniranja voda i krškog vodonosnika na ovim prostorima. Međuovisnost površinskih i podzemnih protoka na tokovima koji izmjenjuju svoje položaje i režim tečenja uzrokuju serije hidroloških enigma koje nisu do kraja riješene. Zbog tih se činjenica pristupilo analizi hidroloških međudnosa u sklopu

diplomskoga rada [2], na temelju kojeg je pripremljen dani rad. Glavni cilj bio je analizirati hidrološke zakonitosti, kako na dugogodišnjoj vremenskoj skali, tako i na unutar-godišnjoj te ispitati brzine reakcija voda. Naglasak je stavljen na mjernu postaju Hasberg (rijeka Unica-Planinsko polje) zbog dugog niza mjerenih podataka i specifičnog položaja te postaje na Cerkniškom jezeru u sklopu kojih je provedena regresijska analiza.

U širem pogledu promatrano područje nalazi se u Notranjsko-kraškoj regiji susjedne nam Slovenije. Rijeka Ljubljanica prikuplja vode sa krajnjeg sjeverozapadnog dijela dinarskog krša. Njeno vodno tijelo smješteno je u podzemlju gdje vode sa krških visoravni teku u više različitih smjerova. Položaj sliva Ljubljanice i njenih pritoka prikazan je na Slici 1.

Orografski, ova je površina značajno različita. Visinska razlika između najvišeg Snežnika i izvora Ljubljanice koji se nalazi kod Vrhnike iznosi 1505 m. Reljef je uvjetovan geološkim strukturama i geomorfološkim razvojem na kontaktu Alpi s jedne i Dinarida s druge strane te položajem između Jadranskog i Crnog mora. Za ovo su područje karakteristične krške šumovite visoravni u gornjim dijelovima usred kojih se postepeno prema izvorima spuštaju krška



Slika 1. Položaj slivnog područja Ljubljanice. 1- površinska vododijelnica, 2-vododijelnica u krškom podzemlju, 3-jadransko-crnomorska vododijelnica, 4-nekrški dio slivnog područja, 5- krški dio slivnog područja, 6-područje na kojem su se vršili testovi praćenja 1975. (izrađeno prema [3])

polja s jedinim površinskim vodama – ponornicama koje napajaju krške izvore i dijelom manje površinske pritoke. U reljefnim oblicima i ostacima fluvijalnih sedimenata očuvani su tragovi površinskih tokova koji su se postepenom karstifikacijom premjestili u podzemlje [3].

Dio krškog sliva Ljubljaničice, koji se analizira u ovom radu, možemo podijeliti u nekoliko dijelova. To su Planinsko polje, Cerčniško polje (jezero), Rakov Škocjan, Pivška kotlina, Loško polje kao i krški masivi Javornik i Snežnik te visoravan Bloke.

2. Područje istraživanja

Prvi zapisi o istraživanju ovog područja datiraju iz 1689. godine kada je Valvasor pisao o krškom fenomenu Cerčniškom jezeru [1]. Njegov je rad ujedno prvi opis krških fenomena uopće i rezultirao je time da se naziv polje koristi u izvornom obliku kao internacionalni termin u istraživanju krša. U 18. stoljeću više se pažnje počelo usmjeravati na hidrologiju zbog planova o melioraciji jezera, odnosno iskorištavanja jezera kao akumulacije. Bitna otkrića o funkcioniranju slivnog područja Ljubljaničice sadržana su u knjizi „Underground Water Tracing – Investigation in Slovenia 1972-1975“ [3]. Od 1981. do danas, u sklopu Instituta za istraživanje krša u Postojni provedena su brojna geološka, hidrogeološka i geomorfološka istraživanja u svrhu razumijevanja pojava krških voda na ovim prostorima.

Područje Slovenije pripada prijelaznom klimatskom području između mediteranske i kontinentalne klime. Promjena najviše dolazi do izražaja upravo u porječju Ljubljaničice zbog „Postojnskih vrata“, velikog planinskog prijelaza Dinarskih Alpi [3]. Okršavanje nije bilo ujednačeno u cijelom slivnom području te je uvelike ovisilo o lokalnim geološkim i geomorfološkim uvjetima. Zbog toga, pored običnih razvojnih karakteristika pojedinih polja, možemo prepoznati i neke njihove karakteristične osobine.

Planinsko polje predstavlja najvažniji vodeni sustav u slivu Ljubljaničice. Dno polja zauzima 16 km² gotovo ravne površine smještene na 447 m n.m. [4]. Razvoj polja ovisio je o krškim vodama u okolini Cerknice i Postojne. U razvoju se mogu raspoznati dvije faze. Starije dno polja nalazilo se na visini od 520 m n.m., dok je daljnje produbljivanje dovelo do sadašnje nadmorske visine, pa su se na granicama polja formirali podzemni kanali. Na južnoj strani polja, na kredskom vapnencu, pojavljuju se dva stalna krška izvora; Unica i Malenščica koja se zajedno spajaju u rijeku Unicu [5]. Unica izvire u Planinskoj jami gdje se pod zemljom spajaju dva kraka, Pivški i Rakov rukav na oko pola kilometara od ulaza [6]. Vode rijeke Unice poniru na sjevernoj i istočnoj granici polja i ponovno izvire u obliku rijeke Ljubljaničice.

Cerčniško polje najveće je krško polje u Sloveniji i zaštićeno je kao prirodni fenomen. Većinom ravno dno polja prekriva oko 38 km² površine, dok se za

vrijeme poplava dio polja pretvara u prostrano krško jezero površine 26 km². Tijekom povijesti se smatralo da će poplave nestati ukoliko se očiste ponori, a ukoliko se začepi, bit će moguće stvoriti akumulaciju. To nije bilo moguće, jer se ovo područje ponaša poput velike spužve. Naime, oko tri metra ispod površine nalazi se razina krške vode. Ukoliko se podzemno lice krške vode podiže, javljaju se poplave, a ukoliko opada, poplava nema. Na jugozapadnom dijelu polja podiže se krški masiv Javornik, a na sjeverozapadnom Bloška visoravan i Slivnica. Polje je poplavljeno oko šest mjeseci godišnje. Izvori su smješteni na istočnoj i južnoj te djelomično na zapadnoj strani polja. Ponorska zona, spilje i podzemni okršeni kanali ponajviše su rasprostranjeni na lokalitetu Jamski zaliv na sjeverozapadnoj granici polja. Najviše vode otječe kroz spilje Mala i Velika Karlovica, gdje je poznato više od 7 km prohodnih kanala [3]. Niže vode poniru većinom u sekundarne, manje značajne ponore i brojne estavele koje se nalaze na sredini polja [6].

Rakov Škocjan je krška depresija smještena ispod sjeverne strane planine Javornik, između Planinskog i Cerknjiškog polja, na visini od oko 500 m n.m. Na ovom području susreću se vode iz Cerknjiškog polja i djelomično iz krškog masiva Javornik i teku u 2,5 km dugoj površinskoj rijeci Rak koja izvire blizu Malog naravnog mosta od kuda se dolina širi i putem nekoliko izvora dodatno napaja rijeku. Rijeka Rak ponire u Tkalca jamu i teče prema izvorima Malenščica i Unica u Planinskom polju. Zbog veličine i kompleksnosti strukture vododijelnice, proporcije različitih dotoka mijenjanju se s vremenom u različitim hidrološkim uvjetima [7].

Postojnska kotlina smještena je između 500 i 750 m n.m. i okružena puno višim okolnim gorama. Sa svih strana okružuje ju karstificirani vapnenac, dok se na višim nivoima nalazi fliš. Duž 59 km dugog litološkog kontakta fliša i vapnenca formiralo se 17 malih rijeka ponornica koje su stvorile tek 2,3 km² krša [6]. Glavna krška rijeka ponornica koja teče ovim područjem je Pivka. Većina njene vode dolazi iz krških izvora na južnom dijelu korita. Glavni dotok Pivke je Nanoščica koja se napaja u zapadnom dijelu kotline na području izgrađenom od fliša. Pivka ponire na lokalitetu nizvodno od Soviča gdje nastavlja svoj tok sve dok ne dođe do Planinskog polja i ponovno izvire kao rijeka Unica. U svom podzemnom toku stvorila je jednu od najpoznatijih prirodnih ljepota Slovenija, Postojnsku jamu.

3. Hidrološke podloge

Kvalitetno i dugotrajno mjerenje hidroloških veličina jedan je od najvažnijih aspekata hidrologije jer upravo ti podaci pridonose pouzdanosti širokog spektra analiza u kojima se koriste. U Republici Sloveniji osnovnu potporu cijeloj hidrološkoj djelatnosti predstavlja mreža hidroloških postaja, odnosno hidrološki monitoring.

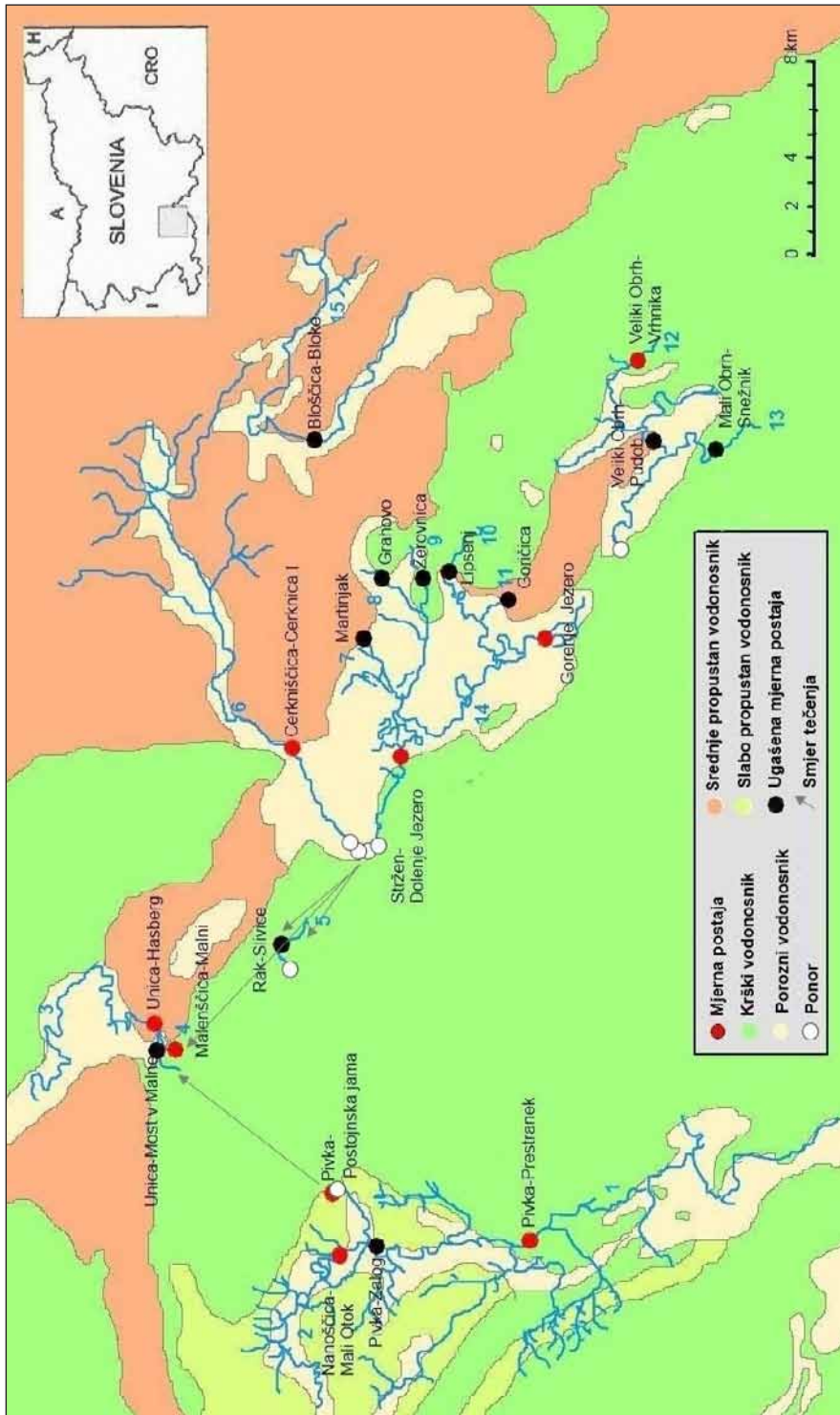
Prikupljanje hidroloških podataka za potrebe ovog rada vršeno je putem internet stranica Agencije Republike Slovenije za Okolje [8], koja djeluje u sklopu Ministarstva za poljoprivredu i okoliš Republike Slovenije. Za potrebe rada preuzeti su mjereni dnevni podaci vodostaja i protoka. Važno je naglasiti da su svi podaci javno dostupni.

Na Slici 2 prikazana je karta istraživanog područja na kojoj su naznačene mjerne postaje za koje su preuzeti mjereni podaci. Na rijeci Pivki nalaze se mjerne postaje Prestranek, Zalog i Postojnska jama. Mjerna postaja Zalog osnovana je 1974., a ukinuta 1982. godine. Postaje Prestranek i Postojnska jama još su uvijek aktivne, a počele su s radom 1954. odnosno 1950. godine. Na pritoci rijeke Pivke, Nanoščici, mjerenja su se vršila na dvije postaje: Mali Otok i Hrenovice. Postaja Hrenovice ima relativno kratak niz mjerenih podataka (1961.-1968.), pa su preuzeti podaci samo za postaju Mali Otok (1968.-danas). Na rijeci Unici postojalo je tijekom povijesti više postaja, točnije Hasberg, Most v Laze, Most v Malne, Planinska jama, Planinska jama I, Pod stenami i Jakovica. Za potrebe rada preuzeti su podaci za postaju Hasberg na kojoj su mjerenja započela 1926. i Most v Malne (1954.-1982.). Malenščica ima samo jednu mjernu postaju, Malni, koja je od izuzetne važnosti zbog korištenja ovog izvora u vodoopskrbi. Mjerenja su započela 1961. godine, a traju i danas. Na rijeci Rak tijekom povijesti su utemeljene dvije postaje: Mali naravni most (1974.-1981.) i Slivice (1961.-1986.). Za potrebe daljnjih analiza preuzeti su podaci sa Slivica. Na rijeci Cerknjščici postojale su dvije postaje: Cerknica (1954-1960) i Cerknica I (1961.-danas). Nadalje, preuzeti su podaci sa postaja smještenih na površinskim vodotocima Martinjščici, Grahovščici, Žerovniščici, Lipsenjščici i Goriškom potoku.

Postaje na spomenutim vodotocima su prestale s radom, a djelovale su redom: Martinjak (1961.-1982.), Grahovo (1954.-1982.), Žerovnica (1954.-1989.), Lipsenj (1954.-1989.), Goričica (1961.-1982.).

Na vodotoku Stržen nalaze se postaje Gorenje Jezero, Dolenje Jezero i Vodonos, koje su s radom započele 1954. godine. Vodonos se ugasio 1982., a druge dvije su i danas aktivne. Vodotok Mali Obrh tijekom povijesti imao je tri mjerne postaje: Kozarišće (1960.-1969.), Snežnik (1896.-1975.) i Šmarata (1973.-1989.), od kojih više niti jedna nije aktivna. Zbog relativno kratkog niza mjerenih podataka na Kozarišću, za tu mjernu postaju nisu preuzeti podaci. Blizu Malog Obrha nalazi se Veliki Obrh s dvije mjerne postaje, Vrhnikom i Pudobom (1952.-1989.). Mjerenja na Vrhniku započela su 1961., a traju i danas. Posljednji vodotok na promatranom području je Bloščica, na kojoj su nekad postojale dvije postaje, Bloke (1968.-1976.) i Bloke I (1968.-1986.).

Budući da se dostupnost podataka razlikuje od postaje do postaje, bilo je potrebno razlučiti koji su nizovi dovoljno dugi i neprekinuti da bi se odredilo koji će se podaci koristiti u daljnjim analizama. U danom primjeru pokazalo se da je razdoblje od 1961. do 1975. bilo razdoblje intenzivnih mjerenja.



Slika 2. Karta istraživanog područja; Vodotoci: 1-Pivka, 2-Nanošćica, 3-Unica, 4-Malenščica, 5-Rak, 6-Cerkniščica, 7-Martinjščica, 8-Grahovščica, 9-Žerovniščica, 10-Lipseniščica, 11-Goriški potok, 12-Mali Obrh, 13-Veiki Obrh, 14-Stržen, 15-Bloščica (Izrađeno prema [9])

4. Metodologija

Cilj obrada u danom radu je analiza hidroloških međuodnosa na regionalnom prostoru Cerkniškog i Planinskog polja. Zbog velikog obima prikupljenih podataka, prvo se pristupilo osnovnoj statističkoj obradi kako bi dobili ograničeni broj rezultata s kojima bi se mogle opisati hidrološke značajke vodnih pojava. Od osnovnih statičkih parametara korišteni su aritmetička sredina, standardna devijacija, koeficijent varijacije te minimalna i maksimalna vrijednost promatranog skupa.

Korelacijska analiza koristila se u svrhu nadopunjavanja nedostajućih podataka kao i utvrđivanja međuovisnosti dviju mjerljivih varijabli. Međuovisnost se izražava koeficijentom korelacije K koji se kreće u rasponu od $-1 < K < 1$. U hidrologiji se smatra da je korelacija između istraživanih pojava značajna ako je apsolutna vrijednost koeficijenta korelacije K veća od 0,60 [10].

Autokorelacijska funkcija pruža indirektno informacije o skladišnom kapacitetu i stupnju karstifikacije krškog sistema i definira tromost sustava. Računa se na temelju vremenskog pomaka i obično se uzima da je takva unutarnja korelacija prisutna dok je njena apsolutna vrijednost veća ili jednaka 0,2. Kroskorelacijska funkcija prikazuje unakrsnu povezanost istraživanih varijabli, a predstavlja korelacijski odnos između dvaju stohastičkih procesa.

U radu su korištene jednostruke i višestruke regresijske analize pri čemu su dobivene matematičke jednadžbe koje izražavaju kako je jedna slučajna varijabla korelativno povezana sa drugom slučajnom varijablom, ili sa više slučajnih varijabli. Osnovni model za višestruku regresiju je:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n = \alpha(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Prema principu najmanjih kvadrata problem se svodi na određivanje funkcije $\alpha(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tako da funkcija parametara a i b_1, b_2, \dots, b_n :

$$\varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n) = \sum_{i=1}^N [y_i - (a + b_1x_1^i + b_2x_2^i + \dots + b_nx_n^i)]^2 \quad (2)$$

dostiže svoj minimum. Poznato je da funkcija $\varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)$ ima minimum ako su svih $(n+1)$ njenih parcijalnih po a i b_1, b_2, \dots, b_n jednaki nuli [11]. Za izračunavanje višestruke regresije korišten je tablični kalkulator Microsoft Office Excel, odnosno njegova funkcija LINEST.

5. Rezultati i rasprava

5.1. Opći hidrološki odnosi na istraživanom prostoru

Na proučavanom prostoru prikupljeni su podaci o dnevnim protocima sa dvadeset i jedne mjerne postaje. Zbog prekratkog i nepotpunog niza mjerenih

podataka, iz daljnjih obrada isključeno je šest postaja. Mjerne postaje koje su za odabrano razdoblje (1961.-1975.) imale neprekidan niz mjerenih podataka su redom: Prestranek i Postojnska jama na rijeci Pivki, Hasberg na Unici, Malni na Malenščici, Pudob na Velikom Obrhu i Snežnik na Malom Obrhu. Zbog prevelikog obima podataka pristupilo se izračunu koeficijenta korelacije na razini srednjih godišnjih protoka, od kojih je u nastavku napravljena matrica koeficijenta korelacije, prikazana u Tablici 1 i 2. Cilj je bio uočiti koje

Tablica 1. Matrica koeficijenta korelacije dobivenih na razini srednjih godišnjih protoka (m^3/s) - (1961.-1975.)

tablica korelacija (R)	Prestranek	Postojnska jama	Most v Malne	Hasberg	Malni	Slivice	Cerknica I
1. Pivka-Prestranek	1,000	0,848	0,856	0,902	0,639	0,835	0,624
2. Pivka-Postojnska jama	0,848	1,000	0,881	0,938	0,670	0,728	0,733
3. Unica-Most v Malne	0,856	0,881	1,000	0,895	0,592	0,739	0,589
4. Unica-Hasberg	0,902	0,938	0,895	1,000	0,772	0,845	0,752
5. Malenščica-Malni	0,639	0,670	0,592	0,772	1,000	0,792	0,456
6. Rak-Slivice	0,835	0,728	0,739	0,845	0,792	1,000	0,245
7. Cerkniščica-Cerknica I	0,624	0,733	0,589	0,752	0,456	0,245	1,000
8. Martinjščica-Martinjak	0,579	0,708	0,719	0,798	0,584	0,788	0,711
9. Grahovščica-Grahovo	0,546	0,584	0,555	0,702	0,801	0,785	0,559
10. Žerovniščica-Žerovnica	0,847	0,727	0,744	0,777	0,382	0,569	0,725
11. Lipsenjščica-Lipsenj	0,888	0,885	0,935	0,913	0,781	0,852	0,671
12. Goriški potok-Goričica	0,799	0,864	0,930	0,917	0,530	0,831	0,565
13. Mali obrh-Snežnik	0,873	0,906	0,782	0,933	0,746	0,825	0,725
14. Veliki obrh-Vrhnika	0,768	0,903	0,770	0,913	0,596	0,724	0,751
15. Veliki obrh-Pudob	0,662	0,705	0,549	0,692	0,523	0,597	0,553

Tablica 2. Matrica koeficijenta korelacije dobivenih na razini srednjih godišnjih protoka (m^3/s) - (1961.-1975.)

tablica korelacija (R)	Martinjak	Grahovo	Žerovnica	Lipsenj	Goričica	Snežnik	Vrhnika	Pudob
1. Pivka-Prestranek	0,579	0,546	0,847	0,888	0,799	0,873	0,768	0,662
2. Pivka-Postojnska jama	0,708	0,584	0,727	0,885	0,864	0,906	0,903	0,705
3. Unica-Most v Malne	0,719	0,555	0,744	0,935	0,930	0,782	0,770	0,549
4. Unica-Hasberg	0,798	0,702	0,777	0,913	0,917	0,933	0,913	0,692
5. Malenščica-Malni	0,584	0,801	0,382	0,781	0,530	0,746	0,596	0,523
6. Rak-Slivice	0,788	0,785	0,569	0,852	0,831	0,825	0,724	0,597
7. Cerkniščica-Cerknica I	0,711	0,559	0,725	0,671	0,565	0,725	0,751	0,553
8. Martinjščica-Martinjak	1,000	0,747	0,499	0,964	0,814	0,690	0,815	0,617
9. Grahovščica-Grahovo	0,747	1,000	0,237	0,841	0,621	0,718	0,706	0,734
10. Žerovniščica-Žerovnica	0,499	0,237	1,000	0,973	0,721	0,784	0,678	0,390
11. Lipsenjščica-Lipsenj	0,964	0,841	0,973	1,000	0,994	0,853	0,849	0,449
12. Goriški potok-Goričica	0,814	0,621	0,721	0,994	1,000	0,880	0,966	0,817
13. Mali obrh-Snežnik	0,690	0,718	0,784	0,853	0,880	1,000	0,912	0,768
14. Veliki obrh-Vrhnika	0,815	0,706	0,678	0,849	0,966	0,912	1,000	0,717
15. Veliki obrh-Pudob	0,617	0,734	0,390	0,449	0,817	0,768	0,717	1,000

stanice najbolje međusobno koreliraju kako bi se u nastavku moglo vršiti nadopunjavanje podataka na razini srednjih mjesečnih protoka za devet postaja koje u odabranom razdoblju nemaju cjeloviti niz mjerenih podataka.

Iako je u većini slučajeva najpogodnije da se koreliranje provodi preko najbliže stanice na istom vodotoku, dobiveni podaci govore da u razvijenim krškim sustavima to nije uvijek slučaj. Tako primjerice, postaja Prestranek, koja se nalazi na rijeci Pivki, najbolju korelacijsku povezanost na razini srednjih godišnjih podataka ne pokazuje sa stanicom Postojnska jama, koja se nalazi na istoimenom vodotoku, već sa postajom Hasberg na rijeci Unici. Razlog tome leži u činjenici da vode rijeke Pivke, nakon što poniru, ponovno izviru na površinu upravo u obliku rijeke Unice. Vodotok Lipsenjčica pokazuje izuzetno dobre vrijednosti koeficijentata korelacije sa gotovo svim postajama, no to je vjerojatno zbog činjenice da je upravo za postaju Lipsenj niz mjerenih podataka najkraći.

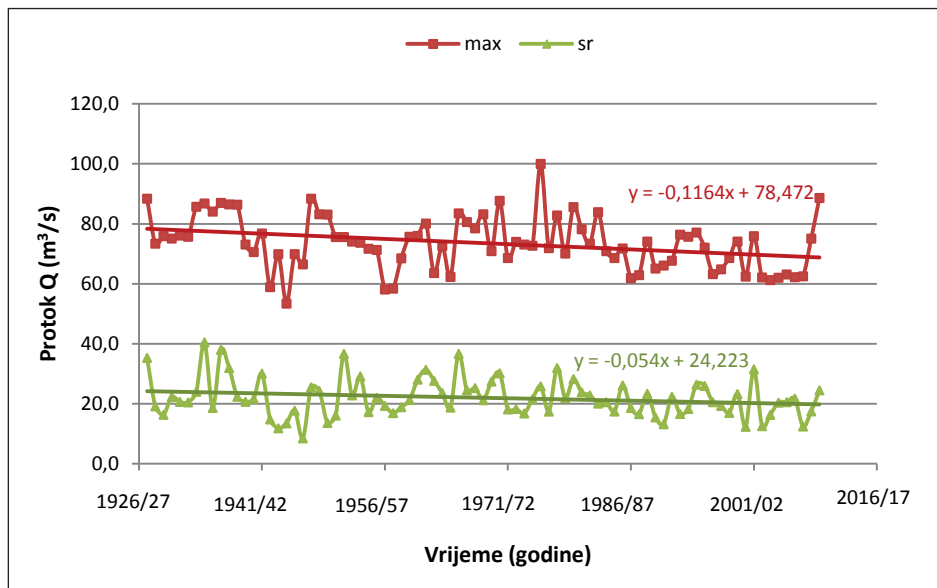
5.2. Analiza hidroloških značajki na duljoj vremenskoj skali

Mjerna postaja Hasberg procijenjena je kao ključna postaja na istraživanom području pa je za nju provedena detaljnija hidrološka analiza. Upravo na ovom mjestu skupno se registriraju vode Unice, Malenščice i drugih površinskih međudotoka. Uzmemo li u obzir da se kod Unice u podzemlju spajaju Pivški i Rakov rukav, ne čudi činjenica da ova mjerna postaja bilježi najveće vrijednosti protoka na promatranom području. Sa stranice Agencije Republike Slovenije za Okolje bilo je moguće preuzeti niz mjerenih podataka za razdoblje od 1926. do 2009. godine.

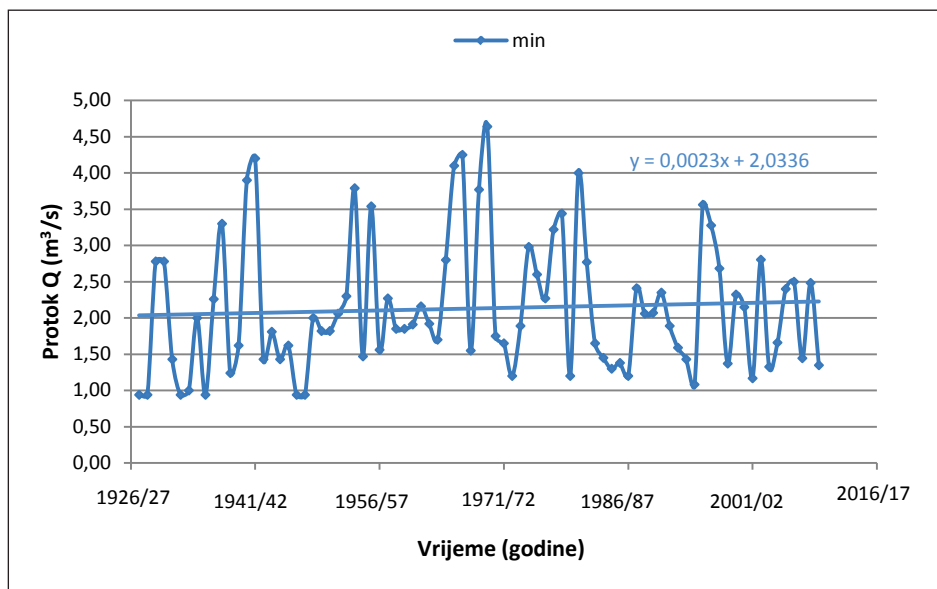
Prije početka obrada, iz dnevnih podataka o protocima dobivene su srednje mjesečne vrijednosti, nakon čega se pristupilo osnovnoj statističkoj obradi podataka. Daljnje obrade hidroloških podataka vršene su u hidrološkim godinama kako bi se dobila predodžba o najvišem, odnosno najnižem protoku u godini i uvidjeli hidrološki fenomeni. Zbog vremenskih prilika na promatranom području, odabrano je da će se obrade provoditi ne s kalendarskim nego hidrološkim godinama koje započinju 1. listopada.

Na Slikama 3 i 4 prikazani su hidrogrami maksimalnih, srednjih i minimalnih godišnjih vrijednosti protoka po hidrološkim godinama s pripadajućim trendovima.

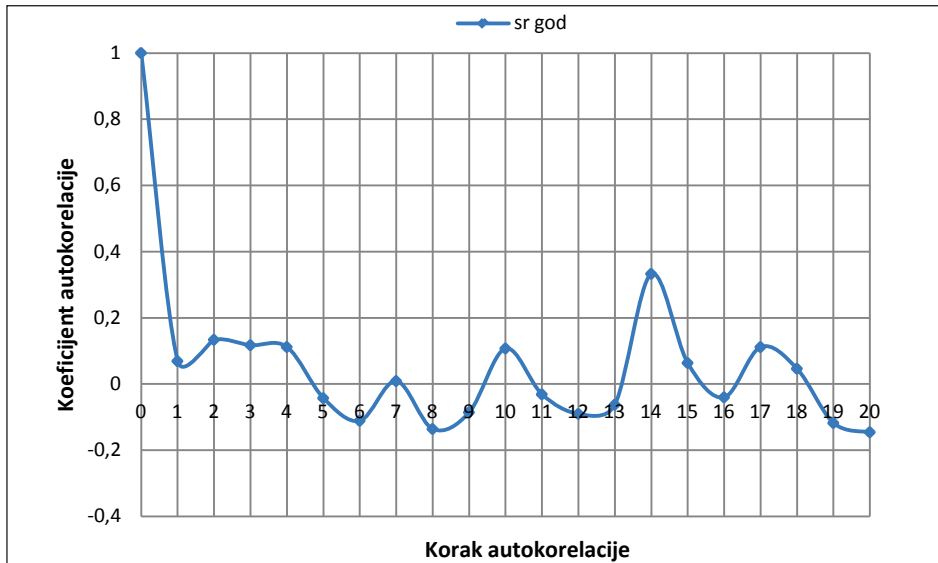
Vidljivo je da srednji i maksimalni godišnji protoci pokazuju trend opadanja, dok je trend minimalnih godišnjih protoka neutralan. Srednji godišnji protoci kretali su se u rasponu od 8,64 do 40,6 m³/s, dok srednji godišnji prosjek za promatrano razdoblje iznosi 22,0 m³/s. Maksimalni i minimalni protoci dobiveni su iz maksimalnih i minimalnih dnevnih ekstrema. Najveći godišnji maksimum zabilježen je hidrološke godine 1974./1975. Najniža ikad zabilježena vrijednost minimalnih godišnjih protoka iznosila je 0,94 m³/s, a pojavljivala se tijekom više hidroloških godina. Važno je naglasiti da Unica na mjernoj postaji Hasberg nikad ne presušuje.



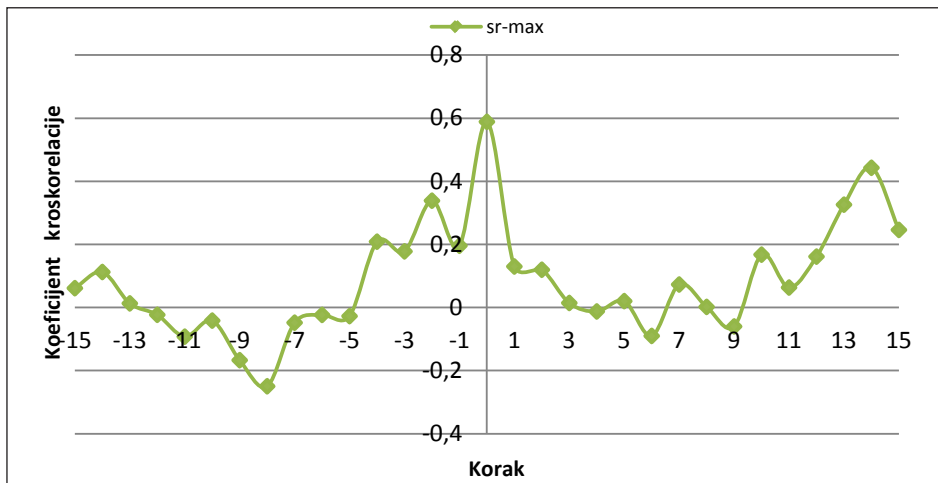
Slika 3. Hidrogram srednjih i maksimalnih godišnjih protoka (m^3/s) hidrološke postaje Hasberg od hidrološke godine 1926./27. do hidrološke godine 2008./2009.



Slika 4. Hidrogram minimalnih godišnjih protoka (m^3/s) hidrološke postaje Hasberg od hidrološke godine 1926./27. do hidrološke godine 2008./2009.



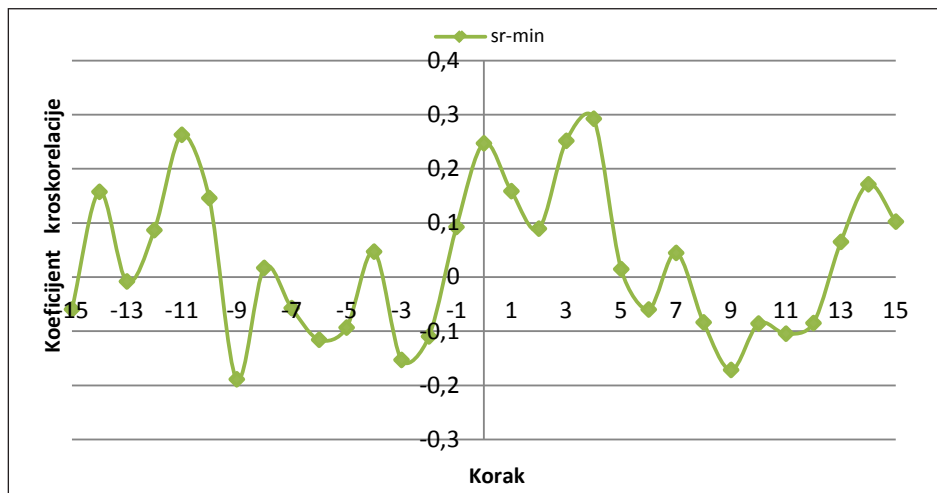
Slika 5. Autokorelacijska funkcija srednjih godišnjih protoka za postaju Hasberg



Slika 6. Kroskorelacijska funkcija srednjih i maksimalnih godišnjih protoka za postaju Hasberg

Na Slici 5 prikazana je autokorelacijska funkcija srednjih godišnjih protoka za postaju Hasberg. Vrijednost koeficijenta korelacije veća je od 0.2 tek kada vremenski korak dosegne vrijednost 14, iz čega možemo zaključiti da srednji godišnji protoci pokazuju periodičnost s intervalom od 14 godina.

Kroskorelacijska funkcija između srednjih i maksimalnih godišnjih protoka (Slika 6) pokazuje da se veća povezanost između ovih parametara pojavljuje



Slika 7. Kroskorelacijska funkcija srednjih i minimalnih godišnjih protoka za postaju Hasberg

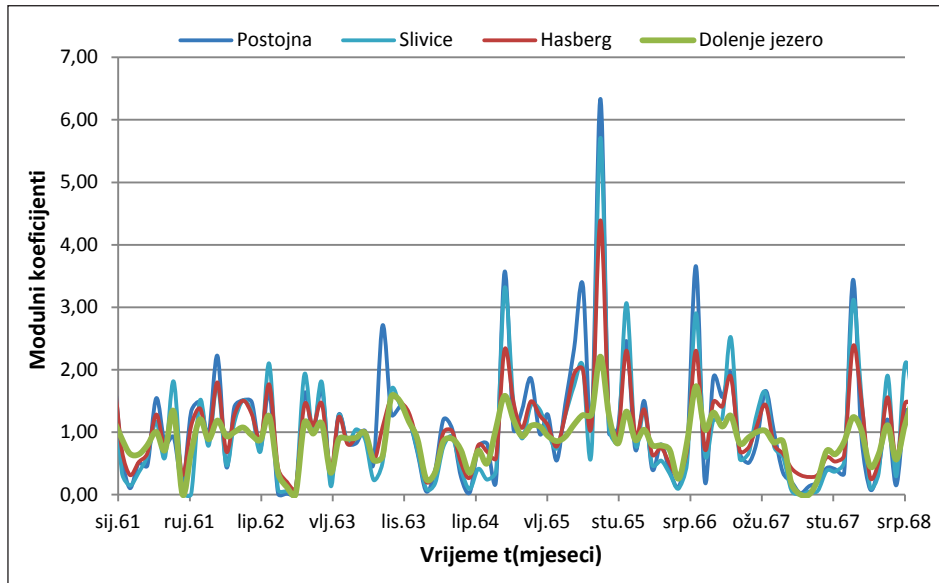
nakon četrnaest godina, dok kroskorelacija srednjih i minimalnih godišnjih protoka (Slika 7) ne pokazuje značajni stupanj povezanosti. Naime, u istoj vremenskoj situaciji javlja se manja povezanost nego primjerice nakon koraka od četiri godine.

5.3. Analiza hidroloških međuodnosa na prostoru Cerknjskog jezera

Cerknjsko polje (jezero) predstavlja složeni hidrološki sustav. Kao što je već rečeno, prve zapise ostavio je Valvasor 1689. godine [1]. Danas je ovo područje okarakterizirano kao klasična postaja istraživača krša. Na Slici 2 prikazani su vodotoci i mjerne postaje na Cerknjskom polju. Istočnom stranom, osim rijeke Cerknjsčice sa većim zaleđem, teku i manji potoci Martinjščica i Grahovščica sa izvorišnom zonom u planini Slivice te Žerovniščica i Lipsenjščica koje se prihranjuju iz visoravni Bloke i drugih voda iz krškog zaleđa. Na južnoj strani polja nalazi se Goriški potok i izvorišna zona rijeke Stržen koja svoj put nastavlja po zapadnoj strani polja.

Kako bi se dobio širi uvid u međuodnose vodnih pojava na istraživanom području, provedena je analiza dinamike njihova kolebanja i istjecanja koristeći modularne vrijednosti njihovih opaženih hidroloških veličina. Tako su u modulne koeficijente pretvoreni nizovi srednjih mjesečnih protoka za odabrano razdoblje od 1961. do 1975. na tri ključne postaje: Hasberg na rijeci Unici, Slivice na rijeci Rak te Postojnska jama na rijeci Pivki. Dobiveni podaci su u nastavku uspoređeni sa modulnim koeficijentima vodostaja na najnižvodnijoj postaji na Cerknjskom polju, Dolenje jezero na rijeci Stržen.

Na Slikama 8 i 9 vidljivo je da modulni koeficijenti protoka na mjernoj postaji Hasberg imaju puno manje oscilacije u odnosu na modulne koeficijente

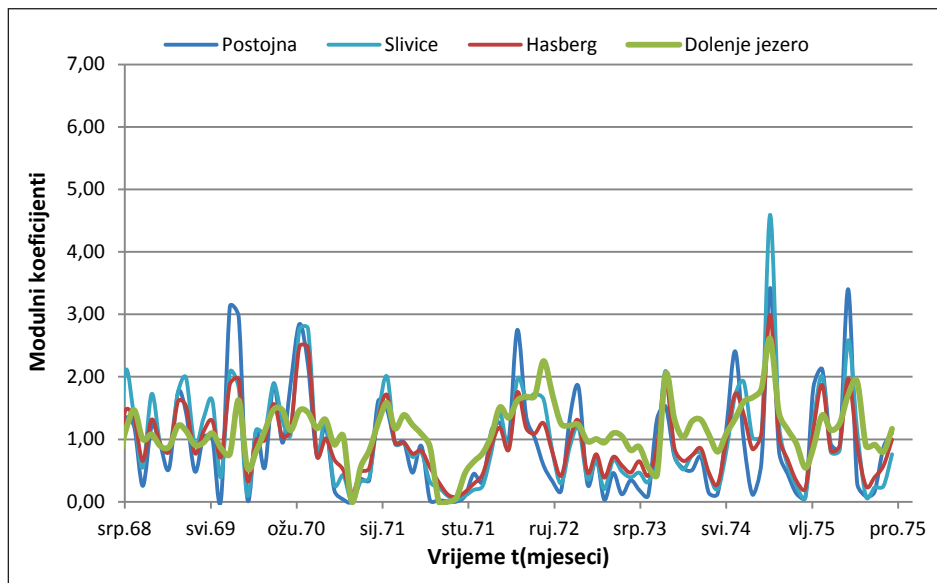


Slika 8. Vrijednosti modulnih koeficijenata srednjih mjesečnih protoka na postajama Hasberg (Unica), Slivice (Rak) i Postojnska jama (Pivka) u usporedbi sa modulnim koeficijentima srednjih mjesečnih vodostaja na postaji Dolenje Jezero (Stržen)

Slivica i Postojnske jame. To je logično s obzirom da je Hasberg izlazni profil pa su na njemu reakcije očekivano puno sporije. Postaje Postojnska jama i Slivice predstavljaju protočne profile pa imaju puno brže reakcije, što potvrđuju i modulni koeficijenti. Protoci na Hasbergu i Postojnskoj jami imaju vrlo usklađeni vremenski hod, dok su na Slivicama u nekim situacijama prisutna kašnjenja. Razlog tome leži u retencionirajućem djelovanju Cerknjiškog jezera.

Dolenje jezero pokazuje puno manje oscilacije i vrijednosti koeficijenata imaju značajno različit hod. Ipak, lokalni maksimumi se s većim ili manjim kašnjenjem pojavljuju gotovo u isto vrijeme. Zanimljivo je da modulni koeficijenti vodostaja pokazuju puno manje maksimume, dok su minimumi gotovo isti. Razlog manjih pikova vjerojatno počiva na činjenici da se postaja Dolenje Jezero nalazi na samom Cerknjiškom jezeru. Naime, jezera puno sporije reagiraju od tekućica, pogotovo ako uzmemo u obzir da se u ovom slučaju radi o krškim ponornicama. Iz grafičkih prikaza vidljivo je da tek početkom 1971. vrijednosti modulnih koeficijenata vodostaja Dolenjeg jezera premašuju vrijednosti modulnih koeficijenata protoka na postajama Postojnska jama, Slivice i Hasberg. Možemo zaključiti da je u tom razdoblju došlo do određenih promjena u funkcioniranju promatranog sustava.

Kako bi se dobio uvid u kolebanje voda na prostoru Cerknjiškog jezera, provedena je analiza vodostaja sa hidroloških postaja Gorenje Jezero i Dolenje Jezero na rijeci Stržen. Na Slici 10 dan je prikaz međuovisnosti dnevnih



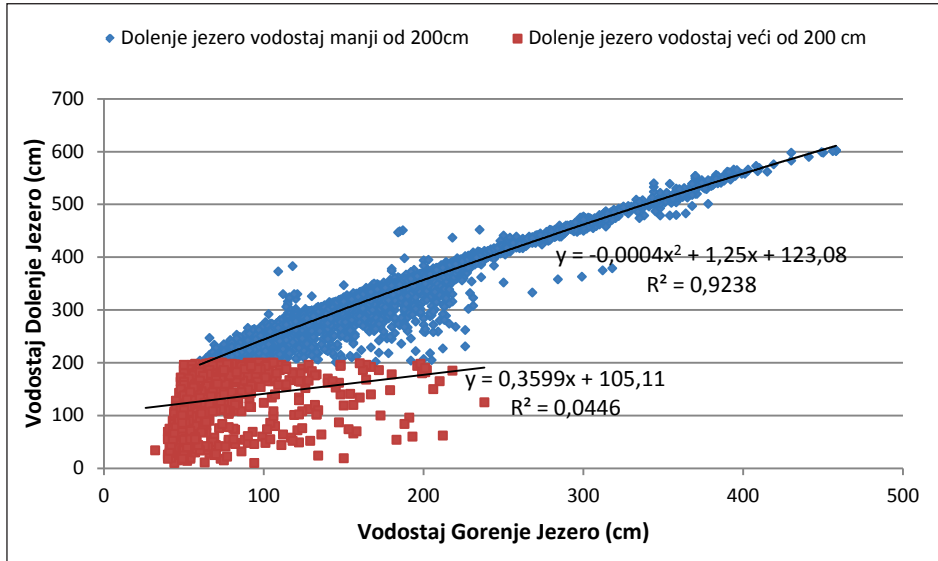
Slika 9. Vrijednosti modulnih koeficijenata srednjih mjesečnih protoka na postajama Hasberg (Unica), Slivice (Rak) i Postojnska jama (Pivka) u usporedbi sa modulnim koeficijentima srednjih mjesečnih vodostaja na postaji Dolenje Jezero (Stržen)

vodostaja (cm) promatranih postaja za razdoblje od 1962. do 1975. godine. Vidljivo je da su koeficijenti determinacije za dane regresijske odnose bitno različiti.

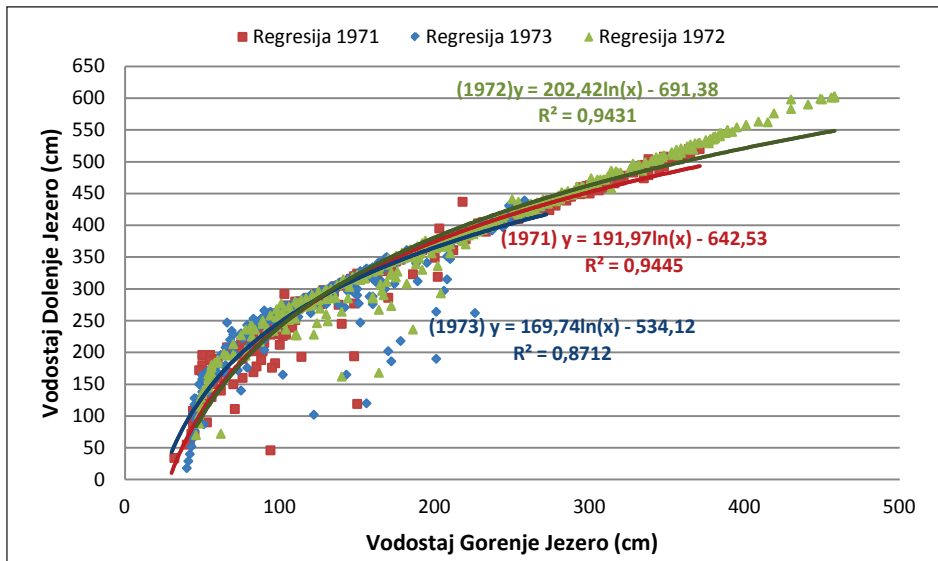
Pri visokim vodostajima Dolenjeg Jezera koeficijent determinacije ($R^2 = 0,92$) ukazuje na izrazito čvrstu međuovisnost, dok pri niskim vodostajima koeficijent determinacije pokazuje da međuovisnost ne postoji. Moguće je da razlog leži u različitim zonama prihranjivanja te u kompleksnosti reagiranja Cerknjškog polja/jezera. Lošoj međusobnoj povezanosti pridonosi i veliko rasipanje podataka kada vodostaj Gorenjeg Jezera poprima vrijednosti između 100 i 250 cm, a vodostaj Dolenjeg Jezera pada ispod 200 cm. Vidljiva je čvrsta povezanost i pri niskim vodostajima kada se vodostaji Gorenjeg Jezera kreću između 50 i 75 cm. Zapravo, kada dođe do zasićenja krškog vodonosnika ove dvije postaje pokazuju čvrstu vezu, a samo zasićenje je u većoj mjeri izraženo kada su vodostaji Dolenjeg Jezera veći od 200 cm.

Zbog pobližeg utvrđivanja međuovisnosti ovih postaja za svaku je godinu zasebno (1962. do 1975.) izvučen pravac regresije, dobivena njegova jednadžba i koeficijent regresije. Sušnije godine očekivano imaju manji koeficijent regresije od vodnih. Najveći koeficijent regresije dobiven je za 1971. godinu (Slika 11), iako ona ne predstavlja najvodniju godinu.

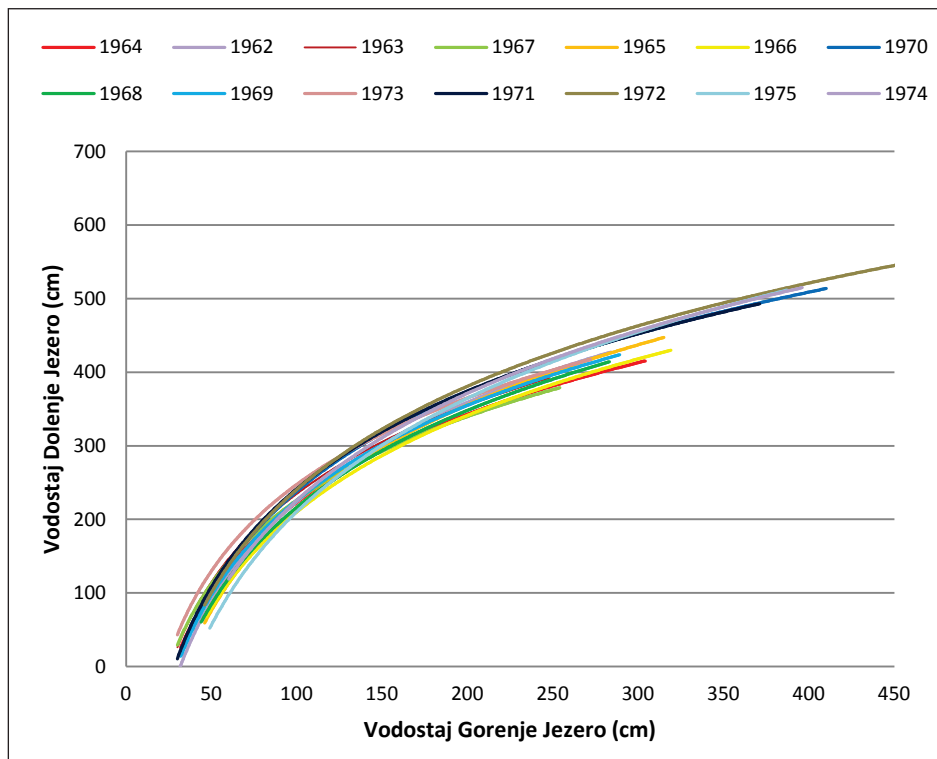
Razlog leži u činjenici da je upravo za tu godinu prisutan veći nedostatak podataka za male vode Dolenjeg Jezera, a regresijska funkcija uzima u obzir



Slika 10. Vrijednosti modulnih koeficijenata srednjih mjesečnih protoka na postajama Hasberg (Unica), Slivice (Rak) i Postojnska jama (Pivka) u usporedbi sa modulnim koeficijentima srednjih mjesečnih vodostaja na postaji Dolenje Jezero (Stržen)



Slika 11. Prikaz međuovisnosti dnevnih vodostaja (cm) postaja Dolenje Jezero i Gorenje Jezero (1971. - 1973.)



Slika 12. Usporedni prikaz godišnjih krivulja regresije između postaja Dolenje i Gorenje Jezero (1962.-1975.)

isključivo parove vrijednosti. Možemo usvojiti da se ipak najbolje prilagodila regresijska funkcija za 1972. koja predstavlja najvodniju godinu, čime je potvrđena teorija o čvršćoj međuovisnosti pri višim vodostajima.

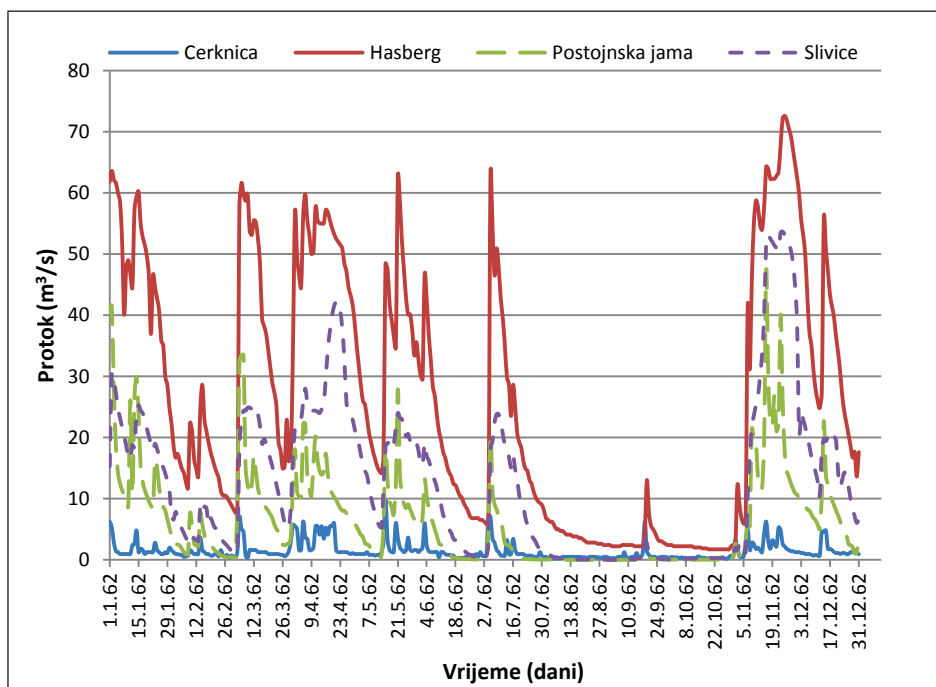
Na Slici 12 dan je usporedni prikaz svih regresijskih pravaca, bez pripadajućih parova vrijednosti, za cijelo promatrano razdoblje od 1962. do 1975. godine kako bi se utvrdilo kakva su njihova međusobna odstupanja. Krivulje regresije za promatrane godine uglavnom ne pokazuju velika međusobna odstupanja, što ukazuje na stabilnost utvrđenih hidroloških međuodnosa. Vidljivo je da su odstupanja između krivulja pri visokim vodostajima nešto manja od odstupanja pri niskim vodostajima.

5.4. Analiza hidroloških međuodnosa na prostoru Planinskog polja, Pivške kotline, Rakovog Škocjana i Cerknjškog jezera

Analiza hidroloških međuodnosa između Planinskog polja, Pivške kotline, Rakovog Škocjana i Cerknjškog jezera provedena je na temelju niza opaženih vrijednosti dnevnih protoka postaja Hasberg (Unica), Postojnska jama (Pivka),

Slivice (Rak) i Cerknica I (Cerkniščica) za razdoblje od 1962. do 1970. godine. Na Slici 13 dan je usporedni prikaz hidrograma dnevnih protoka (m^3/s) promatranih postaja za 1962. godinu iz kojeg je vidljivo da hidrogrami ne poprimaju maksimalne vrijednosti u isto vrijeme na svim postajama, ali imaju sličan vremenski hod. Utvrđeno je da rijeka Rak (Slivice) ima značajno veći skladišni kapacitet od rijeke Pivke (Postojnska jama), iako u određenim razdobljima maksimumi hidrograma postaje Postojnska jama bilježe veće vrijednosti. Hidrogram mjerne postaje Cerknica I poprima niže vrijednosti protoka u usporedbi s ostalim postajama. Usporedni prikazi hidrograma dnevnih protoka izrađeni su za cijelo promatrano razdoblje.

Koristeći dobivene hidrograme provedena je analiza vremena kašnjenja kako bi se utvrdila brzina reagiranja voda na promatranom području. Zbog velikih oscilacija u hodu hidrograma dnevnih protoka (m^3/s), analizirane su samo situacije kada maksimumi hidrograma na mjernoj postaji Hasberg (Unica) bilježe vrijednosti veće od $60 \text{ m}^3/\text{s}$. U Tablici 3 dan je prikaz vrijednosti protoka koji predstavljaju maksimume hidrograma i vremena kašnjenja u odnosu na hidrološku postaju Hasberg u obliku osnovne statističke obrade podataka.



Slika 13. Usporedni prikaz hidrograma dnevnih protoka (m^3/s) postaja Cerknica I (Cerkniščica), Hasberg (Unica), Postojnska jama (Pivka) i Slivice (Rak) za 1962. godinu

Vrijednosti kašnjenja na hidrološkoj postaji Postojnska jama (Pivka) kreću se u rasponu od -6 do +2 dana, s prosjekom od jednog dana. Negativni predznak ukazuje na činjenicu da je hidrogram postaje Postojnska jama u određenim hidrološkim situacijama svoj maksimum dosegao nekoliko dana ranije. Postaja Cerknica I (Cerkniščica) bilježi vremena kašnjenja u iznosu od -7 do +2 dana, s prosjekom od jednog dana, dok postaja Slivice (Rak) bilježi vremena kašnjenja od -5 do 6 dana, s prosječnim kašnjenjem od jednog dana. Rak maksimalne protoke u mnogim slučajevima zabilježi nekoliko dana kasnije nego postaja Hasberg, jer se nastavlja napajati iz Cerkniškog jezera i njegova krškog vodonosnika i nakon što vode na Hasbergu zabilježe svoj maksimum. Općenito, vode s promatranog područja imaju kratko vrijeme reakcije.

Izuzev vrijednosti prikazanih u Tablici 3, kao značajni parametri izdvojeni su srednja sedmodnevna protoka postaje Hasberg koja je prethodila maksimalnom protoku, minimalna zabilježena protoka prije nego je hod hidrograma mjerne postaje Hasberg dosegao maksimum te razlika maksimalne

Tablica 3. Analiza vremena kašnjenja između mjernih postaja Hasberg (Unica), Postojnska jama (Pivka), Cerknica I (Cerkniščica) i Slivice (Rak)-osnovna statistička obrada vrijednosti maksimuma hidrograma $Q(m^3/s)$ i vremena kašnjenja

	Hasberg (Unica) $Q > 60 m^3/s$	Postojnska jama (Pivka)		Cerknica I (Cerkniščica)		Slivice (Rak)	
		Q	kašnjenje	Q	kašnjenje	Q	kašnjenje
MIN	60,2	14,8	-6	2,1	-7	14,3	-5
MAX	87,7	66,2	2	27,7	2	72,1	6
SR	68,9	35,2	-1	8,5	-1	36,1	1
STDEV	7,1	11,6	2	5,4	2	14,4	2
CV	0,1	0,3	-1,7	0,6	-1,4	0,4	3,9

Tablica 4. Analiza vremena kašnjenja između mjernih postaja Hasberg (Unica), Postojnska jama (Pivka), Cerknica I (Cerkniščica) i Slivice (Rak)

	Hasberg $Q > 60 m^3/s$	Sr 7-dnevna $Q (m^3/s)$ koja je prethodila max Q	Min $Q (m^3/s)$ prije max Q	koliko dana prije se pojavila	$Q_{max} - Q_{min} (m^3/s)$
MIN	60,0	6,3	5,6	1	1,2
MAX	87,7	86,8	86,5	12	76,0
SR	68,8	42,8	33,0	3	36,0
STDEV	7,2	22,1	22,4	2	20,2
CV	0,1	0,5	0,7	0,7	0,6

i minimalne protoke (Hasberg). Opaženi nizovi prikazani su u Tablici 4 u vidu osnovne statističke obrade podatka. Srednja sedmodnevna protoka koja je prethodila maksimalnoj protoci na Hasbergu kreće se u širokom rasponu od $6,3 \text{ m}^3/\text{s}$ do $86,8 \text{ m}^3/\text{s}$, s prosječnom vrijednosti od $42,8 \text{ m}^3/\text{s}$.

Minimalna protoka prije pika (maksimalnog protoka na Hasbergu) pojavljuje se od jednog do dvanaest dana ranije, što ukazuje na činjenicu da u nekim slučajevima Hasberg jako brzo reagira, dok mu u nekima treba određeni broj dana da dosegne svoj maksimum.

6. Zaključci

U radu je provedenom hidrološkom analizom obuhvaćen regionalni prostor Cerkniškog i Planinskog polja u Sloveniji. Detaljna analiza protoka hidrološke postaje Hasberg na rijeci Unici (Planinsko polje), na kojoj se skupno registriraju vode Unice, Malenščice i drugih površinskih međudotoka, pokazala je da karakteristične srednje godišnje i maksimalne godišnje protoke pokazuju trend opadanja, dok je trend minimalnih godišnjih protoka neutralan. Analizom autokorelacijske funkcije utvrđeno je da srednji godišnji protoci pokazuju međusobnu povezanost s intervalom od četrnaest godina. Kroskorelacijskom funkcijom ispitana je veza između srednjih i maksimalnih te srednjih i minimalnih godišnjih protoka. Povezanost srednjih i maksimalnih godišnjih protoka javlja se s intervalom od četrnaest godina, dok između srednjih i minimalnih godišnjih protoka nije utvrđena nikakva povezanost.

Analiza dinamike kolebanja istjecanja voda na prostoru Cerkniškog polja provedena je koristeći modularne vrijednosti opaženih hidroloških veličina. Modulni koeficijenti protoka pokazali su da mjerna postaja Hasberg (Unica) ima puno manje oscilacije u odnosu na postaje Slivice (Rak) i Postojnska jama (Pivka), čime je potvrđeno da Hasberg predstavlja izlazni profil sa puno sporijim reakcijama, a postaje Postojnska jama i Slivice protočne profile sa bržim reakcijama. Modulni koeficijenti protoka na Hasbergu i Postojnskoj jami imaju vrlo usklađeni vremenski hod, dok su na Slivicama u nekim situacijama prisutna kašnjenja, zbog retencionirajućeg djelovanja Cerkniškog jezera.

Nivogrami postaja Dolenje i Gorenje Jezero na rijeci Stržen (Cerkniško jezero) za razdoblje od 1962. do 1975. godine pokazuju da je tijekom vodnih razdoblja sve povezanije i funkcionira kao jedan sistem, dok tijekom sušnih razdoblja postoji veća mogućnost lokalnog funkcioniranja. Pri višim vodostajima na Dolenjem Jezeru koeficijent determinacije ($R^2 = 0,92$) između postaja Dolenje i Gorenje Jezero ukazuje na izrazito čvrstu međuovisnost, dok pri niskim vodostajima Dolenjeg Jezera nije utvrđena međuovisnost. Kada dođe do zasićenja krškog vodonosnika ove dvije postaje pokazuju čvrstu vezu, a samo zasićenje je u većoj mjeri izraženo pri višim vodostajima Dolenjeg Jezera. Krivulje regresije za promatrane godine uglavnom ne pokazuju velika

međusobna odstupanja, što ukazuje na stabilnost utvrđenih hidroloških međuodnosa.

Analiza hidroloških međuodnosa između Planinskog polja, Pivške kotline, Rakovog Škocjana i Cerknjškog jezera pokazala je da iako hidrogrami odabranih postaja na promatranom području imaju sličan vremenski hod, ne poprimaju maksimalne vrijednosti u isto vrijeme na svim postajama. Vrijednosti kašnjenja na hidrološkoj postaji Postojnska jama (Pivka) u odnosu na mjernu postaju Hasberg (Unica) kreću se u rasponu od -6 do +2 dana, s prosjekom od jednog dana. Postaja Cerknica I (Cerknjščica) bilježi vremena kašnjenja u iznosu od -7 do +2 dana, s prosjekom od jednog dana, dok postaja Slivice (Rak) bilježi vremena kašnjenja od -5 do 6 dana, s prosječnim kašnjenjem od jednog dana. Zaključak je da vode s ovog područja imaju kratko vrijeme reakcije.

Rezultati u ovom radu provedenih hidroloških analiza potvrđuju da ovo područje predstavlja izuzetno kompleksan krški vodonosnik. Samo će daljnje sustavno istraživanje hidroloških, ali i geoloških te geomorfoloških karakteristika omogućiti razumijevanje njegovih zakonitosti s ciljem zaštite prirodnih vrijednosti, iskorištavanja bogatstva voda te unaprjeđenja znanja o krškim sustavima.

Literatura

- [1] Valvasor, J.V., *Slava Vojvodine Kranjske izabrana poglavlja*, Mladinska knjiga, Ljubljana, 1984.
- [2] Maglica, A., *Analiza međuodnosa voda na regionalnom prostoru Cerknjškog i Planinskog polja (Slovenija)*, 2012.
- [3] Gospodarič, R., Habič, P., *Investigations in Slovenia 1972-1975.- Third International Symposium of Underground Water Tracing*, Institute Karst Research, 1976.
- [4] Breznik, M., *Storage Reservoirs and Deep Wells in Karst Regions*, Faculty of Civil Engineering, University of Ljubljana, Ljubljana, 1962.
- [5] Gabrovšek, F., Kogovšek, J., Kovačić, G., Petrič, M., Ravbar, N. i Turk, J., I., Recent Results of Tracer Test in the Cathment of the Unica River (SW Slovenia), *Acta Carsologica*, br. 39/1: 984-996, Ljubljana, 2010.
- [6] Mihevc, A., Gabrovšek, F., *20th International Karstological School "Classical Karst" Karst Forms and Processes Guide Book and Abstracts*, Karsst Research Institute, Scientific Research Centre of the Slovenian Academy of Sciences and Arts, Postojna, 2012.
- [7] Kogovšek, J., Petrič, M., Water temperature as a Natural Tracer – a Case Study of the Malenščica Karst Spring (SW Slovenia), *Geologica Croatica*, 63/2: 171-177, Hrvatski geološki institut, Zagreb, 2010.
- [8] Agencija Republike Slovenije za okolje, <http://www.arso.gov.si/>, 2012.

- [9] Kovačić, G., Hydrogeological Study of the Malenščica Karst Spring (SW Slovenia) by Means of a Time Series Analysis, *Acta Carsologica*, 39/2: 201-205, Ljubljana, 2010.
- [10] Žugaj, R., *Hidrologija*, Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 2000.
- [11] Hrelja, H., *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo, 2000.

MODELIRANJE SIMULTANOG RADA GRUPE ZDENACA U ANIZOTROPNOJ POROZNOJ SREDINI

MODELING OF SIMULTANEOUS WELL PUMPING IN ANISOTROPIC POROUS MATERIAL

Ira MURETA*, Vanja TRAVAŠ**

Sažetak

U svrhu modeliranja simultanog rada grupe zdenaca u anizotropnoj i nehomogenoj sredini intergranularnog poroznog tla, eksplicitni numerički algoritam implementiran je u programski paket MathCAD 15. Prostorna i vremenska diskretizacija provedena je metodom konačnih razlika. Komponente tenzora hidrauličke vodljivosti definirane su gama distribucijom vjerojatnosti. Raspon generiranog odstupanja zadaje korisnik. Prikazan je numerički primjer te su iznijeti zaključci. Numerički primjer proveden je za hipotetsku situaciju crpljenja podzemne vode iz grupe zdenaca. Usvojena pravokutna domena toka okarakterizirana je anizotropnim poljem hidrauličke vodljivosti te varijabilnom dubinom na kojoj se nalazi nepropusna podina. Na tri ruba pravokutne domene toka definirani su Neumann-ovim rubni uvjeti te je na preostalom rubu definiran Dirichlet-ov rubni uvjet. Početni uvjeti definirani su jednolikim rasporedom razine vode u točkama diskretizacijske mreže. Primjerom je ustanovljen utjecaj rada zdenca na opadanje razine vode u kontrolnoj točki.

Ključne riječi: *Darcy-ev zakon, nestacionarno strujanje, anizotropno strujanje, stohastičko zadavanje parametara tla*

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: ira.mureta@gradri.hr

** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: vanja.travas@gradri.hr

Abstract

For the purpose of modeling the simultaneous work of well groups in an anisotropic and inhomogeneous intergranular porous soil, an explicit numerical algorithm is implemented in a software package MathCAD 15. The spatial and temporal discretization is carried out using the finite difference method. The components of the hydraulic conductivity tensor are defined by a gamma probability distribution. The range generated deviation is specified by the user. A numerical example is presented and discussed. A numerical example is conducted for a hypothetical situation in which the groundwater is pumped from a group of wells. The adopted rectangular domain of flow is characterized by an anisotropic field of hydraulic conductivity and a variable depth of impermeable layer. On three sides of the rectangular domain, the Neumann's boundary conditions are defined and on the remaining edge, the Dirichlet boundary condition is prescribed. The initial conditions are defined by a uniform distribution of water level in the computational cells. The numerical example is used to identify the pumping influence on a water level at a distant control point.

Key words: Darcy law, unsteady flow, anisotropic flow, stochastic definition of soil parameters

1. Uvod

Osim za navodnjavanje i za vodoopskrbu, bušeni zdenci mogu se koristiti za manipulaciju razine podzemne vode h . U tu svrhu se iziskuje definiranje režima rada zdenaca, odnosno protok crpljenja Q koji osigurava opadanje razine vode na neku unaprijed definiranu vrijednost. Ukoliko je porozna sredina homogena i izotropna te se zdenci izvode kao potpuni zdenci (odnosno zdenci koji sežu sve do podine vodonosnika), protok crpljenja Q može se definirati poznatim analitičkim izrazima [1]. U navedenim okolnostima se veza između protoka crpljenja i sniženja razine vode s može odrediti za slučaj toka u vodonosniku pod tlakom i vodonosniku sa slobodnim vodnim licem. S druge strane, ukoliko se podzemni tok odvija u vodonosniku koji ne zadovoljava jednu ili više od gore navedenih karakteristika, najčešće se događa da za takve uvjete toka ne postoje analitički modeli kojima bi se provodila analiza strujanja (ako analitički modeli i postoje, iste je mnogo teže koristiti u praktične svrhe jer najčešće iziskuju složene matematičke operacije). Iz tog razloga se najčešće koriste numeričke metode u svrhu definiranja funkcije $s(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ u vodonosnicima općenitih mehaničkih karakteristika i općenitih geometrijskih značajki. Postoje različiti pristupi, odnosno numeričke metode koje se u tu svrhu mogu koristiti, a u ovom radu će se numerička analiza opadanja razine vode uslijed crpljenja podzemne vode iz grupe zdenaca provesti metodom konačnih razlika. Metoda će se primijeniti u svrhu diskretizacije vremenske i prostorne domene toka te će se za zadane rubne i početne uvjete aproksimirati rješenje koje zadovoljava jednadžbu laminarne filtracije i zadane rubne uvjete.

Sve u nastavku provedeno je pod pretpostavkom da se makroskopske karakteristike razmatranog poroznog medija mogu definirati putem hipoteze kontinuuma [2,3] tj. da se za isti može definirati reprezentativni elementarni volumen (REV). Osim navedenog, pretpostaviti će se zanemariv utjecaj kapilarnih sila.

2. Osnovna jednadžba laminarne filtracije

U svrhu provedbe numeričkog modeliranja toka u poroznoj sredini potrebno je definirati osnovnu diferencijalnu jednadžbu takvog fizikalnog procesa. Ovaj postupak se bazira na kombinaciji jednadžbe kontinuiteta i Darcy-evog zakona laminarne filtracije [1,4] koji se za potpuno saturirani vodonosni sloj može napisati u obliku

$$\{v\} = [K]\{I_E\} \quad (1)$$

gdje je $\{v\}$ vektor komponenti Darcy-eve brzine (prividne brzine toka [2]), $[K]$ tenzor hidrauličke vodljivosti te $\{I_E\}$ vektor komponenti gradijenta linije energije. Obzirom da se iz inženjerske perspektive brzine toka u ovakvom fizikalnom procesu mogu zanemariti, isto se tako može zanemariti i doprinos kinetičke energije ukupnoj energiji vode. U tom slučaju se energetska linija može poistovjetiti s piezometarskom linijom. Pritom, za slučaj filtracijskog toka u otvorenom vodonosnom sloju tj. u sloju sa slobodnim vodenim licem, energetska se linija podudara s visinskom kotom vodnog lica. S druge strane, tj. u slučaju da se tok odvija kroz zatvoreni vodonosni sloj, odnosno sloj pod tlakom, visinska kota piezometarske linije bit će veća od visinske kote vodnog lica. Treba napomenuti da će se u nastavku rada pažnja posvetiti analizi toka u otvorenom vodonosnom sloju te će se u skladu s navedenim gradijent energije definirati gradijentom visinske kote vodnog lica.

U svrhu definiranja svih relevantnih visinskih kota treba primijetiti da brzina strujanja v (1) ne zavisi o apsolutnoj visinskoj koti vodnog lica već samo o razlici kota na stanovitoj udaljenosti. Budući da za definiranje brzine toka v nije važna apsolutna kota već samo relativna razlika visinskih udaljenosti (1), visinske kote se mogu mjeriti obzirom na proizvoljnu referentnu ravninu. Pritom, u slučaju da se referentna ravnina postavi ispod vodnog lica, ista će definirati razinu vodnog lica (pozitivna veličina) te u slučaju da referentna ravnina postavi iznad vodnog lica, ista će definirati na kojoj dubini se nalazi vodno lice, odnosno dubinu vodnog lica (negativna veličina). U nastavku rada će se primijeniti drugi od navedenih pristupa te će se na taj način mjeriti i dubina podine, odnosno nepropusne podloge vodonosnog sloja. Ovaj pristup će omogućiti intuitivniju interpretaciju rezultata te će se u tu svrhu referentna ravnina postaviti na koti površine terena. Na taj način će ishod numeričkog

modela biti negativne veličine koje će označavati dubinu h na pojedinim mjestima na kojima se nalazi vodno lice obzirom na kotu okolnog terena.

Za navedene okolnosti se gradijent energije $\partial h/\partial L$ u segmentu tla dužine ∂L definira razlikom dubina h na krajevima samog segmenta ∂L . Ovakva definicija gradijenta će se koristiti pri formiranju narednih jednažbi. U tu svrhu treba navesti da će se u nastavku razmatrati filtracijski tok u horizontalnoj ravni kroz porozni materijal ortotropnih karakteristika. U skladu s prethodno navedenim, jed. (1) može se pisati u obliku

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\partial h/\partial x \\ -\partial h/\partial y \end{Bmatrix} \quad (2)$$

u kojem se svaka komponenta vektora Darcy-ove brzine (v_x i v_y) dovodi u vezu s pripadajućom hidrauličkom vodljivosti (K_x i K_y) i gradijentu energije u x i y smjeru toka. Pritom, negativna se vrijednost gradijenta uvodi kako bi se definirao smjer toka vode od područja manje dubine vodnog lica prema području veće dubine vodnog lica.

Jed. (2) predstavlja osnovu za modeliranje toka podzemnih voda te se može koristiti za definiranje specifičnih protoka $q_x = -K_x(\partial h/\partial x)$, $q_y = -K_y(\partial h/\partial y)$ i $q_z = -K_z(\partial h/\partial z)$ na površinama nekog proizvoljnog kontrolnog volumena u poroznoj sredini. Ukoliko se razmotri prizmatični kontrolni volumen sa stranicama Δx , Δy i Δz , razlika mase vode koja ulazi i izlazi iz kontrolnog volumena u vremenu Δt se za pojedine smjerove toka može napisati u obliku

$$\Delta m_x = -\rho \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (3a)$$

$$\Delta m_y = -\rho \frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (3b)$$

$$\Delta m_z = -\rho \frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (3c)$$

u kojem je ρ gustoća vode u poroznoj sredini. Naravno, ukupna promjena mase vode predstavlja sumu navedenih doprinosa. S druge strane, ukupna masa vode sadržane u kontrolnom volumenu se može definirati u obliku $\rho n \Delta x \Delta y \Delta z$ u kojem je n poroznost porozne sredine. Vremenska promjena mase vode se može izraziti u obliku kakvog ga je dao Bear [1]

$$\rho S_s \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (4)$$

u kojem je S_s koeficijent specifičnog uskladištenja te predstavlja količinu vode koju će uskladištiti ili otpustiti jedinični volumen porozne sredine kad se visina stupca vode spusti za jedinicu. Ukoliko se u presjeku toka razmatra

čitavi vodonosni sloj, tada se koeficijent S_s množi s debljinom vodonosnog sloja M te se umnoškom definira koeficijent uskladištenja S koji se odnosi na ukupnu debljinu saturiranog vodonosnog sloja.

Osnovna jednadžba laminarne filtracije slijedi iz izjednačavanja ukupne promjene mase definiranim specifičnim protocima (3a, 3b i 3c) i promjene mase koja u istom vremenu ispusti ili primi porozni volumen (4). Iako je ovaj kratki osvrt na podrijetlo osnovne diferencijalne jednadžbe priložen za 3D tok, u nastavku će se razmatranja odnositi na 2D tok u horizontalnoj ravnini pa će prethodno navedeno dovesti do jednakosti

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5)$$

odnosno do jednakosti

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

nakon što se jed. (5) pomnoži sa saturiranom debljinom vodonosnog sloja M . Ovakvu modifikaciju jed. (5) je prikladno provesti u svrhu modeliranja podzemnog toka sa slobodnim vodnim licem. Naime, u tom slučaju se protočni presjek može mijenjati u vremenu kako raste ili opada razina podzemne vode te takve promjene treba uzeti u obzir. Iz tog razloga se definiraju transmisivnosti T_x i T_y kao umnožak hidrauličkih vodljivosti u pripadajućem smjeru i debljine saturiranog dijela vodonosnika na mjestu na kojem se definira transmisivnost. Budući da debljina saturiranog dijela vodonosnika može varirati od točke do točke, i to ne samo u prostoru nego i u vremenu, debljinu vodonosnog sloja potrebno je definirati u obliku $M=h-b$ gdje je b dubina na kojoj se nalazi podina vodonosnog sloja (mjerena od kote terena).

2.1. Definiranje rubnih uvjeta

Prikladno definiranje rubnih i početnih uvjeta predstavlja esencijalni dio svakog numeričkog modela. Kratki osvrt na definiranje početnih uvjeta će se dati u nastavku, a u ovom pododjeljku će se razmotriti vrste rubnih uvjeta koje je moguće susresti u procesu modeliranja toka podzemnih voda. Važno je naglasiti da definirani rubni uvjeti moraju oslikati okolnosti koje se događaju na granicama realne domene toka, odnosno domene toka koja se nastoji analizirati. Za opći slučaj podzemnog toka mogu se razlikovati tri osnovne vrste rubnih uvjeta: (i) rubni uvjet 1. vrste ili *Dirichlet-ov rubni uvjet* koji definira konstantu vrijednost dubine (ili razine) podzemne vode na granici ili u domeni toka, (ii) rubni uvjet 2. vrste ili *Neumann-ov rubni uvjet* koji definira derivaciju dubine (ili razine) podzemne vode na granici modela te (iii) mješoviti rubni uvjet 3. vrste ili *Cauchy-ev rubni uvjet* koji koristi kombinaciju navedenih [5,6]. U okviru ovdje razmatranog fizikalnog procesa će se koristiti prva dva. Na

taj način će se rubni uvjet 1. vrste definirati na mjestima na kojima je dubina podzemne vode unaprijed poznata te će se rubni uvjet 2. vrste definirati na granicama domene na kojima je protok jednak nuli.

Važno je napomenuti da će se prisustvo zdenca modelirati putem definiranja rubnog uvjeta 1. vrste na način da će se na mjestima na kojima postoji zdenac definirati dubina podzemne vode h . Na ovaj način će se izbjeći zadavanje funkcijske veze $Q(h)$ te će se rješenja osnovne jednadžbe laminarne filtracije na istim mjestima unaprijed definirati u vidu hidrograma, odnosno dijagram rada zdenca.

2.2. Definiranje početnih uvjeta

U modelima toka podzemnih voda početni uvjeti definiraju dubinu (ili razinu) podzemne vode u početnom trenutku $t=0$, odnosno u trenutku od kojeg se započinje sagledavanje dinamike toka. U svrhu izrade numeričkog primjera će se usvojiti da u trenutku $t=0$ zdenci nisu aktivni. Obzirom na relativno malu domenu toka u odnosu na klasične dimenzije regionalnih modela, navedeno opravdava da se za $t=0$ usvoji vodno lice koje je definirano horizontalnom ravninom na nekoj dubini ispod površine terena.

3. Stohastičko zadavanje parametara tla

Oblikovanje prirodnih tala odvija se u različitim i nekontroliranim uvjetima. Kao rezultat toga pojavljuje se prirodna heterogenost čak i u naizgled homogenim tlima. Kako bi se adekvatno mogao opisati utjecaj heterogenosti u mehanici tla potrebno je definirati varijacije relativnih svojstava tla. Sama ta činjenica nagnala je znanstvenike na eksperimentalni pristup kojim su pokušali uspostaviti razdiobu vjerojatnosti kojom bi se opisala svojstva tla. Tako je Lumb [7] istraživao meku glinu i aluvijalni pijesak te zaključio kako većina svojstava tla ima otprilike normalnu razdiobu. S druge strane Schultzet [8] je istraživao relativno ujednačen pijesak, mulj i glinu te ustanovio da iako poroznost i same pukotine imaju dovoljno približnu normalnu razdiobu, ipak njihova distribucija teži malo više beta razdiobi [9]. Pokazalo se da se prostorna distribucija mehaničkih svojstava tla (kao što su poroznost i hidraulička vodljivost) mogu definirati nesimetričnim statističkim razdiobama. U tu se svrhu može koristiti gama razdioba Γ koja se adekvatnim izborom parametara α i β može prilagoditi svojstvima modelirane porozne sredine. Gama razdioba predstavlja dvo-parametarsku kontinuiranu distribuciju vjerojatnosti koju je moguće modelirati na više načina, i to koristeći parametre oblika α i β definirane pozitivnim realnim brojevima. Na taj način se funkcija gustoće vjerojatnosti gama razdiobe može definirati u obliku

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (7)$$

4. Numerički algoritam

Diskretizacija jed. (6) će se provesti metodom konačnih razlika. U tu će se svrhu prostorna domena toka «pokriti» pravokutnom diskretizacijskom mrežom u kojoj su ćelije dimenzija Δx i Δy definirane diskretnim koordinatama i i j . Aproksimacija druge derivacije funkcije h u jed. (6) će se provesti centralnom diferencijom [10], i to razmatrajući točke na krajevima svake diskretizacijske ćelije. U matematičkoj formi se navedeno može izraziti u obliku [6]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \approx \frac{T_x \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i+\frac{1}{2}} - T_x \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \quad (8)$$

te se ostale derivacije u (8) mogu aproksimirati diferencijom unaprijed i diferencijom unatrag [10] pa se izraz (8) može napisati u obliku

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \approx \frac{T_x \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x} - T_x \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (9)$$

Obzirom na uvedenu aproksimaciju derivacije (8), vrijednost transmisivnosti T je potrebno definirati na krajevima svake diskretizacijske ćelije (definiranim koordinatama $i+1/2$ i $i-1/2$), a ne u diskretnim koordinatama i i j . Drugim riječima, transmisivnost je potrebno definirati između čvorova diskretizacijske mreže. U tu se svrhu najčešće koristi harmonijska sredina te se transmisivnost između diskretizacijskih ćelija u pojedinim smjerovima definira u obliku [11]

$$(T_x)_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{2(T_x)_{i,j}(T_x)_{i+1,j}}{(T_x)_{i,j} + (T_x)_{i+1,j}} \quad ; \quad (T_x)_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{2(T_x)_{i,j}(T_x)_{i-1,j}}{(T_x)_{i,j} + (T_x)_{i-1,j}} \quad (10a)$$

$$(T_y)_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{2(T_y)_{i,j}(T_y)_{i,j+1}}{(T_y)_{i,j} + (T_y)_{i,j+1}} \quad ; \quad (T_y)_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{2(T_y)_{i,j}(T_y)_{i,j-1}}{(T_y)_{i,j} + (T_y)_{i,j-1}} \quad (10b)$$

U skladu s navedenim, prvi član lijeve strane jed. (6) se može aproksimirati na način

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{\Delta x} \left((T_x)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} - (T_x)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x} \right) \quad (11)$$

te se analogno navedenom može napisati i

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) \approx \frac{1}{\Delta y} \left((T_y)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{\Delta y} - (T_y)_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\Delta y} \right) \quad (12)$$

Član na desnoj strani jed. (6) će se aproksimirati diferencijom unaprijed [10]. U tu svrhu će se uvesti eksponent n kojim će se ukazati na vremensku koordinatu svih relevantnih varijabli. Sukladno navedenom, desni član jed. (6) se može napisati u diskretnom obliku

$$S \frac{\partial h}{\partial t} \approx (S_s)_{i,j} M_{i,j} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (13)$$

Treba primijetiti da je u (6) uveden diskretni zapis debljine vodonosnog sloja M i koeficijent specifičnog uskladištenja S_s . Koristeći aproksimacije (11,12,13), jed. (6) moguće je napisati u diskretnom obliku. Pritom treba primijetiti da će se na lijevoj strani jednadžbe nalaziti varijabla h u još nedefiniranom vremenu. Ukoliko se pretpostavi da se na lijevoj strani znaka jednakosti varijabla h nalazi u vremenu $n+1$, generirani numerički algoritam postaje implicitan te zahtjeva iterativnu proceduru za definiranje dubine podzemne vode u trenutku $n+1$. Ovakav numerički algoritam je bezuvjetno stabilan, ali mu je mana što iziskuje rješavanje sustava jednadžbi koje može presuditi ukoliko se razmatra relativno velika domena toka. S druge strane, ukoliko se na lijevoj strani diskretnog oblika jed. (6) pretpostavi da se dubina vode h nalazi u trenutku n , generirani numerički algoritam je eksplicitan i ne iziskuje rješavanje sustava jednadžbi. Pritom, nepovoljna karakteristika eksplicitnog algoritma je uvjetna numerička stabilnost. Obzirom da je eksplicitni numerički algoritam mnogo jednostavniji za računalnu implementaciju te da je moguće osigurati numeričku stabilnost, isti se razmatrao u srhu izrade numeričkog primjera.

4.1. Definiranje parametara tla

Stohastički opis parametra tla će se zadati koristeći gotove programske funkcije u programskom paketu MathCAD 15 u kojem je i implementiran numerički model toka. Funkcije koje se u tom pogledu koriste su *rgamma* i *rnd* [12]. Kratki opis navedenih funkcija i pravila za njihovo korištenje je priložen u nastavku.

Hidraulička vodljivost će se zadavati zasebno u svakoj ćeliji diskretizacijske mreže te će se pripadajuće veličine označiti s $(K_x)_{i,j}$ te $(K_y)_{i,j}$. Na taj način će se definirati prostorni raspored hidrauličke konduktivnosti i to tako da će se za zadanu baznu vrijednost K_{0x} i K_{0y} definirati odstupanja i parametri koji definiraju gama razdiobu. Pritom, kako bi stohastičko zadavanje parametra K imalo opravdanje, domena toka mora biti dovoljno velika kako se uslijed odstupanja veličina ne bi ugrozila pretpostavka o REV. Kao posljedica ovakvog definiranja hidrauličke konduktivnosti, i transmisivnost u x i y smjeru će poprimiti stohastičku raspodjelu. U svakoj ćeliji diskretizacijske mreže, ista će biti definirana na način [2]

$$(T_x)_{i,j} = M_{i,j} (K_x)_{i,j} \quad ; \quad (T_y)_{i,j} = M_{i,j} (K_y)_{i,j} \quad (14)$$

gdje je M_{ij} debljina vodonosnog sloja u ćeliji ij . Pritom, kako se razina podzemne vode mijenja u vremenu, u navedenim jednadžbama će veličinu M_{ij} trebati ažurirati u svakom vremenskom koraku.

Definiranje prostornog rasporeda koeficijenta specifičnog uskladištenja će se bazirati na funkciji slučajnih brojeva. Naime, isti će se definirati tako da će se u svakoj ćeliji diskretizacijske mreže zadati inicijalna vrijednost S_{s0} te će se pritom na istu dodati odstupanje definirano kao postotak ove veličine. Pritom, statistička distribucija navedenih odstupanja je definirana generatorom slučajnih brojeva te normirana na način da se generiraju veličine u rasponu od $[-\Delta S_s, \Delta S_s]$ gdje ΔS predstavlja zadani postotak odstupanja. Definirajući koeficijent specifičnog uskladištenja u svakoj ćeliji mreže, može se pristupiti definiranju koeficijenta uskladištenja S_{ij} u istoj putem jednadžbe [2]

$$S_{i,j} = M_{i,j} S_{s_{i,j}} \quad (15)$$

u kojoj je S_s definiran u svakoj ćeliji diskretizacijske mreže kao $S_{s0} \pm \Delta S_s$.

4.2. Izbor vremenskog koraka

Obzirom da je tok podzemnih voda relativno spor te da je vremenski korak u eksplicitnoj shemi relativno mali, jasno je da će numerička simulacija strujanja definirati dinamiku toka s relativno velikom brojem vremenskih koraka. U tu svrhu je od posebnog značaja robusnost numeričke metode tj. svojstvo metode da očuva stabilnost za relativno veliki broj vremenskih koraka.

Kako je eksplicitna integracija vrlo jednostavna, ista je vrlo atraktivna za računalnu implementaciju, ali je istovremeno ograničena maksimalnim vremenskim korakom. Iz tog razloga je ista nepogodna za simulaciju strujanja unutar velikih vremenskih intervala, jer kriterij stabilnosti nameće da vremenski korak mora biti relativno mali. Drugim riječima, kako bi se numerički simulirao tok podzemne vode u relativno velikom vremenskom periodu, potrebno je koristiti relativno mnogo vremenskih koraka što iziskuje stanovito vrijeme proračuna odnosno umanjuje atraktivnost u smislu praktične primjene ovakvih algoritama. S druge strane, ukoliko se stacionarno stanje toka očekuje relativno brzo, eksplicitna vremenska integracija postaje atraktivnija.

Obzirom da je porozna sredina sa svim svojim parametrima zadana unaprijed te da se najčešće unaprijed i definira diskretizacijska mreža, slijedi da se izbor vremenskog koraka provodi na samom kraju definiranja modela i to neposredno prije početka proračuna na način da se zadovolji nejednakost (16).

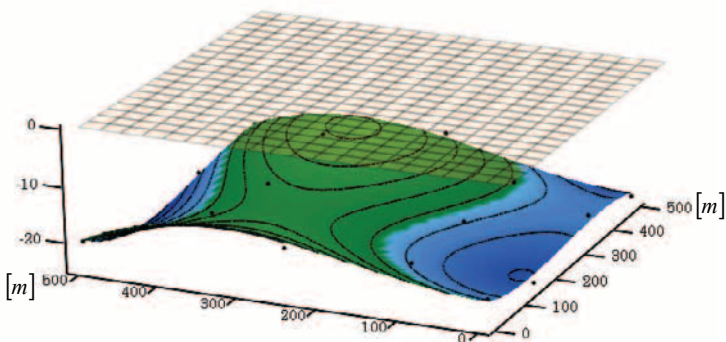
$$\frac{(T_x)_{i,j} \Delta t}{S_{i,j} (\Delta x)^2} + \frac{(T_y)_{i,j} \Delta t}{S_{i,j} (\Delta y)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (16)$$

5. Numerički primjer

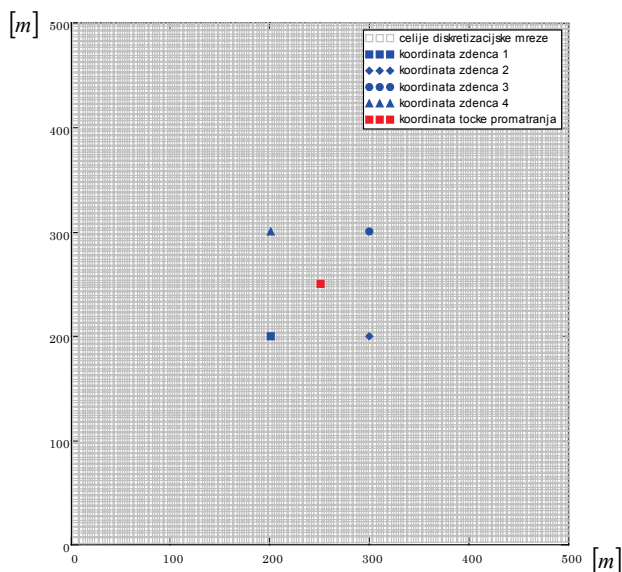
Izloženi numerički algoritam će se koristiti u svrhu izrade numeričkog primjera kojim će se nastojati definirati neka hipotetska situacija. U tu svrhu će se razmatrati pravokutna domena toka unutar koje se nalaze 4 zdenca. Bridovi domene toka su veličine 500 m. Podina, odnosno nepropusna granica vodonosnog sloja će se definirati nelinearnom regresijom provedenom za 16 točaka koje su jednoliko raspoređene u domeni toka. Točke se mogu interpretirati kao istražne bušotine u kojima se terenskim ispitivanjima odredila dubina na kojoj se nalazi nepropusna podloga. Navedeno se usvojilo kako bi se pokazao slučaj za tok s nejednolikom debljinom vodonosnog sloja. Naime, i za slučaj horizontalnog vodnog lica, na ovaj način će se inducirati nejednolika debljina saturiranog vodonosnog sloja M . Prikazana domena toka je prikazana na Slici 1 na kojoj je moguće prepoznati kotu terena te plohu podine vodonosnog sloja. Najplića dubina podine se nalazi na -16 m, a najdublja koordinata podine na -25 m.

5.1. Definiranje diskretizacijske mreže

Diskretizacija domene toka se provela metodom konačnih razlika. Diskretizacijska mreža se formirala s $n\Delta x = 100$ prostornih koraka u x smjeru koordinatne ravnine te isto toliko $n\Delta y$ prostornih koraka u y smjeru koordinatne ravnine. Na ovaj način se formirala ekvidistantna diskretizacijska mreža s ukupno 10000 proračunskih ćelija. Usvojena diskretizacijska mreža unutar koje će se promatrati dinamika opadanja razine podzemne vode je prikazana na Slici 2.



Slika 1. Trodimenzionalni prikaz razmatrane domene toka s definiranom plohom podine i plohom površine terena (crne točke predstavljaju mjesta istražnih bušotina na kojima je ustanovljena dubina podine)



Slika 2. Prikaz usvojene diskretizacijske mreže s označenim položajima zdenca i kontrolne točke u kojoj će se vršiti monitoring razine podzemne vode u vremenu trajanja crpljenja iz zdenca.

5.2. Definiranje rubnih uvjeta

Na jednoj strani pravokutne domene toka će se usvojiti prisustvo nadzemnog toka vode odnosno nekog prirodnog vodotoka. Za odgovarajuće hidrološke uvjete je u tom slučaju opravdano pretpostaviti da se podzemna voda prihranjuje nadzemnim tokom te je na istom mjestu prikladno definirati konstantnu razinu podzemne vode.

Na ostala tri ruba domene toka će se pretpostaviti nepropusna granica te će se definirati rubni uvjet 2. vrste. Na ovaj način će se na tim područjima simulirati prisustvo nepropusnih zagata koji će sprječavati dotok vode s tih strana. Naime, obzirom da rubni uvjet 2. vrste zahtjeva da ne postoji promjena razine vode na granici domene, posljedično se neće ostvariti pokretanje vodenih masa. Navedeno slijedi iz jed. (1) u kojoj je definirano da je brzina filtracijskog toka direktno proporcionalna razlici razina podzemne vode.

5.3. Definiranje početnih uvjeta

Početni uvjeti će se definirati dubinom vodnog lica podzemne vode na početku analize. U tu svrhu će se pretpostaviti da se vodno lice u stanju mirovanja podzemne vode nalazi da dubini od -2 m (mjereći od kote terena). Isto kao i u prvom vremenskom koraku, i u svim narednim će se debljina saturiranog dijela vodonosnog sloja definirati u svakoj diskretizacijskoj ćeliji u obliku $M_{ij}=h_{ij}-b_{ij}$.

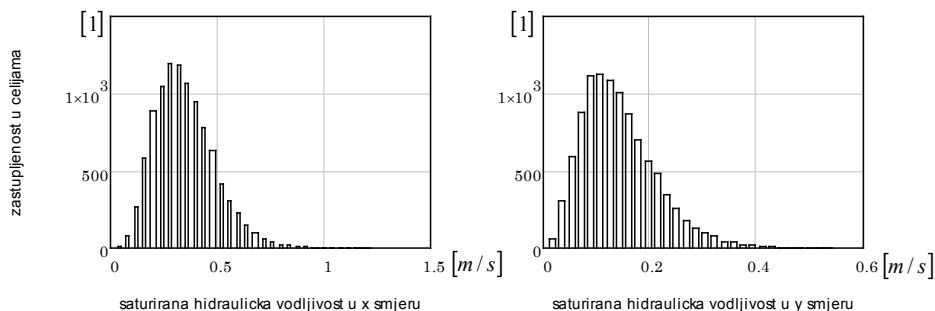
5.4. Definiranje dinamike rada zdenca

Vrijeme unutar kojeg će se promatrati opadanje razine podzemne vode definirano je u granicama od $t=0$ do $t=30$ minuta. U tom vremenskom periodu će se definirati dijagrami rada zdenca odnosno opadanje razine podzemne vode u svakom zdencu u funkciji vremena. Iako numerički algoritam nudi laku implementaciju različitih dijagrama rada zdenca, u nastavku će se definirati isti dijagrami za sve zdenca u numeričkom primjeru. Navedeno će se provesti na ovaj način kako bi se ukazala asimetričnost u rezultatima koja nije vezana za različitu dinamiku crpljenja već za nejednoliku raspodjelu hidrauličkih parametara tla i nejednolike raspodjele dubine podine. Za sve zdenca se usvaja da u prvih 10 minuta crpljenja razina podzemne vode u istima opada linearno na dubinu od -15 m te nakon tog ostaje nepromjenjiva u vremenu.

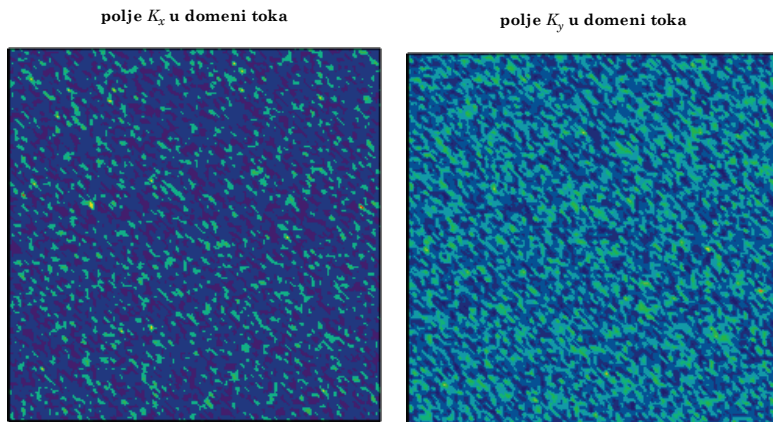
5.5. Definiranje hidrauličke vodljivosti

Pretpostaviti će se da je razmatrani vodonosni sloj anizotropan te da je definiran s različnim hidrauličkim vodljivostima u x i y smjeru toka. Štoviše, osim anizotropije, pretpostaviti će se i umjerena nehomogenost vodonosnog sloja te će se prostorna distribucija hidrauličke vodljivosti definirati gama funkcijom distribucije vjerojatnosti. Na taj način će se definirati odstupanja hidrauličke vodljivosti od njenih srednjih vrijednosti. Srednja vrijednost hidrauličke vodljivosti u x smjeru K_x se usvojila jednakom 0.048 m/s te srednja vrijednost hidrauličke vodljivosti u y smjeru K_y se usvojila jednakom 0.35 m/s. Statistička distribucija hidrauličkih vodljivosti je prikazana na Slici 3.

U ilustrativne svrhe se prilaže i prostorni raspored usvojenih vrijednosti hidrauličke vodljivosti u domeni analize. Isti je prikazan na sljedećoj slici (Slika 4). Treba primijetiti da se definirani materijal još uvijek može kategorizirati kao homogeni te da se nehomogenost može lako unijeti putem prikladnog manipuliranja parametara α i β iz jed. (7). Osim navedenog, treba primijetiti da



Slika 3. Prikaz statističke distribucije vrijednosti hidrauličke vodljivosti u ćelijama diskretizacijske mreže. U svrhu definiranja prostornog rasporeda hidrauličke vodljivosti se koristila nesimetrična gama distribucija vjerojatnosti.



Slika 4. Prostorni raspored usvojenih vrijednosti hidrauličke vodljivosti u domeni analize.

numerički model toka nudi jednostavno definiranje područja s različitim mehaničkim karakteristikama hidrauličke vodljivosti unutar kojih se opet mogu definirati različite statističke distribucije parametara tla.

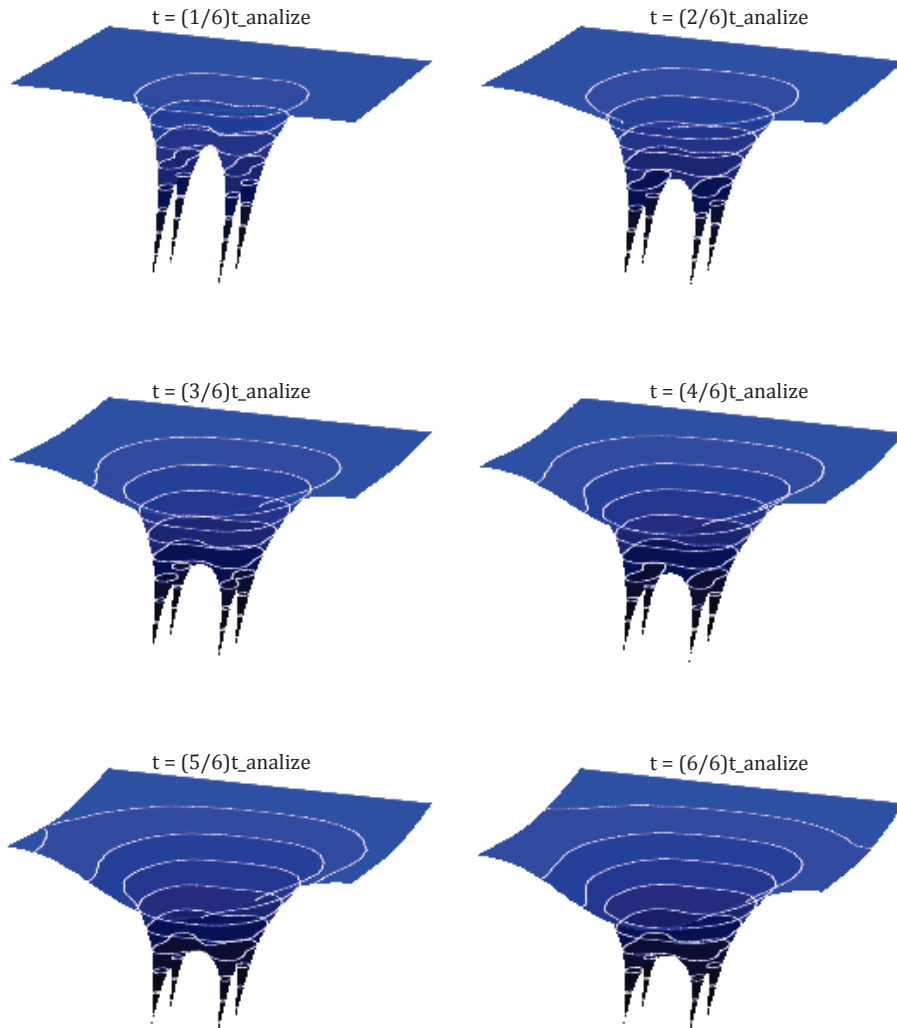
5.6. Prikaz rezultata modela

Rezultat numeričkom modela je vremenska i prostorna promjena vodnog lica u domeni analize toka. Koristeći distorzirano mjerilo, za usvojene parametra toka je dinamika razvoja vodnog lica prikazana na Slici 5. U tu svrhu se koristi prikaz plohe vodnog lica te odabrani broj hidroizohipsi, odnosno linija koje spajaju mjesta jednake dubine podzemne vode. U svrhu kvantifikacije postignutih dubina podzemne vode se prilaže Slika 6 na kojoj su prikazane hidroizohipse s asociranim vrijednostima.

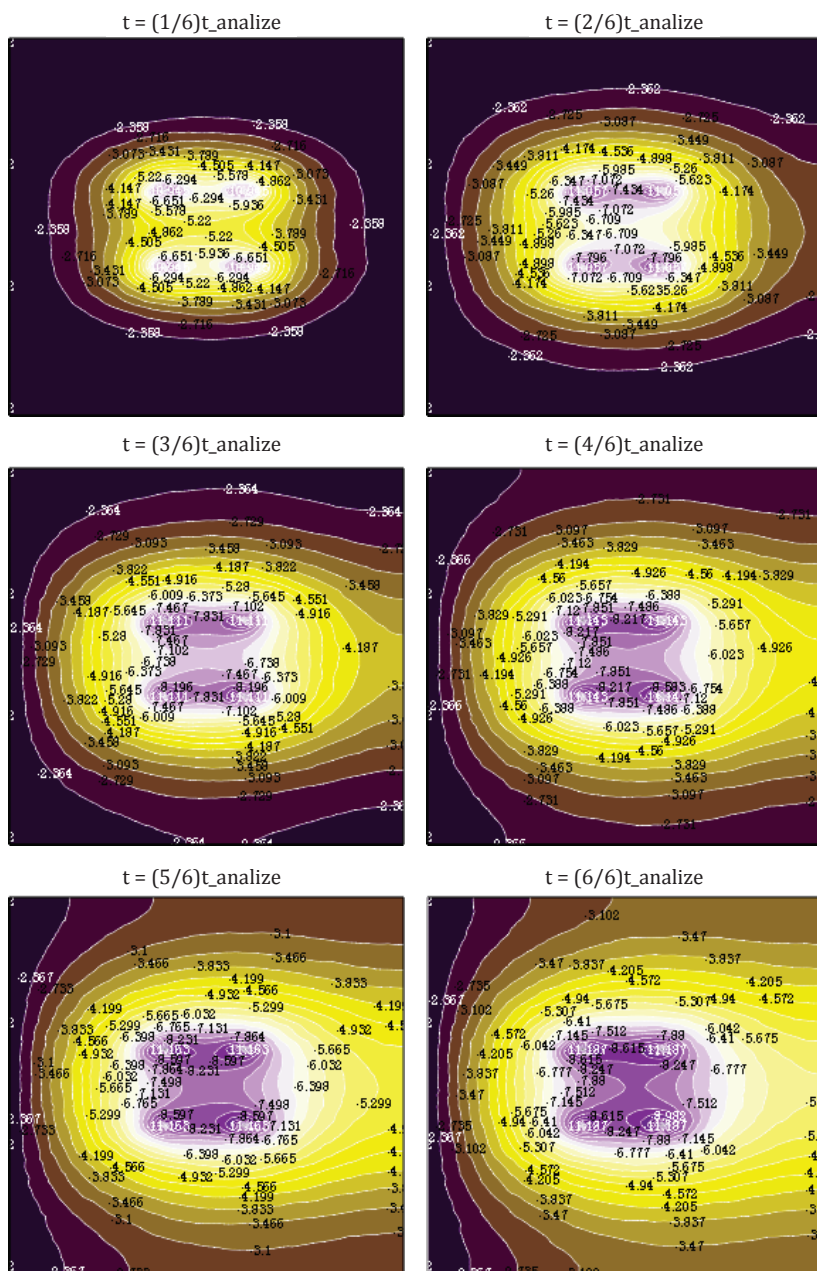
Osim podataka o dubini podzemne vode, numerički model toka omogućuje i definiranje polja brzine u domeni toka. Naime, kako se veličina vrtloga na dodirima vode i čestica tla može zanemariti u odnosu na čitavu domenu analize, opravdano je filtracijski tok promatrati kao potencijalni odnosni bezvrtložni tok. U tom slučaju se može koristiti teorija potencijalnog strujanja te se komponente vektora brzine mogu izraziti kao gradijent skalarnog polja dubine podzemne vode. Pritom treba primijetiti da u ovom slučaju navedeno nije opravdano jer u blizini zdenca nije opravdano zanemariti vertikalnu komponentu brzine kako je to učinjeno na samom početku rada. No, treba primijetiti i da se u tu svrhu postojeći numerički model može proširiti na način da uključi i vertikalnu dimenziju toka te bi se u tom slučaju moglo razmatrati i definiranje 3D polja brzine.

Kako je na samom početku rada navedeno, ovakav model toka podzemne vode može se koristiti u svrhu definiranja opadanja razine podzemne vode za općeniti slučaj toka. U ilustrativne svrhe je iz tog razloga usvojena kontrolna

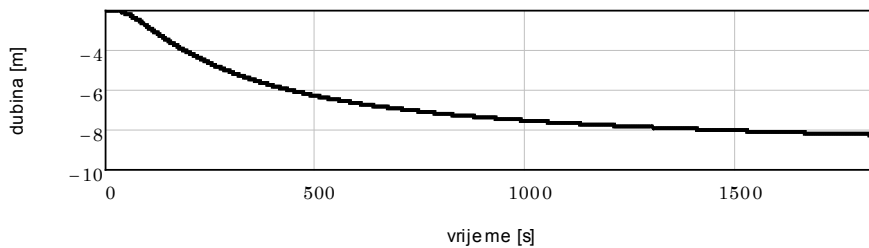
točka u kojoj se promatra opadanje razine podzemne vode kao posljedica rada zdenca. Dijagram opadanja razine podzemne vode je prikazan na Slici 7. Dobro je primijetiti da se u vremenu trajanja analize toka u kontrolnoj točki nije dosegla dubina podzemne vode koja je ujedno zadana u zdencima.



Slika 5. Dinamika izmjene plohe vodnog lica ilustrirana s 6 ekvidistantnih vremenskih stanja ostvarenih unutar usvojene vremenske domene. Bijele linije prikazuju hidroizohipse, odnosno linije jednake dubine podzemne vode. Prateći dinamiku hidroizohipsi, lako je uočiti pomicanje fronte utjecaja zdenca.



Slika 6. Prikaz dinamike opadanja razine podzemne vode s hidroizohipsama. Uz svaku hidroizohipsu je asocirana numerička vrijednost koja označava dubinu na kojoj se nalazi površina podzemne vode. Na slikama se može lako prepoznati rub domene (desni rub) na kojem je definiran rubni uvjet 1. vrste.



Slika 7. Dijagram opadanja razine podzemne vode u kontrolnoj točki. Treba primijetiti da u vremenu trajanja analize najniža kota podzemne vode u kontrolnoj točki nije dosegla zadanu razinu u zdencima.

Drugim riječima, ukoliko bi se povećala vremenska domena analize, povećalo bi se i sniženje razine u kontrolnoj točki. Navedeno upućuje na to da se u razmatranom periodu analize nisu dosegli stacionarni uvjeti toka.

6. Zaključak

U radu je prikazana jedna od metodologija modeliranja toka podzemne vode. Na taj način, rad sadrži i objedinjuje potrebna znanja za provedbu numeričke simulacije toka podzemne vode, i to putem izrade numeričkog algoritma temeljenog na metodi konačnih razlika. Pritom, vladajuća diferencijalna jednadžba koja se u tu svrhu diskretizirala je napisana za tok u horizontalnoj ravnini te se usvojila pretpostavka kako je u svakoj točki diskretizacijske mreže vodonosni sloj u potpunosti saturiran. U svrhu izrade numeričkog primjera, za simulaciju toka u hipotetskom slučaju crpljenja iz grupe zdenca koristio se rezultirajući računalni algoritam. Na tri ruba pravokutne domene definiran je Neumann-ov rubni uvjet, a na jednom rubu domene Dirichlet-ov rubni uvjet. Rubovi definirani Neumann-ovim rubnim uvjetom koriste se u svrhu definiranja nepropusne granice domene, dok se Dirichlet-ov rubni uvjet uveo kako bi na jednoj granici domene očuvao konstantnu razinu podzemne vode. Na taj način je tok u porznoj sredini definiran jednadžbom kontinuiteta i Darcy-evim zakonom napisanim za tok kroz saturiranu sredinu. Tok podzemne vode, kako je navedeno, promatrao se u pravokutnoj domeni. U svrhu definiranja dinamike toka podzemne vode, u svakoj od točaka diskretizacijske mreže se prognoza budućeg stanja provodila putem eksplicitne vremenske integracije. Upravo je stoga bilo potrebno odabrati prikladni vremenski korak koji zadovoljava kriterij numeričke stabilnosti. Specificiranje relevantnih mehaničkih parametara tla svelo se na zadavanje hidrauličke vodljivosti i koeficijenta specifičnog uskladištenja. Stohastičko zadavanje parametara tla je provedeno koristeći *rgamma* i *rnd* distribucije u programskom paketu MathCAD 15. S izloženim numeričkim algoritmom je izrađen numerički primjer, i to za neki hipotetski inženjerski

problem. Primjerom je ustanovljen utjecaj rada zdenca na opadanje razine vode u kontrolnoj točki. Pritom je usvojena domena toka okarakterizirana anizotropnim svojstvom hidrauličke vodljivosti te nepravilnim geometrijskih karakteristika, odnosno varijabilnom dubinom na kojoj se nalazi nepropusna podloga.

Literatura

- [1] Bear, J., *Dynamics of Fluid in Porous Media*, American Elsevier Publishing Co, 1972.
- [2] Travaš, V., Rukopis predavanja iz predmeta hidraulika, Interna skripta, *Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci*, 2010.
- [3] Mureta, I., Modeliranje toka podzemne vode sa stohastičkim zadavanjem parametara tla, Diplomski rad, *Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci*, 2013.
- [4] Heydinger, A.G., Groundwater modeling, *Technical report*, The University of Toledo, 2008.
- [5] Konikow, L.F., Use of numerical models to simulate groundwater flow and transport, *Technical report*, US Geological Survey, Reston, Virginia, USA, 1996.
- [6] Tyson, S., Introduction to groundwater flow modeling: finite difference method, *Technical report*, University of Wisconsin-Madison, 2003.
- [7] Lumb, P., The variability of natural soils, *Canadian Geotechnical Journal*, 74-97, 1966.
- [8] Schulzet, E., Frequency distribution and correlation of soil properties, *Technical report*, Hong Kong Univ. Press, 1972.
- [9] Harrop, W.K., Random nature of soil porosity and related properties, *Journal of Engineering Mechanics*, 115, 1989.
- [10] Kreyszig, E., *Advanced engineering mathematics - 9th edition*, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [11] Hill, M.C. 1992. A Computer Program (MODFLOW-P) for Estimating Parameters of a Transient, Three-Dimensional, Ground-Water Flow Model Using Nonlinear Regression. USGS Open-File Reports 91-484.
- [12] Mathsoft, Mathcad Plus 5.0, User's Guide. *Mathsoft Inc.*, Cambridge, MA, 1993.

METODOLOGIJA IZRADE KATALOGA VODNOGOSPODARSKOG STANJA PRITOKA U SLIVU RIJEKE DUBRAČINE

THE CATALOG CREATION METHODOLOGY FOR WATER MANAGEMENT TRIBUTARY ASSESSMENT IN DUBRAČINA RIVER CATCHMENT AREA

Ivana SUŠANJ*, **Lovel BARIČIĆ****, **Nevenka OŽANIĆ***

Sažetak

Rad opisuje metodologiju izrade kataloga trenutnog stanja pritoka rijeke Dubračine na području Vinodolske doline u Primorsko-goranskoj županiji. Izgled kataloga pritoka rijeke Dubračine predstavljen je na primjeru pritoke Cigančice te su prikazani osnovni rezultati analize udjela reguliranosti pritoka i stanja postojećih regulacija. Istraživanje potrebno za izradu kataloga sprovedeno je kroz tri grupe aktivnosti: prikupljanje postojeće dokumentacije, evaluacijsko istraživanje na terenu te kategorizacija prikupljenih podataka. Izrađeni katalog se sastoji od opisnog djela, evaluacijskog obrasca i fotodokumentacije za jedanaest značajnih pritoka rijeke Dubračine. U Republici Hrvatskoj trenutačno ne postoji dokument koji pruža uvid u stanje rijeka i pripadajućih slivova pa je jasno vidljiva potreba za razvojem metodologije izrade takvih dokumenata.

Ključne riječi: vodotok, slivno područje, metodologija, katalog, pritoke rijeke Dubračine, evaluacija stanja

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: {isusanj, nevenka.ozanic}@uniri.hr

** Gark konzalting d.o.o., S.R. Njemačke 1, 10000 Zagreb
E-mail: lovelbar@gmail.com

Abstract

This paper presents the catalog creation methodology for determining the present condition of Dubračina river tributaries in Vinodol valley (Primorje-Gorski kotar county). Also, an example of the analyzed tributary from the catalog (river Cigančica) is given as well as the results of a basic analysis related to the river regulation degree and the assessment of the existing river regulation. The research required for the catalog creation was carried out by three groups of activities: the collection of the existing data, the evaluation research in the field and the reorganization of the collected data. The catalog consists of a descriptive part, an evaluation form and the photo documentation carried out on eleven major Dubračina river tributaries. At the moment, there is no document providing the insight into the present state of rivers and their catchment areas in the Republic of Croatia. Therefore, the need for developing a methodology for creating such documents is quite evident.

Key words: river, catchment area, methodology, catalog, Dubračina river tributaries, current state evaluation

1. Uvod

Unutar rada biti će opisana metodologija izrade kataloga pritoka rijeke Dubračine na području Vinodolske doline na temelju koje je izrađen katalog te će biti prikazana osnovna analiza udjela reguliranosti pritoka i stanja izvedenih regulacija. Rijeka Dubračina svojom razgranatom hidrografskom mrežom, slivnim područjem i vodnom bilancom predstavlja najznačajniji vodotok u Vinodolskoj dolini [1],[2]. Područje je zahvaćeno erozijom, lokalnim klizištima i bujičnim vodotocima te je teren stoga podložan stalnim promjenama [3],[4],[5]. Zamijećene promjene obuhvaćaju pojavu novih područja zahvaćenih erozijom, lokalnih klizišta i proširenja već utvrđenih. Postojeća dostupna dokumentacija koja obuhvaća istražne elaborate, sanacijske projekte, karte i fotodokumentacije je zastarjela i, nažalost, ne prikazuje trenutno stanje na terenu i prateće promjene kao što su pojavljivanje novih klizišta, područja zahvaćenih erozijom, poplave bujica i sl. Spomenuti nedostatak postojeće dokumentacije moguće je otkloniti izradom dokumenta koji će dati uvid u trenutačno stanje na pritokama i pripadajućim slivovima rijeke Dubračine.

Istraživanje za izradu kataloga podijeljeno je u nekoliko grupa aktivnosti. Prva grupa aktivnosti bila je prikupljanje postojećih podataka i dokumentacije o istražnom području kao što su karte, fotografije, projekti sanacije, istražni elaborati i sl. Druga je grupa aktivnosti obuhvatila istraživanje provedeno na samom terenu („on-site“) i popunjavanjem u tu svrhu pripremljenog evaluacijskog obrasca, izradu fotodokumentacije stanja sliva i korita svake pritoke zasebno te usporedbu postojećih podataka s onima prikupljenima na terenu. Kao završna aktivnost u fazi istraživanja provedena je kategorizacija sakupljenih podataka.

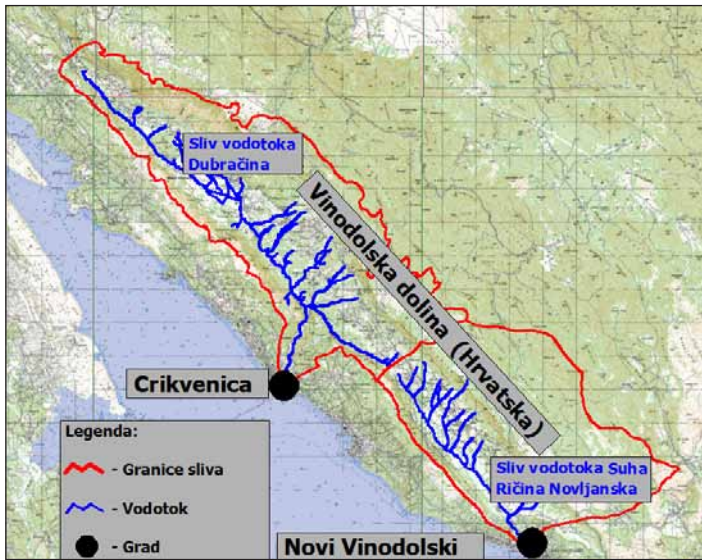
Potom su podaci objedinjeni u dokument koji se sastoji od prikaza općih značajki analiziranog područja kao što su opis geografskog položaja, geološke i klimatološke značajke, hidrografske mreže i sl. te kataloga gdje je svaka pritoka rijeke Dubračine s pripadajućim slivom prikazana opisno, na kartografskoj podlozi, evaluacijskim obrascem i fotodokumentacijom. Za kartografski prikaz korištene su postojeća Topografska karta Hrvatske (M 1:25000, 1989., Zagreb), Aero-snimke (M 1:5000, 2004., Zagreb) te Opća geološka karta Hrvatske (M 1:10000, 1973., Zagreb) dok je u preglednom tabličnom prikazu moguće pronaći podatke o stanju sliva, izvorišta i pritoke što je potkrijepljeno pripadajućom fotodokumentacijom.

Na temelju istraživanja i prikupljenih podataka izrađena je osnovna analiza udjela reguliranosti pritoka te ocjena stanja reguliranih kanala.

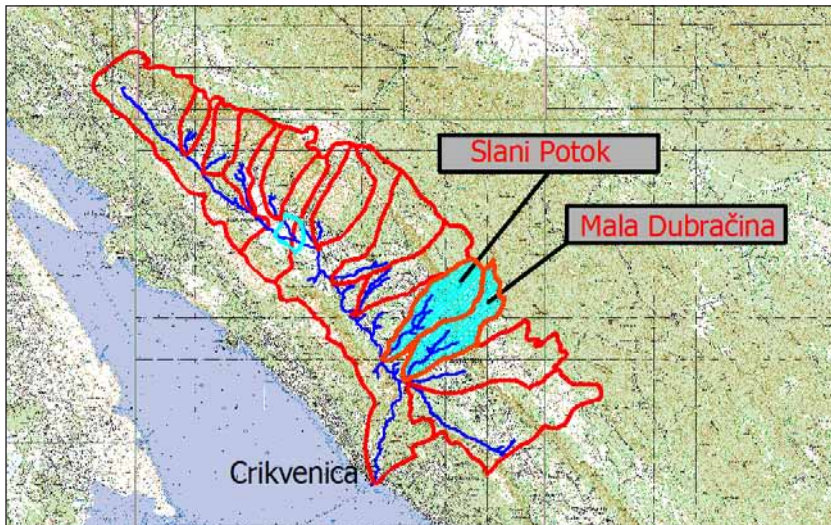
2. Opis istraživanog područja: Sliv rijeke Dubračine – Vinodolska dolina

U geografskom smislu Vinodolska dolina je jedinstvena prostorna cjelina između Križišća na sjeverozapadu i Novog Vinodolskog na jugoistoku te primorja uz Vinodolski kanal (Slika 1). Zbog svoje složene geološke građe i izraženog strmog sjeverno-istočnog poprečnog presjeka doline, ovo je područje već dugi niz godina izloženo eroziji, lokalnim klizištima i bujičnim vodotocima [1,2,3]. Na područje Vinodolske doline nalaze se dva glavna vodena toka s razgranatom hidrografskom mrežom pritoka koja se ulijevaju u Jadransko more, i to Dubračina u Crikvenici i Novljanska Ričina u Novom Vinodolskom [4]. Sliv Dubračine je svojom neposrednom površinom i vodnom bilancom najveći i najznačajniji vodotok [5,6]. Budući da se većina područja zahvaćena erozijom, lokalnim klizištima i bujičnim vodotocima nalazi na slivu rijeke Dubračine, Dubračina je izabrana kao predmet detaljne analize u ovom radu. Između velikog broja pritoka slivnog područja rijeke Dubračine valja istaknuti pritoke Slani potok i Malu Dubračinu čiji su slivovi u najvećoj mjeri zahvaćeni spomenutim procesima (Slika 2) [2,7].

U zadnjih stotinjak godina na slivnom području rijeke Dubračine proveden je niz geoloških i hidro-geoloških istraživanja kao i niz rekonstrukcija koje na posljetku nisu dovele do cjelokupnog rješenja problema. Dodatni problem predstavljaju gubitak i teška dostupnost dijela izrađenih istražnih elaborata i sanacijskih projekata, dok dio dostupnih u mnogo slučajeva ne odgovara trenutnom stanju na slivu. Postojeća dokumentacija nikad nije objedinjena na jednome mjestu, što onemogućuje sagledavanje cjelokupnog problema na promatranom području te vodi rješavanju lokanih već nastalih problema na slivu, a ne njihovoj prevenciji i ublažavanju [8].



Slika 1. Smeštaj slivnih područja rijeke Dubračine i Suhe Ričine Novljanske [8]



Slika 2. Lokacija slivnih područja pritoka rijeke Dubračine – Slani potok i Mala Dubračina [8]

3. Cilj rada i metodologija izrade kataloga trenutnog stanja pritoka rijeke Dubračine

3.1. Cilj rada

Glavni cilj ovoga rada bio je objediniti postojeće podatke i novonastale probleme na istražnom području kao što su: pojava klizišta, područja zahvaćenih erozijom, pojava bujica i stanje hidrotehničkih objekata (bujične pregrade, cestovni propusti, regulirane dionice pritoka i sl.) u svrhu izrade kataloga trenutnog stanja pritoka rijeke Dubračine koji će poslužiti kao temelj za daljnje istraživanje. Postojeće dostupne podloge i dokumenti koji daju uvid u stanje vodotoka i sliva su zastarjele i ne daju realni opis stanja što je dalo motivaciju za izradu kataloga. Katalog trenutnog stanja pritoka izrađen je na temelju istraživanja provedenog u travnju 2013. godine za jedanaest značajnih pritoka rijeke Dubračine, a to su: Duboki, Bronac, Cigančica, Leskovnik, Sušik, Ričina Tribaljska, Pećica, Slani potok, Mala Dubračina, Kučina i Malenica.

3.2. Metodologija istraživanja za potrebe izrade kataloga trenutnog stanja pritoka rijeke Dubračine

Istraživanje za potrebe rada podijeljeno je nekoliko glavnih grupa aktivnosti: prikupljanje postojećih podataka, istraživanje na terenu te kategorizaciju prikupljenih podataka kako bi se izradio katalog pritoka.

Prva grupa aktivnosti uključivala je prikupljanje postojećih podataka i dokumentacije o istražnom području kao što su karte, fotografije, projekti sanacije, istražni elaborati i sl. Prikupljanje podataka otežala je činjenica da ne postoji baza podataka ili arhiva u kojoj su dostupni svi traženi dokumenti. U suradnji s nadležnim institucijama kao što su Hrvatske vode i Vinodolska općina, sjedište Bribir, prikupljena je dostupna dokumentacija dok se jedan njen dio, za čije se postojanje znalo, smatra trajno izgubljenim.

Druga grupa aktivnosti obuhvatila je istraživanje na samome terenu usporedbom postojećih dokumenata s onima na terenu („on-site“) te ocjenjivanjem svake pritoke zasebno. Uspoređene su ucrtane pritoke na postojećoj topografskoj karti i ortofoto snimci s trenutačnim stanjem te su unesene promjene. Za ocjenjivanje stanja je korišten u tu svrhu pripremljen evaluacijski obrazac te je izrađena fotodokumentacija stanja sliva i korita za svaku pritoku. Evaluacijski obrazac je podijeljen na dvije glavne cjeline: opisno ocjenjivanje sliva i vodotoka. Stanje sliva je evaluirano opisom vrste i stanja vegetacije, pojavom erozije i klizišta te prisutnošću urbanizacije i prometnica na gornjem srednjem i donjem djelu sliva. Evaluacija vodotoka je sprovedena ocjenjivanjem izvorišta i toka rijeke. Izvorišta su podijeljena na one koje dolaze od glavnog toka rijeke i izvorišta manjih pritoka te je ocijenjena njihova vidljivost, uređenje i održavanje te aktivnost. Korito

pritoka je ocijenjeno s obzirom na prisutnost regulacije toka te hidrotehničkih objekata kao što su cestovni propusti i bujične pregrade. Ukoliko je utvrđeno postojanje reguliranog dijela pritoke, zabilježena je dimenzija regulacijskog profila i dužina regulacijske dionice, materijal izrade te održavanje i prisutnost pronosa nanosa kao i mogućnost plavljenja ukoliko je protočnost profila ograničena. Ukoliko se radi o nereguliranoj pritoci ili njenoj dionici, ocijenjena je protočnost, postojanje pronosa nanosa i mogućnost plavljenja.

Kao završna aktivnost u fazi istraživanja provedena je kategorizacija sada objedinjenih podataka prema unaprijed definiranoj klasifikaciji (grupe podataka prema klasifikaciji: hidrološki, geološki, pokrov zemljišta, namjena zemljišta,...) nakon čega je izrađen kataloški prikaz svake pritoke s opisom, kartografskim prikazom, evaluacijskim obrascem i fotodokumentacijom.

4. Katalog trenutnog stanja slivnog područja i pritoka rijeke Dubračine

Nakon istražnih aktivnosti izrađen je katalog trenutnog stanja slivnog područja i pritoka rijeke Dubračine. U uvodnome djelu kataloga opisane su opće značajke analiziranog područja kao što su geografski položaj, geološke i klimatološke značajke, vodne pojave, pokrov zemljišta te je priložen pregled hidrografske mreže.

U nastavku je unutar kataloškog prikaza obrađeno jedanaest značajnih pritoka rijeke Dubračine koje su redom: Duboki, Bronac, Cigančica, Leskovnik, Sušik, Ričina Tribaljska, Pećica, Slani potok, Mala Dubračina, Kučina i Malenica. Kataloški prikaz pritoka obuhvaća: opis pritoke, kartografski prikaz, evaluacijski obrazac i fotodokumentaciju. Unutar opisnog dijela moguće je dobiti uvid u osnovne informacije o obrađenoj pritoci kao što su dužina vodotoka, smještaj vodotoka s obzirom na cjelokupni sliv rijeke Dubračine, površina slivnog područja te vrsta vegetacije koja prevladava na slivu. U kartografskom prikazu svaka je pritoka s pripadajućim slivom, oznakama dijelova vodotoka i hidrotehničkim objektima smještena na topografskoj, ortofoto i osnovnoj geološkoj podlozi. Primjer kartografskog prikaza za pritoku Cigančica vidljiv je na Slici 3.

Evaluacijski obrazac popunjen je tijekom terenskog istraživanja te daje uvid u stanje sliva i pritoka, kao što je vidljivo na primjeru pritoke Cigančice na Tablici 1 i Tablici 2.

Nakon evaluacijskog obrasca, u kataloškom prikazu pritoka rijeke Dubračine slijedi fotodokumentacija koja slikovno upotpunjava opis sliva i pritoke. Primjer fotodokumentacije za pritoku Cigančica dan je na Slici 4.



a) Smještaj sliva rijeke s obzirom na cijeli sliv rijeke Dubračine

Legenda	
	Granica sliva
	Vodotok
	Propusti ispod ceste
	Pregrade u vodotoku
	Izvori vodotoka



b) Rijeka Cigančica s pripadajućim slivom na ortofoto podlozi s označenim elementima regulacije



c) Rijeka Cigančica s pripadajućim slivom na osnovnoj geološkoj karti

Legenda	
	Granica sliva
	Vodotok
	Propusti ispod ceste
	Pregrade u vodotoku
	Izvori vodotoka



d) Rijeka Cigančica s pripadajućim slivom na topografskoj podlozi

Slika 3. Kartografski prikaz: rijeka Cigančica [9]

Tablica 1. Evaluacijski obrazac 1. Dio: rijeka Cigančica

IME VODOTOKA:

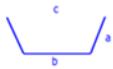

CIGANČICA

SLIV			
	GORE	SREDINA	DOLE
VEGETACIJA	Krš, slabo	Jasen, hrast	Primorski bor, hrast, jasen
EROZIJA	Da	Erozija kanala	ne
KLIZIŠTA	Ne	ne	ne
CESTE	Ne	da	da
URBANIZACIJA	Ne	da	ne

VODOTOK OPČENITO			
	IZVOR (I.) - GLAVNI	IZVOR (II.)	IZVOR (III.)
VIDLJIV	da	ne	da
UREĐEN	da	ne	da
ODRŽAVAN	ne	ne	da
AKTIVAN	da	da	da
POZICIJA PRITOKE (LIJEVO/DESNO)	/	desno	desno
POZICIJA S KARTE (BROJ)	3	3a	3b
NAPOMENA	Ime izvora BARTOLOVAC	prekriven cestom i potpornim zidom, voda je isprala materijal iza potpornog zida (postojeći odron)	počinje u završnom objektu

PREGRADA	PRITOK 3b
BROJ	pr1
MATERIJAL	kamen u betonu
POZICIJA	3b/izvor
STANJE	protočno
PRONOS NANOSA	ne
PLAVLJENJE	ne
NAPOMENA	Završni objekt i umirujući bazen

Tablica 2. Evaluacijski obrazac 2. Dio: rijeka Cigančica

KANAL	PRITOK	
	gdje	početak
MATERIJAL	beton	kamen
POZICIJA	3b	3a
STANJE	održavano	zatrpano pijeskom
PRONOS NANOSA	ne	da
PLAVLJENJE	ne	moгуće
GEOMETRIJA	 a=0,5; b=0,6; c=1,0	 a=30; b=30; c=30
NAPOMENA	Prefabricirana kanaleta	/

PROPUST (CESTA)	GLAVNI TOK		PRITOK 3b		PRITOK 3a
	BROJ	Pc5	Pc4	pc2 (cijev ispod kuća)	Pc1
MATERIJAL	kamen	kamen	beton	pvc	kamen u betonu
POZICIJA	cesta	cesta	3b	3b	3a
STANJE	zatrpano protočno	zatrpano protočno	neočišćeno protočno	neočišćeno protočno	zatrpano
PRONOS NANOSA	da	da	da	da	da
PLAVLJENJE	moгуće	moгуće	moгуće	moгуće	moгуće
GEOMETRIJA	pravokutni (š×v) 1,0×1,5	pravokutni (š×v) 0,4×0,3	φ 0,50	φ 0,30	pravokutni (š×v) 0,5×0,5

NEREGULIRANO			
	GLAVNI TOK		
	UZVODNO	SREDINA	NIZVODNO
IZRAŽEN TOK	da	da	/
MATERIJAL	zemlja	zemlja	/
STANJE	zatrpano protočno	protočno	/
PRONOS NANOSA	da	da	/
PLAVLJENJE	moгуće	moгуće	/
IMA VODE?	da	da	/
NAPOMENA:	/	erozija u kanalu	Nismo posjetili



Izvor Bartolovac



Pojava erozije kod izvora (3a)



Izvor sporedne pritoke (3b) s završnim objektom



Prefabricirana kineta (3b) te propusti ispod kuće (pc2)



Cestovni propust (pc4)



Cestovni propust (Pc5)



Nizvodna prirodna dionica kanala



Erozija bočnih pokosa kanala na nizvodnom dijelu rijeke

Slika 4. Fotodokumentacija: pritoka Cigančica [9]

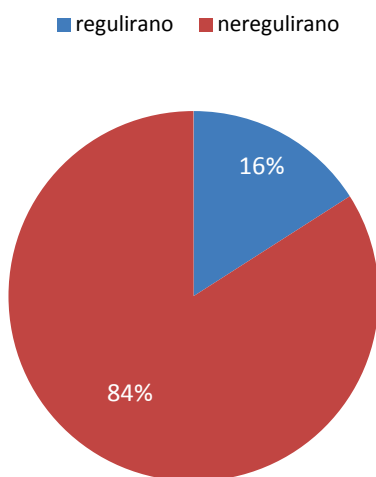
5. Analiza udjela reguliranosti pritoka rijeke Dubračine i ocjena stanja postojećih regulacija

Istraživanje na terenu te izrada kataloga trenutnog stanja slivnog područja i pritoka rijeke Dubračine omogućili su sagledavanje udjela reguliranosti pritoka rijeke Dubračine i evaluaciju stanja postojećih reguliranih dionica.

Udio reguliranosti pritoka rijeke Dubračine dobiven je odnosom ukupne duljine vodotoka i duljine reguliranih dionica vodotoka izraženima postotkom (%). Prikaz udjela reguliranosti prikazan je na Slici 5 iz kojeg je vidljivo da je vrlo mali postotak, tek 16% ukupne dužine pritoka rijeke Dubračine reguliran.

Stanje reguliranih dionica pritoka sprovedeno je na način da je prvo definirana skala numeričkih ocjena kojoj je pridružena opisna evaluacija analiziranih pritoka. Stanje je evaluirano od odličnog do vrlo lošeg, pri čemu odlično podrazumijeva nesmetan protok vode, a vrlo loše postojanje određenih prepreka kao što su riječni nanos, urasla vegetacija ili otpad koji u potpunosti sprečavaju protok vode. Sukladno tome definirana je i potreba za sanacijom ili čišćenjem na promatranom vodotoku, prilikom čega se za odlično stanje utvrđuje da nema potrebe za intervencijom dok se za vrlo loše stanje predlaže hitna intervencija. Prikaz definirane skale numeričkih ocjena pridružene opisnoj evaluaciji vidljiv je u Tablici 3.

Udio reguliranosti pritoka rijeke Dubračine (%)



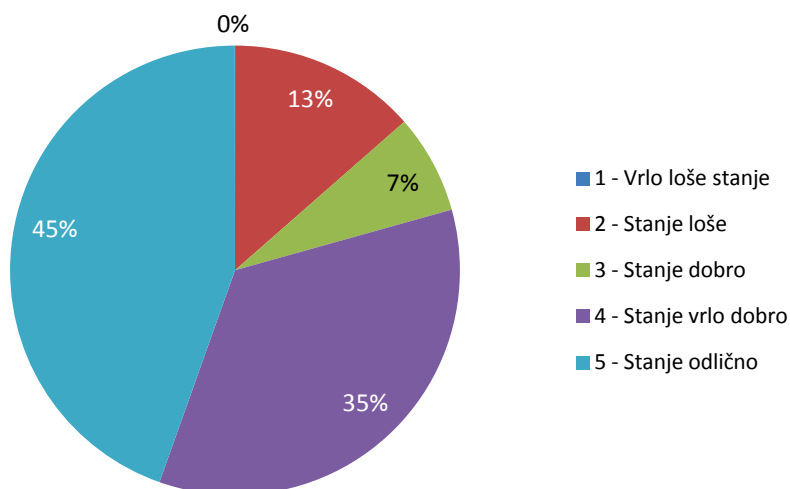
Slika 5. Udio reguliranosti pritoka rijeke Dubračine [9]

Tablica 3. Skala numeričkih ocjena pridruženih opisnoj evaluaciji

Numerička ocjena	Opisna evaluacija
1	Stanje vrlo loše, neprotopčno, potrebna hitna sanacija
2	Stanje loše, protočno, potreba za velikom sanacijom
3	Stanje dobro, potreba za čišćenjem i djelomičnom sanacijom
4	Stanje vrlo dobro, potrebno čišćenje
5	Stanje odlično, nije potrebno čišćenje niti sanacija

Prema analizi reguliranih dionica jedanaest pritoka rijeke Dubračine, većina pritoka ocijenjena je odličnom (5) ili vrlo dobrom (4) ocjenom dok niti jedna izvedena regulacija nije ocijenjena nedovoljnom (1) ocjenom. Ukupno stanje reguliranih kanala može se ocijeniti zadovoljavajućim iako je na pojedinim dionicama potrebna sanacija ili redovito održavanje regulacije u smislu čišćenja nanosa, siječe raslinja i sanacije regulacije kako bi u potpunosti bila funkcionalna. Detaljan prikaz ocjena stanja postojećih regulacija prikazan je na Slici 6.

Ocjena stanja postojećih regulacija pritoka rijeke Dubračine

**Slika 6.** Ocjena stanja postojećih regulacija pritoka rijeke Dubračine [9]

6. Zaključak

Katalog trenutnog stanja pritoka rijeke Dubračine daje uvid ne samo u stanje njihova sliva i vodotoka, već je i vrlo vrijedna podloga za daljnje istraživanje u domeni evaluacije rizika od hazarda. Također omogućava lakšu procjenu stručnjaka prilikom analize za potrebom regulacije vodotoka te pri definiranju prioriteta izrade projekata sanacije i regulacije vodotoka ili neke njegove dionice.

Metodologija korištena za izradu ovoga kataloga, koja se sastoji od istraživanja (prikupljanje postojećih podataka, istraživanje na terenu te kategorizacija prikupljenih podataka) i same izrade kataloga pritoka, primjenjiva je za izradu istog i na drugim slivovima na kojima je utvrđena potreba za procjenom trenutnog stanja slivova i vodotoka. U Republici Hrvatskoj trenutačno ne postoji dokument koji pruža uvid u stanje rijeka i pripadajućih slivova, što bi za potrebe istraživanja i projektiranja bilo od velikog značaja, pa se metodologija prikazana u ovom radu može smatrati začetkom razvoja protokola po kojem je moguće izraditi dokument koji će objediniti stanje slivnih područja s pripadajućim vodotocima. Aktivnosti kao što su prikupljanje postojeće dokumentacije, evaluacija stanja na slivu kroz evaluacijski obrazac te kategorizacija prikupljenih podataka mogu se primijeniti na svakom slivnom području. U tom smislu, ukoliko bi se izradila procjena drugih slivnih područja na isti način, otvorila bi mogućnost direktne usporedbe slivova i njihova stanja.

Zahvala. *Ovaj rad je rezultat izrade Diplomskog rada studenta Lovela Baričića a samo istraživanje je provedeno u sklopu bilateralnog Hrvatsko-Japanskog projekta: «Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj» te uz potporu znanstvenog projekta „Hidrologija osjetljivih vodnih resursa u kršu“. (114-0982709-2549) financiranog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.*

Literatura

- [1] Županijski zavod za razvoj, prostorno uređenje i zaštitu okoliša: *Prostorni plan područja posebnih obilježja Vinodolске doline*, Stručna dokumentacija, Rijeka, 2004, nepublicirano
- [2] Benac, Č., Jurak, V., Oštrić, M., Holjević, D. & Petrović, G., *Pojava prekomjerne erozije u području Slanog potoka (Vinodolska dolina)*, Knjiga sažetaka 3. Hrvatskog geološkog kongresa, Opatija, pag 173-174., September 2005. Croatian Geological institute, Zagreb, 2005.
- [3] Gimani, I., Šušnjar, M., Bukovac, J., Milan, A., Nikler, J., Crnolatac, J., Šikić, I., Blašković, I., *Osnovna geološka karta SFRJ 1:100000 – list Crikvenica*,

- Institut za geološka istraživanja, Zagreb, Savezni geološki zavod, Beograd, 1973.
- [4] Rubinić, A., *Hidrologija sliva Dubračine*, Zbornik radova Građevinskog fakulteta, pag 33-68., Sveučilište u Rijeci, Nr.XIII, 2010.
- [5] Ružić I., Sušanj I., Ožanić N., *Analyses of event runoff coefficients: Slani potok and Dubračina river*, Croatia–Japan Project on Risk Identification And Land-Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia: 1st project workshop: „INTERNATIONAL EXPERIENCE“, Dubrovnik (Croatia), 2010.
- [6] Sušanj, I., Ožanić, N., Yamashiki, Y., *Analysis of flash flood occurred at Slani potok*, Croatia–Japan Project on Risk Identification And Land-Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia: 3rd Project Workshop, Zagreb (Croatia), 2012.
- [7] Aljanović, D., Jurak, V., Mileusnić, M., Slovenec, D., Presečki, F., *The origin and composition of flysch deposits as an attribute to the excessive erosion of the Slani Potok Valley („Salty Creek“)*, Nr. 63, vol.3, pag 313-322., Geologia Croatia, Croatia, 2010.
- [8] Sušanj, I., Dragičević, N., Karleuša, B., Ožanić, N., *Izrada GIS baze podataka za sliv rijeke Dubračine radi utvrđivanja stanja sliva te umanjenja i sprečavanja pojave poplava, erozije i lokalnih klizišta*, Prvi skup mladih istraživača iz područja građevinarstva, arhitekture i geodezije; ZAJEDNIČKI TEMELJI, Split, 26.-27. 09. 2013.
- [9] Baričić, L., *Katalog pritoka rijeke Dubračine*, Diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2013. npublicirano

PRORAČUN OSNOVNIH FIZIČKIH PARAMETARA SLIVA I MAKSIMALNIH PROTOKA NA SLIVOVIMA TRBUHOVICA I MLAKE UPOTREBOM GIS-A

GIS CALCULATION OF BASIC PHYSICAL PARAMETERS OF TRBUHOVICA AND MLAKE WATERSHED CATCHMENT AREA AND MAXIMUM FLOW DISCHARGE

Goran VOLF*, Nevenka OŽANIĆ*, Igor PETROVIĆ**

Sažetak

Na slivu vodotoka Trbohovica i njezine pritoke Mlake upotrebom GIS alata GeoMedia Professional izrađen je proračun nekih od osnovnih fizičkih parametara sliva te proračun maksimalnih protoka upotrebom racionalne metode. Vodotok Trbohovica nalazi se u krškom predjelu Gorskog kotara u Hrvatskoj, u blizini slovenske granice. Slivna površina vodotoka Trbohovica iznosi 8,72 km², a duljina glavnog dijela vodotoka je 2,2 km. Cilj rada je prikazati na primjerima slivova vodotoka Trbohovica i Mlake korisnost i aplikaciju GIS-a te upotrebu digitalnih podloga kako bi se olakšala provedba izračuna osnovnih fizičkih parametara sliva, analiza maksimalnih protoka te ostalih hidroloških analiza.

Daljni rad bazira se na određivanju propusne moći kanala te zona plavljenja vodotoka upotrebom rezultata koji su proizašli iz ovoga rada.

Ključne riječi: *Geografski informacijski sustav, GeoMedia Professional, hidrologija, fizičke osobine sliva, vodotok Trbohovica, pritoka Mlake*

* Građevinski fakultet u Rijeci
E-mail: {goran.volf,nevenka.ozanic}@gradri.hr

** IGH d.d. Rijeka
E-mail: igor.petrovic@igh.hr

Abstract

Using GIS tool GeoMedia Professional calculations of catchment area and maximum flow discharge basic physical parameters with the rational method made on Trbuhovica and Mlake watersheds. The stream Trbuhovica and her tributary Mlake are located in the karst region of Gorski kotar in Croatia, near Slovenian border. Trbuhovica watershed measures about 8.72 km² with the main stream length of 2.2 km. The aim of this paper is to show usefulness and application of GIS tools and digital maps in order to facilitate calculations of basic watershed physical parameters, analysis of maximum flow discharge and other hydrological analyses.

Future work is focused on assessment of channel flow capacity and on determining flooding areas using the results of this research.

Key words: *Geographic information system, GeoMedia Professional, hydrology, physical watershed characteristics, stream Trbuhovica and Mlake*

1. Uvod

Geografski informacijski sustav (GIS) i srodne tehnologije pomažu nam u analiziranju velikih količina podataka omogućavajući bolje razumijevanje zemljinih procesa i ljudskih aktivnosti u poboljšanju ekonomske vitalnosti i ekološke kvalitete [1].

Razvitak GIS tehnologije započeo je sredinom 60-tih godina u SAD-u, Kanadi, Ujedinjenom Kraljevstvu, Njemačkoj i Švicarskoj. U 80-tim se godinama GIS tehnologija koristila eksperimentalno, dok se u 90-tim godinama postiže njeno usavršavanje i započinje njena primjena u raznim znanstvenim disciplinama [1].

GIS ima raširenu primjenu u svim područjima znanstvenih istraživanja. Prema definiciji UNESCO-a i WMO-a hidrologija kao znanost definira se na dva načina: 1) Hidrologija je znanost koja se bavi vodama iznad, na i ispod Zemljine površine; pojavljivanjem, otjecanjem i raspodjelom vode u vremenu i prostoru; biološkim, kemijskim i fizikalnim svojstvima vode i djelovanjem vode na okoliš, uključujući i utjecaj na živa bića; te 2) Hidrologija je znanost koja se bavi procesima upravljanja, mijenjanja i nadopunjavanja vodnih zaliha na Zemljinoj površini i tretira različite faze u hidrološkom ciklusu. Upotreba GIS-a u hidrologiji je najizraženija pri analizama slivova kao što je integrirano površinsko i podzemno modeliranje (definiranje otjecanja, pronosa nanosa, erozije, itd.), regionalno podzemno modeliranje te analiza vezanih za kakvoću vode (modeli za proračun količina nutrijenta u slivu) [2]. Također, GIS se koristi u predviđanju poplava na slivovima kako bi se analizirao rizik od hazardnih događaja. Pritom se koriste brojni meteorološki podaci (oborine, temperature, itd.) te razne katrografske podloge kao što su digitalni model terena, pokrov zemljišta, karakteristike tla i brojne druge.

U ovom radu će biti prikazna upotreba GIS-a na primjeru osnovnih izračuna fizičkih osobina sliva te proračuna maksimalnih protoka upotrebom racionalne metode. Za analizirano područje uzeto je slivno područje vodotoka Trbuhovica i pritoka Mlake u krškom predjelu Gorskog kotara na samoj granici sa Slovenijom. Analizirano područje je dio projekta "Keep Waters Clean" [3] na osnovu čega je provedeno praćenje hidroloških prilika na području slivnog područja vodotoka Trbuhovica i pritoka Mlake.

GIS alat koji će se koristiti za proračun osnovnih fizičkih osobina sliva te za proračun maksimalnih protoka poznat je pod imenom GeoMedia Professional [4]. Upotrebom alata GeoMedia Professional sproveden je izračun nekih od osnovnih fizičkih osobina sliva na predmetnim slivovima prilikom koje su dobivene fizičke osobine sliva kao što su: maksimalni nagib vodotoka, srednji nagib sliva te srednja nadmorska visina sliva. Na temelju dobivenih fizičkih osobina sliva slijedi proračun maksimalnih protoka određenih povratnih perioda (5, 10 i 100 godina) kojemu prethodi izračun srednjeg racionalnog koeficijenta i mjerodavnog inteziteta oborina na slivu.

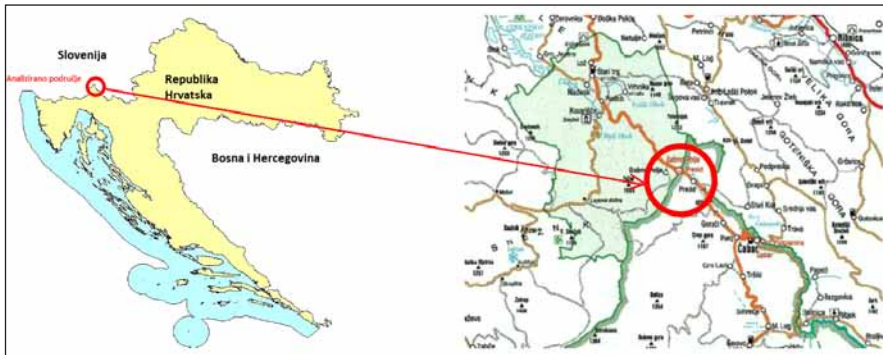
Provedeni proračuni fizičkih osobina sliva te maksimalnih protoka na slivu Trbuhovica i Mlake u kasnijim fazama projekta "Keep Waters Clean" [3] koristit će se za provjeru propusne moći kanala vodotoka Trbuhovica i Mlake te za određivanje poplavnih zona vodotoka Trbuhovica.

Rad se sastoji od pet poglavlja. Prvo poglavlje čini uvod u područje istraživanja. U drugom dijelu navode se materijali i metode koje su se koristile u radu te opis analiziranog područja. Treće poglavlje prikazuje dobivene rezultate u ovom radu, dok četvrto poglavlje sadrži diskusiju o dobivenim rezultatima. Zaključak je iznesen u petom poglavlju.

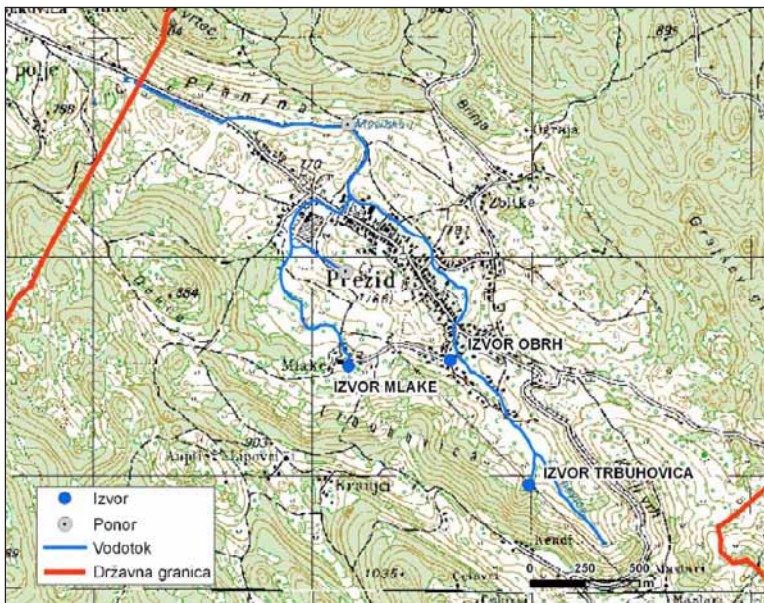
2. Materijali i metode

2.1. Opis analiziranog područja

Analizirano područje nalazi se na krajnjem sjeveru Primorsko-goranske županije, uz samu državnu granicu sa Slovenijom (Slika 1). Na području krškoga polja, na čijem se prostoru smjestilo naselje Prezid, nalazi se ponorni vodotok Trbuhovica čije se vode formiraju iz izvora Trbuhovica i Obrha koji se nalaze jugoistočno od Prezida. Vodotok Trbuhovica prolazi sjeveroistočno od naselja Prezid te završava u ponorskoj zoni na zapadnom dijelu polja. Slivna površina vodotoka iznosi 8,72 km², dok je dužina samog glavnog vodotoka 2,2 km. Na dijelu polja južno od naselja Prezid nalazi se izvor Mlake čije preljevnice vode formiraju kratki površinski tok koji završava u zasebnoj ponornoj zoni lociranoj južnije od samog naselja Prezid s kojom je hidrografski povezan. Površina sliva Mlake iznosi 1,90 km². U pojedinim situacijama pojave ekstremno velikih voda, kapacitet zone poniranja je nedovoljan za brzu evakuaciju doteklih voda, što uzrokuje plavljenje nižih razina polja [5], (Slika 2).



Slika 1. Prikaz situacijskog položaja analiziranog područja [5]



Slika 2. Situacija analiziranog područja s površinskom hidrografskom mrežom i važnijim izvorima i ponorima [5].

2.2. GeoMedia Professional

GeoMedia Professional [4] je GIS alat za pregledavanje i analizu geografskih podataka iz različitih izvora, formata i kartografskih projekcija. Alatom se mogu izvoditi složena pretraživanja na položajnim i atributnim podacima te izrađivati prikaze i karte. Uz pomoć posebnih dodatka ti se prikazi mogu dodatno razraditi kako bi se postigao još bolji kartografski prikaz.

GeoMedia Professional omogućuje također i preuzimanje i obradu podataka. Integracijom vektorskih i rasterskih podataka te funkcijama preciznog pogađanja na rasterske podatke omogućeno je preuzimanje podataka s rasterskih slika ručnom vektorizacijom na ekranu. Podržana je i vektorizacija pomoću digitalizatora te transformacije koje su pri tome potrebne. Alati za automatsko pronalaženje pogrešaka u vektorskim podacima i njihovo ispravljanje omogućuju zaobilaženje uobičajenih problema pri vektorizaciji.

GeoMedia Professional podržava i napredno smještanje teksta, a također se može koristiti i kao programsko razvojno okruženje koje je moguće prilagoditi posebnim zahtjevima uz pomoć standardnih razvojnih alata kao što su Visual Basic te Visual C++.

2.3. Proračun maksimalnih protoka - racionalna metoda

Racionalna formula ili metoda je empirijska iskustvena metoda za izračunavanje maksimalnih protoka malih neizučenih slivova na kojima nema dostupnih mjerenja (preporuka do 25 km²) kao umnoška slivne površine, maksimalnog kišnog intenziteta i racionalnoga koeficijenta. Osnovna postavka racionalne metode jest da za vrijeme olujnih oborina jednolika intenziteta i jednolike raspodjele na slivu dolazi do maksimalnog protoka vodnoga vala u trenutku kada cijela površina sliva sudjeluje u postanku hidrograma. Pod tim se vremenom podrazumijeva vrijeme koncentracije T_c , odnosno vrijeme potrebno da voda s najudaljenije točke sliva stigne do mjesta gdje se izračunava protok ili do izlaznoga profila. Racionalna formula je definirana izrazom (1):

$$Q_M = C \cdot i \cdot A. \quad (1)$$

gdje je Q_M maksimalni (vršni) protok, C racionalni koeficijent, i intenzitet kiše, a A površina sliva.

Ako se uzmu jedinice Q_M (m³/s), i (mm/h) i A (km²), onda racionalna formula ima oblik (2):

$$Q_M = 0,278 \cdot C \cdot i \cdot A \text{ (m}^3/\text{s)}. \quad (2)$$

Mjerodavan intenzitet oborine i je funkcija vremena koncentracije T_c i povratnoga perioda pp (3):

$$i = i(T_c, pp). \quad (3)$$

Vrijeme koncentracije T_c može se računati prema iskustvenome izrazu koji je dao Z. P. Kirpich 1940 [6], (4):

$$T_c = 0,00032 \cdot L^{0,77} \cdot I_{\max}^{-0,385} \text{ (h)}. \quad (4)$$

gdje je L (m) najveća duljina putovanja vode, pad $I_{max} = \Delta H/L$, a ΔH (m) je visinska razlika između najudaljenije točke na slivu i protjecajnog profila.

Ukoliko se vrijeme koncentracije povezuje s brzinom tečenja u vodotoku, ono će se skraćivati s povećanjem brzine, a ta brzina će se povećavati s povećanjem maksimalnih protoka, odnosno produljenjem povratnih razdoblja. Za vrijeme koncentracije se približno može uzeti (5):

$$Tc = \frac{L}{v} \quad (\text{h}). \quad (5)$$

gdje je L (m) duljina glavnoga vodotoka od razvodnice sliva do izlaznoga profila, a v (m/s) je brzina vode u vodotoku.

Brzina se vode u vodotoku može odrediti na osnovi Chezyjeve, Manningove ili Stricklerove formule (6):

$$v = K \cdot h^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} \quad (\text{m/s}). \quad (6)$$

i to ukoliko je hidraulički radijus $R = h$, a h je srednja dubina u vodotoku.

Ako o vodotoku za čiji izračun se rabi racionalna formula nema dovoljno podataka za izračunavanje brzine prema Chezyjevoj, Manningovoj ili Stricklerovoj formuli, onda se brzina otjecanja može izračunati prema izrazu koji je dao I. I. Herheulidze [6], (7):

$$v_p = (1,6 + 1,10 \log pp) \cdot \sqrt[4]{I_{max}} \quad (\text{m/s}). \quad (7)$$

Gdje je pp (god.) povratni period, a $I_{max} = \Delta H/L$, gdje je ΔH (m) visinska razlika između najviše točke na slivu i protjecajnoga profila, a L (m) je duljina ukupnog dijela glavnog vodotoka.

Za racionalni koeficijent C uzimaju se prosječne vrijednosti na osnovi povratnog perioda pp , topografskih uvjeta te vegetacije različitih vrsta pokrova na slivu, iznesene u Tablici 1. Srednji racionalni koeficijent C_{sr} izračuna se prema izrazu (8):

$$C_{sr} = \frac{C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_n A_n}{A_1 + A_2 + A_n}. \quad (8)$$

Gdje je C_n vrijednost racionalnog koeficijenta na površini A_n za određenu vrstu pokrova.

Tablica 1. Vrijednosti racionalnog koeficijenta *C* [7]

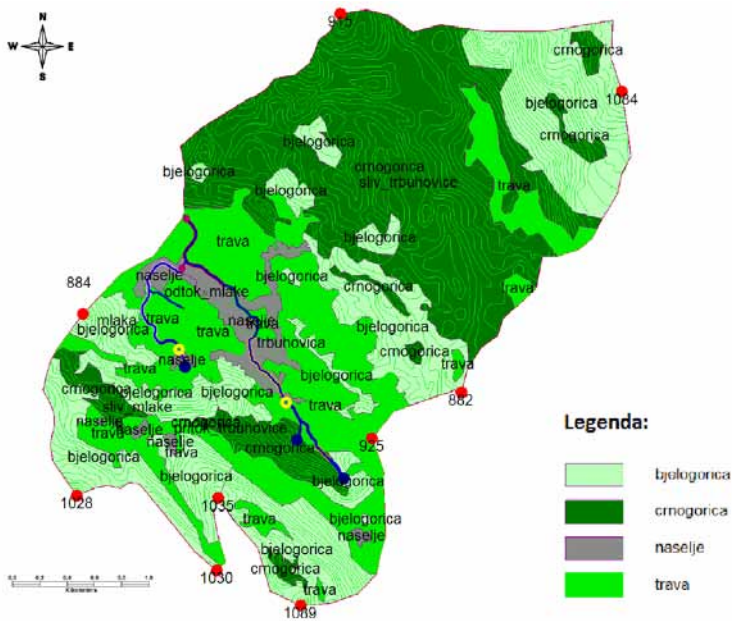
Povratno razdoblje (godine)							
Karakteristike pokrova	2	5	10	25	50	100	500
Izgrađena područja							
Asfalt	0.73	0.77	0.81	0.86	0.90	0.95	1.00
Beton/krov	0.75	0.80	0.83	0.88	0.92	0.97	1.00
Zelene površine (groblja, parkovi, itd.)							
0 – 2%	0.32	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.58
2 – 7 %	0.37	0.40	0.43	0.46	0.49	0.53	0.61
Više od 7 %	0.40	0.43	0.45	0.49	0.52	0.55	0.62
Trava pokriva od 50 – 70 % površine							
0 – 2 %	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
2 – 7 %	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Više od 7 %	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Trava pokriva više od 75 % površine							
0 – 2 %	0.21	0.23	0.25	0.29	0.32	0.36	0.48
2 – 7 %	0.29	0.32	0.35	0.39	0.42	0.46	0.56
Više od 7 %	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.51	0.58
Neizgrađena područja							
0 – 2 %	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.57
2 – 7 %	0.35	0.38	0.41	0.44	0.48	0.51	0.60
Više od 7 %	0.39	0.42	0.44	0.48	0.51	0.54	0.61
Livade							
0 – 2 %	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
2 – 7 %	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Više od 7 %	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Šume							
0 – 2 %	0.22	0.25	0.28	0.31	0.35	0.39	0.48
2 – 7 %	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.56
Više od 7 %	0.35	0.39	0.41	0.45	0.48	0.52	0.58

3. Rezultati

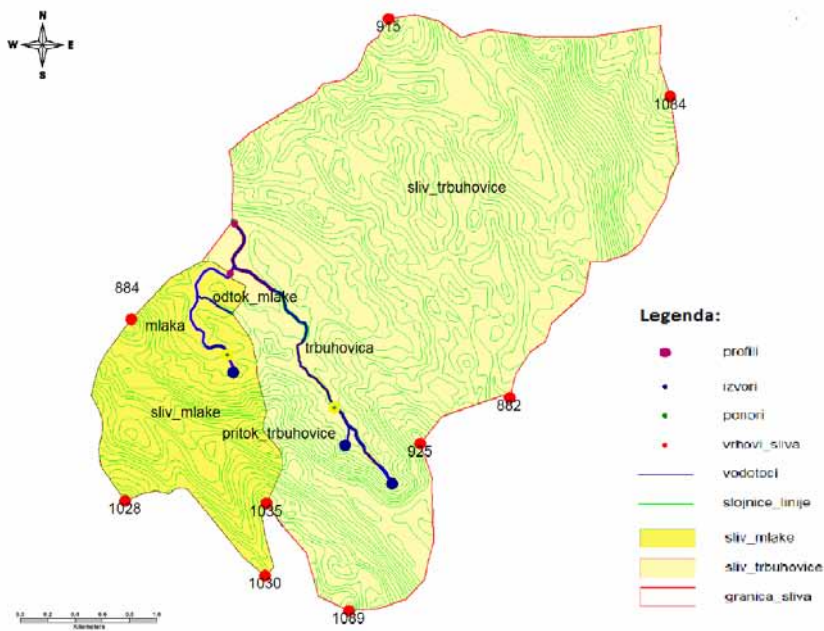
U ovom poglavlju prikazana je izrada digitalnih podloga, odnosno „*layera*“ te provedeni proračuni za neke od fizičkih osobina sliva i maksimalnih protoka racionalnom metodom u GIS alatu GeoMedia Professional.

3.1. Izrada digitalnih podloga - „*layera*“

Za predmetno područje male slivne površine nisu bile dostupne digitalne podloge prikladne rezulucije za provođenje analiza i proračuna pa su upotrebom alata GeoMedia Professional [4] izrađene podloge tj. „*layeri*“ koji sadrže elemente (*engl. Feature*) te pripadajuće attribute (*engl. Attributes*) koji su se koristili prilikom analiza u GIS-u. Za izradu „*layera*“ korištene su



Slika 3. Pokrov terena.



Slika 4. Prikaz granica slivova, slojnica, vodotoka, izvori, ponora te mjernih profila.

skenirane ortofoto te topografske karte mjerila 1:5000 te 1:25000 (GF Rijeka, int. baza). Izrađeni su idući "layeri":

1. Pokrov terena koji sadrži elemente o vrsti pokrova (Slika 3),
2. Slojnice s pripadajućim nadmorskim visinama koje predstavljaju digitalni model terena (Slika 4),
3. Vodotoci s imenom vodotoka (Slika 4).
4. Izvori s imenom izvora (Slika 4),
5. Ponori s imenom ponora (Slika 4),
6. Mjerni profili za koje je napravljen proračun velikih voda (Slika 4).

Upotrebom "layera" koji sadrži slojnice sa pripadajućim nadmorskim visinama, tj. "layera" koji predstavlja digitalni model terena analiza u alatu GeoMedia Professional izrađene su granice slivova te je time definiran "layer" koji u sebi sadrži ime sliva, pripadajuću površinu sliva, opseg sliva, intenzitet oborina na slivu te srednji racionalni koeficijent za taj sliv (Slika 4). Proračun intenziteta oborina te srednjeg racionalnog koeficijenta na slivu prikazani su u poglavlju 3.2.2.

3.2. Proračun fizičkih osobina sliva i maksimalnih protoka

Upotrebom izrađenih "layera" može se provoditi analize u GIS-u te provedbu proračuna. Prikazani proračuni i analize u radu vezani su za područje hidrologije, a podijeljeni su na dva osnovna dijela:

1. Proračun fizičkih osobina slivova vodotoka Trbuhovica i pritoke Mlake:
 - a) Proračun maksimalnog nagiba vodotoka I_{\max} ,
 - b) Proračun srednjeg nagiba sliva s ,
 - c) Proračun srednje nadmorske visine sliva H_0 .
2. Proračun maksimalnih protoka slivova vodotoka Trbuhovica i pritoke Mlake:
 - a) Proračun srednjeg racionalnog koeficijenta C_{sr} ,
 - b) Proračun mjerodavnog intenziteta oborina i ,
 - c) Proračun maksimalnih protoka Q_{\max} upotrebom racionalne metode.

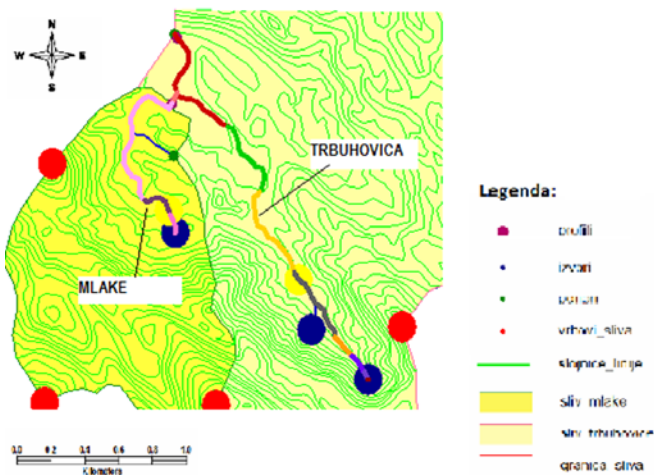
3.2.1. Proračun fizičkih osobina slivova vodotoka Trbuhovica i pritoke Mlake

a) Proračun maksimalnog nagiba vodotoka

Za svaki vodotok analizom u GIS-u izračunat je maksimalni nagib vodotoka prema izrazu (9), a čiji su rezultati prikazani u Tablici 2:

$$I_{\max} = \frac{\Delta H}{L_v} \quad (9)$$

Gdje je I_{\max} maksimalni nagib vodotoka, ΔH visinska razlika između najviše i najniže točke vodotoka (m) te L_v ukupna duljina vodotoka (m).



Slika 5. Prikaz dionica vodotoka između pojedinih slojnica prikazanih različitim bojama.

Maksimalni nagib vodotoka u daljnjem se proračunu koristio za proračun brzine otjecanja v_p prema izrazu (7) koja je potrebna za proračun vremena koncentracije T_c prema izrazu (5) koji se koristi kod proračuna intenziteta oborina i .

Tablica 2. Maksimalni nagib vodotoka

Ime sliva/ vodotoka	Maksimalni nagib vodotoka[%]
Trbuhovica	8.5
Mlake	15.0

Dobiveni rezultati pokazuju da su maksimalni nagibi vodotoka dosta veliki, pogotovo za pritoku Mlake koji će rezultirati visokim brzinama tečenja u koritu.

Također se pomoću GIS alata upotrebom linijskih elementa vodotoka i slojnica te njihovim sjecištem dobilo dionice vodotoka između pojedinih slojnica kojima su definirane različite dionice nagiba vodotoka (Slika 5). Dionice vodotoka različitih nagiba na Slici 6 prikazane su različitim bojama.

b) Proračun srednjeg nagiba sliva

Nagib sliva kao fizički parametar sliva važan je radi utjecaja na oblik i dolazak vodnog vala, infiltracije vode u tlo te obnavljanja podzemnih voda.

Za proračun srednjeg nagiba sliva vrijedi formula (10) prema [6] koja se smatra grubom aproksimacijom za proračun srednjeg nagiba sliva. Točniji proračun dobiva se putem hipsometrijske analize.

$$s = \frac{D * L}{A} \quad (10)$$

Gdje je s srednji nagib sliva, D visinska razlika među slojnicama (10 m), L ukupna duljina slojnica (m) te A površina sliva (m^2). Provedbom određenih analiza u alatu GeoMedia Professional dobiveni su podaci o ukupnoj dužini slojnica D pojedinog sliva te površine pojedinog sliva A nakon čega je izračunat srednji nagib sliva (Tablica 3). Dobivene vrijednosti srednjeg nagiba sliva upućuju da je nagib sliva dosta velik, što zajedno s velikim nagibima vodotoka rezultira brzim porastima vodostaja.

Tablica 3. Srednji nagib sliva

Ime sliva	Srednji nagib sliva
Trbuhovica	0.22
Mlake	0.26

c) Proračun srednje nadmorske visine sliva

Srednja nadmorska visina sliva H_0 teoretski je vodoravna crta koja siječe hipsometrijsku krivulju tako da su površine iznad i ispod hipsometrijske krivulje i te crte jednake. Hipsometrijska krivulja je krivulja koja pokazuje koji je dio područja riječnoga sliva smješten do razmatranoga riječnog profila [6]. Za proračun srednje nadmorske visine sliva koristila se formula (11) prema [6]:

$$H_0 = \frac{\sum H_i * A_i}{A} \quad (\text{mn.m}). \quad (11)$$

Gdje je H_0 srednja nadmorska visina sliva, H_i srednja visina između dviju slojnica (m.n.m), A_i površina između dviju slojnica (m^2) te A površina pojedinog sliva (m^2). Za ovaj proračun prvo se napravila analiza kojom su u GIS-u dobivene pojedine površine omeđene granicama sliva i susjednih slojnica. Nakon toga se odredila srednja nadmorska visina između dviju susjednih slojnica te je izvučena površina sliva. Dobivenim podacima na kraju je analizom u GIS-u izračunata srednja nadmorska visina sliva (Tablica 4).

Tablica 4. Srednja nadmorska visina sliva

Ime sliva	Srednja nadmorska visina sliva [mn.m]
Trbuhovica	859.89
Mlake	852.25

3.2.2. Proračun maksimalnih protoka slivova vodotoka Trbuhovica i pritoke Mlake

a) Proračun srednjeg racionalnog koeficijenta

Za svaki pojedini sliv upotrebom GIS-a izračunati su srednji racionalni koeficijenti C_{sr} koji su se koristili kod proračuna maksimalnih protoka prema izrazu (8) koristeći vrijednosti dane za pojedini racionalni koeficijent u Tablici 1, u odnosu na povratni period, pokrov te nagib terena (vidi poglavlje 2.3).

Tablica 1 izrađena je u alatu Microsoft Office Excel te je povezana sa GIS alatom GeoMedia Professional [4] kako bi se mogle vršiti određene analize te samim time dobiti vrijednosti srednjeg racionalnog koeficijenta za svaki pojedini sliv. Koristeći Tablicu 1 kojom je definiran povratni period, pokrov te nagib terena i "layere" koji predstavlja pokrov terena te digitalni model terena GIS alatom se za svaku pojedinu vrstu površine odredio racionalni koeficijent. Na temelju definiranih racionalnih koeficijenta i površina koje su zastupljene određenim koeficijentom izračunat je srednji racionalni koeficijent prema izrazu (8) za povratne periode od 5, 10 i 100 godina. Rezultati proračuna prikazani su u Tablici 5.

Tablica 5. Srednji racionalni koeficijent

Povratni period – PP	Srednji racionalni koeficijent - C_{sr}	
	Sliv Trbuhovica	Sliv Mlake
5 godina	0.32	0.28
10 godina	0.35	0.30
100 godina	0.45	0.40

b) Proračun mjerodavnih intenziteta oborina

Vrijednosti inteziteta oborina na slivu za 5, 10 i 100 godišnji povratni period izračunate su korištenjem klimatskih funkcija (PTP krivulja) koje je definirao Rubinić 1989 godine [8] za potrebe Hrvatskih cesta na području Delnica. Vrijednosti inteziteta oborina izračunate su u GIS-u te ubačene

u "layer" koji u sebi sadrži ime sliva, pripadajuću površinu sliva, opseg sliva, intenzitet oborina na slivu te srednji racionalni koeficijent za kasnije proračune.

Maksimalana oborina 5-godišnjeg povratnog perioda iznosi prema [8]:

$$P_5 = 58.2 \cdot T_c^{0.633} \quad (\text{mm}). \quad (12)$$

za 10 godišnji povratni period:

$$P_{10} = 67.3 \cdot T_c^{0.663} \quad (\text{mm}). \quad (13)$$

te za 100 godišnji povratni period:

$$P_{100} = 107.4 \cdot T_c^{0.728} \quad (\text{mm}). \quad (14)$$

gdje je T_c vrijeme koncentracije, a P_i je maksimalna oborina određenog povratnog perioda. Vrijeme koncentracije izračunato je prema izrazu (5) koristeći u proračunu izračunatu brzinu otjecanja v_p prema izrazu (7) te ukupnu duljinu glavnog vodotoka L_v koja je dobivena analizom u GIS alatu.

Mjerodavni 5 godišnji intenzitet oborina izračunat na osnovu izraza (12) iznosi:

$$i_5 = \frac{P_5}{T_{c5}} = \frac{58.2 \cdot T_c^{0.633}}{T_{c5}} \quad (\text{mm/h}). \quad (15)$$

za 10 godišnji povratni period prema izrazu (13):

$$i_{10} = \frac{P_{10}}{T_{c10}} = \frac{67.3 \cdot T_c^{0.663}}{T_{c10}} \quad (\text{mm/h}). \quad (16)$$

te za 100 godišnji povratni period prema izrazu (14):

$$i_{100} = \frac{P_{100}}{T_{c100}} = \frac{107.4 \cdot T_c^{0.728}}{T_{c100}} \quad (\text{mm/h}). \quad (17)$$

Rezultati proračuna brzine otjecanja, vremena koncentracije, maksimalnih oborina te intenziteta oborina određenih povratnih perioda koji su provedeni u GIS-u prikazani su u Tablici 6.

Tablica 6. Proračun parametara prema racionalnoj metodi

Izračunati parametri	Mjerna jedinica	Ime sliva	
		Trbuhovica	Mlake
Brzina otjecanja 5 godišnje velike vode - v_5	(m/s)	1.27	1.46
Brzina otjecanja 10 godišnje velike vode - v_{10}	(m/s)	1.45	1.68
Brzina otjecanja 100 godišnje velike vode - v_{100}	(m/s)	2.05	2.36
Vrijeme koncentracije za 5 godišnju veliku vodu - T_{c5}	(h)	0.79	0.27
Vrijeme koncentracije za 10 godišnju veliku vodu - T_{c10}	(h)	0.69	0.23
Vrijeme koncentracije za 100 godišnju veliku vodu - T_{c100}	(h)	0.49	0.17
Maksimalna oborina 5 godišnjeg povratnog perioda - P_5	(mm)	50	25
Maksimalna oborina 10 godišnjeg povratnog perioda - P_{10}	(mm)	53	26
Maksimalna oborina 100 godišnjeg povratnog perioda - P_{100}	(mm)	64	29
Mjerodavni 5 godišnji intenzitet oborina - i_5	(mm/h)	63	94
Mjerodavni 10 godišnji intenzitet oborina - i_{10}	(mm/h)	76	111
Mjerodavni 100 godišnji intenzitet oborina - i_{100}	(mm/h)	130	175

c) Proračun maksimalnih protoka

Proračuni maksimalnih protoka za predmetne slivove provedeni su prema racionalnoj metodi koja je opisna u poglavlju 2.3 koristeći izraze (1) - (7). U ovom primjeru u GIS-u proveden je proračun za veliku vodu 5, 10 i 100 godišnjeg povratnog perioda (Q_5 , Q_{10} i Q_{100}) kako bi se u kasnijim fazama projekta "Keep Waters Clean" [3] provjerila propusna moć kanala te ponora na vodotocima Trbuhovica i njezine pritoke Mlake kao i odredile zone plavljenja vodotoka. Izračunate vrijednosti maksimalnih protoka koje su dobivene prema racionalnoj metodi upotrebom GIS alata prikazane su u Tablici 7.

Izračunati protoci u Tablici 8 su relativno veliki za analizirano područje i postoji mogućnost da su precijenjeni te bi ih trebalo naknadno provjeriti. Provjeru bi trebalo izvršiti na način da se izračuna propusna moć kanala te da se ovdje izračunate protoke provjere sa protocima na ostalim slivovima u Gorskom kotaru i da se napravi njihova analiza.

Tablica 7. Vrijednosti maksimalnih protoka prema racionalnoj metodi

Izračunati parametri	Mjerna jedinica	Ime sliva	
		Trbuhovica	Mlake
Površina sliva - A	(km ²)	8.72	1.90
Mjerodavna 5 godišnja velika voda - Q ₅	(m ³ /s)	49	14
Mjerodavna 10 godišnja velika voda - Q ₁₀	(m ³ /s)	54	18
Mjerodavna 100 godišnja velika voda - Q ₁₀₀	(m ³ /s)	141	37

4. Diskusija

4.1. Izrada digitalnih podloga-„layera“

U radu su zbog nedostupnosti odgovarajućih digitalnih podloga odnosno „layera“ upotrebom GIS alata [4] izrađeni „layeri“ s pripadajućim elementima i atributima na kojima su vršene gore prikazane analize i proračuni.

Za izradu „layera“ potrebno je uložiti puno truda i vremena, a krajnji je rezultat kratka provedba određenih analiza u GIS-u kako bi se dobili željeni rezultati. Kod izrade „layera“ mora se paziti da oni sadrže sve potrebne elemente i attribute koji su bitni za provođenje određenih analiza u GIS-u.

4.2. Proračun fizičkih osobina sliva i maksimalnih protoka

Upotrebom GIS alata prikazan je dio izračuna fizičkih osobina sliva koji su glavni čimbenici pri razumijevanju procesa otjecanja sa slivova te proračuna maksimalnih protoka na slivu Trbuhovice i pritoke Mlake kako bi se u budućem radu mogla provjeriti propusna moć kanala te poplavne zone vodotoka u kasnijim fazama projekta „Keep Waters Clean“ [3].

Proračuni maksimalnih protoka i fizičkih osobina sliva upotrebom izrađenih „layera“ napravljeni su u relativno kratkom vremenu čiji se rezultati, osim brojčano mogu prikazati i u grafičkom obliku (Slika 6).

Koristeći izrađene „layere“ i tablice određivanje srednjeg racionalnog koeficijenta te maksimalnih protoka na slivovima svedeno je na provođenje jednostavnih analiza pomoću GIS alata.

Dobivene rezultate proračuna GIS alat može spremiti i koristiti za buduće analize i proračune.

Mora se međutim napomenuti da je osnovna svrha provedenog proračuna bila da se pokaže mogućnost korištenja GIS alata za hidrološke proračune i pojedine hidrološke parametre. Upravo zbog toga dobiveni rezultati pokazuju veće vrijednosti dobivenih hidroloških parametara, pogotovo maksimalnih

protoka, od očekivanih i realnih za analizirano područje. Zbog toga je neophodno da stručnjaci koji će koristiti ove alate za hidrološke proračune čiji će rezultati biti podloga i ulaz u daljnje analize i dimenzioniranje hidrotehničkih objekata vode računa o kvaliteti ulaznih podataka i prihvatljivosti metoda za proračun maksimalnih protoka u točno određenom slučaju.

5. Zaključak

U radu su opisani postupci rada sa GIS aplikacijom te njihova primjena na pojedinim primjerima iz hidrologije. Napravljeni su proračuni za neke od fizičkih osobina sliva te maksimalnih protoka upotrebom racionalne metode.

Kod izrade "layera" uloženo je puno truda i vremena, a krajnji je rezultat kratka provedba određenih analiza u GIS-u kako bi se dobili željeni rezultati. Ipak, u slučaju prvotno uloženog truda kod izrade "layera", oni se mogu dalje iskoristiti u predmetnom GIS alatu prilikom novih analiza na slivovima (proračun protoka za druge povratne periode, određivanje zona plavljenja, itd.) Također, točnost rezultata je veća zbog upotrebe digitaliziranih karata i automatizacije proračuna kojima se onemogućilo nenamjerno propuštanje pojedinih dijelova proračuna.

Ovim radom pokazalo se da je upotreba GIS-a i digitalnih podloga tj. "layera" korisna u proračunima gdje se upotrebljavaju karte/podloge, pogotovo pri izradi različitih hidroloških elaborata ili hidrotehničkih projekata jer olakšavaju ukupni rad, a i samo pronalaženje grešaka je puno lakše. Moguće primjene bile bi u raznim proračunima maksimalnih protoka (SCS metoda, Srebrenovićeveva metoda, itd), određivanju osobina sliva, procesima erozije te nanošenja nanosa, određivanju zona plavljenja vodeći računa o kvaliteti ulaznih podataka i prihvatljivosti metoda za proračun maksimalnih protoka u točno određenom slučaju.

Zahvala. *Prikazani rezultati proizašli su iz znanstvenog projekta „Hidrologija osjetljivih vodnih resursa u kršu“ (114-0982709-2549) provođenog uz potporu Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske, te međugraničnog hrvatsko-slovenskog projekta „Keep Waters Clean“. Autori se također zahvaljuju na komentarima dvojice anonimnih recenzenata koji su značajno poboljšali ovaj rad.*

Literatura

- [1] Dražić, D., *Uvod u GIS katastar vodova*, Diplomski rad, Građevinski fakultet Rijeka, Rijeka, 2008.

-
- [2] Jordan, D.L., An introduction to GIS applications in Hydrology, *Southwest Hydrology - GIS Applications in Hydrology*, 3,3: 14-16, The University of Arizona, 2004.
- [3] Međugranični znanstveni hrvatsko-slovenski projekt: "Keep Waters Clean: Monitoring stanja voda-praćenje hidroloških prilika na području Prezida", voditelj mr.sc. J. Rubinić, *Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci*, 2007.
- [4] <http://geospatial.intergraph.com/products/GeoMedia/Details.aspx>, pristup: 15.10.2007.
- [5] Predmetni zadatak „Monitoring stanja voda-Pračenje hidroloških prilika na području Prezida“, dio međugraničnog hrvatsko-slovenskog projekta „Keep Waters Clean“, *Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci*, 2007.
- [6] Žugaj, R., Hidrologija, Rudarsko geološki naftni fakultet Zagreb, Zagreb, 1995.
- [7] Chow, V.T., Maidment, D.R., Mays, L.W., *Applied Hydrology*, McGraw Hill, Singapore, 1988.
- [8] Rubinić, J., Karakteristike kišnih intenziteta utjecajnog područja autoceste Rijeka-Zagreb; dionica Oštrovica-Kupjak, *Vodoprivreda Rijeka*, nepublicirano, 1988.

IDENTIFIKACIJA UTJECAJA INDIKATORA NA VREDNOVANJE STAMBENOG OKRUŽENJA

IDENTIFICATION OF INDICATOR INFLUENCE ON RESIDENTIAL ENVIRONMENT ASSESSMENT

Ivan MAROVIĆ*, Tomaš HANAK**

Sažetak

Populacija u urbanim područjima je u stalnome porastu u odnosu na ruralna područja. Očekuje se da će do 2030. godine 60% ukupnog broja svjetskog stanovništva živjeti u urbanim područjima. Povećanje gustoće stanovništva u gradovima je usko povezano s brojnim negativnim aspektima koji mogu značajno utjecati na kvalitetu života u gradovima. Cilj ovoga rada je identificirati važnost indikatora i njihov utjecaj na kvalitetu života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja. Pritom poznavanje važnosti pojedinih indikatora predstavlja vrlo važan element u procesu planiranja i donošenja odluka pri čemu se donositelju odluka daje uvid na koje bi se to elemente trebala posvetiti posebna pažnja prilikom upravljanja urbanim područjem. Posjedovanje takve informacije vrlo je bitno za donošenje dugoročno korisnih, odnosno održivih odluka i rješenja. Za potrebe prikupljanja potrebnih podataka korišten je web-upitnik i direktno anketiranje, dok je za analizu i usporedbu podataka korištena statistička metoda. Podaci su prikupljeni, analizirani i uspoređivani u dva grada: Rijeci (Republika Hrvatska) i Brnu (Republika Češka). Istraživanjem su utvrđene sličnosti i različitosti između 22 definirana indikatora te je napravljena usporedba među promatranim gradovima s ciljem utvrđivanja univerzalnosti indikatora. Uočeno je da postoje razlike po pitanju važnosti definiranih indikatora te da su neki indikatori vrlo slični, a drugi vrlo različiti. Provedenim istraživanjem dobio se preliminarni uvid u percepcije stanovništva o značajnosti indikatora kao nužnog elementa u procesu odlučivanja pri upravljanju urbanim područjem.

Ključne riječi: stanovanje, indikatori, stambeno okruženje, vrednovanje, usporedba, pomoć pri odlučivanju, održivo odlučivanje

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, Hrvatska
E-mail: ivan.marovic@gradri.hr

** Tehničko sveučilište u Brnu, Građevinski fakultet, Veveri 95, 60200 Brno, Republika Češka
E-mail: hanak.t@fce.vutbr.cz

Abstract

Urban area population is constantly increasing in comparison to rural areas. By 2030 it is expected that 60% of world population will be living in urban areas. The increasing population density in urban areas is closely followed by a number of negative aspects which can significantly affect the quality of housing. The aim of this paper is to identify the most important indicators and their influence on the quality of residential environment. Knowing significance of certain indicators presents a very important element in planning and decision making process where the decision maker is given the insight to which elements the proper attention should be given during urban area management. Knowing such information is very important in long-term decision making i.e. in making sustainable decisions, and solutions. For collecting data web-based questionnaire and personal questioning were used, while statistical method was used for data analysis and comparison. Data were collected, analyzed, and compared among two cities: Rijeka (Republic of Croatia) and Brno (Czech Republic). Similarities and differences among 22 defined indicators were determined by the study and the comparison between the observed cities with the aim of establishing universal indicators has been made. It was noticed that, in terms of defined indicators significance, the differences exist and that some indicators are very similar, while others differ significantly. By the conducted research the preliminary insight of the population perception on the importance of indicators is given as a necessary element in the urban area management decision making process.

Key words: *housing, indicators, residential environment, assessment, comparison, decision support, sustainable decision making*

1. Uvod

Populacija u urbanim područjima je u stalnom porastu u odnosu na ruralna područja. Očekuje se da će do 2030. godine 60% ukupnog broja svjetskog stanovništva, a čak 84% stanovništva razvijenih zemalja, živjeti u urbanim područjima [1]. Brze promjene velikog broja stanovništva često nisu rezultat širenja gradova i izgradnje novih stambenih prostora već, naprotiv, problem migracije što potvrđuje činjenica [1] da se broj stanovništva u urbanim područjima svakodnevno povećava za preko 160.000 stanovnika. Problem kontinuiranog i obilnog povećanja broja stanovništva u gradovima često se rješava neplaniranim pa čak i stihijskim gradnjama stambenih prostora. Takva gradnja učestalo rezultira propustima donositelja odluka od kojih su neki vidljivi odmah, a drugi nisu. U današnjoj sveopćoj težnji održivosti, takav pristup predstavlja neodrživo donošenje odluka pri čemu se jedan dugoročan problem nastoji riješiti nizom kratkoročnih mjera.

Povećanje gustoće stanovništva u gradovima usko je povezano s brojnim negativnim aspektima koji mogu značajno utjecati na kvalitetu života u gradovima. Cilj ovoga rada je identificirati indikatore koji najviše utječu na kvalitetu života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja. Pritom, poznavanje važnosti pojedinih indikatora predstavlja vrlo važan element u

procesu planiranja i donošenja odluka pri čemu se donositelju odluka daje uvid na kojim elementima bi se trebala posvetiti posebna pažnja. Hipoteza rada je da se upravo utvrđivanjem odnosa između definiranih indikatora i implementacijom dobivenih informacija u proces donošenja odluka može značajno utjecati na kvalitetu života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja kao direktnog rezultata održivog donošenja odluka u procesu planiranja i građenja u urbanim područjima.

Podaci su se prikupljali, analizirali i uspoređivali u dva grada: Rijeci (Republika Hrvatska) i Brnu (Republika Češka). Rad je strukturiran na način da se u prvom dijelu napravilo istraživanje za stolom u vidu iscrpnog pregleda literature koje je rezultiralo definiranjem indikatora, zatim je predstavljena metodologija koja se koristila tijekom terenskog istraživanja te su na kraju prikazani rezultati istraživanja popraćeni komentarima i zaključkom.

Istraživanjem su utvrđene sličnosti i različitosti između 22 definirana indikatora te je napravljena usporedba među promatranim gradovima s ciljem utvrđivanja univerzalnosti indikatora. Provedenim istraživanjem dobio se preliminarni uvid percepcije stanovništva u značajnost indikatora kao nužnog elementa u procesu odlučivanja.

2. Pregled literature i postavljanje teorijskih postavki istraživanja

Svjetski i europski razvoj metropolitanskih regija mijenja ulogu grada u odnosu na državu i administrativnu upravu. Centralno upravljanje ustupa pred decentralizacijom, a težište odlučivanja pomiče se od središnje k lokalnoj upravi [1, 2]. Odlučivanje o prostoru podrazumijeva demokratizaciju procesa prostornog uređenja. Taj cilj obvezuje na povećanu pojedinačnu i skupnu odgovornost za donesene odluke. Osobito se to odnosi na dugoročne odluke kod kojih učinci nisu jasno prepoznatljivi u sadašnjosti. Stanovnici grada, pojedinci i veliki ulagači, imaju pravo i obvezu aktivno sudjelovati u odlučivanju o budućnosti grada te istovremeno biti spremni podrediti osobne interese zajedničkim [2, 3].

Ljudi su oduvijek težili životu u mirnim, ugodnim i udobnim okruženjima. Danas na udobnost stambenog okruženja utječe veliki broj različitih aspekata koji se tiču pojedinca (termalne karakteristike građevine, kvaliteta ventilacije, postojanje liftova, broj prostorija, kvaliteta zvučne izolacije i dr.), ali i šireg okruženja (okoliš, društvo, komunikacija, promet i sl.).

U literaturi [2, 4, 5, 6, 7, 8] je učestala podjela na unutrašnje značajke (engl. indoor factors) i vanjske značajke (engl. outdoor factors) stambenog okruženja. Unutrašnje značajke su uglavnom tehničkog karaktera te predstavljaju predmet odlučivanja investitora odnosno stanovnika ovisno o

fazi životnog ciklusa građevine. Upravo metodologiju za podršku donošenja odluka pri projektiranju modularnih građevina koja pruža mogućnost brze transformacije u ovisnosti o fazi životnog ciklusa građevine su predstavili Bock i Isaac u svojem radu [4]. Vanjske značajke Bakar i dr. [5] podijelili su u šest osnovnih skupina pri čemu su promatrali okoliš, društvo, ekonomiju, korištenje zemljišta te komunikacijske i prometne aspekte sa stajališta održivog razvoja stambenog područja. Ovim istraživanjem analizirat će se utjecaj isključivo vanjskih značajki koje utječu na kvalitetu života u gradovima s osvrtom na stambena područja odnosno okruženja.

Svi prethodno spomenuti indikatori imaju značajan ekonomski utjecaj na tržišnu vrijednost nekretnina. Brojni stručnjaci iz područja tehničkih znanosti (građevinarstva, arhitekture i geodezije), ali i drugih područja znanosti (ekonomija i pravo) bave se identifikacijom prostornih utjecaja na vrijednosti nekretnina i njihove međuovisnosti. Uočena je posebna važnost studija koji u usporedbu unose tehničke elemente [5, 6] poput stanja zidova, krovova, broja i tipova prostorija, energetske sustava i sl. S druge strane, neke studije i istraživanja isključivo se fokusiraju na vrednovanje utjecaja indikatora na održivost objekata, okruženja i/ili gradova. Tako su autori [7] vrednovali održive aspekte stambenih područja grada Vilniusa prema 22 definirana indikatora. U svom istraživanju postavili su strukturu indikatora u odnosu na posebnosti analizirane lokacije. Suprotni pristup korišten je u istraživanju [8] zadovoljstva stanovništva u zgradama koje su u vlasništvu lokalnih vlasti. Autori [8] su ocjenjivali zadovoljstvo stanovnika prema 31-om definiranom indikatoru. Uz navedeno, analizirali su i devet društveno-ekonomskih karakteristika ispitanika.

Može se pretpostaviti da stambena područja različitih urbanih okruženja mogu ostvariti različite vrijednosti indikatora obzirom na zadovoljstvo stanovnika svojim stambenim prostorom. Također je česta pojava da su stanovnici koji žive u zgradama koje su u vlasništvu lokalnih vlasti često nezadovoljni svojim stambenim prostorom [8] te da bi se rado odselili ukoliko bi im ekonomski uvjeti to pružali [9].

Za potrebe zadovoljavanja potreba stanovnika, razvoja stambenog prostora i širenja samog grada, potrebno je imati dobro pripremljene pravilnike i zakone o stanogradnji, ali i strategije. Treba imati na umu da takvi dokumenti ne mogu u potpunosti utjecati na kvalitetu stambenog okruženja već da je to samo jedan od brojnih segmenata koji se međusobno isprepliću i nadopunjuju kao npr. utjecaj tržišta nekretnina, makroekonomski uvjeti, financijska mogućnost i sposobnost planiranja pojedinih općina i gradova.

Utvrđivanje kvalitete života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja važan je element koji značajno može pripomoći prilikom prostornog donošenja odluka u pogledu samog stambenog okruženja. Utvrđivanjem razlika u važnosti indikatora te njihovim uvođenjem u proces donošenja

odluke samom donositelju odluke omogućava da se on angažira prema „važnijim“ indikatorima kojima većim udjelom utječe na povećanje kvalitete života u gradovima. Sve navedeno predstavlja interesantan istraživački problem u području donošenja odluka pri čemu indikatori preko kojih se utvrđuje kvaliteta života u gradovima predstavljaju nužan element u procesu odlučivanja kome se treba posvetiti adekvatna pažnja s ciljem donošenja održivih odluka.

3. Metodologija istraživanja

Istraživanju se pristupilo s ciljem identifikacije indikatora koji najviše utječu na kvalitetu života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja te utvrđivanja koje to indikatore stanovnici smatraju ključnim, važnim odnosno marginalnim za kvalitetu života u gradu. Pritom poznavanje važnosti pojedinih indikatora predstavlja vrlo važan element u procesu planiranja i donošenja odluka pri čemu se donositelju odluka daje uvid na koje elemente bi se trebala posvetiti adekvatna pažnja.

Provedbom istraživanja za stolom utvrđena su 22 indikatora na temelju kojih će se izvršiti prikupljanje podataka tijekom istraživanja na terenu. Bitno je napomenuti da ispitanici nisu mogli stvoriti svoju listu indikatora već su isključivo mogli dati svoj osoban sud o važnosti pojedinog indikatora definiranog od strane istraživačkog tima.

3.1. Područje istraživanja

Istraživanje je provedeno u dva grada: Rijeci (Republika Hrvatska) i Brnu (Republika Češka). Iako navedeni gradovi nemaju geografskih sličnosti (Tablica 1), ipak postoji sličnost u smjernicama strateškog razvoja gradova [10, 11].

Osnovni podaci o gradovima, u kojima je provedeno istraživanje, su prikazani u Tablici 1.

Tablica 1. Osnovni podaci o gradovima Rijeci i Brnu [10, 11]

Osnovni podaci	Rijeka	Brno
Populacija (broj stanovnika)	128.624	384.277
Površina (km ²)	44	230
Gustoća naseljenosti (broj stanovnika/km ²)	2.923	1.671
Nadmorska visina (raspon mnm)	0 - 441	190 - 425
Prostorne koordinate (lat/long)	45°21' N. 14°26' E.	49°12' N. 16°34' E.

Rijeka je treći najveći grad u Republici Hrvatskoj i najveći grad Primorsko-goranske županije. Smješten je na sjevernoj obali Kvarnerskog zaljeva gdje se Jadransko more najviše približava zemljama centralne i zapadne Europe. Takav dobar geografski položaj omogućio je stvaranje dobrog komunikacijskog i transportnog raskrižja u vidu luke koja je bila generator razvoja grada tijekom 19. i 20. stoljeća. Iako se zadnjih godina utjecaj luke značajno smanjio u odnosu na bogato prethodno razdoblje, danas Rijeka drži status sveučilišnog, kulturnog i zdravstvenog centra šire regije (obližnjih županija, ali i država). Rezultat razvoja tijekom zadnjeg stoljeća je visoka gustoća naseljenosti grada (vidi Tablicu 1) gdje u užem i širem gradskom centru pretežno ljudi žive u neboderima i različitim višekatnicama. Zadnjih desetljeća krenulo se s izgradnjom nižih objekata i obiteljskih kuća na rubnim dijelovima grada. Spomenuta izgradnja je uslijedila zbog velike gustoće stanovništva u užem gradskom području i nedostatka prostora za izgradnju. Iako u početku rubni dijelovi grada nisu smatrani poželjnima, danas oni predstavljaju život u ugodnijem okruženju daleko od gradske vreve. Brojni autori [3, 12, 13, 14] utvrdili su da trenutno tržište nekretnina u Republici Hrvatskoj obiluje ponudom različitih tipova, stanja i odnosa nekretnina u čemu grad Rijeka zasigurno nije izuzetak.

Brno je drugi najveći grad u Republici Češkoj i povijesna prijestolnica pokrajine Moravske te važan industrijski centar poznat i po proizvodnji, ali i po različitim svjetski prepoznatljivim sajmovima. Grad Brno je političko i kulturno središte Južne Moravske te predstavlja centar sudske vlasti u kojem su smještene brojne državne agencije. Brno je također poznato po svojim sveučilištima. Sama činjenica da u gradu obitava 90 tisuća studenata (gotovo četvrtina ukupnog broja stanovnika grada Brna) predstavlja specifično okruženje. Upravo velika studentska populacija sa svojim potrebama i aktivnostima značajno utječe na stambeno okruženje grada Brna. U centru grada smještene su brojne poslovne i upravne zgrade koje su svoja središta pronašle u brojnim povijesnim zgradama. Veliki dio stanovništva živi u velikim stambenim blokovima u području šireg gradskog centra i na rubnim dijelovima grada izgrađenih sredinom 20. stoljeća koji su zadnjih desetljeća predmet renoviranja i modernizacije. Zadnjih godina brojna satelitska naselja smjestila su se na obroncima obližnjih brežuljaka i s centrom ih dobro povezuje javna prometna infrastruktura. Također se može ustvrditi da i u Brnu tržište nekretnina obiluje ponudom različitih tipova, stanja i odnosa nekretnina.

3.2. Uspostava indikatora za vrednovanje stambenog okruženja

Provedena revizija i sinteza literature u području istraživanja poslužila je autorima kao početna točka prilikom kreiranja odgovarajuće liste indikatora koji će se koristiti prilikom utvrđivanja kvalitete života u razmatranim stambenim okruženjima. Nakon što se utvrdila početna lista indikatora,

uslijedila je panel-diskusija s ekspertima iz područja planiranja i upravljanja u različitim gradskim upravama.

Diskusija je provedena s ciljem da se njome utvrde:

- relevantni indikatori za potrebe utvrđivanja kvalitete života u gradovima,
- neprikladni i suvišni indikatori koji se mogu odbaciti te
- postoje li još neki indikatori koji tijekom revizije i sinteze literature nisu uočeni.

Ciljana skupina ispitanika predstavlja sadašnje i bivše stanovnike promatranih gradskih područja, ali i šireg okruženja s ciljem utvrđivanja dovoljnog broja stavova, odnosno uzorka promatranog područja.

Ispitanicima je putem anketnog obrasca omogućeno da izraze svoj stav o pojedinom indikatoru na način da ga ocijene ocjenom od 1 do 5. Pritom ocjena 1 predstavlja ispitaniku zanemariv indikator koji utječe na kvalitetu ljudskog života u gradu, ocjena 2 beznačajan indikator, ocjena 3 značajan indikator, ocjena 4 vrlo važan indikator, a ocjena 5 ključni indikator.

Osim davanja ocjena, odnosno važnosti indikatorima, ispitanici su bili upitani o dobi (gdje su postavljeni sljedeći razredi: 15-25, 26-35, 36-45, 46-55, 56-65, >65), lokaciji stanovanja u odnosu na centar (uži centar, širi centar ili rubni dio grada) te tipu stambenog prostora (kuća ili stan).

Diskusija je rezultirala završnom listom od 22 indikatora koji su prikazani u Tablici 2.

Ispitanici su direktno anketirani upitnikom te je omogućen pristup web-upitniku na Internet adresi:

- <http://limesurvey.srce.hr/index.php?sid=65366&lang=hr> za područje grada Rijeke, odnosno
- <http://www.dotaznik-wyzkum.wz.cz> za područje grada Brna.

Do trenutka pisanja ovog članka ukupno je anketirano 340 ispitanika te će se u nastavku ovog rada prikazati preliminarni rezultati istraživanja koji se temelje na prikupljenim anketama. Nastavak istraživanja koji se temelji na ovim preliminarnim rezultatima istraživanja usmjeren je prema utvrđivanju univerzalnosti indikatora koje je potaknuto pretpostavkom da se s većim brojem ispitanika povećava vjerojatnost da će rezultati istraživanja vjerno odražavati stvarnu situaciju među populacijom.

Tablica 2. Lista indikatora

Indikator	Naziv indikatora
C1	Udaljenost od centra grada
C2	Mogućnost slobodnog parkiranja
C3	Čistoća zraka
C4	Sigurnost života
C5	Kvaliteta prometne veze do centra grada javnim prijevozom
C6	Održavan okoliš
C7	Buka (promet vozila, blizina proizvodne hale, i sl.)
C8	Pojava droga u susjedstvu
C9	Ispijanje alkohola na javnim mjestima
C10	Prisutnost beskućnika
C11	Arhitektonski izgled susjedstva
C12	Dostupnost usluga (trgovine, frizerski saloni, i sl.)
C13	Udaljenost škola
C14	Udaljenost vrtića
C15	Udaljenost bolnica i ambulanti
C16	Udaljenost otvorenih prostora namijenjenih za rekreaciju (parkovi, šume, vodene površine, i sl.)
C17	Udaljenost kulturnih ustanova
C18	Udaljenost radnog mjesta
C19	Udaljenost ljekarni
C20	Mogućnost sportskih aktivnosti (igrališta, dvorane, i sl.)
C21	Osiguran pristup osobama s invaliditetom
C22	Protočnost cestovnog prometa

4. Rezultati istraživanja i diskusija

Istraživanjem je do sada prikupljeno 340 odgovora ispitanika, od čega 175 u gradu Rijeci, a 165 u gradu Brnu. Svi prikupljeni odgovori ispitanika po pojedinom indikatoru, u obliku ocjena 1 do 5 prikazani su u Tablici 3. Ukupna ocjena indikatora iznosi 78,78 u Rijeci te 76,12 u Brnu.

Kako je problem subjektivnosti prilikom ovakvog istraživanja izrazito prisutan, odnosno kako svaki ispitanik pristupa ocjenjivanju indikatora s vlastitom skalom vrijednosti, dobiveni podaci se ne mogu direktno uspoređivati. Da bi usporedba bila relevantna, prikupljeni podaci (u obliku ocjena) trebaju se normalizirati za svaki indikator zasebno [3].

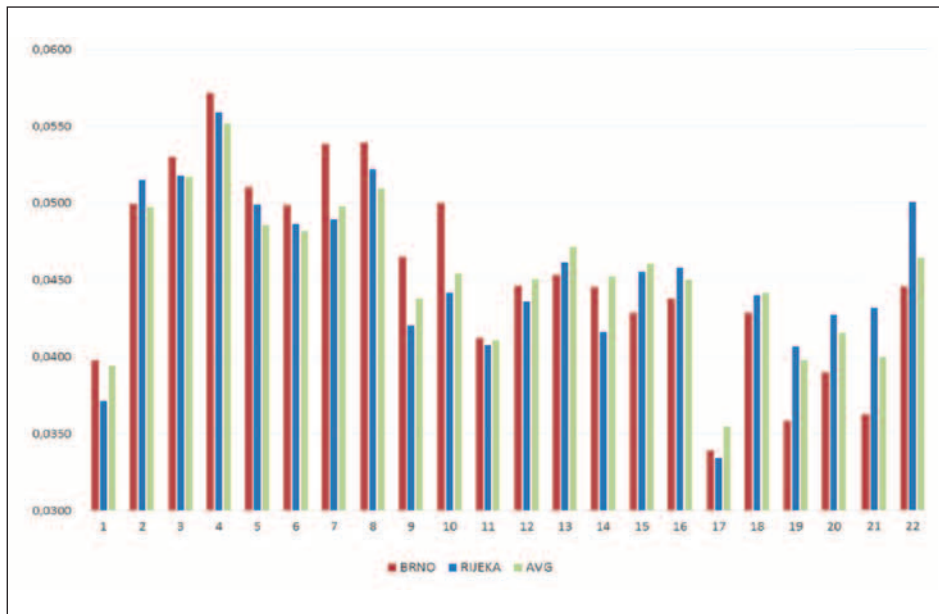
Tablica 3. Prikupljeni podaci (ocjene i težine)

Indikator	Ocjene		Težine	
	Rijeka	Brno	Rijeka	Brno
C1	2,926	3,079	0,0371	0,0398
C2	4,057	3,867	0,0515	0,0499
C3	4,080	4,103	0,0518	0,0530
C4	4,406	4,424	0,0559	0,0571
C5	3,931	3,952	0,0499	0,0510
C6	3,834	3,861	0,0487	0,0499
C7	3,857	4,170	0,0490	0,0539
C8	4,114	4,176	0,0522	0,0539
C9	3,314	3,600	0,0421	0,0465
C10	3,480	3,873	0,0442	0,0500
C11	3,211	3,194	0,0408	0,0413
C12	3,434	3,455	0,0436	0,0446
C13	3,634	3,509	0,0461	0,0453
C14	3,280	3,449	0,0416	0,0445
C15	3,589	3,321	0,0456	0,0429
C16	3,611	3,388	0,0458	0,0438
C17	2,634	2,628	0,0334	0,0339
C18	3,469	3,321	0,0440	0,0429
C19	3,206	2,776	0,0407	0,0359
C20	3,366	3,018	0,0427	0,0390
C21	3,400	2,806	0,0432	0,0362
C22	3,943	3,449	0,0501	0,0445

Normalizacija svakog pojedinog indikatora provedena je koristeći sljedeći izraz:

$$w_i = \frac{g_i}{\sum_{i=1}^{22} g_i},$$

gdje w_i predstavlja težinu pojedinog indikatora, a g_i ocjenu pojedinog indikatora. Zbroj težina svih indikatora unutar jednog grada iznosi jedan. Normalizirani indikatori se također mogu vidjeti u Tablici 3.



Slika 1. Usporedba težina indikatora promatranih gradova

U trenutku kada su poznate težine svakog pojedinog indikatora, oni postaju relevantno usporedivi unutar jednog, ali i između više gradova. Grafički prikaz težina promatranih gradova je prikazana na Slici 1 gdje je osim težina indikatora po gradovima prikazana i srednja vrijednost svakog indikatora.

U odnosu na sve ispitanike u oba grada najznačajniji indikator je indikator sigurnost života (C4), dok je indikator udaljenost kulturnih ustanova (C17) najmanje značajan. Prema ostalim indikatorima ispitanici su imali različite stavove, što je rezultiralo većim odnosno manjim razlikama kod određenog broja indikatora.

Jasno je vidljivo (Slika 1) da je pitanje sigurnosti jedno od ključnih zahtjeva stanovništva jer se upravo narušavanje zdravlja, života i osobne imovine percipira izrazito osobno i značajno utječe na ljudske živote i percepciju kvalitete života. Indikator C8, odnosno pojava droge u susjedstvu percipira se kao vrlo važan u oba grada, što se moglo i očekivati jer u javnosti postoji čvrsta poveznica između pojmova „sigurnost“ i „droga“. Studija [15] provedena 2006. godine u Brnu takav „opći stav“ potvrđuje rezultatom istraživanja na Masarykovom sveučilištu gdje je 45% ispitanih studenata konzumiralo marihuanu više od 10 puta u svom životu te se utvrdilo postojanje korelacije s agresijom, galamom i neredima.

Analizom rezultata istraživanja uočena je segregacija važnosti indikatora u tri grupe: ključne, važne i marginalne indikatore. Rezultati ispitanika,

normalizirani u težine, prikazali su tendenciju grupiranja te je vizualnom metodom napravljeno grupiranje indikatora za svaki grad.

U Rijeci, grupu ključnih indikatora čine spomenuti indikatori C4 i C8 koje slijede indikatori čistoća zraka (C3), mogućnost slobodnog parkiranja (C2), protočnost cestovnog prometa (C22), kvaliteta prometne veze do centra grada javnim prijevozom (C5), buka (C7) i održavanje okoliš (C6). U grupu važnih indikatora su se okupili indikatori udaljenost škola (C13), udaljenost otvorenih prostora namijenjenih za rekreaciju (C16), udaljenost bolnica i ambulanti (C15), prisutnost beskućnika (C10), udaljenost radnog mjesta (C18), dostupnost usluga (C12), osiguran pristup osobama s invaliditetom (C21), mogućnost sportskih aktivnosti (C20), ispijanje alkohola na javnim mjestima (C9), udaljenost vrtića (C14), arhitektonski izgled susjedstva (C11) i udaljenost ljekarni (C19), dok su kao marginalni indikatori ocijenjeni indikator udaljenosti od centra grada (C1) i udaljenost od kulturnih ustanova (C17).

Ključni indikatori u Rijeci nisu neočekivani te se mogu objasniti tendencijom stanovnika za životom u mirnim, otvorenim i „zelenim“ prostorima daleko od industrijskih zona i gradskog centra. Iako je povijest nastajanja današnjih gradskih prstena vezana uz manjak prostora za izgradnju stambenih objekata, danas se stav stanovnika može uočiti i prikupljenim rezultatima ovog istraživanja. Logična potreba u prostoru za potporu takvih stavova je postojanje dobre i raznolike prometne infrastrukture koja omogućava veliku protočnost prometa iz rubnih dijelova grada u centar, ali i osigurava mogućnost prometa u mirovanju.

U Brnu, grupu ključnih indikatora čine spomenuti indikatori C4 i C8 koje slijede indikatori buka (C7), čistoća zraka (C3), kvaliteta prometne veze do centra grada javnim prijevozom (C5), prisutnost beskućnika (C10), mogućnost slobodnog parkiranja (C2) i održavanje okoliš (C6). U grupu važnih indikatora su se okupili indikatori ispijanje alkohola na javnim mjestima (C9), udaljenost škola (C13), dostupnost usluga (C12), udaljenost vrtića (C14), protočnost cestovnog prometa (C22), udaljenost otvorenih prostora namijenjenih za rekreaciju (C16), udaljenost bolnica i ambulanti (C15) i udaljenost radnog mjesta (C18), dok su kao marginalni indikatori ocijenjeni indikatori arhitektonski izgled susjedstva (C11), udaljenost od centra grada (C1), mogućnost sportskih aktivnosti (C20), osiguran pristup osobama s invaliditetom (C21), udaljenost ljekarni (C19) i udaljenost od kulturnih ustanova (C17).

Ključni indikatori u Brnu su vrlo slični ključnim indikatorima u Rijeci. Indikator buke (C7) je značajniji stanovnicima grada Brna jer je veći broj gradskih naselja ugrožen bukom od autoceste i željeznice (Bohunice, Stary Liskovec i Bosonohy) dok su druga naselja smještena u neposrednoj blizini zračne luke (Turany i Chrlice). Dok je stanovnicima Rijeke jedan od ključnih indikatora protočnost cestovnog prometa (22), stanovnicima grada Brna je

prisutnost beskućnika (C10) zbog toga što je u Brnu izraženiji promet javnim prijevozom, a brojni vagoni i tramvajske i željezničke postaje stalna su mjesta okupljanja beskućnika.

Također je napravljena analiza odnosa težina indikatora između definiranih grupa. Ispitanici u Rijeci su generirali odnos između ključnih, važnih i marginalnih indikatora u odnosu 39:34:27, dok su ispitanici u Brnu generirali odnos 39:33:28. Iako se u grupama ne nalaze isti indikatori, vidljivo je da se odnos između ključnih i marginalnih indikatora razlikuje 40-tak%. Takva razlika predstavlja značajna financijska sredstva koja se mogu uštedjeti ukoliko se pristupi implementaciji ovakvog tipa informacija u proces donošenja odluka. U Tablici 4 prikazani su rezultati provedene statističke analize prikupljenih podataka.

Tablica 4. Rezultati provedene statističke analize

Indikator	Rijeka	Brno
Prosjek	0,04545	0,04545
Standardna pogreška	0,00114	0,00136
Medijan	0,04486	0,04459
Mod	0,04483	0,04455
Standardna devijacija	0,0053474	0,00636
Varijanca	2,86E-05	4,04E-05
Koeficijent spljoštenosti	0,02662	-0,73604
Koeficijent asimetrije	-0,15823	-0,01606
Raspon	0,0224	0,0232
Minimum	0,0334	0,0339
Maksimum	0,0559	0,0571
Suma	1	1

Raspon između minimuma i maksimuma ispitanika u Rijeci i Brnu (Tablica 4) je vrlo sličan te nam govori da ispitanici u oba grada percipiraju određene indikatore važnijim od drugih. Navedena informacija je vrlo bitna jer ukazuje na činjenicu da na percepciju kvalitete života u gradovima stanovnicima određeni indikatori utječu više od drugih. Činjenica da svi indikatori nisu jednako važni govori da su stanovnici svjesni različitih važnosti indikatora, dok donositelji odluka često odluke donose paušalno ili uzimajući u obzir vrijednosti koje ne daju pravu sliku stanja. Ovo istraživanje je upravo odgovorilo o kojim je indikatorima riječ da im se pruži adekvatna pažnja

prilikom donošenja odluka i koliko su jedni indikatori važniji od drugih. Time je potvrđena polazna hipoteza rada.

U svrhu pronalaska univerzalnih indikatora napravljena je linearna regresijska analiza koja je rezultirala korelacijom u iznosu $R^2=0,7236$. Iako se na temelju provedene analize ne može tvrditi da postoje univerzalni indikatori može se zaključiti da ispitanici u gradovima Rijeci i Brnu ipak velikom broju indikatora daju sličnu važnost po pitanju vrednovanja stambenog okruženja.

5. Zaključak

Preliminarni rezultati ovog istraživanja su pokazali na temelju 340 ispitanika iz gradova Rijeke i Brna da je moguće utvrditi utjecaj indikatora na vrednovanje stambenog okruženja. Ispitanici su na temelju 22 definirana indikatora putem web-upitnika i direktnog anketiranja iskazali svoje stavove o tome kako indikatori utječu na njihovo poimanje kvalitete života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja.

Poznavanje važnosti pojedinih indikatora predstavlja vrlo važan element u procesu planiranja i donošenja odluka pri čemu se donositelju odluka daje uvid na koje bi se to elemente trebala posvetiti posebna pažnja prilikom upravljanja urbanim područjem. Percepcija ispitanika da svi indikatori nisu jednako važni, odnosno ne utječu jednako na kvalitetu života u gradovima po pitanju kvalitete stambenog okruženja je jasna poruka na koji bi način trebalo utjecati i vršiti promjene u procesu donošenja odluka.

Prvenstveno se to očituje u pristupu modeliranja procesa donošenja odluka gdje se takvi utjecaji mogu implementirati u modele odlučivanja. Na taj način u proces donošenja odluka se uvode stavovi stanovnika grada, pojedinaca kao i velikih ulagača koji imaju pravo i obvezu aktivno sudjelovati u odlučivanju o budućnosti grada te istovremeno biti spremni podrediti osobne interese zajedničkim. Osim navedenog, ovim se istraživanjem prikazalo kojim indikatorima bi se trebala posvetiti adekvatna pozornost od strane donositelja odluka kojima je cilj baviti se ključnim indikatorima, a ne marginalnim.

Naravno, vrlo je bitno razlikovati jedne od drugih, što je u ovom radu prikazano kao moguće te su u radu prikazani preliminarni rezultati analize utjecaja indikatora na temelju koje je utvrđeno grupiranje indikatora. Oni su grupirani u tri grupe (ključni, važni i marginalni indikatori) te je utvrđen odnos pojedinih grupa pri čemu se odnos između ključnih i marginalnih indikatora razlikuje 40-tak%. U tom odnosu leži lepeza svih mogućih odluka, od kratkoročnih do dugoročnih.

Rezultati ovog preliminarnog istraživanja daju potvrdu hipoteze rada da se utvrđivanjem važnosti indikatora i njihovom implementacijom u proces donošenja odluka može značajno utjecati na kvalitetu života u gradovima

po pitanju kvalitete stambenog okruženja kao direktnog rezultata održivog donošenja odluka u procesu planiranja i građenja u urbanim područjima.

Zahvala. *Autori rada zahvaljuju svim dosadašnjim ispitanicima na njihovim odgovorima i utrošenom vremenu, jer bez njih rad ne bi bilo moguće izraditi u ovom obliku.*

Literatura

- [1] UN Habitat – for a better urban future. Urban development and management. Adresa: <http://www.unhabitat.org>; (pristupljeno: 04.08.2013.)
- [2] Pegan, S., *Urbanizam – Uvod u detaljno urbanističko planiranje*, Sveučilište u Zagrebu, Arhitektonski fakultet, Zagreb, 2007.
- [3] Marović, I., *Sustav za podršku odlučivanju u upravljanju vrijednostima nekretnina*, disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zagreb, 2013.
- [4] Bock, T., Isaac, S., A methodology for adapting housing stock using modular infills, *Proceeding of Creative Construction Conference 2013*, 43-50. YBL, Budapest, 2013.
- [5] Bakar, A.H.A., Cheen, K.S., Rahmawaty, Sustainable housing practices in Malaysian housing development: towards establishing sustainability index, *International Journal of Technology*, 2(1): 84-93, 2011.
- [6] Bourassa, S.C., Cantoni, E., Hoesli, M. Spatial dependence, housing submarkets, and house price prediction, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 35(2): 143-160, 2007.
- [7] Zavadskas, E., Viteikiene, M., Šaparauskas, J., Sustainable development assessment of cities and their residential districts, *Ekologija – Supplement*, 53: 49-54, 2007.
- [8] Ibem, E.O., Aduwo, E.B., Assessment of residential satisfaction in public housing in Ogun State, Nigeria, *Habitat International*, 40: 163-175, 2013.
- [9] Bekleyen, A., Korkmaz, N.M., An evaluation of Akabe mass housing settlement in Sanliurfa, Turkey, *Journal of Housing and the Built Environment*, 28(2): 293-309, 2013.
- [10] Grad Rijeka. Strategija razvoja Grada Rijeke 2014.-2020. (Prijedlog nacрта). Available at: www.rijeka.hr; (pristupljeno: 28.07.2013.)
- [11] The city of Brno. Information on the city. Adresa: <http://www2.brno.cz/index.php?lan=en&nav01=2222&nav02=8>; (pristupljeno: 28.07.2013.)
- [12] Željko, Ž., *Prodaja nekretnina – procjena vrijednosti nekretnina*, Hrvatska gospodarska komora, Zagreb, 2004.

-
- [13] Krtalić, V., *Planiranje korištenja zemljišta: Usporedba načina i sustava planiranja u nekim državama članicama EU i Republike Hrvatske*, Novi informator, Zagreb, 2009.
- [14] Marović, I., Žic, E., Real estate value assessment, U: Lučić, D., *Zbornik radova Trećeg internacionalnog naučno-stručnog skupa: Građevinarstvo – nauka i praksa*, 1754-1762. Publikum, Beograd, 2010.
- [15] Kachlik, P., Havelkova, M., Zaverena zprava o rešeni grantu. Id.č. Aa-1/06: Deskripce drogove sceny na MU v Brne a navrh preventivnich opatreni. Masaryk University, Brno, 2007.

POVIJESNI RAZVITAK KOBLEROVA TRGA U RIJEKI – TEMELJ ZA REVITALIZACIJU

HISTORIC DEVELOPMENT OF KOBLER'S SQUARE IN RIJEKA – BASE FOR REVITALIZATION

Nana PALINIĆ*, Ivan KUSTIĆ*

Sažetak

Koblerov trg, smješten neposredno iza glavnih, južnih vrata grada, dugi je niz stoljeća predstavljao centar građanskog života Rijeke. Dvije javne zgrade - Gradski toranj i Gradska palača formirale su južnu i sjevernu, a niz stambenih zgrada s javnim sadržajima u prizemlju istočnu i zapadnu stranu trga, a usred trga nalazila se i gradska loža. Rušenjem gradskih zidina, formiranjem Korza i preseljenjem lože i gradske palače trg gubi karakter glavnog gradskog javnog prostora. U zgradama koje ga okružuju zadržavaju se uglavnom trgovine, a središte trga služi kao zelena tržnica. Prostorni gabariti trga značajno su promijenjeni nakon 2. Svjetskog rata rušenjem cijelog zapadnog niza zgrada, izgradnjom Robne kuće Korzo i zatvaranjem povijesnih ulica koje su trg povezivale sa zapadnim dijelom Starog grada.

U radu se analizom povijesnih planova, nacрта i grafika rekonstruira povijesni razvitak trga te određuje najvrjednija faza tog razvitka kao temelj za prijedlog mogućeg uređenja i revitalizacije ovog značajnog gradskog javnog prostora.

Ključne riječi: *Rijeka, Stari grad, Koblerov trg, urbanistički razvitak, revitalizacija*

Abstract

Kobler Square, located directly behind the main, south city gateway, has represented the center of civilian life of Rijeka through the centuries. Two public buildings – the City tower and the City palace shaped the south and the north side. Rows of residential buildings with

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci;
E-mail: nana.palinic@gradri.hr; ivan.kustic87@gmail.com

public facilities in the ground-floor formed the east and the west side of the square and on the square there was a City lodge. With the demolition of the City walls and construction of Korzo (Corso) and the relocation of the City lodge and the City palace, Kobler square loses the character of the city main public space. In the buildings that surround the square only the shops remained and the center of the square became a green market. Dimensions of the square were significantly changed after the Second World War, with the demolition of the whole western row of buildings, with the construction of the department store Korzo and eliminating of historic streets that used to connect Kobler square with the western part of the Old Town.

Through the analysis of historic plans, projects and graphic, the article presents the historic development of the Kobler square, defining the most valuable phase which is a base for the possible arrangement and revitalization of this significant public space.

Key words: Rijeka, Old Town, Kobler Square, town planning development, revitalization

1. Uvod

Organička struktura srednjovjekovne Rijeke premrežila je planiranu strukturu antičke Tarsatike i tijekom stoljeća se, uz nužne mijene koje prate živi grad, gotovo u potpunosti održala sve do sredine 20. st. Premda planerski započeta još sredinom 19. st., u poslijeratnom razdoblju na tom se prostoru realizirala jedna od najvećih urbanih transformacija u našim okvirima. Nestanak povijesnih zgrada doveo je do nestanka povijesnih ulica, nestanka i izmjene povijesnih trgova, gubitka povijesnih ambijenata. Nove građevine poremetile su mjerilo Starog grada, promijenile njegov karakter i identitet.

Koblerov trg amblematski je primjer koji svjedoči o ovom procesu. Povijesna analiza njegova razvitka, uz prezentaciju njegova karaktera u prošlosti i današnjeg stanja, trebala bi rezultirati i smjernicama za njegovo buduće uređenje te biti model za promišljanje i drugih prostora u Starom gradu.

2. Povijesni razvitak Koblerova trga

2.1. Antika (1.-6.st.)

O izgledu Koblerova trga tijekom postojanja antičke Tarsatike nema puno podataka. Izvjesno je da se Tarsatika intenzivno izgrađivala u dvjema razdobljima – prvom oko 1. st. i drugom u 3. i 4. st. U ranoj fazi grad je manjih dimenzija, možda potpuno pravilan [1], a u drugoj, kad raste njegovo obrambeno značenje, zasigurno zauzima veći dio prostora unutar perimetra Staroga grada.

Mjestom na kojem se danas nalazi Koblerov trg prolazio je južni dio *Carda Maximusa* dok je *Decumanus Maximus* bio otprilike na trasi današnje Užarske ulice, tj. na sjevernoj strani trga. Arheološka istraživanja bila su oskudna i zahvatila su uglavnom rubne dijelove trga - jugozapadni i sjeveroistočni. Prilikom gradnje Gradske štedionice (danas Gradsko poglavarstvo) 1914. otkriveni su temelji 7 m širokih antičkih zidina - dva masivna usporedna zida približne širine 1,8 m sporadično povezana poprečnim zidovima s nasipom u međuprostoru. Iza ovih zidina otkriveni su i ostaci temelja stambenih zgrada [2]. Istraživanja su nastavljena 1953., kad se na mjestu srušene zgrade istočno od Poglavarstva dograđivala nova zgrada općinskih ureda te 1971. kad je srušena još jedna kuća u nastavku radi izgradnje Robne kuće Korzo. Pretpostavlja se da se usporedni zidovi nastavljaju i ispod gradskog tornja i dalje prema istoku, ispod postojećih zgrada [3, 4]. Arheološka istraživanja 1998. potvrdila su da je na uglu današnje Užarske i Medulićeve ulice, tj. sjecištu *carda* i *decumanusa*, u antici bila reprezentativna zgrada (*domus*) s atrijem, trijemom, blagovaonicom unutar koje je pronađeno mozaično opločenje [5]. Gradske insule su se, vjerojatno, nalazile i južnije, ispod današnjih zgrada na istočnoj strani trga. Pretpostavke da je i sam Koblerov trg bio antička insula dosadašnja arheološka istraživanja nisu potvrdila [3].

Općenito se smatra da se tarsatički Forum nije nalazio uz križanje *Carda* i *Decumanusa*, tj. na prostoru Koblerova trga ili sjeverno od njega, već uz luku u ušću Rječine, odnosno uz istočni dio *Decumanusa Maximusa* [4]. Je li prostor današnjeg trga bio dijelom izgrađen ili je na tom mjestu bio također trg, ne može se sa sigurnošću utvrditi. S obzirom na veliku obrambenu ulogu Tarsatike u kasnoj antici, za pretpostaviti je da je i prostor Koblerova trga bio u određenoj vojnoj uporabi kao dio kastruma, s obzirom da se nalazi između gradskih vrata i ulaza u vojno zapovjedništvo [3]. Ipak, do temeljitijih istraživanja, sve opcije ostaju otvorene.

2.2. Srednji vijek i renesansa (7.-16. st.)

Primarnih grafičkih izvora za rekonstrukciju izgleda grada i trga u srednjem vijeku nema, ali se to približno može pretpostaviti temeljem pisanih izvora i kasnijih grafičkih prikaza. Tarsatika po svoj prilici nije preživjela avarsko-hrvatske napade a vjerojatno je, uslijed demografske krize i nedostatka ljudi za obranu, stradala i prije Salone. Nakon njene propasti na tom se mjestu formira novo naselje, Rijeka svetog Vida (*Flumen sancti Viti, St. Veit am Flaum*). Preobrazba antičkog grada u srednjovjekovni tekla je vjerojatno kao i u drugim obalnim gradovima: obrambeni se zidovi podižu na mjestu antičkih i ojačavaju kulama, s vanjske strane zidina iskopan je rov u koji je kanalizirana voda iz Rječine i potoka Lešnjaka, a oko grada je pomerijalni teren na kojem je iz strateških razloga zabranjena gradnja. Dva su ulaza u grad, južni (glavni) i sjeverni. Osnovna je urbana matrica sačuvana u pravcima *carda* i *decumanusa*, ali sažeta, zgusnuta, u novom gradu u kojem su potrebe i

mogućnosti stanovništva svedene na elementarno. Zgrade se grade racionalno, prvenstveno materijalom iz antičkih ruševina, korištenjem ranijih konstrukcija i obrađenih elemenata. Izgradnja je spora i neravnomjerna pa kroz cijeli srednji vijek a i kasnije ima neizgrađenih dijelova grada. U većem dijelu grad je zbijen, s uskim uličicama, uz stambene zgrade tu su radionice, skladišta, gostionice, svratišta, staje i ograde za stoku [6, 7].

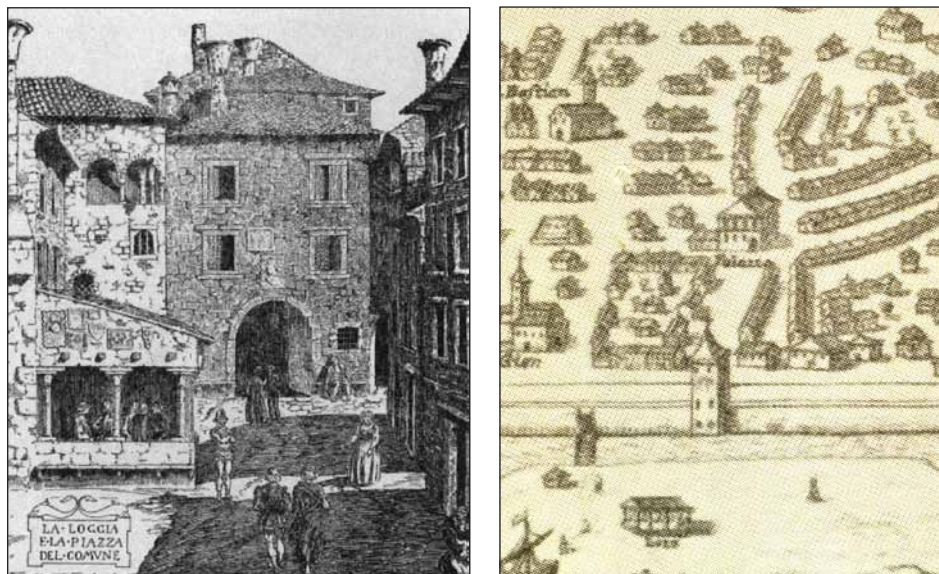
Kaštel s crkvom sv. Vida, Zborna crkva te Augustinski samostan s crkvom sv. Jeronima žarišta su srednjovjekovnog urbaniteta [8] i u njihovoj blizini formiraju se crkveni trgovi. Između južnog ulaza u grad i glavne ulice koja se proteže u smjeru istok-zapad formira se, međutim, trg građanskog tipa koji postaje središte javnog života srednjovjekovne Rijeke. Njegovo urbano značenje posebno je izraženo u 15. i 16. st. kada jača gradska autonomija i osnivaju se gradske institucije.¹ Formira se gradski patricijat, a uslijed razvoja trgovine i pomorstva u Rijeku dolaze i prvi doseljenici, uglavnom iz okolice, unutrašnjosti, Dalmacije te Apeninskog poluotoka. Oni u gradu podižu nove zgrade, a najuglednije lokacije bile su na glavnom gradskom trgu koji je i mjesto objava odluka, ugovaranja poslova i potpisivanja dokumenata [6, 7].

Nije moguće precizno odrediti kada je u srednjem vijeku formiran trg, koliko ga je zgrada okruživalo, kako su izgledale. Riječki notar i kancelar Antonio de Reno u svojim spisima iz 15. st. spominje tri zgrade. Prva je gradski toranj s vratima, građevina kvadratnog tlocrta uklopljena u južne zidine i natkrivena četverostrešnim krovom. Druga je Kuća Gresani na sjevernom dijelu trga koju je riječki kapetan Baltasar de Durr otkupio i obnovio a 1484., prije napuštanja službe u Rijeci, kao zakladu ostavio obližnjem augustinskom samostanu. Negdje na sjevernom dijelu trga nalazila se gradska loža² čiji točan položaj nije poznat, kao ni to je li bila slobodno stojeća ili spojena s nekom od zgrada. Na grafici iz 16. st. koja prikazuje sjeverni dio trga loža je prikazana kao otvoreni trijem sa stupovima natkriven jednostrešnim krovom, nalik sličnim građevinama u Primorju i Istri, dograđen uz susjednu zgradu [9] (Sl. 1).

Izoliranost, stalna turska opasnost i neprijateljstvo Venecije ugrožavali su rast i razvoj grada. Početkom 15. st. Mlečani više puta napadaju Rijeku, a u tri navrata (1508., 1509. i 1511.) prodiru u grad, pljačkajući, paleći i rušeći. Od sredine 15. i cijelo 16. st., kada je veći dio Europe zahvaćen promjenama što ih donose humanizam i renesansa, Rijeka je prisiljena boriti se za opstanak. Tragovi renesanse u arhitekturi su rijetki. Dokumentirana je obnova gradskih zidina i kula, a vjerojatno je bilo i gradnji i rekonstrukcija kuća, ali nije utvrđeno o kojim je kućama bilo riječ. [6, 7] Iz razdoblja renesanse datiraju najraniji sačuvani grafički izvori koji ilustriraju izgled grada, glavnog trga i zgrada koje ga okružuju. Na prikazu grada iz 1550. [10, 7] (Sl. 2) iza južnih gradskih vrata i tornja vidljiv je

¹ Godine 1530. Rijeka dobiva Statut a od 1570. postaje slobodna općina. Gradom upravlja Veliko vijeće od 50 i Malo vijeće od 25 članova.

² Njeno je postojanje na trgu u ovom razdoblju bilo potrebno, jer je imala funkciju gradske palače.

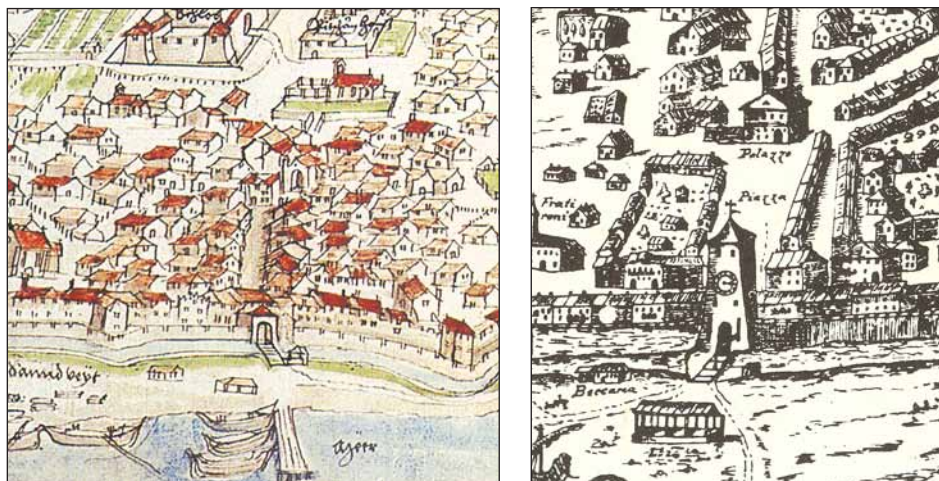


Sl. 1, 2: Sjeverna strana Koblerova trga na grafici iz 16.st. te detalj Koblerova trga na najstarijem prikazu grada iz 1550. godine [16, 14]

proširen prostor trga. S istočne strane trg je omeđen nizom spojenih kuća, dok su sa zapadne strane tri slobodno stojeće kuće. Najjužniji red kuća usporedan je sa zidinama i nešto odmaknut tako da između zidina i tog reda postoji prolaz s obje strane. Na sjevernom kraju trga je veća zgrada označena kao *Palazzo*. Riječ je o nekadašnjoj zgradi kapetana de Durra koju 1532. grad otkupljuje od augustinskog samostana i preuređuje za Gradsku palaču. [9] Istočno i zapadno od palače odvajaju se ulice; zapadna je približno usporedna s gradskim zidom a istočna skreće prema sjeveroistoku. Uz istočnu stranu Gradske palače je ulica koja vodi do sjevernih gradskih vrata. Trg je prikazan kao definiran pravilan pravokutni prostor prosječne širine otprilike dvostruke od širine ulica. Palača je postavljena u osi trga, ima prizemlje i kat, a ulazni portal nalazi se u krajnjoj desnoj prozorskoj osi. Uz palaču sa zapadne strane je niža zgrada.

Na crtežu grada iz 1579. [10, 11] (Sl. 3) situacija je nešto drugačija. Trg je prikazan uži; i s istočne i sa zapadne strane kuće su postavljene pod kutom u odnosu na zidine i os trga,³ u sjeverozapadnom dijelu trga još je jedna kuća postavljena poprečno u odnosu na uzdužnu os trga (usporedno sa zidinama), a Gradska se palača ne nalazi u osi već nešto istočnije ali joj je ulazni portal smješten centralno. U doba kad nastaju ovi prikazi gradska loža nije više na trgu već se nalazi pred gradom, jugozapadno od gradskih vrata. Nakon što je zgrada na sjevernoj strani trga uređena za Gradsku palaču, izgubila je svoju svrhu pa je

³ Žic smatra kako je Klobučarić ovaj detalj prikazao namjerno tako, kako bi se mogao steći dojam o točnom broju kuća na trgu. [12]



Sl. 3, 4: Koblerov trg na crtežu Rijeke Ivana Klobučarića iz 1579. (detalj) i crtežu Giorgia Genove iz 1671. (detalj). [14, 16]

uklonjena [9]. Na obje grafike prikazana je kao otvoreni trijem pravokutnog tlocrta, skeletne konstrukcije, zidanog parapeta i dvostrešnog krova.⁴

2.3. Barok (17. i 18. st.)

Početakom 17. st. Rijeka ima oko 3000 stanovnika. U urbanističkom smislu ništa se nije promijenilo, grad se i dalje nalazi u ograničenom prostoru unutar zidina. Na mjestu srušenih i spaljenih kuća u vrijeme mletačkih napada podignute su nove. Izgled grada i trga iz ovog doba ilustrira nekoliko grafika od kojih se samo na dvije, grafici koja prikazuje Rijeku oko 1650. i crtežu Rijeke kirurga Giorgia Genove iz 1671. [6, 13, 14] (Sl. 4), vidi i Koblerov trg. Objе grafike gotovo se ne razlikuju od prikaza Rijeke iz 1550. godine koji je zasigurno služio i kao predložak, a isto je i s Koblerovim trgom. I na ovim grafikama istočnu stranu trga definira jedna veća zgrada neposredno iza zidina te od nje nešto razmaknut niz od šest spojenih zgrada. Sa zapadne strane iza kuća naslonjenih na zidine prolazi ulica prema augustinskom samostanu. Zapadnu stranu trga definiraju kuće koje su zapravo dio većeg, pravilnog bloka. Južni se dio bloka sastoji od tri međusobno spojene zgrade, sjeverni od dvije a istočni (prema trgu) od tri slobodno stojeće zgrade, a zapadni (prema crkvi) od niza nekoliko spojenih zgrada. Središnji je dio bloka rahlo izgrađen, s tri slobodnostojeće kuće. Uz Gradski toranj i Palaču, veličinom se izdvaja zgrada u jugoistočnom dijelu trga te tri zgrade u južnom dijelu zapadnog bloka.

⁴ Izvan grada spominje se od 1531. Premda se u izvorima navodi kako je loža preseljena s trga na prostor izvan grada, ne može se govoriti o dislokaciji zidane građevine u današnjem smislu, već je vjerojatno materijal od kojeg je bila napravljena ranija loža korišten za gradnju nove zgrade pred gradom ali je ona mogla izgledati i drugačije. Srušena je 1728. [9].



Sl. 5: Koblerov trg na situacijskom planu satnika Von Benka iz 1776.-1795., detalj. U legendi, pod oznakom „A“ stoji Grad (Die Stadt), „o“ su Glavna vrata (Haupt=Thor), a „U“ je Vijećnica (Rathaus) [14]

Krajem 17. dolazi do slabljenja Turske a 1717. proglašena je slobodna plovidba Jadranom. U Rijeku dolaze doseljenici iz Veneta, Furlanije, Gorice i austrijskih zemalja privučeni pomorstvom, zanatima i manufakturom.

Nakon što je car Karlo VI. 1719. proglasio Rijeku i Trst slobodnim lukama, dao pogodnosti za trgovinu i smanjio carine, pristiže u grad novo stanovništvo. Rijeku je 1750. pogodio veliki potres, a, budući da su potresi učestali, stanovništvo napušta grad i živi u drvenim barakama ispred grada i uz Rječinu sve do 1754. Potres je ošteti Zbornu crkvu, Gradski toranj i zidine [6, 7]. Nije poznato koliko je ošteti zgrade koje su se nalazile na trgu ali je izvjesno da nakon potresa dolazi do promjene u izgledu trga. Godine 1755. carica Marija Terezija donosi odluku kojom će Stari grad ostati unutar zidina, a na prostoru ispred grada podignuti novi grad (*Civitas nova*). Od iste godine gradska se vrata više ne zatvaraju. Godine 1788. Antun Gnamb izrađuje projekt sanacije Rova koji je zatrpan između 1780. i 1784., nakon što je car Josip II. donio odluku o rušenju gradskih zidina i kula. Istih godina, na mjestu srušenih zidina počinje izgradnja kuća istočno i zapadno od Gradskog tornja. Merkantilni razvoj Rijeke odrazio se na oblikovanje Starog grada, uzrokovao je njegov rast u visinu i poremetio srednjovjekovno mjerilo gradske izgradnje [6, 7].

U ovom razdoblju javljaju se i prvi planovi grada iz kojih možemo steći bolju predodžbu o gabaritima Koblerova trga i zgrada koje ga okružuju. Od nekoliko planova (iz 1776., 1778. i 1795.), od kojih su prvi i treći istog autora, satnika Von Benka, po preciznosti i informacijama izdvaja se onaj potonji [13, 14]. Na planovima je vidljivo da tlocrtni gabarit trga nije pravokutan

već nepravilan. U južnom dijelu trg je oblika trapeza koji se blago širi prema sjevernoj strani, a u sjevernom, pred Gradskom palačom širok je tek nešto više od prosječne ulice. Okružen je s 9 blokova zgrada i u njega se može pristupiti s 9 strana: s juga kroz gradska vrata, s istoka kroz tri ulice, sa sjevera kroz dvije te sa zapada kroz tri. Parcelacija unutar blokova nije naznačena te nije poznato koliko je kuća bilo orijentirano na trg. Iz pisanih izvora ipak saznajemo kako je na trg bilo orijentirano 15 zgrada, a s početka 18. st. postoje i prvi podaci o zgradama koje se nalaze na trgu i njihovim vlasnicima. Sve dok je grad bio smješten unutar zidina, nije bilo javne rasvjete, osim dviju uljnih lanterni koje su se nalazile upravo na trgu pored gradskog tornja i glavnih gradskih vrata i osvjetljavale ulaz i stražarsko mjesto pored njega. U jednoj od zgrada trgovac Antonio Arbazzetti imao je krajem 18. st. trgovinu svijećama [9, 15].

Iz planova se stječe predodžba o apsolutnoj ali također i o relativnoj veličini trga. Premda je riječ o glavnom gradskom trgu, vidljivo je da to nije i najveći otvoren prostor u gradu već se takav prostor nalazi iza nekadašnje Sokol kule.⁵ Približno istih dimenzija kao Koblerov trg su i trg kod crkvice sv. Barbare (na planu označen Z) i trg kod crkvice sv. Tri kralja (označen K). Dvorišta unutar isusovačkog seminara (označeno V) i samostana benediktinki (označeno H) dimenzijom su veća od prostora središnjeg trga.

2.4. Klasicizam (1. polovina 19. st.)

Početak 19. stoljeća Rijeka je gradić s oko 8 000 stanovnika. Događaju se velike promjene u urbanoj strukturi ali se one uglavnom odnose na područja izvan areala riječkog Starog grada. Nastavljeno je s rušenjem gradskih zidina, nasipavanjem prostora ispred grada, izgradnjom novih četvrti i premještanjem središta iz Starog grada na Korzo. Sve ove promjene prati i vrlo obimna planimetrija, koja se, uglavnom ne bavi povijesnom jezgrom grada, koja je najčešće prikazana kao prazna površina s oznakom „*Citta vecchia*“ ili „*Alt Stadt*“. Svega je nekoliko karata i planova koji detaljnije prikazuju ovo područje i prostor Koblerova trga.

Planovi iz 1814. i 1852. koji prikazuju Stari i novi grad i luku u ušću Rječine, područje Starog grada prikazuju neprecizno i ne mogu biti grafički izvor. Ipak, oni točno prikazuju broj i načelni položaj ulica i blokova koji okružuju trg, a koje su ostale iste [14].

Katastarski plan Ignazia Rossija iz 1842. [16] vrlo je precizan a donosi i znatno više podataka o trgu, zgradama, njihovoj katnosti, površini, vlasništvu te nazivima trga i pojedinih ulica. U trg, tada nazvan *Piazza dei Frutti*, ulazi 9 ulica: s istočne strane *Contrada di st. Barbara*, *Vicolo dei Frutti*⁶ i *Contrada*

⁵ U ovom slučaju nije, međutim, riječ o trgu već samo o neizgrađenom prostoru a zgrada na tom mjestu nije bilo zbog vlažnog i nezdravog terena.

⁶ Na nekim planovima piše Fratti.



Sl. 6, 7: Koblerov trg na detalju Katastarskog plana Ignazia Rossija iz 1842. (original i precrta koji je 1993. izradio Ivan Šupraha) [16, 34]

del Duomo, sa sjeverne Contrada di st. Vito i Contrada dell' Arco Romano, sa zapadne Contrada dei Grigioni, Contrada del Forno vecchio, Contrada di st. Girolamo, a s južne su gradska vrata i ulaz s Korza. Rossijev plan je prvi sačuvan plan koji prikazuje i parcelaciju unutar blokova. Iz plana je vidljivo da je na trg orijentirano 15 zgrada, što se poklapa i s brojem zgrada na trgu iz 18. stoljeća, što znači da u ovom razdoblju vjerojatno u tome nije bilo promjena. Iz zemljišnih knjiga koje odgovaraju Rossijevom planu mogu se saznati i detaljniji podaci o ovim zgradama.

2.4.1. Zgrade na sjevernoj strani trga

Na sjevernom dijelu trga, na Rossijevom planu označena br. **169** (starim 418, drevnim 1) bila je Gradska vijećnica. Zgrada je isprva imala prizemlje, kat i tavan ali je 1740., prema projektu Antonia Vernede nadograđen drugi kat [17]. Josip Završnik o zgradi piše: „Na sredi grad je krasna, u moje vreme ponovna i narešna vjećenica (domus praetoria), italijanski palazzo, na dva sloga; ali kvar da nejma krasnju ulazu (introitum, uhodje) i prostranja stupališca (scalae, gradus), koja su tijesno na puž uzgrađena. Od zada bi u moje pameće (mea memoria) kavanica u koju vlastelini i većeslastni gradanici (cives maiori inter ceteros pollentes auctoritate) po poludnje dohađahu na razgovor i kavu piti, i igrati na biljar ili boćenar oli izbojak (trudes, gen. Trudis), ili na igraćenice (alea, gen. Alearum, chartifolia)...“ [18]. Nakon što se vijećnica preselila u bivši augustinski samostan, zgrada je 1838. prodana Francescu Battagliariniju [19].

Istočno od vijećnice, na uglu ulica Contrada del Duomo i Contrada di s. Vito bila je zgrada na br. **274** (stari 164, drevni 83/82), dio velikog bloka od

10 zgrada. Imala je prizemlje i tri kata. Početkom 18.st. (1715.) u vlasništvu je obitelji Kernje (Cherne), a od 1840. (jednako kao i susjedna zgrada sa sjeverne strane) Antonia Sichicha iz Kostrene. Bila je poznata i pod nazivom *Domus Aurea*. U njoj se od 1715. nalazila prva kavana u gradu koju su držali doseljenici iz švicarskog kantona Graubünden (Grigioni) [20]. Na arhitravu ulaza bio je uklesan natpis *Domus Aurea* po kojem je zgrada dobila ime. Kobler pretpostavlja da on odražava pobožnost vlasnika⁷ [9].

Zapadno od vijećnice bio je blok od tri zgrade, od kojih je ona na br. **170** (stari 419, drevni 197/195) bila orijentirana na trg i ulicu *Contrada dei Griggioni* a ostale dvije (151, 152) na sjeverne ulice. Kuća 170 imala je prizemlje, tri kata i stambeni tavan. U kući je isprva bila pošta. Godine 1787. kao vlasnik se spominje izvjesni Bassich, a iza njega Gioseffa Miletich r. Emili. Ona kasnije zadržava prvi i drugi kat te tavan i dio prizemlja dok su drugi kat i dva podruma na zapadnoj strani od 1842. u vlasništvu Gregoria Matcovicha i Arsole Giugali, a od 1844. u vlasništvu Mattia Matcovicha i Marie Giugali [19].

2.4.2. Zgrade na zapadnoj strani trga

Južno od ovog bloka, između ulica *Contrada del Griggioni*, *Contrada del Forno vecchio* i trga bio je blok od četiri zgrade od kojih su dvije bile orijentirane na trg (212, 211) a dvije na sjevernu i južnu ulicu (210, 209). Najistočnija, br. **212** (stari 456, drevni 195/193) imala je prizemlje s bunarom i tri kata. Bila je u vlasništvu braće Giovannija i Nicolò Poola, a ranije u vlasništvu Filippa Griotta Poola. Više od stotinu godina u prizemlju je bila kavana *Caffe degli Svizzeri o dei Grigioni*. Kasniji vlasnici kuće bili su Diminić i Fabiani [20]. Za ovu kuću Završnik navodi: „Dole idući desno stoji vela kuća u kojoj doli jest kavanica i po dva izbojka (*tudes*) u koju gospoda dođu po poludnevu kavu piti i igrati na izbojak, i kavetari su kalvinjanskoga bogočašća (*helveticae confessionis*)“ [18].

Pokraj ove zgrade, zapadnije, bila je zgrada br. **211** (stari 455, drevni 196/194), također s prizemljem i tri kata. Vlasnik je bio Giovanni Nep. De Franul a iza njega Mattio Mischi [20].

Južno od ovog bloka bio je blok od šest zgrada (213, 214, 215, 224, 225, 226) s unutarnjim dvorištem od kojih su dvije zgrade bile orijentirane na trg. Sjeverna zgrada, br. **213** (stari 45, drevni 178/176) imala je prizemlje i tri kata te tavan. Cijela zgrada, uz izuzetak jednog skladišta, bila je u vlasništvu Giovannija Battiste Summacampagne a kasnije Francesca Summacampagne, a od 1841. Steffana Fiamenga. Skladište u prizemlju bilo je u vlasništvu Antonia Millera, od 1841. Adolfa Giustinija i Luigie Giugali a od 1844. samo je u vlasništvu Adolfa Giustinija. U prizemlju se od 1778. nalazila ljekarna Sv. Josipa (*S. Giuseppe*), druga otvorena u gradu [9, 20].

⁷ Do sada niti jedan autor (svi uglavnom citiraju Koblera) naziv kuće nije doveo u vezu s njenim antičkim naslijeđem, tj. činjenicom da je izgrađena na mjestu rimskog Domusa.

Na južnoj strani bila je velika zgrada, br. **226**, s prizemljem i tri kata te dvorištem. Oko 1750. restaurirao ju je Giorgio Sumrokar. Cijela je zgrada, izuzev jedne trgovine u prizemlju, bila u vlasništvu Silvestra Raifse, kasnije Antonia Millera, a od 1842. Agostine Negri. Trgovina je od 1839. bila u vlasništvu ud. Ellene Raifsa, a od 1846. u vlasništvu Frana i Margherite Bastiancich [20].

2.4.3. Zgrade na južnoj strani trga

Južno od ovog bloka bile su zgrade izgrađene na mjestu nekadašnjih gradskih zidina od kojih su tri bile na trgu. Zgrada na br. **227** (stari 475, drevni 170/168) bila je uglovnica, istočnim pročeljem orijentirana na trg a sjevernim na ulicu *Contrada di S. Girolamo*. Imala je prizemlje, dva kata i tavan i bila u vlasništvu udovice Giov. Francesca de Steinberg⁸. Od 1831. prvi i drugi kat te jedan podrum su u vlasništvu Antonie Devescovi. Trgovina u prizemlju je od 1832. vlasništvo Antonije Padovani r. Scrobogna, od 1842. Antonie Devescovi a od 1843. Giorgia Blecicha i Marie Guigali. Od 1843. cijeli drugi kat i tavan je u vlasništvu Giovanne Tadio r. Devescovi. Trgovinu u prizemlju i jedan podrum najprije drže Giorgio Giugali i Maria Blecich a prvi kat samo Maria Blecich r. Devescovi. Od 1843. vlasnici 1. kata, trgovine i podruma su Giorgio Blecich i Mario Giugali [20].

Uz ovu zgradu, istočnim i manjim dijelom sjevernog pročelja orijentirana na trg a većim na ulicu *C. di S. Girolamo*, a južnim na Korzo, bila je kuća na br. **492** (stari 476, drevni 504/513). Imala je prizemlje i dva kata te tavan. Nekoć je bila u vlasništvu Antonia a potom Francesca de Troyera, riječkog suca i rektora. Prvi i drugi kat, tavan te dva podruma bili su od 1842. u vlasništvu G.A. Mikaza i Catterine Giugali a prizemlje i dvorište, izuzev dva podruma, od 1840. u vlasništvu Francesca Hanszlicha [21].

Pokraj ove zgrade s istočne strane bila je kuća na br. **491** (stari 75, drevni 385/387), u čijem je sastavu bio i gradski toranj (491/2). Kuća je imala prizemlje, mezanin i dva kata te stambeni tavan. Bila je u vlasništvu Marije Müller r. de Soztarizky. Gradski toranj, pasaž i prostor sa satom bili su vlasništvo Grada (*Pubblico di Fiume*) [21].

2.4.4. Zgrade na istočnoj strani trga

Prema Kobleru i Viezzoliju, na istočnoj strani trga u 18. st. bile su kuće Vitnich, Stemberg, Lusser, Pisanello, Tomcich, Cetvich i Orlando (ova posljednja bila je uglovnica prema današnjoj Užarskoj ulici) [9, 15]. Stanje u doba Rossijeva plana nešto je drugačije. Uz zgradu na br. 491, sa sjeverne strane bile su još tri zgrade u nizu, orijentirane na trg i istočnu uličicu *Vicolo dell Erbe*. Najjužnija, zgrada na br. **228** (stari 154, drevni 156/154) imala je prizemlje, tri

⁸ Prema Jozefinskom katastru Steimberg.

kata i tavan. Ranije je bila u vlasništvu Gregoria Rumboldta i Antonia Zecolitza a prvi kat u vlasništvu Fortunata Camerra i And. Spendona. Od 1826. prvi kat, jedna trgovina i jedno skladište su u vlasništvu Antonia Duimicha, a drugi i treći kat te tavan od 1833. u vlasništvu nasljednika Kobler i Terese r. Lusser. Vlasnik jedne trgovine bio je Fortunato Camerra a od 1826. Andrea Spendou. Druga trgovina bila je u vlasništvu Bartola Raabenhaldta a treća najprije u vlasništvu Antonia Camerra a od 1836. vlasnik je Leonardo Valentino Canciani [20].

Sjeverno od ove zgrade bila je zgrada na br. **265** (stari 155, drevni 157/155), isprva u vlasništvu Marca Koblera i Luigija Sgardellija. Zgrada je od 1832. u vlasništvu Andree Spendoua, koji ju je rekonstruirao tako da je imala prizemlje, tri kata i tavan [20].

Sjeverno uz ovu zgradu, orijentirana sjevernim pročeljem i na ulicu *Vicolo dei Fratti*, bila je zgrada na br. **266** (stari 156, drevni 159/157). Isprva je u vlasništvu nasljednika Giuseppa Pisanella i Carla Antonia Pisanella, a od 1836. u vlasništvu Antonia Duimicha. Imala je prizemlje s malim dvorištem, tri kata i tavan [20].

Sjeverno od ove zgrade bio je blok od 7 zgrada od kojih su dvije bile orijentirane na trg, a ostale na ulice *Vicolo dei Frutti* i *Contrada del Duomo*. Južna zgrada, na br. **267** (stari 157, drevni 158/156) imala je prizemlje, dva kata i tavan. Isprva je u vlasništvu nasljednika Ostoich, Anne Kostich i Giulie Curtovich, potom Anastasia Kosticha a od 1836. vlasnik je Domenico Montanari [20].

Sjeverna zgrada na br. **273** (stari 163, drevni 85/84) imala je prizemlje, tri kata i stambeni tavan te znatne promjene vlasnika. Prvi i drugi kat, dvije trgovine i podrum isprva su u vlasništvu Antonia Gerbaza i Martina de Terzyja. Od 1843. prvi kat, dvije trgovine i podrum su u vlasništvu Michelea Soicha iz Kostrene a od 1843. Ellene Giacovcich r. Randic. Drugi kat je od 1830. u vlasništvu Vincenza Lettisa i Terese Giugali a od 1845. Margherite Lettis s tim da dvije sobe i ½ kuhinje (korištenje?) ima Mart. De Terzy i Vinc. Lettis. Treći kat i stambeni tavan je u vlasništvu nasljednika Antonia Gerbaza. Trgovina s pristupom s trga isprva je bila u vlasništvu Giuseppa Glavana, majstora Pošte, od 1841. je u vlasništvu Caroline Pillepich r. Turkovich a od 1843. Francesca Sröcka, zlatara [20].

Kako se može zaključiti iz ovih podataka, većina zgrada (11 od 15) koje su okruživale Koblerov trg imala je prizemlje i tri kata a neke su imale i stambeni tavan. Jedine dvokatne zgrade bile su one na br. 169, 227, 492 i 267. Općenito se smatra kako je upravo u razdoblju klasicizma došlo do nadogradnje katova na većini zgrada u Starom gradu [8, 17]. Sačuvana arhivska dokumentacija to, međutim, ne potvrđuje i za zgrade na Koblerovu trgu. U fondu Gradsko poglavarstvo Rijeka za prvih 50 godina 19. stoljeća nema niti jednog nacрта koji bi dokazivao da je u tom razdoblju došlo do nekog ozbiljnijeg zahvata na

nekoj od ovih zgrada [22]. Premda postoji vjerojatnost da je nadogradnji bilo a nacrti nisu sačuvani, još je vjerojatnije da su spomenutu katnost zgrade dobile još ranije, u 18. stoljeću.⁹

Završnik navodi kako se na trgu početkom 19. st. prodaje voće, povrće i druge jestive stvari¹⁰ te kako su na prostoru trga dvije ljekarne, od kojih je jedna „*tako velika i uresna da u istom Beču nejma lepše i prostranje*“ [18].

2.5. Romantizam i historicizam (2. polovina 19. st.)

U drugoj polovini 19. stoljeća će pod mađarskom upravom doći do razvitka luke, intenzivne industrijalizacije i urbanizacije a stanovništvo grada će na kraju stoljeća doseći broj od 40 000. Sve ove promjene neće bitno utjecati na prostor Starog grada pa ni na trg. U ovom razdoblju izrađeno je nekoliko situacijskih planova koji detaljno prikazuju Stari grad i prostor trga - iz 1861., 1870., 1876., 1889., 1898. a postoji i nedatirani plan, koji prikazuje situaciju oko 1892. godine [7, 14, 16]. Međusobno se malo razlikuju, osim po grafici, što potvrđuje kako su u ovom razdoblju promjene u ovom dijelu grada bile minimalne. Najdetaljniji je katastarski plan iz 1861. autora A. Sponnera i Fr. Häusstera. Iz plana je vidljivo kako se situacija na trgu u odnosu na 1841. godinu nije promijenila, jedino su zgrade dobile nove katastarske brojeve. Na također detaljnom i preciznom situacijskom planu iz 1889. godine upisani su kućni brojevi zgrada pa tako vidimo kako adresu trga – *Piazza dei Frutti 1* ima samo jedna od 15 zgrada, tj. nekadašnja zgrada na br. 265 (kuća Spendou), dok ostale imaju adrese okolnih ulica.¹¹

Između 1852. i 1858. u Stari grad pa tako i na trg uvedena je plinska rasvjeta [23]. Godine 1864., prema projektu Antonija Desseppija izvedeno je opločenje trga pred Municipijem, Contrade di *S. Girolamo* i Koblerova trga. Godine 1860. rekonstruirana je stambena kuća Giustini, tj. kuća br. 213 na Rossijevom planu. [24] Godine 1878. na kući br. 267, sada u vlasništvu Antonije ud. Montanari srušena je stara i ugrađena nova krušna peć te izgrađen odvodni kanal. Autor je bio Costantini [25]. Godine 1896. prema nacrtu F. Castellija preuređen je izlog knjižare – papirnice i prodavaonice umjetničkog pribora i slika Michelangela Polonia Balbija u *Piazza delle Erbe 222* (bivša kuća 227) [26].

U ovom razdoblju pojavljuju se urbanistički planovi koji predviđaju radikalnije zahvate u Starom gradu. Prvi takav plan iz 1859. predviđa rušenje većine zgrada u povijesnoj jezgri uz zadržavanje sakralnih kompleksa i Kaštela

⁹ Pregledane su sve kutije koje sadrže spise i priloge od 1777. do 1859. godine, po magistratskom i kapetanatskom upisniku te popisani i izdvojeni predmeti s nacrtom dokumentacijom.

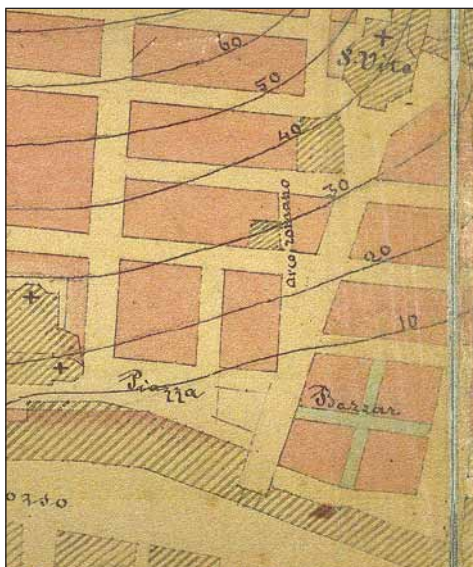
¹⁰ Općenito se smatra da je trg postao tržnica tek po preseljenju Gradske palače, ali iz ovog opisa može se zaključiti da je to bio i ranije.

¹¹ Na planovima su označene adrese ulaza u zgrade a ne lokale, koji su morali imati adresu na trgu.

i južnog poteza zgrada na Korzu. Kruto, formalistički, bez provedene analize i valorizacije povijesne stambene arhitekture plan provodi regulaciju postojećih ulica povećavajući njihovu širinu i uspostavlja pravilnu blokovsku izgradnju. Središnji trg je ukinut, sveden na široku ulicu koja od gradskih vrata vodi prema crkvi sv. Vida. Ulica je postavljena usporedno sa zgradama na istočnoj strani trga koje su uglavnom i sačuvane, osim posljednje, koja je uklonjena zbog proširenja *C. del Duomo* (Užarske ulice). Gabariti blokova u zapadnom dijelu trga su potpuno izmijenjeni, a kuće koje su bile orijentirane na trg predviđene za uklanjanje, premda bi se neke od zgrada možda mogle i uklopiti u nove blokove. Nekadašnja Gradska palača također nije pošteđena već točno na njenom mjestu prolazi ulica [14].

Drugi plan je nedatirani plan razvoja grada i luke nepoznatog autora (možda Josefa Bainvillea), sačinjen vjerojatno sedamdesetih godina 19. st.. Također predviđa rušenje starogradske arhitekture i blokovsku izgradnju.

Blokovi su ipak drugačije raspoređeni, uglavnom u pravilnom ortogonalnom rasteru, a iz pojedinih se detalja plana vidi da su prostudirani. Na mjestu trga tako nije samo ulica već trg trapeznog oblika ali drugačije položen tj. s osi u smjeru istok-zapad. Trg se proteže od istočnog pročelja crkve sv. Jeronima do istočne strane Koblerova trga ali su zgrade na toj strani očito predviđene za uklanjanje jer je na njihovom mjestu trgovački centar (*Bazzar*). Sjeverni dio trga je nešto proširen i na tom mjestu je nešto manji trapezni trg koji se otvara prema rimskom luku a s njegove istočne strane široka ulica vodi prema crkvi sv. Vida [27].



Sl. 8, 9: Koblerov trg na regulacijskom planu iz 1859. (8) i planu nepoznatog autora iz sedamdesetih godina 19. st. (9) [14, 16]

Godine 1873. raspisan je natječaj za Generalni urbanistički plan grada. Zbog loše pripremljenog natječajnog zadatka natječaj nije uspio, a od natječajnih radova sačuvan je samo jedan, pod motom „*Fiume Prospera!*“ koji minimalno intervenira u Stari grad a trg ostavlja nepromijenjenim. Između 1889. i 1898. trg mijenja ime u *Piazza delle Erbe* a nekadašnja *Piazza delle Erbe* postaje *Piazza st. Barbara* [27].

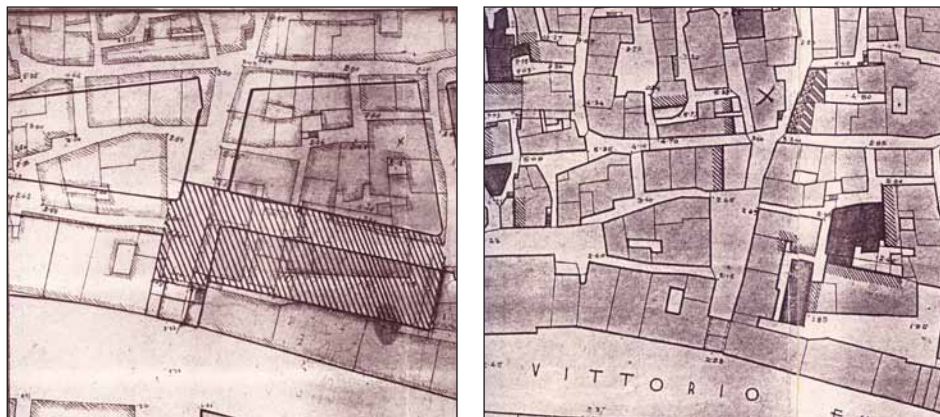
2.6. Secesija i rana moderna (prva polovina 20. st.)

Početak 20. st. stanje u Starom gradu je isto, zabilježeni su samo manji zahvati na zgradama na trgu. Prema nacrtu C. R. Hankea 1900. na kući br. 226, sada u vlasništvu Rajmunda Kucicha, rekonstruirani su otvori lokala u prizemlju, tj. nekadašnji polukružni otvori zamijenjeni su jednostavnijim, pravokutnim. Iz nacрта je vidljivo kako se u dijelu zgrade, prema Ulici *Contrada di s. Girolamo*, nalazio lokal za prodaju ugljena, do njega na uglu veća trgovina a pokraj nje, na trgu, briač [28]. Godine 1904. preuređen je izlog trgovine Gabriela Nagliča na adresi *Piazza delle Erbe* 6 [29]. Godine 1914. preuređen je izlog drogerije L. S. Tuchtana na *Piazza delle Erbe* 7, a autor je bio Domenico Calogjera [30]. Planovi o značajnom prestrukturiranju Starog grada nastavit će se početkom stoljeća novim regulacijskim planom Paola Grassija. U tekstualnom dijelu regulacijskog plana iz 1904. piše: „*Regulacijom ulice između Gradskog tornja i Sv. Vida i Povrtni trg (Piazza delle Erbe) se ukida. Umjesto njega projektira se jedan dvostruki trgić ispod rimskog luka, koji će bolje istaknuti ovaj drevni podsjetnik na prošle civilizacije, stvarajući između ostalog i nešto više prostora uz crkvu sv. Sebastijana.*“ [31].

U međuratnom razdoblju Rijeka ulazi u sastav Kraljevine Italije. Naziv trga ostaje isti ali dolazi do promjena naziva većine ulica koje se više ne nazivaju *Contrade* već *Calle* i *Vie*. *Contrada di s. Girolamo* u zapadnom dijelu



Sl. 10, 11: Koblerov trg na fotografijama s kraja 19. i početka 20. st.

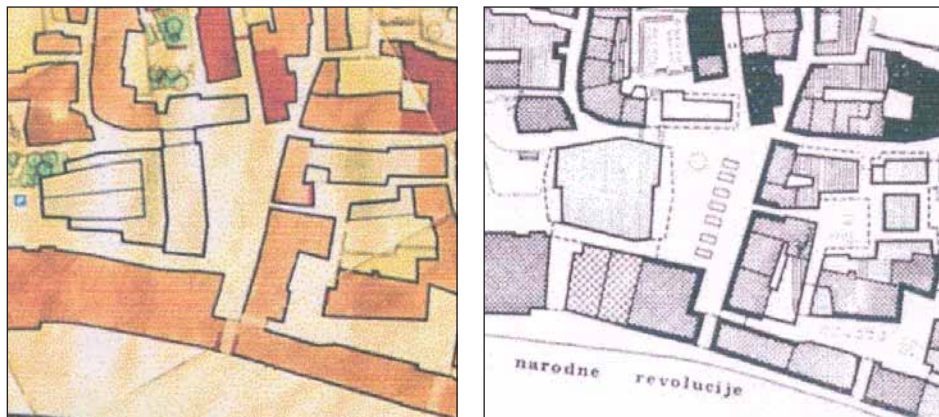


Sl. 12, 13: Koblerv trg na Regulacijskom planu Paola Grassija iz 1904. (12) i Regulacijskom planu Uga Carbonija i Guida Ladoa iz 1934. (13) [16, 32]

postaje *Via s. Girolamo* a u istočnom, uz trg *Calle della Loggia*. *Contrada del Forno Vecchio* sada je *Calle del Forno*, *Contrada dei Griggioni* postaje *Calle dei Griggioni*, *Contrada dell Arco Romano* postaje *Calle del Arco Romano*, *Contrada s. Vito* postaje *Calle Ca' d'oro*, *Contrada del Duomo* postaje *Calle dei Canapini* a *Vicolo dei Frutti* postaje *Calle dei Pipistrelli*. Godine 1932. Stari grad imao je 6.500 stanovnika, a s gustoćom od 750 stan/ha bio je najnaseljeniji dio Rijeke. Neodržive higijenske i građevne prilike prisilile su gradsku upravu i Tehnički ured da 1934. izrade parcijalni plan za asanaciju Starog grada i još nekih zona koji je stupio na snagu 1936. Za razliku od ranijih planova, bio je to manje radikalni plan kojem je prethodila analiza stanja i valorizacija, a zaštićene su i neke građevine koje su ranijim planovima bile predviđene za rušenje. Na trgu to su bile dvije građevine – bivša Gradska palača i dio kuće u sklopu koje se nalazio Gradski toranj. Predviđene promjene bile su vezane uz zgrade u sjeverozapadnom dijelu trga: zgrada br. 212 koja je najviše sužavala prostor trga bila je predviđena za rušenje, kao i dio zgrade br. 170, uz obvezu uređenja pročelja prema trgu. Ovim se zahvatima nastojao valorizirati Rimski luk kako bi u vizuri postao sastavnim dijelom trga. Novi građevni pravilnik donesen je 1937., a 1938. gradska uprava izradila je Generalni regulacijski plan za cijeli teritorij grada, *Piano verde*, koji je anticipirao postavke plana iz 1934. Njegovu provedbu omelo je, međutim, izbijanje 2. Svjetskog rata te će sve do 1945. stanje na trgu ostati nepromijenjeno [7, 16, 32].

2.7. Kasna moderna (druga polovina 20. st.)

Po završetku 2. svjetskog rata Rijeka je u sastavu Jugoslavije te dolazi do promjene naziva trga i okolnih ulica. Većinom su to stari nazivi prevedeni na hrvatski jezik. *Calle della Loggia* naziva se Loža, *Calle del Forno* postaju Peknica, *Calle dei Griggioni* postaju Ulica Petra Zoranića, *Calle del Arco Romano* postaju Stara Vrata, *Calle Ca' d'oro* Ulica Andrije Medulića, *Calle dei Canapini* postaju



Sl. 14, 15: Koblerov trg Planovima uređenja Starog grada Igora Emilija iz 1957. (14) i 1967.-71. (15) [34]

Užarska ulica, *Calle dei Pipistrelli* Ulica Šišmiš. Sam trg dobio je naziv po riječkom povjesničaru Ivanu Kobleru [7].

U savezničkom bombardiranju Rijeke krajem 2. svjetskog rata bilo je pogođeno i nekoliko zgrada na Koblerovu trgu. Stradao je cijeli blok zgrada zapadno od Gradske palače, a među njima i zgrada s nekadašnjim brojem 170. U nizu od četiri zgrade s druge strane ulice (nekadašnji br. 209 – 212) stradale su dvije najistočnije zgrade, br. 211 i 212. Najraniji poslijeratni situacijski plan iz 1950. pokazuje, međutim, da, osim što nema zgrada stradalih u bombardiranju, nedostaje i još jedna zgrada u tom nizu tj. nekadašnji br. 210. tako da je u tom nizu preostala još samo najzapadnija zgrada poduprta s istočne strane s dva kontrafora [7, 33]. Koblerov trg izgubio je svoja višestoljetna pročelja i svoj povijesni okvir.

Na situacijskom planu iz 1952. stanje je nepromijenjeno, na planu iz 1955. također ali je vidljivo da su u bloku između ulice Peknjica i ulice Loža od četiri zgrade ostale samo dvije i to one na trgu (nekadašnji br. 213 i 226) dok su dvije kuće u zapadnom dijelu bloka srušene [34]. Na Planu uređenja Starog grada iz 1957. Igora Emilija na mjestu srušenog bloka predviđen je novi blok od četiri zgrade, ulica Peknjica je ukinuta, a ulica Loža još postoji (Sl. 14). Na Planu uređenja istog autora iz 1967.-1971. blok je zamijenjen jednim jedinim objektom koji je spojen s nizom južnih zgrada ali je u parteru na mjestu ulice Loža ostavljen prolaz. Već na ovom planu Emili je zacrtao poziciju budućeg fokusa trga u sjevernom dijelu te parterno odvojio prometno najfrekventniju zonu na mjestu pretpostavljenog *carda* (Sl. 15) [34].

Sedamdesetih godina započinje intenzivno prestrukturiranje Koblerova trga. Godine 1973. prema projektu Ade Felice izgrađena je Robna kuća Korzo. Premda je u prvoj varijanti projekta bio predviđen prolaz kroz prizemlje na mjestu ulice Loža kako se ne bi prekinula komunikacija sa zapadnim dijelom

grada, u konačnici on nije izveden te su ovom realizacijom nestale dvije povijesne ulice [34]. U sjevernom dijelu trga, 1974., povodom 150. obljetnice Tvornice papira podignuta je prema projektu Igora Emilija fontana napravljena od elemenata tvorničkog starog kamenog mlina za papir (kolodroba) čime je u prostoru materijaliziran prethodno zacrtan fokus trga, dok je zapadni dio popločen kamenim pločama. Emili rekonstruirao i tri zgrade na istočnom dijelu trga zadržavajući samo njihova pročelja, dok unutrašnjost ruši i prilagođava novoj funkciji Robne kuće Varteks. Između 1977. i 1985. zapadno od nekadašnje Gradske palače, na mjestu bloka zgrada porušenih u ratu (nekadašnji 170) izgrađena je prema projektu Vladimira Grubišića zgrada Jadroagenta [17, 34]. Pročelja ove tri novogradnje, premda oblikovno različita, izvedena u armiranom betonu (R.K. Korzo), staklu i metalu (Jadroagent) ili klasična zidana ali sa slijepim prozorima (R.K. Varteks), karakterizira negativan odnos prema javnom prostoru trga s kojim komunikaciju, za razliku od povijesnih građevina, ne ostvaruju.

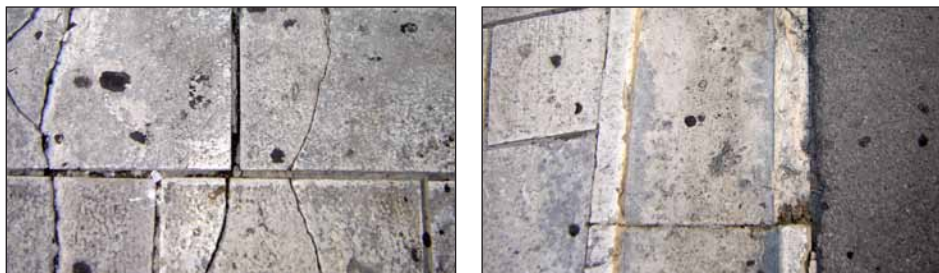
3. Postojeće stanje

Od osamdesetih godina 20.st. stanje na Koblerovu trgu nije se bitno promijenilo. Površina trga danas iznosi oko 1367,32 m², što je gotovo dvostruko više nego prije 1945. godine. Trg s njegove zapadne strane obrubljuje Robna kuća Korzo, sa sjeverne zgrada Jadroagenta i zgrada nekadašnje Gradske palače. Istočnu stranu zatvaraju dva bloka zgrada, poslovna zgrada Delta i Robna kuća Varteks, a južnu tri zgrade od kojih je u sklopu jedne Gradski toranj (Sl. 16-21). U sjevernom dijelu trga je fontana Stari kolodrob. Fontana je okružena kamenim stepenicama koje osim pristupa imaju i funkciju klupe za odmor. U južnom dijelu trga je kameno postolje *Vox populi*. Pristupiti na trg danas je moguće sa 6 strana: iz Ulice Petra Zoranića, Ulice Stara vrata, Ulice Marka Marulića, Užarske ulice, Ulice Šišmiš te kroz nadsvođene prolaze prema Trgu svete Barbare i ispod Gradskog tornja prema Korzu. Na spoju ulice Petra Zoranića i trga je stepenište dok su ostali prilazi u ravnini trga. Trg je u blagom padu od sjeverne prema južnoj strani. Veći (zapadni i središnji) dio trga je popločen kamenim pločama, dok je istočna strana asfaltirana a popločenu i asfaltiranu zonu odjeljuje kameni kanal za odvodnju oborinske vode. Zbog nagiba trga oborinska se voda ne zadržava na trgu, već se kanalom gravitacijski odvodi do slivnika koji su smješteni uz južno pročelje trga (Sl. 22, 23). Na trgu nema zelenih površina, slabo je opremljen i elementima urbane opreme (klupice, koševi i dr.), a noću i nedovoljno osvijetljen. Osim što asfaltirana površina znatno narušuje izgled trga, vidljivo je dotrajavao i popločeni dio trga te iziskuje rekonstrukciju kao i poboljšanja odvodnje, dok asfaltirani dio odaje dojam cestovne površine na kojoj jedino nedostaju vozila. Pozitivno je što je trg u cijelosti namijenjen pješačkom prometu a pojedini dijelovi trga koriste se i kao terase obližnjih ugostiteljskih lokala. Uz najfrekventniju komunikaciju

sjever – jug, protočnost prometa intenzivna je i prema istočnoj strani, što je logično budući su na tu stranu orijentirane tri ulice. Zbog postojanja samo jedne ulice koja vodi prema zapadu, protočnost prema toj strani je znatno manja [33].



Slika 16-21: Postojeće stanje Koblerova trga: zapadno pročelje i RK Korzo (16), sjeverno pročelje: Jadroagent (17) i bivša Gradska palača (18), istočno pročelje: zgrade između Ujarske ulice i Ulice Šišmiš (19), RK Varteks (20), južno pročelje s gradskim tornjem (21) [33]



Sl. 22, 23: Postojeće stanje popločenja Koblerova trga (22); Kanal za odvodnju oborinske vode koji dijeli popločani dio trga od asfaltiranog dijela (23) [33]

4. Valorizacija i mogućnosti uređenja

Analizom povijesnog razvoja može se zaključiti kako je društveno značenje Koblerova trga bilo najveće u razdoblju dok se grad nalazio unutar zidina, kroz srednji vijek, renesansu, barok, sve do kraja 18. stoljeća. Ipak, i nakon tog razdoblja, sve do sredine 20. stoljeća, trg je zadržao starogradske karakter i morfologiju organski nastalog srednjovjekovnog trga.

Najdrastičniji poremećaj dogodio se rušenjem zgrada na zapadnoj strani trga i izgradnjom barijere koja je **prekinula vjekovnu kružnu komunikaciju s unutarnje strane zidina**. Nove interpolacije rađene metodom kontrasta pokazale su se neuspješne a, premda u doba nastajanja inovativno po pristupu, puno uspješnije nije bilo ni formalističko korištenje povijesnog naslijeđa, tj. pokušaj zadržavanja „vrijednih fasada“ bez sadržaja koji logično iza njih mora postojati.

Buduće uređenje trga trebalo bi se stoga bazirati na nastojanju da se trgu u što većoj mjeri vrati njegov povijesni identitet. Srednjovjekovni karakter prostora koji je danas još očuvan u nepravilnom obliku trga, bočnim prilaznim ulicama, nadsvođenim prolazima koji „kadiraju“ susjedne ambijente te povijesnim zgradama na južnoj i sjevernoj strani nužno treba afirmirati i vraćanjem barem jedne od dvije ukinute povijesne ulice. Razlog za vraćanje povijesne situacije nije formalan ni konzervativan već je riječ o elementu bitnom za funkcioniranje prometa unutar perimetra Starog grada. S obzirom na konstrukciju i morfologiju RK Korzo, najlogičniji odabir bio bi probijanje ulice na mjestu nekadašnje Ulica loža (kao što je predviđano planovima iz 1957. i 1967.-71.), tj. na mjestu ostakljenog dijela zgrade koji danas spaja južnu povijesnu zgradu s velikim armiranobetonskim volumenom na sjevernoj strani. Nova/stara ulica ovim bi zahvatom bila nešto šira od povijesne ulice, što bi omogućilo postavu elemenata urbane opreme ili nasada zelenila u vazama. Robna kuća bi se podijelila na dvije zgrade u koje bi se ulazilo iz novonastale ulice, a koje bi mostom – pasažom eventualno mogle imati spoj u gornjim etažama (Sl. 24).



Sl. 24: Ortofotogram snimak Koblerova trga s označenim dijelom RK Korzo na kojem je moguće ponovno uspostaviti povijesnu ulicu Loža

Parter trga bilo bi nužno popločiti cijelom površinom, kako je bilo u prošlosti, ali i oplemeniti nedostajućim elementima urbane opreme. Prilikom postava novog popločenja ne bi se smjela propustiti prilika da se drugačijim tretmanom (bojom ili obradom) u parteru prezentiraju zidovi zgrada koje su stoljećima stajale na trgu ili rezultati arheoloških istraživanja koja tek treba poduzeti. Ovo prezentiranje nekadašnjih gabarita trgu bi dalo dokumentacijski karakter a posjetiteljima otvorilo mogućnost predočavanja izgleda trga u prošlosti. Fontana Stari kolodrob, koja danas predstavlja fokusnu točku trga trebala bi se nužno obnoviti uz neizostavnu postavu adekvatnog usmjerenog osvjetljenja. Nova lokacija postolja *Vox populi* mogla bi biti u njenoj neposrednoj blizini čime bi se ponovno uspostavila simbolika gradske lože, građevine u kojoj su se donosile najvažnije gradske odluke a za koju se pretpostavlja da se nalazila na tome mjestu.

U cjelokupnoj zoni, uz očuvanje svih postojećih povijesnih zgrada, bilo bi logično predvidjeti i rekonstrukciju zgrada na istočnoj strani trga koja bi uključivala uspostavu sadržaja koji bi ponovno otvorili danas slijepe prozore, dok bi se druga dva neutralna pročelja mogla aktivirati postavom primjerenih svjetlosnih instalacija.

Svi budući zahvati na trgu trebali bi biti dio promišljene koncepcije uređenja javnih prostora riječkog Starog grada s prepoznatljivim zajedničkim i posebnim elementima i jasno definiranim međuodnosima.

5. Zaključak

Tijekom više stoljeća Koblerov trg u Rijeci bio je najznačajniji gradski javni prostor. Funkcija građanskog trga kao i tlocrtni gabariti definirani su mu u srednjem vijeku. Od tada do danas trg je pretrpio određene promjene, kako u gabaritima, tako i u karakteru i značenju. Danas je trg najprostraniji u svojoj povijesti, ali je njegovo značenje kao javnog prostora sekundarno, kao uostalom i cijelog Starog grada. Sačuvani grafički i pisani izvori omogućuju u značajnoj mjeri rekonstrukciju povijesnog razvitka ovog gradskog prostora i njegovu valorizaciju koja bi morala biti temelj za nužnu rekonstrukciju i revitalizaciju.

Predložene smjernice uređenja nastale su kao logičan rezultat analize povijesnog razvoja i vrednovanja najznačajnije i najduže faze razvitka ali i sadašnjeg stanja. Njihova je prostorna kvaliteta u ponovno uspostavljenoj važnoj povijesnoj komunikaciji, a dokumentacijska u prezentiranju nekoć postojećih a danas izgubljenih dijelova trga. Riječ je, međutim, o rješenjima kojima bi se samo u određenoj mjeri neutralizirali neuspjeli zahvati u prostoru trga. Za značajniju rekonstrukciju povijesnog i prostornog identiteta Koblerova trga bili bi mogući i radikalniji zahvati, za koje, uz arhitektonsko i urbanističko opravdanje postoji i zakonsko - prostorno planersko utemeljenje.¹²

Zahvala. *Na pomoći pri istraživanju i izradi rada zahvaljujemo djelatnicima Državnog arhiva u Rijeci.*

Napomena. *Prikazano istraživanje provedeno je u sklopu znanstvenog projekta "Arhitektura Rijeke i riječke regije kao razvojni resurs - povijest, stanje i mogućnosti revitalizacije" koje se realizira uz potporu Sveučilišta u Rijeci (broj potpore 13.05.1.3.11.).*

Literatura i izvori

- [1] Depoli, G., I punti oscuri della storia di Tarsatica e dell' origine di Fiume alla luce delle scoperte archeologiche, *Fiume, I*, Rijeka, 1925.
- [2] Gigante, R., I Rinvenimenti Romani del Corso (maggio 1914.), *Fiume, I*, 1925.

¹² U PUP-u Stari grad Rijeka RK Korzo valorizirana je kao neuskладena arhitektura. Dozvoljavaju se bitne intervencije, a u slučaju urbane potrebe zamjena dijela ili cijelog objekta. [34]

- [3] Matejčić, R., Arheološki nalazi u Rijeci i okolici, *Izleti u prošlost*, ur. Butorac, F., Stefanović, Lj., Žic, I., Adamić, Rijeka, 2000.
- [4] Novak, N., Starokršćanska Tarsatika, *Diadora*, 15/1993.
- [5] Blečić, M.: Prilog poznavanju antičke Tarsatike, *Vjesnik Arheološkog Muzeja u Zagrebu*, 3.s., XXXIV 65-122 (2001)
- [6] *Povijest Rijeke*, više autora, SO Rijeka i ICR, Rijeka, 1988.
- [7] Palinić, N. *Urbanistički razvitak Rijeke*, skripta, Građevinski fakultet, Rijeka, 2011.
- [8] Magaš, O.: Urbana struktura Starog grada u Rijeci u kontekstu napora za njegovu revitalizaciju, I. i II. Dio, *Zbornik Sveti Vid II.*, ICR, Rijeka, 1997.
- [9] Kobler, G., *Memorie per la storia della Liburnica città di Fiume*, knjiga 2., Rijeka, 1896.
- [10] *Rijeka – Zbornik*, Matica Hrvatska, Zagreb, 1953.
- [11] Stražičić, N.: Riječka luka – od malog emporija na ušću Rječine do lučkog sustava na obalama Kvarnera, *Riječka luka*, MGR, Rijeka, 2000.
- [12] Žic, I., *Riječki orao, venecijanski lav i rimska vučica*, Adamić, Rijeka, 2003.
- [13] Ekl, V. *Fluminensia*, SO Rijeka, ICR, I PPMHR, Rijeka, 1989.
- [14] DARI, JU 51, kut. 106, Položajni nacrti.
- [15] Viezzoli, G., Contributi alla storia di Fiume nel settecento, *Fiume – Rivista della Società di studi fiumani in Fiume*, anno XI-XII, Rijeka, 1933.-34., str. 61-187.
- [16] DARI, PR 18, Planimetrija.
- [17] Matejčić, R. *Kako čitati grad – Rijeka jučer, danas – 3. dopunjeno izdanje*, ICR, Rijeka, 1990.
- [18] Twardzik, W., Opis Rijeke s početka 19. stoljeća iz pera Josipa Završnika, *Dometi*, god. 20(1987.), br. 4 (265-278)
- [19] DARI, PR 18, knjiga 20
- [20] DARI, PR 18, knjiga 21
- [21] DARI, PR 18, knjiga 22
- [22] DARI, JU2, kut. 86 – 441/2
- [23] DARI, JU 2, br. 312, kut. 474/1.
- [24] DARI, JU 51, br. 5/1860., kut. 114.
- [25] DAR, JU 51, br. 34 i 36/1878., kut. 116.
- [26] DARI, JU 51, br. 72/1896.
- [27] DARI, Kartografska zbirka.
- [28] DARI, JU 51, br. 60/1900., kut. 141.
- [29] DARI, JU 51, br. 89/1904., kut. 148.
- [30] DARI, JU 51, br. 111/1914., kut. 167.

- [31] Grassi, P. *Relazione inoltro al Progetto di regolazione ed ampliamento della Città di Fiume*, Rijeka, 1904.
- [32] Ministarstvo kulture, Konzervatorski odjel Rijeka, Planoteka.
- [33] Kustić, I. *Koblerov trg – povijesni razvitak i projekt uređenja trga*. diplomski rad (mentor Palinić, N.), Građevinski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2012.
- [34] Magaš, O.: *PUP Stari grad Rijeka – Povijesna analiza*, knjiga I, Rijeka, 1993.

ŽELJEZNIČKA BAŠTINA RIJEKE I MOGUĆNOSTI NJENE PRENAMJENE – DVA PRIJEDLOGA

RAILWAY HERITAGE OF RIJEKA AND POSSIBILITIES OF ITS ADAPTATION – TWO PROPOSALS

Nana PALINIĆ* , Nina LUKEŽ , Ervin MOHOROVIČIĆ*****

Sažetak

Riječki željeznički infrastrukturni sustav, stvaran tijekom posljednjih 140 godina, većim se dijelom formira krajem 19.-og i početkom 20.-og stoljeća, a kasnija razdoblja uglavnom karakteriziraju manji zahvati i radovi na modernizaciji. Naslijeđe vrlo raznolike tipologije prilagođeno životu i radu vezanom uz željeznicu obuhvaća prijamne kolodvorske zgrade, upravne zgrade, skladišta, ložionicu-okretnicu, radionice i servisne građevine te stambene zgrade za zaposlenike. Deindustrijalizacija Rijeke i smanjenje prometa doveli su i do značajnog smanjenja ili potpunog prestanka korištenja dijela zgrada koje je koristila željeznica. Novim projektima i planovima dio ovih zgrada predviđen je za rušenje, dio ostaje i dalje u željezničkom sustavu, a dio nema definiranu buduću namjenu. Dvije takve građevine, stambena zgrada i ložionica-remiza koje se nalaze u Ulici Milutina Barača, premda još uvijek u funkciji, u skoroj budućnosti mogu ostati bez namjene te su stoga u opasnosti od mogućih devastacija. U radu se prezentiraju prijedlozi zaštite, očuvanja i adaptacije ovih zgrada za novu, javnu namjenu, u prvom primjeru za obiteljski dom za stare i nemoćne osobe, a u drugom za garažu-muzej starih automobila.

Ključne riječi: *Rijeka, željeznička baština, okretnica, adaptacija, obiteljski dom za stare i nemoćne osobe, muzej starih automobila*

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci;
e-mail: nana.palinic@gradri.hr;

** e-mail: nina.lukez@gmail.com;

***e-mail: mohorovicic.ervin@yahoo.com

Abstract

Railway infrastructural system of Rijeka, developed through the period of 140 years, was mostly formed at the end of the 19th and at the beginning of the 20th century and later periods are mostly marked with interventions and works on modernization. Heritage of very varied typology adapted to life and work related to railway covers railway stations, administration buildings, warehouses, roundhouse, workhouses and service buildings and residential buildings for employees. Deindustrialization of Rijeka and traffic reduction resulted in significant decrease or complete termination of partial building utilization by the Railway. New projects and plans predict destruction of some of these buildings, some of them remaining in the railway system and some of them not having a defined future function. Two such buildings, a residential building and a roundhouse, located in Milutina Barača Street (former Industrial s.) are still in function today but might soon be without function and in danger of possible devastations. The article presents two proposals for protection, care and adaptation of these buildings for a new, public purpose: the first example proposes turning the residential building into a family home for the elderly and disabled and the second example proposes turning the roundhouse into a parking garage, that is, an old timer museum.

Key words: *Rijeka, railway heritage, roundhouse, adaptation, family home for the elderly and disabled, old timer museum*

1. Uvod

Željeznička baština Rijeke nastala tijekom 19. i 20. stoljeća u znatnoj je mjeri očuvana i u funkciji željezničkog sustava. Dio građevina i infrastrukture zbog tehnoloških je razloga rekonstruiran, a dio je srušen ili uklonjen, između ostalog i zbog nepostojanja ili kašnjenja adekvatne valorizacije. Budući je ova baština danas uglavnom istražena i preliminarno valorizirana, kao daljnji korak nužno je da se za zgrade i prostore, koji zbog promjena u tehnologiji i organizaciji željezničkog sustava uskoro više neće imati izvornu namjenu, planira pravilan tretman i uključivanje u urbani život kroz primjerene prenamjene.

Više povijesnih građevina s građevinskom i arhitektonskom vrijednošću, npr. skladišta, stambeno-poslovne zgrade, željezničarske kućice, servisne zgrade kao i remiza-ložionica, pred gubitkom su svoje izvorne funkcije i stoga potencijalno ugrožene. Kako ne bi bile i izgubljene, nužno je pravovremeno analizirati, razraditi i prezentirati mogućnosti njihove adaptacije, što se u ovom trenutku vjerojatno najlakše može ostvariti kroz nastavne sveučilišne programe.¹

¹ Programski zadaci diplomskih radova iz kolegija *Javne zgrade i prostori* na Građevinskom fakultetu u Rijeci vezani su uz adaptaciju postojećih stambenih ili industrijskih građevina i prostora za novu, javnu namjenu. Dva projekta koji se prezentiraju dio su diplomskih radova drugog i trećeg autora, izrađeni i obranjeni 2012. godine [19, 20].

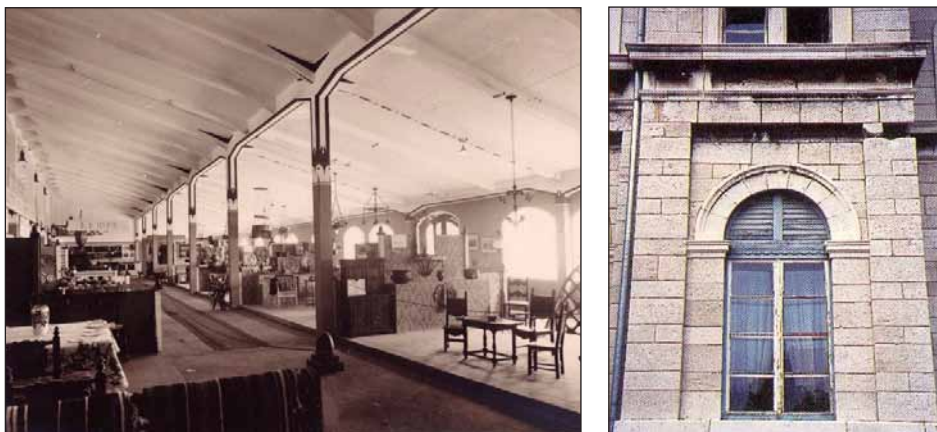
elemente neophodne za funkcioniranje kolodvora i ostvarivanje nesmetanog prometa u sve većoj urbanoj sredini, a za smještaj trebala velike slobodne površine. Željeznička zona nastaje unutar grada, uz maksimalno korištenje postojećeg terena, ali je najveći dio ipak morao biti stvoren na umjetan način. Tijekom posljednjih desetljeća 19.-og i prvih desetljeća 20.-og stoljeća otvoreni su brojni kamenolomi i poduzeta velika nasipavanja kako bi se osigurao dostatan teren za smještaj lučko-željezničkog pogona [4].

Općenito se smatra kako je položaj željeznice u gradu odredio inženjer Jozséf Bainville [5]. Ipak, i na drugim planovima poput onog iz šezdesetih godina 19.st., ucrtana je trasa željeznice koja odgovara izvedenom stanju (Sl. 1). Pruga je gradom prošla dijelom tunelom, dijelom usjecima i zasjecima, a samo je na dva mjesta znatnije poremetila postojeću urbanu strukturu: na Školjiću gdje je visok nasip stvorio prostornu barijeru te u kolodvorskoj zoni gdje se u istoj ravnini pruga križa s glavnom longitudinalnom prometnicom i šetalištem - Korzom Deak (danas Krešimirova ulica) [6, 7]. Mreža željezničkih kolosijeka položena je na velikom području od trga Žabica do tvornice Torpeda, južno od Korza Deak i Industrijske ulice, dok je jedan kolosijek produžen do Delte i Brajdice.

3. Izgradnja željezničkih zgrada

Nakon izgradnje infrastrukture u željezničkoj zoni podignute su brojne građevine: prijamne zgrade, skladišta, ložionica, servisne zgrade, upravne i stambene zgrade za osoblje. Prve su građevine bile privremene i uglavnom drvene; sedamdesetih godina 19. st. jednostavne drvene barake, skladišta i nadstrešnice zauzele su velike površine u željezničko-lučkoj zoni. Jedina javna zgrada ovakve konstrukcije bio je stari željeznički kolodvor smješten na mjestu današnjeg Skladišta 33. Nije poznat autor niti je sačuvan nacrt starog kolodvora već samo fotografija koja prikazuje dio južnog i zapadnog pročelja iz koje se vidi kako je bila riječ o jednostavnoj pravokutnoj građevini kanatne drvene konstrukcije, dvostrešnog krova koji se s južne strane prema kolosijecima produljivao u konzolama poduprtu nadstrešnicu [6, 7].

Prve građevine trajnog karaktera izgrađene su sedamdesetih i ranih osamdesetih godina 19. st. Bile su to željezničke zgrade poslovno-stambene namjene i robna skladišta čiji su autori vjerojatno bili inženjeri zaposleni na Željeznici. Građene su od kamena, s drvenom konstrukcijom stropova i krovništa. Pročelja su također bila od obrađenog kamena ali skromnih stilskih obilježja. Zanimljivo je da vrlo slične građevine nalazimo i u drugim gradovima, primjerice u Trstu, gdje su u prvoj fazi također vezane uz lokalno graditeljsko naslijeđe, a vjerojatno i lokalne majstore. Nekoliko ovakvih stambeno-poslovnih zgrada izgrađeno je s južne strane Korza Deak i Industrijske ulice, zapadno od kolodvora, u predjelu Mlake [6, 7].



Sl.2, 3: Željezničko skladište 31: unutrašnjost i detalj pročelja uredskog dijela skladišta prema trgu Žabica

Najveća građevina ovoga tipa bilo je željezničko skladište IIIb (danas br. 31) izgrađeno 1881. g. prema projektu inženjera Rihnitza (Sl. 2, 3). Iznimnih je proporcija, 240m dugo i 25m široko, položeno usporedno s obalom i granicom lučke zone, zapadno od nekadašnjeg trga Zichy (danas Žabica).

Poprečnim zidovima bilo je podijeljeno u šest odvojenih skladišta, a krajnji istočni bio je uređen za urede. Duga pročelja od kamenih klesanaca bila su rastvorena nizovima segmentno nadlučениh otvora, prozora i vrata, koji su se izmjenjivali u ujednačenom ritmu [4]. Pročelje prema trgu bilo je reprezentativnije, s polukružnim otvorima, a dodatno je restaurirano prema projektu Ferenc Pfaffa 1890. kad se nadograđuje još jedan kat [8].

Prijelaz 19. u 20. st. donosi promjene u stilu gradnje, a građevine postaju reprezentativnije. Dominantni projektant je Ferenc Pfaff koji u lučko-željezničkoj zoni projektira novi kolodvor, željeznička i lučka skladišta, upravnu zgradu željezničkih skladišta te dvije stambene zgrade za činovnike. Pfaff je bio glavni arhitekt direkcije Mađarskih državnih željeznica (MÁV) za koje je projektirao brojne zgrade, između ostalih kolodvora u Zagrebu (1891.-92.), Bratislavi, Pečuhu, Szegedinu, Temišvaru, Aradu, Ceglédu, Debrecenu i dr.

Novi željeznički kolodvor izgrađen je 1889.-91. nakon što je stari kolodvor 1888. izgorio u požaru. Lokacija je bila nešto zapadnije od stare, a izvedbu je preuzelo poduzeće riječkog graditelja Vjenceslava Celligoia, jednog od najznačajnijih riječkih arhitekata i graditelja kraja 19. i početka 20. st. Bila je to 120 metara duga jednoetažna građevina koja je svoj koncept temeljila na tipologiji rimskih termalnih građevina. Kompozicija je klasična, tripartitna, s naglašenim središnjim i krajnjim volumenima koje povezuju niža krila. Pilastri i timpanoni, skulpture i dekorativni elementi daju ovom zdanju eleganciju klasičnog djela (Sl. 4, 5) [9].



Sl. 4, 5: Željeznički kolodvor; povijesna razglednica i detalj pročelja

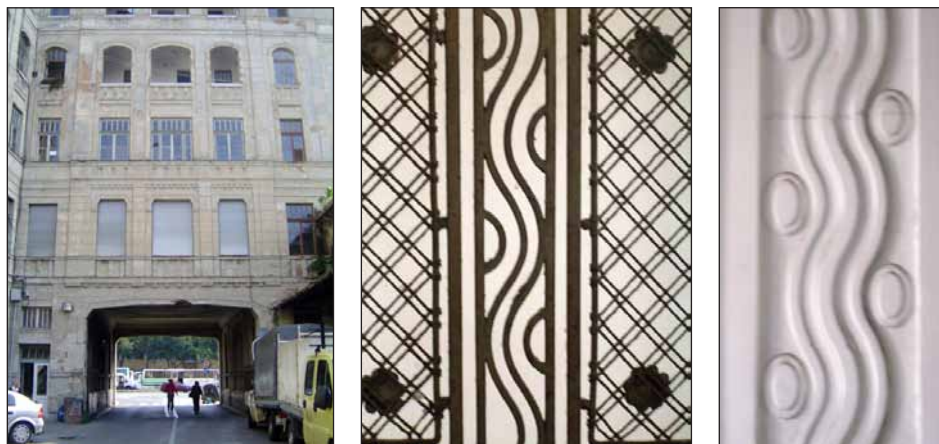


Sl. 6, 7: Stambena zgrada za činovnike: pogled na zapadno pročelje; stubišni toranj i galerije pročelja prema pruzi

Neposredno uz kolodvor, s istoka i zapada, 1892.-93. Pfaff je projektirao i dvije identične stambene zgrade za činovnike željeznice, zanimljivog galerijskog koncepta, s velikim loggiama okrenutima moru (Sl. 6, 7) [10].

Premda je prvi dio Pfaffova opusa vezan uz razdoblje historicizma, Pfaff je 1906.-07. realizirao i nekoliko secesijskih građevina. Godine 1906. projektirao je lučko skladište 17 na Visinovu gatu, a 1907. g. željeznička skladišta IIIa i 15 (danas 32 i 33) te nadgradio i rekonstruirao željezničko skladište IIIb (danas 31). Sva skladišta imala su kompletnu armiranobetonsku konstrukciju i bila su najranije građevine ove konstrukcije na teritoriju Hrvatske [6, 7].

Željezničko skladište IIIa (32) podignuto je uz Korzo Deak, sjevernije i usporedno sa skladištem IIIb (31) i s njim tvorilo ulicu koja je izlazila na trg Zichy (Žabica). Bilo je manjih dimenzija od južnog (150x12m), a poprečnim je zidovima bilo podijeljeno u tri manja skladišta [14]. Željezničko skladište 15 (33) izgrađeno je na mjestu stare kolodvorske zgrade, zapadno od skladišta



Sl. 8, 9, 10: Upravna zgrada željeznice: dvorišno pročelje i dekorativni detalji unutrašnjosti

IIIa kojemu je vrlo slično, premda tlocrtno veće (120x20m) i za dvije etaže više. Iste je konstrukcije i sličnih pročelja, koja su napravljena u kombinaciji kamena, žbuke i opeke. Usporedno s ove dvije gradnje 1907. rekonstruirano je skladište IIIb (31); unutarnja konstrukcija je zamijenjena skeletnom armiranobetonskom i dograđen je kat. Ove tri građevine označile su ulazak stilski vrlo specifične arhitekture u Rijeku, mađarske secesije, koja u svojoj dekoraciji koristi elemente mađarske narodne umjetnosti [15].

Na sjeveroistočnom uglu parcele na kojoj su ranije izgrađena skladišta IIIa i IIIb izgrađena je 1911. prema projektu mađarskog arhitekta Sandora Mezeya Upravna zgrada državnih željeznica (Sl. 8, 9, 10). Premda primjenjuje mađarsku inačicu stila, autor to čini s mjerom, koristeći i dekorativne elemente mediteranske provenijencije, naglasivši samo centralne osi dvaju pročelja krovnim atikama valovitog zabatnog završetka. Dvorišna pročelja sasvim su drugačije tretirana i nizom širokih galerija otvaraju se prema jugu, suncu i moru [16].

Krajem 19. i početkom 20. st. izgrađeno je više historicističkih i secesijskih servisnih i pomoćnih građevina. Željezničarske kućice, locirane na Delti i u Industrijskoj ulici, rađene su prema istom projektu inženjera Sichmenera. U prizemlju je bio poslovni prostor, a na katu stan za djelatnika koji je nadzirao prugu [11].

Područna radionica za željeznicu rađena je 1898. prema projektu inženjera Bernardyja i predstavlja prototip servisnih građevina 19. st., sa skeletnom unutarnjom konstrukcijom sastavljenom od lijevanoželjeznih stupova, drvenog krovišta ojačanog čeličnim gredama i zategama. Obodni zidovi su od opeke, a pročelja izvedena u kombinaciji kamena, žbuke i opeke [12]. Jedina građevina ovoga tipa s elementima visokog historicizma bila je kućica mostne

vage podignuta 1900. na obali ispred Palače Jadran, prema projektu inženjera Szànta [13].

Mehanička radionica za servisiranje lokomotiva izgrađena je početkom 20. st. zapadno od glavnog kolodvora. Jednostavnog je pravokutnog tlocrta, jednodimenzionalna, s čeličnom konstrukcijom krovništva. Bočna su pročelja rastvorena nizom segmentno nadlručenih prozora, a glavnima dominiraju tri velika portala.

Od servisnih građevina svojim se proporcijama, oblikom i konstrukcijom izdvaja ložionica - remiza za lokomotive u Industrijskoj ulici, izgrađena pred Prvi svjetski rat [4].

Razdoblje između dva Svjetska rata nije obilježeno intenzivnom gradnjom, a jedino je značajnije ostvarenje nedovršeni kompleks Željezničkog kolodvora na Sušaku (Sl. 11).

4. Riječka željeznička baština – stanje i mogućnosti

Arhitektura u riječkoj željezničkoj zoni, za razliku od lučke, u značajnoj se mjeri očuvala, zahvaljujući činjenici da nije stradala u bombardiranju krajem 2. svjetskog rata te da su tehnološke promjene u željezničkom sustavu bile manje nego u lučkom pa je veći dio građevina i danas u funkciji. Deindustrijalizacija koja je Rijeku zahvatila u devedesetim godinama 20. st. dovela je do ekonomske emigracije stanovništva i smanjenja prometa, što je utjecalo i na dotad uglavnom stabilan željeznički sustav. Zbog gradnje ceste D-404 na Brajdici 2008. srušen je veći dio kompleksa Željezničkog kolodvora na Sušaku (Sl. 12) te željezničarska kućica na Delti. Tijekom posljednjih nekoliko godina, umjesto da budu restaurirana, srušena su oba čelična željeznička prijelaza u



Sl. 11, 12: Željeznički kolodvor Sušak: pogled na južno pročelje glavne zgrade; pogled na zapadno pročelja tijekom rušenja 1. svibnja 2008.

zoni kolodvora koja su omogućavala komunikaciju između Krešimirove ulice i luke. Zbog gradnje Autobusnog kolodvora na Žabici bit će srušena i dva od tri preostala željeznička skladišta, br. 31 i 32, s očuvanjem tek manjeg segmenta skladišta 31. Sudbina ostale željezničke baštine neizvjesna je i ovisi o uvjetima i okolnostima koji su u ovome trenutku teško predvidljivi.

Željeznička arhitektura u Europi i svijetu različito se tretirala nakon što započinje proces deindustrijalizacije. Mnoge su građevine stradale, ali je zabilježen i značajan broj adaptacija za neke druge namjene. S obzirom na bogatu tipologiju, i mogućnosti prenamjene vrlo su široke. Poznate su adaptacije kolodvorskih zgrada u muzeje (Kolodvor D'Orsay u Parizu, Hamburger Bahnhof u Berlinu), javne gradske prostore i parkove (Kolodvor Atocha u Madridu i Parc de Clot u Barceloni), adaptacije remiza u garaže (Remiza u Düsseldorfu), muzeje (Remiza Bob Julian u SADu, Remiza u Šiški kod Ljubljane) kulturne centre (Remize u Muhlheimu i Bielefeldu, Remiza u Vancouveru) [7, 17].

Višegodišnje istraživanje i valorizacija riječke željezničke baštine nažalost nije rezultirala i adekvatnim tretmanom i zaštitom ovih građevina niti je bitno utjecala na prostorne i urbanističke planove koji primarno rješavaju prometne probleme, uz često pogubne intervencije po povijesne strukture željeznice. Jedan od razloga takvog stanja zasigurno je i pomanjkanje alternativnih planova i projekata koji bi, za razliku od postojećih, istražili i prezentirali mogućnosti prenamjene ovih građevina ovisno o njihovim prostornim, konstruktivnim i oblikovnim karakteristikama. Kako bi se izbjegli daljnji gubici nužno je učiniti više od uobičajenog i znanstvenoj analizi pridružiti i sasvim konkretne prijedloge adaptiranja, na idejnoj ili čak izvedbenoj razini.

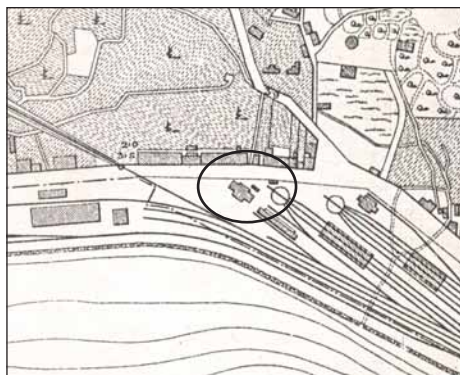
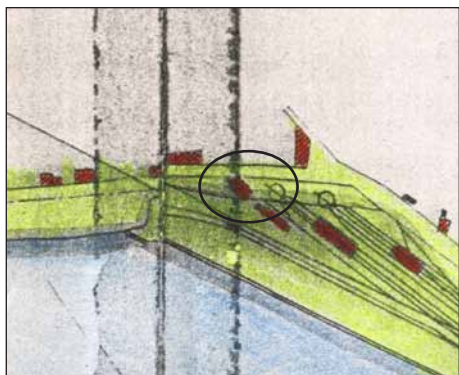
5. Prvi primjer: Stambena zgrada željeznice u Ulici Milutina Barača

5.1. Povijesna bilješka o zgradi i lokalitetu

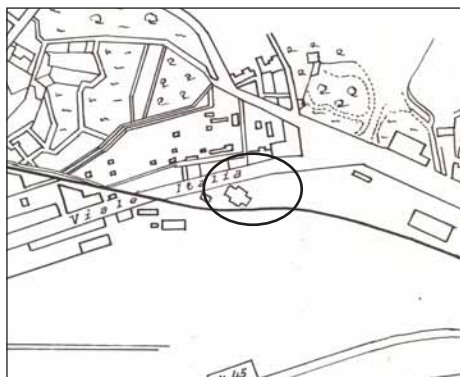
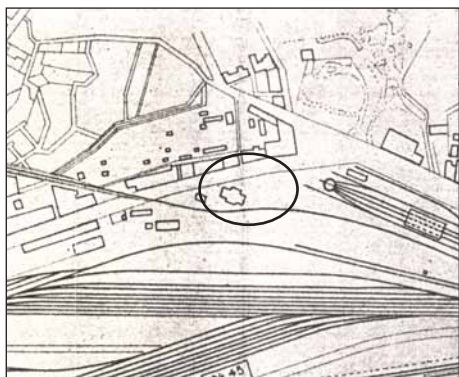
Željeznica je kao uređen i razvijen državni sustav za svoje zaposlenike i njihove obitelji osiguravala sve potrebno za rad i život, posebice stanovanje. Kako bi se osoblju olakšao dolazak i odlazak na posao i stambene su zgrade često locirane u željezničkoj zoni. Neke su zgrade imale i stambeno-poslovnu namjenu pa su mnogi zaposlenici u istoj zgradi radili i stanovali, dok su druge bile samo stambene. U zoni kolodvora, uz prugu, izgrađeno je nekoliko takvih zgrada, a jedna je i zgrada u Ulici Milutina Barača 1 (nekad Industrijska ulica), na Mlaki.

Arhivska dokumentacija o gradnji nije sačuvana i nije poznato točno vrijeme projekta i gradnje te zaključke možemo izvoditi tek analizom gradske planimetrije. Zgrada je morala biti izgrađena već prije 1870., budući je na

situacijskom planu grada iz te godine na ovoj lokaciji ucrtana zgrada približno istih gabarita (Sl. 13) [18]. Pravokutnog je tlocrta s istaknutim središnjim rizalitim na dužim stranama. Položena je pod kutom u odnosu na ulicu, a približno usporedno s trasom pruge Rijeka – Pivka koja je udaljena za otprilike jednu i pol širinu zgrade. Nešto zapadnije, na križanju s Industrijskom ulicom, nalazi se željeznički nadvožnjak, a pruga je u ovom dijelu izgrađena na nasipu i izdiže se iznad razine okolnog terena te u ravnini zgrade doseže oko 3m, tj. nalazi se otprilike na razini poda 1. kata. Ista situacija prikazana je na planu iz 1881. (Sl. 14). Planovi iz 1923. i 1927. (Sl. 15, 16) prikazuju korigiranu trasu pruge koja je znatno bliže zgradi nego što je to prikazano na ranijim planovima [18]. Premda neki od kasnijih planova situaciju prikazuju nešto drugačijom, činjenica je da je danas udaljenost zgrade i pruge znatno manja nego što prikazuju planovi iz doba izgradnje zgrade, iz čega se može zaključiti kako je u 140 godina ipak došlo do promjene trase pruge. Zbog blizine pruge i denivelacije danas nije moguć direktan pristup pruži u neposrednoj blizini zgrade. Stoga je teško pretpostaviti da je zgrada nakon korigiranja trase



Sl. 13, 14: Detalji planova Rijeke iz 1870. i 1881. na kojima je ucrtana stambena zgrada željeznice na početku Industrijske ulice



Sl. 15, 16: detalji planova Rijeke iz 1923. i 1927. na kojima se vidi korigirana trasa pruge u neposrednoj blizini zgrade

imala neku funkciju u sklopu željezničkog sustava, već je vjerojatno služila samo za stanovanje. Razlika u planovima, međutim, ipak ostavlja mogućnost da je ranije, u doba izgradnje, zgrada možda imala i kombiniranu stambeno-poslovnu funkciju.

Nakon 2. Svjetskog rata zgrada služi isključivo stanovanju djelatnika Jugoslavenskih željeznica i njihovih obitelji. Iz ovog razdoblja sačuvan je arhitektonski snimak tadašnjeg stanja [19]. Zgrada je dimenzija 25x11m, konstrukcije punih nosivih zidova koji su postavljeni u oba smjera – uz obodne postoji središnji uzdužni i dva poprečna nosiva zida. Središnji je dio rizalitno istaknut a stubišta se nalaze u središtu bočnih krila, gdje su i dva ulaza u zgradu. U zapadnom krilu nalazi se trosobni stan čije su dvije sobe (soba i dnevni boravak) orijentirane na jug a jedna na sjever na koji su orijentirani i kuhinja, zahod (kupaonica) i ulazni pretprostor, a postoji i kružna veza unutar stana. U središnjem i istočnom dijelu zgrade su dva stana. Krajnji istočni ima sličan raspored kao i simetričan stan na zapadnoj strani ali jednu sobu manje (sjevernu), budući je ona priključena središnjem stanu i pretvorena u kuhinju. Ovaj stan ima i još dvije sobe (sobu i dnevni boravak) orijentirane na jug i sjever, dok kupaonica nije ucrtana. Na katu je situacija slična, tj. zrcalna, s tom razlikom što je sjeverna soba središnjeg stana pregrađena u tri manje prostorije. Tavan je pregrađen u prostore različitih veličina koje su koristili vlasnici nekih od stanova (4 od 6) [19].

Iz ovog snimka u kojem su ucrtane naknadne intervencije može se zaključiti kako su ranije u prizemlju bila samo dva stana od kojih je istočni bio znatno veći, peterosobni, ali je naknadno pregrađen u dva dvosobna stana dok je zapadni trosobni ostao nepromijenjen. Naknadno je uz jugoistočno pročelje dograđena drvena veranda kroz koju se ulazi u jedan stan u prizemlju, a dogradnja je nastala kad se tadašnji upravitelj protivio tome da ulazi u stan kroz ulaz koji koriste njegovi radnici pa je sagradio vlastiti ulaz.

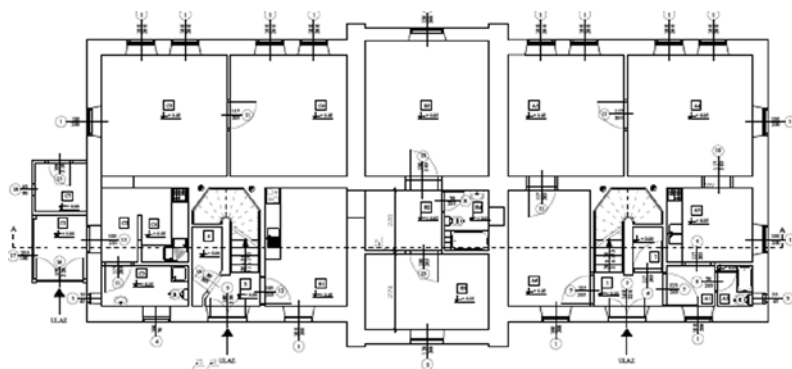
5.2. Postojeće stanje

Neposredan okoliš zgrade nije se bitno promijenio u odnosu na međuratno razdoblje. Budući se grad proširio, zgrada se danas nalazi u širem gradskom centru i potpuno urbaniziranoj zoni. Kota terena je na oko 10m nadmorske visine, parcela je sa sjeverne strane prema ulici ograđena visokim kamenim zidom, a s južne strane barijeru čine nasip i potporni zid željezničke pruge. Unutar ograđenog dvorišta su vrtovi stanara. I danas zgrada ima isključivo stambenu namjenu. U očuvanom je, građevinski dobrom stanju. U prizemlju i na katu raspoređeno je šest različitih stanova (3 u svakoj etaži), dok potkrovlje služi kao tavan [19].

Usporedimo li današnje stanje (za potrebe diplomskog rada izrađen je arhitektonski snimak postojećeg stanja klasičnom metodom mjerenja) s ranije spomenutim snimkom vidjet ćemo da je došlo do manjih intervencija u



Sl. 17, 18: Stambeno-poslovna zgrada, pogled iz ulice i detalj pročelja prema pruzi



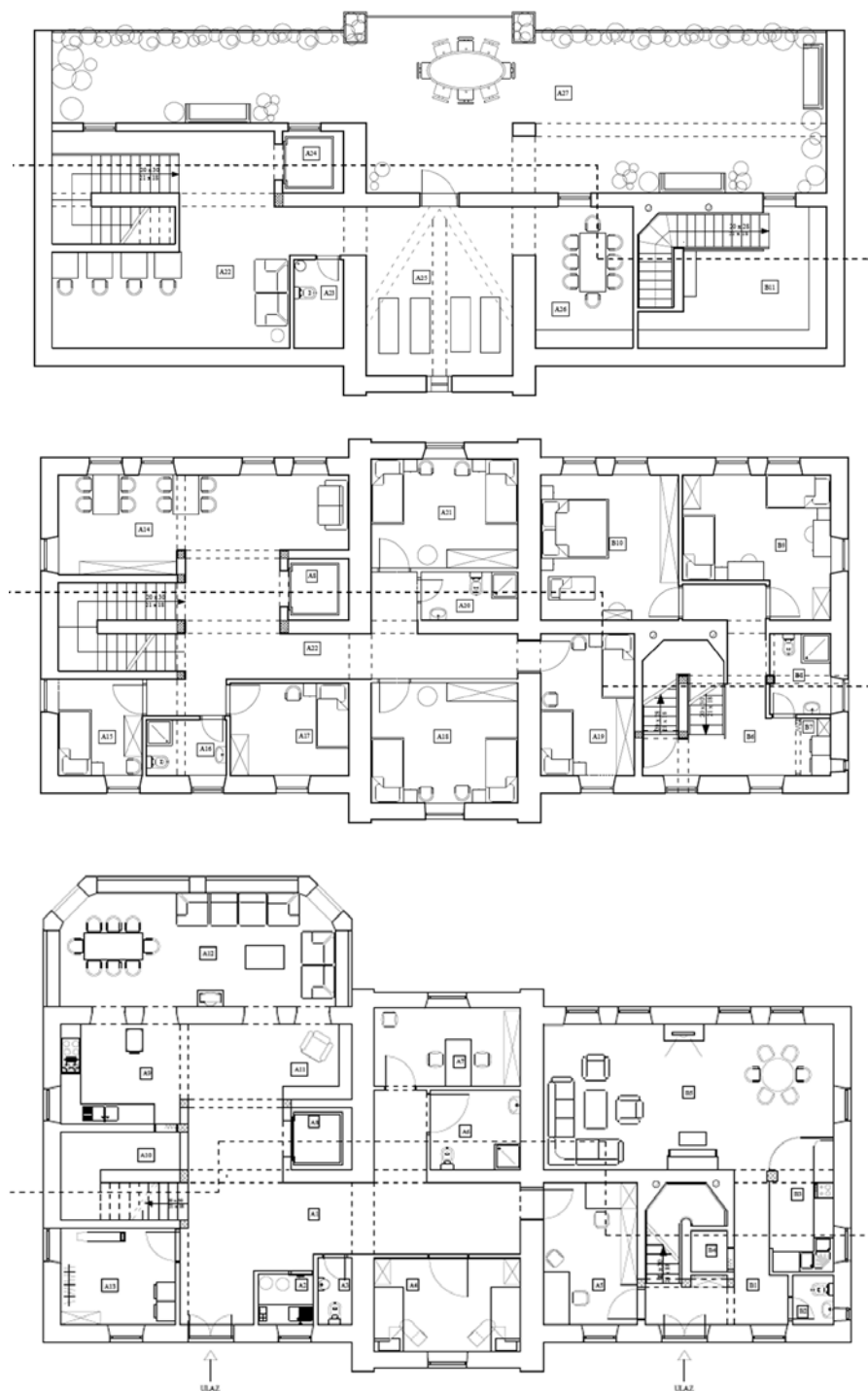
Sl. 19: Snimak postojećeg stanja, tlocrt prizemlja

smislu pregrađivanja većih prostorija, prvenstveno u svrhu uređenja kupaonica (u stanovima u prizemlju te središnjem stanu na katu), dok su ostali prostori ostali neizmijenjeni, ali su zahodi pretvoreni u kupaonice. Osnovna konstrukcija zidova je od kamena, središnji nosivi zidovi široki su 70, a ostali 55 cm dok su pregradni zidovi od opeke [19].

Zgrada je po svojim vanjskim obilježjima vezana uz stil ranog historicizma i lokalnu tradiciju, o čemu svjedoče i druge slične građevine u željezničkoj zoni. Glatka kamena pročelja horizontalno raščlanjuju tri jednostavna vijenca koji odjeljuju prizemlje, kat i potkrovnju zonu. Središnji rizaliti vertikalno raščlanjuju pročelja na tri dijela, a uglovi su dodatno naglašeni i izvedeni u rustici koja je korištena i kod svih dekorativnih elemenata - ravnih lukova nad otvorima te sokla. Krovna konstrukcija izvedena je kao jednostruka visulja, stropovi kao klasični drveni grednik, a drvena je i konstrukcija stubišta [19].

5.3. Projekt adaptacije i rekonstrukcije u Obiteljski dom za starije i nemoćne osobe

Analizirajući lokaciju, prostorne i konstruktivne karakteristike zgrade kao i aktualne potrebe stanovnika Rijeke, zaključeno je kako bi jedna od mogućih



Sl. 20: Idejni projek: tlocrt prizemlja (dolje), 1.kata (sredina) i tavana (gore)

novih funkcija, u slučaju gubitka izvorne, mogla biti funkcija Obiteljskog doma za starije i nemoćne osobe. Uz prostore prilagođene smještaju, rehabilitaciji i organiziranom korištenju slobodnog vremena za pet do deset osoba starije životne dobi, predviđen je i stambeni prostor obitelji.

Idejnim rješenjem zgrada je podijeljena u dva dijela. Obiteljski dom obuhvaća 2/3, a stan obitelji osnivača doma koja organizira brigu i skrb o korisnicima, 1/3 površine zgrade. U dvorištu zgrade za korisnike doma predviđen je vrt, cvijetnjak sa šetnicom i sjenicom za odmor, te bazen za plivanje, dok je na prednjoj strani, uz ulicu, za stanare osigurana drvarnica a za posjetitelje parkiralište.

Zgrada ima dva glavna vanjska ulaza koji su ostali na istim mjestima na sjeveroistočnom pročelju kao i prije adaptacije, dok je ured socijalnog radnika i radnog terapeuta predviđen kao unutarjni „prolaz“ iz doma u stan. Prostorije su vertikalno povezane s dva stubišta – jednim u stanu, a drugim u domu, gdje se nalazi i hidrauličko dizalo, predviđeno kako bi omogućilo slabije pokretnim osobama lakše korištenje svih prostorija doma. Bruto površina korisnog prostora Obiteljskog doma (prostor sa zidovima bez terasa) je 391,76 m², stana 132,2m², a krovna terasa obuhvaća 96,3 m².

Objekt se sastoji od tri etaže – prizemlja, prvog kata i stambenog potkrovlja. U prizemlju Obiteljskog doma predviđen je stacionar – soba i kupaonica za nepokretne osobe te ambulanta, ured socijalnog radnika i radnog terapeuta, čajna kuhinja i wc za osoblje doma, praonica, kuhinja, knjižnica te dnevni boravak i blagovaonica koji su na raspolaganju za korištenje svim korisnicima doma. Prizemlje stana obuhvaća kuhinju, blagovaonicu i dnevni boravak te sanitarije. Na 1. katu doma su predviđene spavaće sobe od kojih su tri dvokrevetne i dvije jednokrevetne, dvije kupaonice te dnevni boravak predviđen za druženja korisnika (kartanje, društvene igre...), a u stanu se nalaze dvije spavaće sobe, kupaonica i praonica.

U potkrovlju doma predviđene su prostorije za likovne, šivaće i ostale radionice te prostorija za fizioterapiju, kao i dijelom natkrivena terasa, bogata zelenilom, s pogledom na Kvarnerski zaljev i Učku (Sl. 20). Potkrovlje stana obuhvaća prostoriju koja može biti spremište, spavaća ili radna soba.

Projektom adaptacije zadržan je vanjski izgled zgrade kao i slijed osnovnih konstrukcijskih elemenata u svrhu ekonomičnosti, funkcionalnosti, jednostavnosti izvedbe i estetike. Zbog dogradnje izmijenjeno je jugozapadno pročelje koje se otvara prema dvorištu iza zgrade i željezničkoj pruzi.

Izvedbenim projektom detaljnije je razrađen idejni projekt te su definirani građevinski radovi za realizaciju projekta. Na pročeljima, kao i u unutrašnjosti, nisu uočena oštećenja od vlage, pa stoga nisu predviđeni ni zahvati vezani uz izolaciju zgrade od podzemne vode i vlage. Potrebno je uklanjanje svih elemenata koji ne zadovoljavaju u arhitektonskom i građevinskom smislu:

većeg dijela postojećih pregradnih zidova te svih slojeva poda iznad nosivih konstrukcija budući postojeći ne zadovoljavaju zvučnu zaštitu. Novi podni slojevi postavljaju se uz izvedbu plivajućeg poda, tj. na sloj toplinsko-zvučne izolacije. Završne obloge su laminati i keramičke pločice. S obzirom da su vanski zidovi kameni potrebno ih obložiti toplinskom izolacijom s unutarnje strane uz dodatak parne brane i zaštitnu oblogu. Predviđeno je zadržavanje i restauriranje postojeće stolarije i bravarije, uz zamjenu običnog izolacijskim staklom.

Ova zgrada, premda malih dimenzija, jedna je od rijetkih očuvanih građevina svoga tipa i rijetkih građevina s pročeljima od klesanog kamena u Rijeci te zaslužuje očuvanje i adekvatni tretman [19].

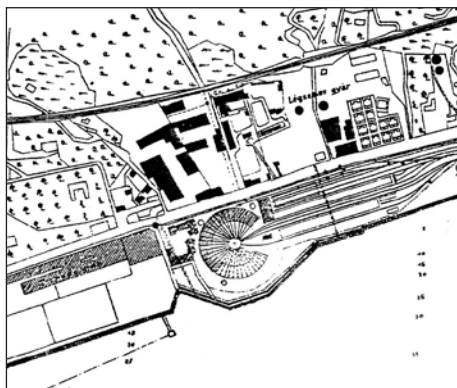
6. Drugi primjer: Željeznička remiza (ložionica) u Ulici Milutina Barača

6.1. Povijesna bilješka o zgradi i lokalitetu

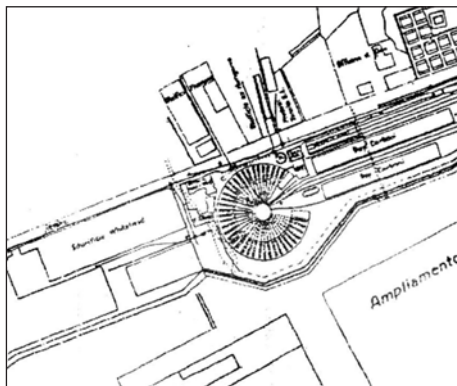
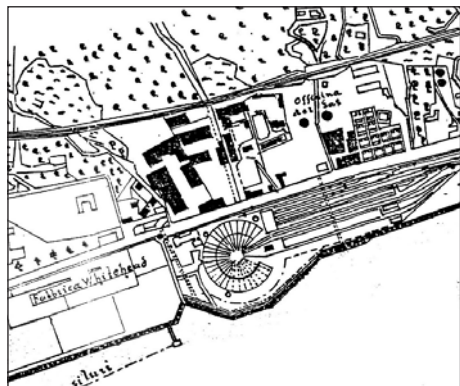
Željezničke remize-ložionice pripadaju raširenoj tipologiji željezničkih servisnih zgrada koje služe okretanju, garažiranju i popravku lokomotiva. Kružnog ili polukružnog su oblika, locirane oko ili u neposrednoj blizini okretnih platformi za lokomotive. Ovakve remize građene su stotinjak godina, od sredine 19. do sredine 20. st. diljem Europe i svijeta. Raniji tipovi bili su uglavnom kružni ili poligonalni, a kasniji segmentni tj. tlocrtnog oblika dijela kružnog prstena [7].

Riječka remiza-ložionica s okretnicom i priručnim radioničkim kompleksom jedna je od najmarkantnijih građevina ne samo riječke željezničke baštine već i riječkog urbanizma, a ujedno i potencijalno inspirativna za revitalizaciju. Smještena je u najzapadnijem dijelu željezničkog kompleksa na Mlaki, u Industrijskoj ulici (danas Ulica Milutina Barača).

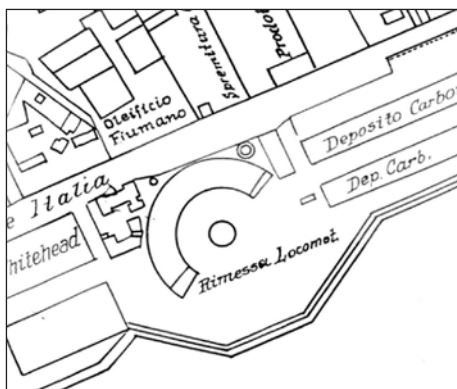
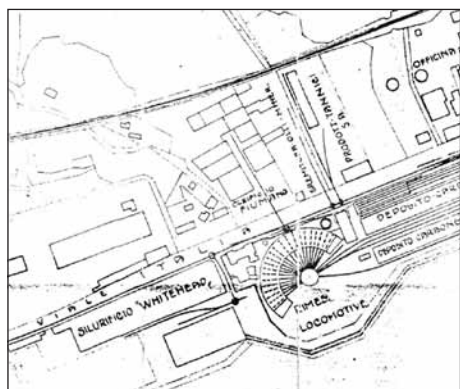
Sagrađena je početkom 20. st., uoči Prvog svjetskog rata. Arhivska dokumentacija nije sačuvana pa se ne zna ni autor ni izvorni izgled. Temeljem povijesnih planova može se pretpostaviti da je građena u razdoblju između 1909. i 1914. godine. Na planu grada Rijeke iz 1909. g. vidljivo je da na lokaciji gdje se danas nalazi remiza nema naznake građevine, dok se na planu Riječke luke iz 1914. g. (Sl. 21) uz samu morsku obalu vide obrisi građevine u obliku dijela kružnog prstena. Usporedimo li planove iz 1914. i iz 1916. (Sl. 22) vidi se kako se remiza znatno razlikuje od tlocrtnog oblika današnje građevine. Ako se pažljivije sagleda tlocrtni oblik građevine, na ovim je planovima jasno vidljivo da se njen zavojiti tlocrtni oblik na južnoj strani građevine produžuje, čineći tako simetrično pravilan tlocrtni oblik slova C, a ista situacija je vidljiva i na planovima iz 1922. (Sl. 23) i 1923. (Sl. 24), gdje su približni današnji gabariti remize istaknuti tamnijom bojom, a nastavljeni, produženi dio građevine



Sl. 21, 22: Plan grada iz 1914. na kojem se prvi puta pojavila građevina remize i plan iz 1916. Na oba plana prikazane su očito dvije planirane faze izgradnje (druga faza crtkano)



Sl. 23, 24: Planovi grada iz 1922. i 1924. prikazuju planiranu (veću) građevinu



Sl. 25, 26. Situacijski planovi grada iz 1923. i 1927. godine prikazuju građevinu kako je stvarno izvedena

ostavljen nebojen. Drugi plan iz 1923. (Sl. 25) i plan iz 1927. (Sl. 26) prikazuju remizu u današnjim tlocrtnim gabaritima, a istu situaciju prikazuju i svi daljnji planovi. Iz svega navedenog može se naslutiti da je za remizu prvotno postajao plan njene dogradnje od kojeg se s godinama odustalo [20].

Svojim impozantnim dimenzijama (radijusa 65, duljine 130 i širine 28 m) i neobičnim oblikom građevina je dominirala okolnim prostorom, a dominira i danas. Premda nastaje u secesijskom razdoblju, njenim pročeljima prevladavaju elementi historicizma. Žbukana pročelja raščlanjena su pilastrima od kamenog bunjata između kojih su interpolirani visoki otvori segmentnog lučnog završetka čije industrijsko mrežasto ostakljenje ipak ukazuje na utjecaj modernizma početka stoljeća [4].

6.2. Postojeće stanje

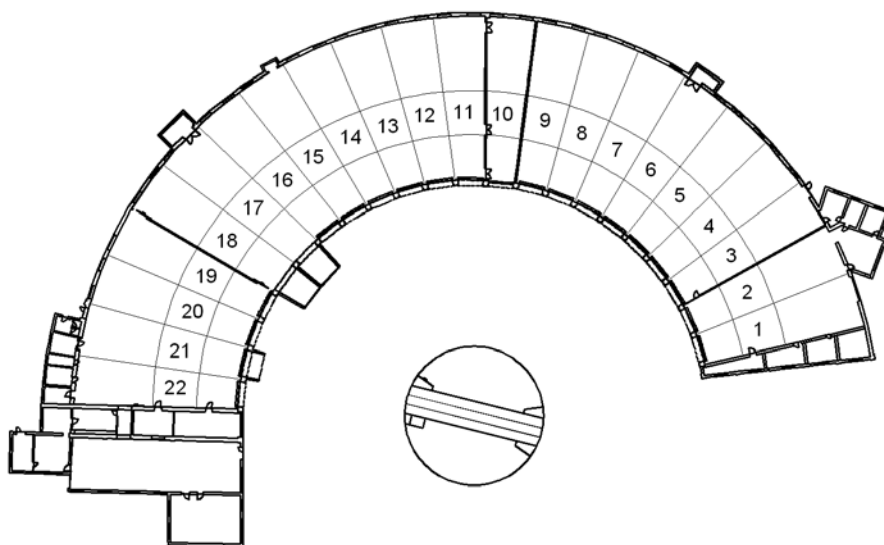
Budući da nije sačuvana arhivska dokumentacija vezana uz izvorni projekt, prije izrade projekta adaptacije izrađen je arhitektonski snimak postojećeg stanja. (Snimak je napravljen temeljem mjerenja na terenu pomoću metra i laserskog distancometra te fotografija).

Remiza-ložionica ima oblik dijela kružnog prstena (zatvara kut nešto manji od pola kruga, tj. 177°) s radialno raspoređena 22 kolosijeka dužine



Sl. 27-30. Postojeće stanje: Okretnica, unutarnja i bočna strana Remize-Ložionice (gore), stražnje pročelje i unutrašnjost (dolje)

23,5 m. Građevina je uglavnom jednoetažna, natkrivena kosim krovom položenim na složenu čeličnu rešetku. Osnovna je konstrukcija zidana. Dio postrojenja čini motorizirana okretnica u središtu polukruga. Okretnica, koja rotira 360 stupnjeva oko svoje osi u oba smjera, oslonjena je u centru i na svojim krajevima na čelične kotače koji se rotiraju po željezničkoj tračnici. Radijus okretnice je 11 m. Cijelo postrojenje i danas je u funkciji, što mu za sada osigurava opstojnost. a sama remiza služi za garažiranje i servisiranje lokomotiva (Sl. 27-30). Tlocrtna dispozicija unutarnjeg prostora je takva da je on radialno postavljenim pregradnim zidovima (Sl. 31) podijeljen u nekoliko segmenata – radionica različitih veličina unutar kojih se obavlja popravak lokomotiva, a radionice su odijeljene prema vrsti rada koji se u njima obavlja. Na uskom prostoru ispred prve radionice smještene su prostorije koje služe kao svlačionice ili spremišta za čuvanje alata. Radionice 1 i 2 namijenjene su za veći servis. Radionice 3-9 namijenjene su za parkiranje lokomotiva i servis, no danas služe kao spremišta većih rezervnih dijelova. Radionica 10 ima dvije etaže; u donjoj se nalazi prostorija uprave i spremište manjih rezervnih dijelova, a gornja etaža također služi kao spremište rezervnih dijelova. Radionice 11-18 trenutno imaju istu funkciju kao i radionice 3-9, jedino što u njima nema pokretnih dizalica. Radionice 19-22 namijenjene su za veliki servis, a s obzirom na sve manji broj vlakova sve rjeđe se koriste. U nastavku zgrade, sa zapadne strane su prostorije koje služe kao veće i manje radionice, upravne prostorije, prostorije za presvlačenje i blagovanje, kupaonice i sanitarije. Nosivi zidovi su obodni, izvedeni od kamenih blokova i opeke, široki 86 cm. Na ove zidove oslanja se krovna konstrukcija na rasponu od 27,69 m, sastavljena od



Sl. 31. Snimak postojećeg stanja, shema rasporeda 22 kolosijeka numerirana s desna na lijevo i podijeljena prema svrsi na remizi sa okretnicom [20]

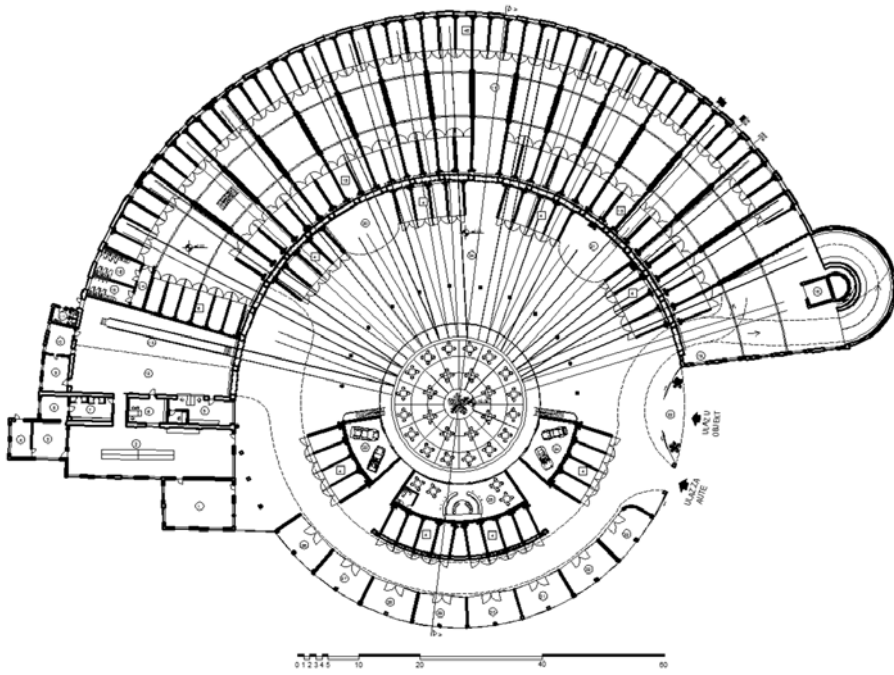
niza prostornih čeličnih rešetki postavljenih na razmaku od 6,40 m i povezanih čeličnim podrožnicama. Okomito na podrožnice položene su drvene grede, na njima je daščana oplata i završno pokrov od azbestcementsa (eternit)[20].

6.3. Projekt adaptacije i rekonstrukcije u Garažu i muzej starih automobila

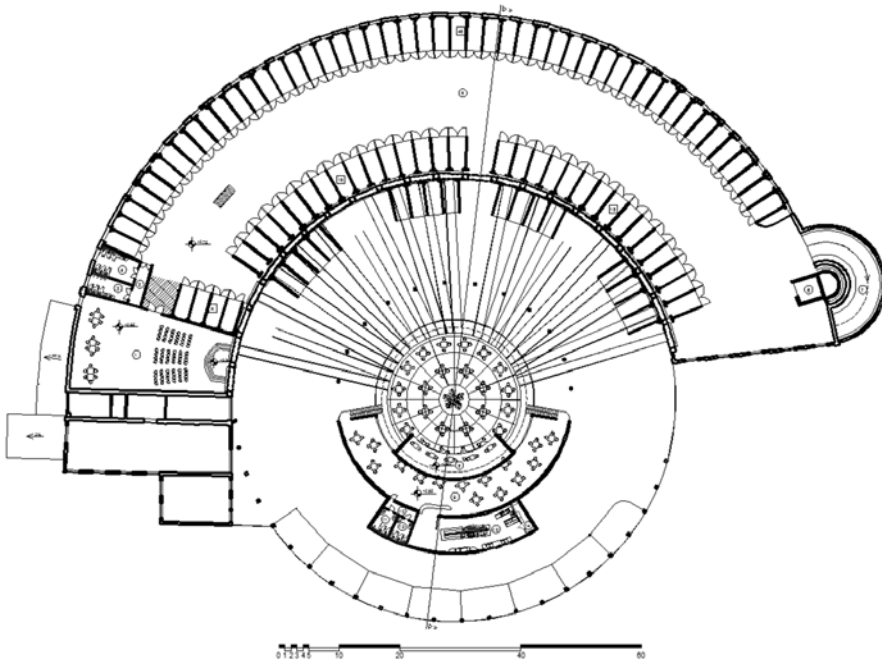
S obzirom na graditeljsku, konstrukcijsku i funkcionalnu posebnost, ova građevina bi se, nakon što bude napuštena kroz nekoliko godina, trebala sačuvati i prilagoditi za prihvat novih sadržaja koji mogu (ali i ne moraju) biti povezani s izvornom funkcijom. Primjera kvalitetnih prenamjena sličnih građevina ne nedostaje u svjetskoj praksi, pa ni u našem bližem susjedstvu (u sličnoj građevini s okretnicom u Šiški kod Ljubljane uređen je Željeznički muzej), a izrazito uspješan primjer revitalizacije jest pretvaranje bivše lokomotivske remize u njemačkom gradu Düsseldorfu u garažu, izložbeni prostor i muzej starih automobila [7].

Po uzoru na ovaj projekt tvrtke Meilenwerk koja je organizirala prenamjenu, moguće je formiranje sličnog sadržaja – garaže i muzeja i u Rijeci, budući su obje građevine sličnih gabarita i prostorno-konstruktivnih karakteristika. Za sada u Hrvatskoj postoje dva muzeja starih automobila: jedan u Selnici, koji sadrži oko stotinjak starih vozila, uređaja i opreme i drugi u Zagrebu, koji, osim osnovnih izložaka, starih automobila, motora i bicikala, služi i kao izložbeni i edukacijski prostor. Svi navedeni muzeji pokazali su se kao isplativa investicija te se može zaključiti kako bi garaža i muzej starih automobila i u Rijeci kroz kratko vrijeme opravdali uložena sredstva. Procjenjuje se da u Rijeci ima oko stotinjak starih automobila i motocikala, a na području Primorsko – goranske županije broj takvih vozila je između 150 i 170. Budući je kapacitet planiranog prostora garaže-muzeja 198 vozila, može se zaključiti kako bi bio optimalan za ovu funkciju i kroz neko dulje vrijeme. Kao i u slučaju građevine u Düsseldorfu, vlasnicima automobila bilo bi omogućeno da po pristupačnoj cijeni garažiraju svoja vozila, a da istovremeno vozila služe kao eksponati muzeja. U samoj zgradi bivše remize posjetiteljima bi bilo na raspolaganju nekoliko namjenskih trgovina, poslovnih prostora, caffè bar i restoran što bi dodatno jamčilo isplativost projekta.

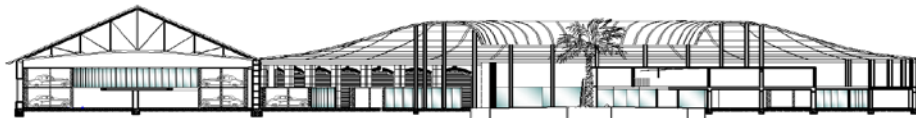
Idejnim rješenjem predviđeno je da se gabariti postojeće građevine zadržavaju u potpunosti, a svi konstruktivni i oblikovni elementi maksimalno očuvaju dok bi se prostor okretnice natkrio. Sklop bi se konstruktivno sastojao od dva dijela: jedan dio bio bi polukružnog oblika vanjskog radijusa 64,1 m (postojeća građevina), te drugi dio kružnog oblika radijusa 36,6 m (nova građevina). Nova građevina imala bi dvije korisne etaže, prizemlje i kat, od kojih bi prizemlje imalo 7964 m², a kat 3157 m². Etaža prizemlja u polukružnom dijelu sklopa prvenstveno bi bila namijenjena garažiranju starih automobila, a u njoj su još predviđene uprava, radionica, garderoba, marendarij, tehnički pregled i osiguranje te sanitarije i skladišta. Kružni dio građevine također bi služio



Sl. 32: Idejni projekt, Tlocrt prizemlja



Sl. 33: Idejni projekt, Tlocrt kata



Sl. 34: Idejni projekt, Presjek kroz stari (lijevo) i novi dio građevine (desno)

za parkiranje starih automobila, a u ovom bi dijelu uz to bili i izložbeni saloni, ugostiteljski sadržaji i poslovni prostori (Sl. 32). Kat bi u polukružnom dijelu također bio namijenjen garažiranju starih automobila a tu su još predviđeni auditorij i sanitarni blok. U kružnom bi dijelu građevine bio smješten restoran s terasom koji je s prizemljem povezan stubištem (Sl. 33).

Prosječna visina prizemlja je 3,0m, a kata 5,9 m. Najveća visina građevine, mjerena od najniže kote okolnog terena, iznosi 13,62 m na polukružnom dijelu i 11,56 m na kružnom (Sl. 34). Glavni ulaz u prizemlje objekta je s istočne strane, dok se vertikalna komunikacija između etaža ostvaruje unutarnjim stubištem, dizalom i polukružnom rampom.

U polukružnom dijelu građevine zadržani su sadašnji gabariti, otvori, kao i dekorativni elementi pročelja, no interpolirana je armiranobetonska polukružna rampa kako bi se omogućilo kretanje automobila između dviju etaža.

Osim armiranog betona i drugih već tradicionalnih materijala poput čelika i stakla, predviđen je i suvremeni materijal ETFE (etilen-tetra-fluor-etilen). (Sl. 34) Uz potrebne nove slojeve poda (postojeći se uklanjaju do konstrukcije) čiji je završni sloj industrijski pod, u spomen na originalnu namjenu zadržale bi se željezničke tračnice. Konstrukcija novog dijela građevine je skeletna armiranobetonska, a pregradni zidovi su od opeke debljine 10cm. Međukatne nosive konstrukcije predviđene su kao monolitne armiranobetonske debljine 19 cm. Krov je kosi dvostrešni na polukružnom dijelu, a na kružnom je zakrivljena ploha promjenjivog nagiba poduprta laganom čeličnom konstrukcijom oslonjenom na stupove a kao pokrov koristi se lagani materijal ETFE.

Na samoj parceli predviđen je prostor za parkiranje 52 osobna vozila, a pristup na gradsku cestu je sa sjeverne strane parcele [20].

7. Zaključak

Prenamjena tehnološki neadekvatnih a arhitektonski i građevinski vrijednih industrijskih građevina aktualna je potreba ne samo na lokalnoj, već i na globalnoj razini. Oko temeljnih valorizacijskih pitanja uglavnom je postignut konsenzus i prihvaćen stav kako je industrijska baština vrijednost koju treba ne samo sačuvati i obnoviti, već i koristiti. Mnogobrojni su svjetski primjeri

uspješne prenamjene primarne funkcije u onu koja osigurava život i opstanak. U Hrvatskoj je takvih primjera na razini realizacije malo, na razini projekata nešto više, ali još uvijek daleko nedovoljno. Kod projektiranja je važno da ekonomski aspekt bude ravnopravan konzervatorskim smjernicama, budući da je nova primjerena i samoodrživa namjena jedini stvarni jamac dugovječnosti ovakvih građevina.

Dva prezentirana projekta tematski se fokusiraju na građevine koje se bitno razlikuju po gabaritima, funkciji i prostornim mogućnostima i na prvi pogled gotovo im je jedina poveznica činjenica da su baština riječke željeznice i da se nalaze u istoj ulici. Prvi je projekt u ekonomskom i graditeljskom smislu manje zahtjevan te relativno lako ostvariv, dok je drugi znatno kompleksniji ali također ostvariv i, sudeći prema primjerima iz drugih zemalja, samoodrživ i isplativ. U oba primjera primijenjena je ista metoda: povijesna, prostorno-oblikovna i konstruktivna analiza rezultirala je valorizacijom i zaštitom temeljnih vrijednosti te odabirom funkcije koja ove vrijednosti ne ugrožava. Kreativne mogućnosti rekonstrukcije i adaptacije ovih vrlo adaptabilnih građevina ovim primjerima nisu, međutim, niti izdaleka iscrpljene, budući su industrijske građevine zahvaljujući svojim logičnim, racionalnim karakteristikama vrlo zahvalne za adaptacije i podnose i značajnije zahvate. Ovakvi i slični projekti potaknuli bi revitalizaciju nekad žive i aktivne Industrijske ulice koja je danas gotovo u potpunosti prazna zona bez aktivnosti, a čija se revitalizacija više ne može promišljati bez povratka i dijela proizvodnje.

Može se zaključiti kako je pravilnim tretmanom moguće istovremeno zaštititi povijesne građevine i postići njihovu optimalnu prezentaciju, korištenje i uključivanje u suvremeni urbani život. Projekti i programi trebaju u konačnici težiti sveobuhvatnom cilju, a to je revitalizacija cijelog grada te afirmacija Rijeke kao privrednog i društveno stabilnog centra, kakav je u prošlosti postojao.

Zahvala. *Na pomoći pri istraživanju i izradi rada zahvaljujemo stanarima stambene zgrade željeznice u Ulici Milutina Barača 1, posebno gđi Jelki Miklaušić-Crnić te djelatnicima Hrvatskih željeznica – infrastruktura, pogona Održavanje voznih sredstava Rijeka.*

Napomena. *Prikazano istraživanje provedeno je u sklopu znanstvenog projekta "Arhitektura Rijeke i riječke regije kao razvojni resurs - povijest, stanje i mogućnosti revitalizacije" koje se realizira uz potporu Sveučilišta u Rijeci (broj potpore 13.05.1.3.11.).*

Literatura

- [1] *Povijest Rijeke*, više autora, SO Rijeka i ICR, Rijeka, 1988.
- [2] *Le Chemin de fer de Semlin à Fiume*, SKR

- [3] *110 godina riječke željeznice 1873-1983.*, više autora, Željeznički prijevoz Rijeka, Rijeka, 1983.
- [4] PALINIĆ, N. Prometne zgrade – željeznica i luka, *Arhitektura historicizma u Rijeci*, Moderna galerija Rijeka – Muzej moderne i suvremene umjetnosti, Rijeka, 2001.
- [5] MAGAŠ, O. Urbani razvoj Rijeke, *Arhitektura historicizma u Rijeci*, Moderna galerija Rijeka – Muzej moderne i suvremene umjetnosti, Rijeka, 2001.
- [6] PALINIĆ, N. Željeznička baština Rijeke, *Zbornik 3. Međunarodne konferencije o industrijskoj baštini*, Rijeka, 2007.
- [7] PALINIĆ, N. Riječka željeznička baština i primjer revitalizacije, *Zbornik okruglog stola „Nužnost uvažavanja i suživota“*, HŽ-Holding, Zagreb, 2009.
- [8] DARI, JU 51, kut. 118, br. 30/1881., DARI, JU 51, kut. 129, br. 34/1890.
- [9] DARI, JU 51, br. 2/1889., 37/1907.
- [10] DARI, JU 51, br. 74/1891.; 68/1892.
- [11] DARI, JU 51, br. 76/1883.
- [12] DARI, JU 51, br. 134/1897.
- [13] DARI, JU 51, br. 136/1900.
- [14] DARI, JU 51, br. 165/1907.
- [15] DARI, JU 51, br. 145/1907.
- [16] DARI, JU 51, kut. 159, br. 129/1911.
- [17] GLAVOČIĆ, D. Željezničke kolodvorske zgrade i njihove mijene, *Zbornik okruglog stola „Nužnost uvažavanja i suživota“*, HŽ-Holding, Zagreb, 2009.
- [18] PALINIĆ, N. *Urbanistički razvitak Rijeke*, skripta, Građevinski fakultet, Rijeka, 2011.
- [19] LUKEŽ, N. *Stambeno-poslovna zgrada željeznice u Rijeci – analiza i rekonstrukcija*, diplomski rad (mentor Palinić, N., komentor Grandić, D.), Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2012.
- [20] MOHOROVIČIĆ, E. *Željeznička remiza (ložionica) u Industrijskoj ulici – prenamjena u garažu i muzej starih automobila*, diplomski rad (mentor Palinić, N.), Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2012.

SLOBODNI PAD DEFORMABILNOG VERTIKALNOG ŠTAPA

FREE-FALL OF A DEFORMABLE VERTICAL ROD

Maja GAČEŠA*, Nermina MUJAKOVIĆ**

Sažetak

U radu predstavljamo problem slobodnog pada elastičnog štapa u polju zemljine gravitacije. Cilj je dobiti funkciju koja opisuje kretanje (odnosno položaj) točaka duž štapa u ovisnosti o vremenu. Problem se svodi na rješavanje nehomogene valne jednačbe sa zadanim početnim i rubnim uvjetima. Polaznu diferencijalnu jednačbu rješavamo zamjenjujući ju s dvije jednostavnije diferencijalne jednačbe s jednostavnijim početnim uvjetima, dok rubni uvjeti ostaju nepromijenjeni. Svaku od dobivenih diferencijalnih jednačbi rješavamo metodom separacije varijabli. Rješenje našeg problema bit će superpozicija dobivenih rješenja pomoćnih problema. Rješenje će biti zapisano u obliku Fourierovog reda i analizirano na numeričkom primjeru u programu Wolfram Mathematica.

Ključne riječi: *parcijalne diferencijalne jednačbe, nehomogena valna jednačba, Fourierov red*

Abstract

This work presents an elastic rod free fall problem in the Earth's gravitational field. The objective is to obtain a function which describes the motion (i.e. the position) of the points along the rod with respect to time. The problem is reduced to finding the solution to an inhomogeneous wave equation with mixed conditions. The differential equation is solved by replacing it with two simpler partial differential equations; a homogeneous one

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: maja.gacesa@uniri.hr

** Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 2, 51000 Rijeka
E-mail: mujakovic@inet.hr

with original initial conditions and an inhomogeneous one with zero initial conditions. Both equations are then solved using the separation of variable method and using the given boundary and initial conditions. The solution to our problem is the superposition of obtained solutions which will be given in the form of an infinite Fourier series and analyzed on a numerical example using Wolfram Mathematica.

Key words: partial differential equations, inhomogeneous wave equation, Fourier series

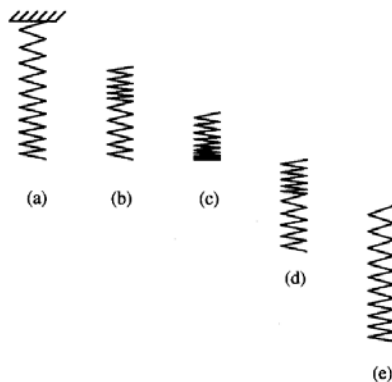
1. Uvod

Slobodni pad opruge obješene u polju Zemljine gravitacije pod djelovanjem vlastite težine zanimljiva je tema zbog neobičnog fenomena koji se dešava za vrijeme skupljanja na nedeformiranu duljinu. Naime, eksperimenti su pokazali da će donji kraj opruge izdužene uslijed vlastite težine te ispuštene da slobodno pada, dok god se opruga ne vrati u nedeformirano stanje, "levitirati" na istoj visini (Slika 1). Fenomen je istražen i predložena su razna rješenja [1, 2, 3].

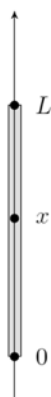
U okviru ovog rada, oprugu idealiziramo deformabilnim homogenim štapom, a cilj je odrediti jednadžbu kretanja štapa te ispitati hoće li se ponašati isto kao i opruga, odnosno hoće li donji rub štapa stajati na istoj visini dok god se štap ne povrati na nedeformiranu duljinu.

1.1. Jednadžba gibanja

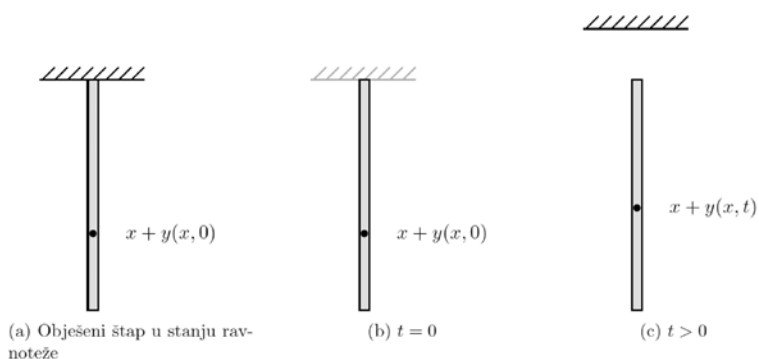
Promatramo homogeni štap gustoće ρ , površine poprečnog presjeka A , modula elastičnosti E , nedeformirane duljine L , vertikalno obješen u polju ubrzanja Zemljine gravitacije g . Točke nedeformiranog štapa označene su sa x , gdje je $x = 0$ donji rub štapa, a $x = L$ gornji rub štapa (Slika 2).



Slika 1. Padanje opruge [1]



Slika 2. Nedeformirani štap



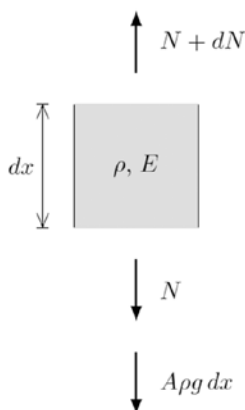
Slika 3. Ispuštanje deformiranog štapa

Štap je obješen u točki $x = L$ i stavljen u polje ubrzanja gravitacije g (Slika 3a). Da bi sustav bio u ravnoteži, zbroj svih sila u sustavu mora biti jednak nuli. Postavljamo jednadžbu ravnoteže na diferencijalnom segmentu štapa (Slika 4), što daje jednadžbu koju možemo zapisati kao

$$N_x - A\rho g = 0, \quad (1)$$

gdje je N uzdužna sila u štapu, a N_x njena derivacija po x -u.

U trenutku $t = 0$ (Slika 3b), štap ispuštamo iz stanja ravnoteže, a pomak točke x u trenutku $t > 0$ definiramo funkcijom $y(x,t)$, odnosno njen položaj kao $x + y(x,t)$ (Slika 3c). Deriviranjem položaja po vremenu dobijemo brzinu



Slika 4. Diferencijalni isječak štapa

$y_t(x,t)$, a deriviranjem brzine po vremenu dobijemo akceleraciju $y_{tt}(x,t)$ točke x . Štap se giba, pa suma svih sila u sustavu mora biti jednaka inercijalnoj sili, koja je definirana kao umnožak mase i akceleracije. Dakle, na promatranom diferencijalnom segmentu (Slika 4) mora biti zadovoljen uvjet da je suma svih sila jednaka $A\rho dx y_{tt}$ tj.

$$N_x - A\rho g = A\rho y_{tt} \quad , \quad (2)$$

odakle uvođenjem konstitutivnog zakona za linearnoelastični materijal koji se pretpostavlja u ovom zadatku, $N = AEy_x$, dobivamo konačnu jednadžbu gibanja točaka ispuštenog štapa

$$y_{tt} - \frac{E}{\rho} y_{xx} = -g \quad . \quad (3)$$

Da bi problem bio u potpunosti definiran, treba odrediti početne i rubne uvjete. U slučaju mirovanja (Slika 3a), brzina $y_t(x,0) = 0$ za sve točke štapa x , a funkciju početnog pomaka odredimo rješavanjem jednadžbe (1), odakle dobijemo $y(x,0) = \frac{g\rho}{2E} x^2$. Kada je $t > 0$, oba kraja štapa su slobodna, što znači da

se u rubnim točkama ne smije javljati nikakva sila tj. deformacije u rubnim točkama štapa moraju biti nula. Prema tome je

$$y_x(0,t) = y_x(L,t) = 0 \quad . \quad (4)$$

2. Postavka problema i određivanje rješenja

Naš problem naveden u dijelu 1.1 razmatramo na sljedeći način. Traži se funkcija $y = y(x, t)$, koja je rješenje sljedećeg početno-rubnog problema

$$\begin{aligned} y_{tt} - c^2 y_{xx} &= -g & 0 \leq x \leq L, \quad t > 0, \\ y(x, 0) &= \frac{g}{2c^2} x^2 & 0 \leq x \leq L, \\ y_t(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq L, \\ y_x(0, t) = y_x(L, t) &= 0 & t > 0, \end{aligned} \quad \text{P}$$

gdje su c i g pozitivne konstante i $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Problem P može se prikazati kao superpozicija sljedećih dvaju problema P_1 i P_2 .

$$\begin{aligned} u_{tt} - c^2 u_{xx} &= 0 & 0 \leq x \leq L, \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= \frac{g}{2c^2} x^2 & 0 \leq x \leq L, \\ u_t(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq L, \\ u_x(0, t) = u_x(L, t) &= 0 & t > 0. \end{aligned} \quad \text{P}_1$$

$$\begin{aligned} v_{tt} - c^2 v_{xx} &= -g & 0 \leq x \leq L, \quad t > 0, \\ v(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq L, \\ v_t(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq L, \\ v_x(0, t) = v_x(L, t) &= 0 & t > 0. \end{aligned} \quad \text{P}_2$$

Primjetimo da P_1 ima homogenu valnu diferencijalnu jednadžbu, za razliku od P_2 koji ima nehomogenu valnu diferencijalnu jednadžbu, ali s homogenim početnim uvjetima. Rješenje problema P je zbroj

$$y(x, t) = u(x, t) + v(x, t), \quad (5)$$

gdje je u rješenje problema P_1 , a v rješenje problema P_2 .

2.1. Rješenje problema P_1

Prvo rješavamo problem P_1 metodom razdvajanja varijabli, kao što je prikazano u [4, 5]. Rješenje tražimo u obliku

$$u(x, t) = X(x)T(t). \quad (6)$$

Uvrstimo (6) u diferencijalnu jednadžbu problema P_1 te dobijemo

$$X(x)T''(t) - \frac{E}{\rho} X''(x)T(t) = 0,$$

tj.

$$\frac{T''(t)}{c^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} . \quad (7)$$

Jednakost (7) moguća je ako i samo ako je

$$\frac{T''(t)}{c^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda , \quad (8)$$

gdje je λ realni broj. Iz (8) slijede dvije obične diferencijalne jednačbe drugog reda oblika

$$-X''(x) = \lambda X(x) , \quad (9)$$

$$-T''(t) = c^2 \lambda T(t) . \quad (10)$$

Također se vidi da iz rubnih uvjeta iz P_1 imamo

$$X'(0)T(\dot{t}) = X'(L)T(t) = 0 , \quad \forall t > 0 \quad (11)$$

što je moguće ako i samo ako je

$$X'(0) = X'(L) = 0 . \quad (12)$$

Kako bismo mogli naći sva linearno nezavisna rješenja jednačbe (9) potrebno je pronaći sve svojstvene vrijednosti i pripadajuća nezavisna rješenja od (9) koja zadovoljavaju rubne uvjete (12). Razmatramo sva tri moguća slučaja za konstantu λ . Neka je prvo $\lambda = 0$. Tada (9) postaje $X''(x) = 0$, čije je opće rješenje

$$X(x) = Dx + C , \quad (13)$$

gdje su C i D proizvoljne konstante. Kako je $X'(x) = D$, uvjet (12) vrijedi ako i samo ako je $D = 0$. Dakle, svaka funkcija oblika

$$X(x) = C , \quad C \in \mathbf{R} , \quad (14)$$

je rješenje od (9) pri svojstvenoj vrijednosti $\lambda = 0$. Zbog jednostavnosti uzmimo da je tada rješenje $X(x) = 1$.

Neka je sada $\lambda = -\gamma^2 < 0$. Tada (9) postaje $X''(x) = \gamma^2 X(x)$ čije je opće rješenje oblika

$$X(x) = Ce^{\gamma x} + De^{-\gamma x} , \quad (15)$$

gdje su C , D i γ proizvoljne konstante. Kako vrijedi $X'(x) = C\gamma e^{\gamma x} - D\gamma e^{-\gamma x}$, zbog (12) zaključujemo da mora biti $C = D = 0$, odnosno dobivamo $X(x) = 0$, što znači da tada jednadžba nema netrivialnih rješenja.

Konačno, uzmemo $\lambda = \beta^2 > 0$ pa (9) postaje $X''(x) = -\beta^2 X(x)$, čije je opće rješenje oblika

$$X(x) = C \cos \beta x + D \sin \beta x \quad , \quad (16)$$

gdje su C , D i β proizvoljne konstante. Vrijedi $X'(x) = -C\beta \sin \beta x + D\beta \cos \beta x$ pa zbog (12) dobijemo $D = 0$, $\sin \beta L = 0$ tj. $\beta L = n\pi$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Odatle slijedi da su tada svojstvene vrijednosti i pripadajuća nezavisna rješenja naše jednadžbe funkcije oblika

$$\lambda_n = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \quad , \quad X_n(x) = \cos \frac{n\pi x}{L} \quad , \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad . \quad (17)$$

Rješenja (17) i (14) možemo zajedno zapisati sa

$$X_n(x) = \cos \frac{n\pi x}{L} \quad , \quad \forall n \in \mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\} \quad . \quad (18)$$

Skup svih svojstvenih vrijednosti za Neumannove rubne uvjete razlikuje se, u odnosu na Dirichletove, samo u jednoj svojstvenoj vrijednosti $\lambda_0 = 0$ [6].

Sada riješimo jednadžbu (10). S obzirom na to da je jednadžba istog oblika kao i (9), možemo zaključiti da neće biti negativnih svojstvenih vrijednosti; razmatramo samo dva slučaja i analogno dobivamo rješenja. Za $\lambda = 0$ imamo $T''(x) = 0$ pa je opće rješenje te jednadžbe oblika

$$T_0(t) = \frac{1}{2} A_0 + \frac{1}{2} B_0 t \quad , \quad (19)$$

a za $\lambda > 0$ jednadžba je $T''(t) = -c^2 \lambda T(t)$ i njeno opće rješenje je oblika

$$T_n(t) = A_n \cos \frac{n\pi c t}{L} + B_n \sin \frac{n\pi c t}{L} \quad . \quad (20)$$

$X_n(x)T_n(t)$ je rješenje diferencijalne jednadžbe iz P_1 . Također, da se provjeriti da je linearna kombinacija funkcija oblika $X_n(x)T_n(t)$ opet rješenje iste diferencijalne jednadžbe. Traženo rješenje je

$$u(x, t) = \frac{1}{2} A_0 + \frac{1}{2} B_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{n\pi c t}{L} + B_n \sin \frac{n\pi c t}{L} \right) \cos \frac{n\pi x}{L} \quad . \quad (21)$$

Nadalje određujemo konstante A_n , B_n , $n \in \mathbf{N}$ pomoću početnih uvjeta i rubnih uvjeta iz P_1 . Uvrštavanjem $t = 0$ i izjednačavanjem s početnim uvjetima iz problema P_1 imamo

$$u(x, 0) = \frac{1}{2} A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{L} = \frac{g}{2c^2} x^2 \quad . \quad (22)$$

Dakle, $A_n, \forall n \in \mathbf{N}_0$ su koeficijenti razvoja u Fourierov red po kosinusima funkcije $\phi(x) = \frac{g}{2c^2} x^2$. Ti koeficijenti dobiju se po formuli

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L \phi(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n \in \mathbf{N}_0. \quad (23)$$

Određimo te koeficijente. Vrijedi

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{g}{c^2 L} \int_0^L x^2 \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{g}{c^2 n\pi} \left(x^2 \sin \frac{n\pi x}{L} \Big|_0^L - \int_0^L 2x \sin \frac{n\pi x}{L} dx \right) = \\ &= \frac{g}{c^2 n\pi} \left[x^2 \sin \frac{n\pi x}{L} \Big|_0^L + \frac{2L}{n\pi} \left(x \cos \frac{n\pi x}{L} \Big|_0^L - \int_0^L \cos \frac{n\pi x}{L} dx \right) \right] = \\ &= \frac{g}{c^2 n\pi} \left[x^2 \sin \frac{n\pi x}{L} + \frac{2L}{n\pi} x \cos \frac{n\pi x}{L} - 2 \left(\frac{L}{n\pi} \right)^2 \sin \frac{n\pi x}{L} \right] \Big|_0^L, \end{aligned}$$

pa dobijemo opći izraz za član

$$A_n = \frac{2gL^2(-1)^n}{(n\pi c)^2} \quad n \in \mathbf{N}, \quad (24)$$

a za A_0 dobivamo

$$A_0 = \frac{gL^2}{3c^2}. \quad (25)$$

Deriviranjem (21) po t pa uvrštavanjem $t = 0$ te nakon izjednačavanja s početnim uvjetom iz problema P_1 imamo

$$u_t(x, 0) = \frac{1}{2} B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{n\pi c}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} = 0, \quad (26)$$

odakle, zbog linearne nezavisnosti funkcija $\cos \frac{n\pi x}{L}$ zaključujemo da je linearna kombinacija jednaka nuli samo ako je $B_n = 0, \forall n \in \mathbf{N}_0$. Konačno rješenje problema problema P_1 je funkcija

$$u(x, t) = \frac{gL^2}{6c^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2gL^2(-1)^n}{(n\pi c)^2} \cos \frac{n\pi ct}{L} \cos \frac{n\pi x}{L}. \quad (27)$$

2.2. Rješenje problema P_2

Tražimo rješenje problema P_2 u obliku

$$v(x, t) = \frac{1}{2} v_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \cos \frac{n\pi x}{L}, \quad (28)$$

gdje su v_n , $n \in \mathbf{N}_0$ funkcije varijable t koje treba odrediti. Ako v uvrstimo u valnu diferencijalnu jednadžbu iz problema P_2 dobivamo

$$\frac{1}{2}v_0''(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[v_n''(t) \cos \frac{n\pi x}{L} + \left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 v_n(t) \cos \frac{n\pi x}{L} \right] = -g \quad . \quad (29)$$

S obzirom na to da su funkcije $\cos \frac{n\pi x}{L}$ linearno nezavisne, jednakost (29) vrijedi ako su koeficijenti uz kosinuse jednaki nuli, tj. ako je

$$v_n''(t) + \left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 v_n(t) = 0 \quad . \quad (30)$$

To je opet obična diferencijalna jednadžba drugog reda s konstantnim koeficijentima pa rješavanjem te jednadžbe dobivamo rješenje oblika

$$v_n(t) = C_n \cos \frac{n\pi c}{L} t + D_n \sin \frac{n\pi c}{L} t, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad (31)$$

gdje su C_n i D_n konstante koje treba odrediti. Zbog (30) iz (29) dobivamo $v_0''(t) = -2g$. Opće rješenje te jednadžbe je funkcija oblika

$$v_0(t) = -gt^2 + c_1 t + c_2 \quad , \quad (32)$$

gdje su c_1 i c_2 proizvoljne konstante. Za funkciju v dobivamo

$$v(x,t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}c_1 t + \frac{1}{2}c_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \cos \frac{n\pi c}{L} t + D_n \sin \frac{n\pi c}{L} t \right) \cos \frac{n\pi x}{L}. \quad (33)$$

Koeficijente C_n , D_n , c_1 , i c_2 iz (33) odredimo korištenjem početnih uvjeta problema P_2 . Zaključujemo da uvjet $v(x,0) = 0$ daje $\frac{1}{2}c_2 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \frac{n\pi x}{L} = 0$ što znači da je

$$c_2 = 0 \quad , \quad C_n = 0, \quad \forall n \in \mathbf{N}. \quad (34)$$

Uzimajući u obzir da je derivacija (33) po t -u $v_t(x,t) = -gt + \frac{1}{2}c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi c}{L} D_n \cos \frac{n\pi c}{L} t \cos \frac{n\pi x}{L}$, zaključujemo da uvjet $v_t(x,0) = 0$

daje $\frac{1}{2}c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi c}{L} D_n \cos \frac{n\pi x}{L} = 0$ pa slijedi da je

$$c_1 = 0 \quad , \quad D_n = 0, \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad . \quad (35)$$

Dakle, rješenje problema P_2 je funkcija

$$v(x,t) = -\frac{1}{2}gt^2 \quad . \quad (36)$$

Napomenimo da funkcija v zadovoljava tražene rubne uvjete P_2 .

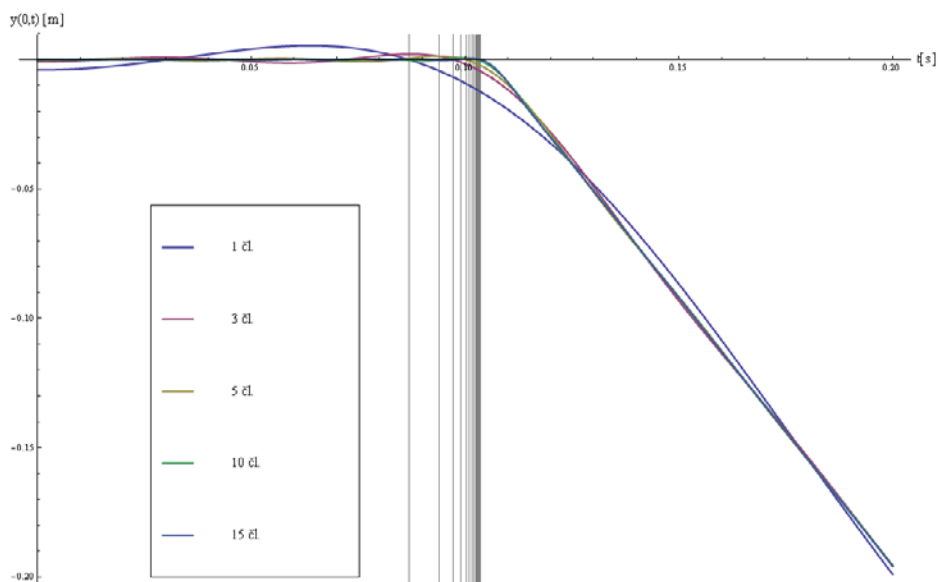
2.3. Rješenje problema P

Konačno rješenje problema P dobijemo superpozicijom rješenja (27) i (36) tj. ono je

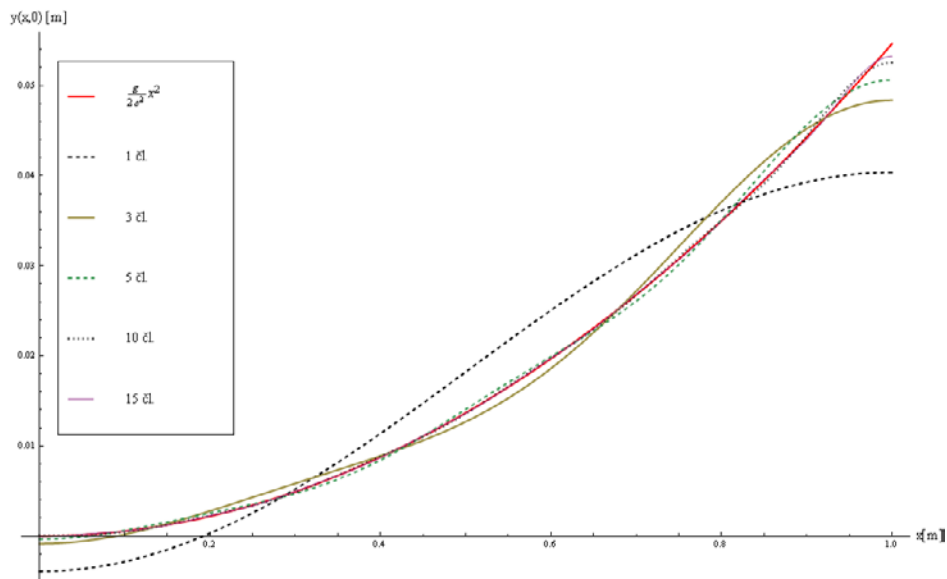
$$y(x,t) = \frac{gL^2}{6c^2} - \frac{1}{2}gt^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2gL^2(-1)^n}{(n\pi c)^2} \cos \frac{n\pi ct}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} . \quad (37)$$

3. Numerički primjer

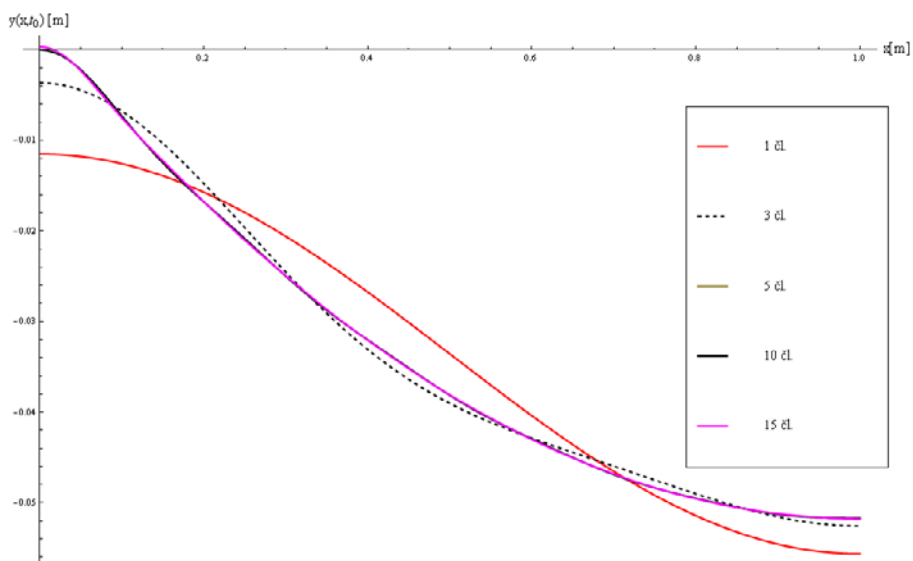
Numerički primjer izrađen je u programu *Wolfram Mathematica*, sa sljedećim ulaznim parametrima: $E = 7 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $L = 1,0 \text{ m}$ i $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Cilj je pokazati ponašanje pomaka točaka duž štapa u vremenu. Eksperimenti pokazuju da će donji rub štapa stajati na istoj visini sve do nekog konačnog vremena t_0 , a isto se može vidjeti i na Slici 5 gdje su prikazani pomaci donjeg ruba štapa u vremenu. S obzirom na to da je funkcija y aproksimirana sumom konačnog broja članova Fourierovog reda, vrijednosti pomaka osciliraju oko nule. Iscrtane su funkcije $y(0,t)$ sa različitim brojem članova u Fourierovom redu (37). Numerički se dobiva (a vidi se i sa Slike 5) da, pri povećavanju broja članova u Fourierovom redu, aproksimacije kritične točke teže ka broju $t_0 = 0.1035$. To jest, kretanje donjeg ruba štapa počinje u trenutku $t_0 = 0.1035$.



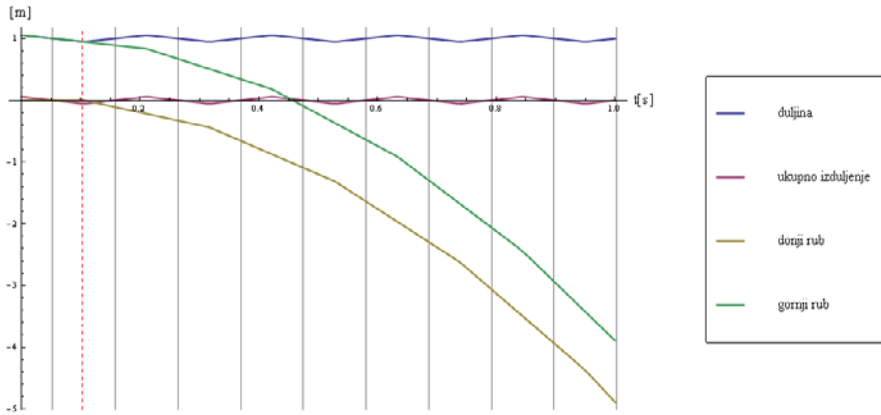
Slika 5. Funkcija $y(0,t)$ u ovisnosti o broju članova Fourierovog reda



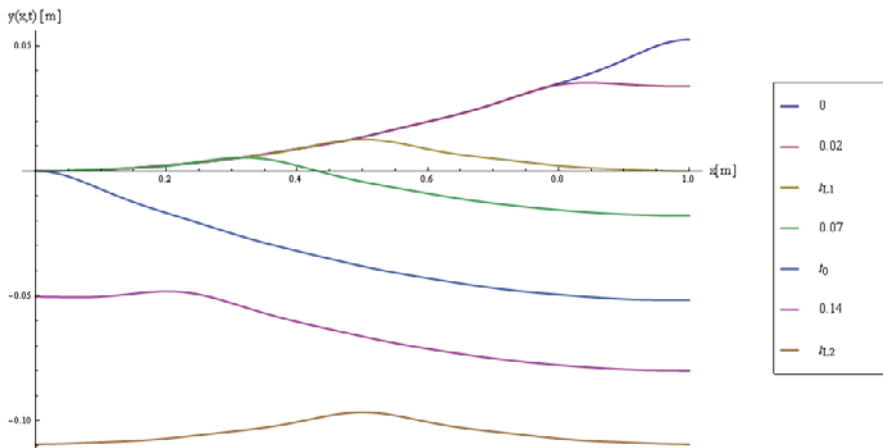
Slika 6. Aproksimacija početne funkcije $\frac{g}{2c^2}x^2$ ovisno o broju članova Fourierovog reda uzetih u obzir u funkciji $y(x,0)$



Slika 7. Funkcija $y(x,t_0)$ u ovisnosti o broju članova Fourierovog reda



Slika 8. Kretanje gornjeg i donjeg ruba štapa, deformacija i duljina štapa u ovisnosti o vremenu; sivim linijama označeni su trenutci t_i , a crvenom crtkanom linijom trenutak t_0



Slika 9. Funkcija $y(x,t)$ za $n = 10$, za razne vrijednosti t , uključujući t_{L1} i t_{L2} koji označavaju prva dva trenutka u kojima se štap vraća na nedeformiranu duljinu L

Uz to, prije daljnje analize, provjeravamo koliko članova Fourierovog reda uzeti u obzir pri proračunu. Na Slici 6 prikazana je početna funkcija i nekoliko njenih aproksimacija dobivenih pomoću Fourierovog reda (37). Na Slici 7 prikazana je funkcija $y(x,t_0)$, gdje je t_0 spomenuta kritična točka. Uzimajući u obzir sve navedeno i analizirano, zaključujemo da je za zadovoljavajuću aproksimaciju našeg rješenja dovoljno uzeti prvih 10 članova od (37).

Položaji gornjeg ($x = L$) i donjeg ($x = 0$) ruba štapa u ovisnosti o vremenu prikazani su na slici 8, kao i duljina te ukupno izduženje tj. skraćenje štapa. Crvenom vertikalnom linijom označena je kritična točka t_0 , a sivim linijama

točke t_L dobivene iz uvjeta $y(L, t_L) = y(0, t_L)$, odnosno, da je duljina štapa jednaka nedeformiranoj duljini L . Vidi se da između označenih trenutaka t_L razlike pomaka gornjeg i donjeg ruba štapa dosežu ekstreme koji se periodički izmjenjuju. Na slici 9 prikazana je funkcija pomaka $y(x, t)$ za razne vrijednosti parametra t , uključujući vrijeme t_0 i prva dva trenutka t_L u kojima je duljina štapa jednaka nedeformiranoj duljini L .

4. Zaključak

Prikazano je rješenje jednodimenzionalne nehomogene valne jednadžbe s Neumannovim rubnim uvjetima koja opisuje kretanje točaka duž elastičnog vertikalnog štapa ispuštenog u polju zemljine gravitacije. Na ovaj način pokušano je dati pojednostavljeno objašnjenje za atraktivnu pojavu levitacije donjeg kraja opruge ispuštene da slobodno pada u polju zemljine gravitacije. Pokazalo se da će donji rub štapa stajati na istoj visini sve dok štap ne dosegne svoju minimalnu duljinu (odnosno maksimalnu tlačnu unutarnju silu). Ovo je ponašanje kojim bi se moglo opisati opruge koje u nedeformiranom stanju imaju razdvojene zavoje, odnosno, u stanju su primiti tlačnu silu pa tek nakon toga počinju padati, ali uz određene pretpostavke i ograničenja koji nisu tema ovog rada.

Literatura

- [1] M. G. Calkin. Motion of a falling spring. *American Journal of Physics*, 61(3):261, 1993.
- [2] M. Graham. Analysis of Slinky levitation. *The Physics Teacher*, 39(2):90, 2001.
- [3] W. G. Unruh. The falling slinky. 2011.
- [4] Yehuda Pinchover and Jacob Rubinstein. *An Introduction To Partial Differential Equations, Volume 10 (Google eBook)*. Cambridge University Press, 2005.
- [5] V. Grigoryan. *Separation of variables: Neumann conditions*. Number x, pages 2–4. 2011.
- [6] I. P. Stavroulakis and S. A. Tersian. *Partial differential equations: an introduction with Mathematica and Maple*. 2004.

STVARNA I PRIVIDNA PRECESIJA NEPRIGUŠENOG SFERNOG FOUCAULTOVOG NJIHALA

REAL AND APPARENT PRECESSION OF AND UNDAMPED SPHERICAL FOUCAULT PENDULUM

Bojana KNEŽEVIĆ*, Gordan JELENIĆ*

Sažetak

Kako bi demonstrirao rotacije Zemlje, Leon Foucault je 1851. godine u Parizu konstruirao jednostavno njihalo. Jedan od problema koji se javljaju prilikom izvođenja pokusa i koji se obrađuje u ovom radu, jest pojava stvarne precesije uslijed sfernog karaktera njihala. Kako bi se matematički opisao efekt Foucaultove (prividne) i stvarne precesije u kretanju Foucaultovog njihala, izvedene su jednadžbe kretanja ravninskog njihala u rotirajućem koordinatnom sustavu te jednadžbe kretanja sfernog njihala u inercijskom sustavu. Potom su izvedene jednadžbe kretanja sfernog njihala u rotirajućem, Zemljinom, koordinatnom sustavu, odnosno jednadžbe kretanja Foucaultovog njihala. Dokazano je postojanje stvarne precesije uslijed sfernog karaktera gibanja njihala te je pokazano kako je brzina te precesije obrnuto proporcionalna kvadratu duljine njihala. Također, procijenjeno je u kojoj mjeri ona ometa uočavanje prividne precesije neprigušenog sfernog Foucaultovog njihala, a prikazan je i jedan od načina otklanjanja toga problema. U ovom je radu također dokazano kako su stvarna i prividna precesija u kretanju njihala neovisne jedna o drugoj te ih je moguće zasebno promatrati.

Ključne riječi: Foucaultovo njihalo, sferno njihalo, stvarna precesija njihala, prividna precesija njihala, rotirajući koordinatni sustav

* Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: {bojana.knezevic,gordan.jelenic}@gradri.hr

Abstract

In 1851, in order to demonstrate the rotation of the Earth, Leon Foucault designed a simple pendulum in Paris. One of the problems that occurs when performing the experiment and which is dealt with in this paper, is a real phenomenon of precession due to the spherical nature of the pendulum.

In order to mathematically describe the effect of the Foucault, (apparent) and real precession of the Foucault pendulum, the equations of a spherical pendulum motion in the inertial system are derived. After that, the equations of motion of the pendulum in a rotating, Earth coordinate system, i.e., the equations of the Foucault pendulum motion are derived. Due to the spherical nature of the pendulum, the real precession is proved to exist and, as it has been shown, the rate of the precession is inversely proportional to the square of the pendulum length. The impact to which it interferes with detection of the apparent precession of an undamped spherical Foucault pendulum is also estimated.

This paper also demonstrates that the real and the apparent precession of the pendulum movement are independent of each other and can be analyzed separately.

Key words: *Foucault pendulum, spherical pendulum, the actual precession of the pendulum, the apparent precession of the pendulum, rotating coordinate system*

1. Uvod

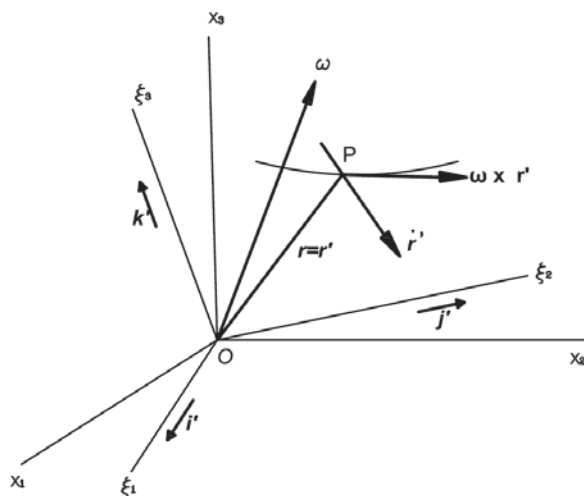
Kako bi demonstrirao rotaciju Zemlje, Leon Foucault je 1851. godine u Parizu konstruirao jednostavno njihalo. Ideja Foucaultovog pokusa jest da, ukoliko na površini Zemlje postavimo ravninsko njihalo, uslijed rotacije Zemlje promatrač na Zemlji može uočiti prividnu precesiju njihala.

Konstruirati ravninsko njihalo u stvarnosti nije moguće. Zbog brojnih nedostataka, jednostavno matematičko njihalo ima tendenciju da razvije eliptičnu putanju kretanja te dolazi do pojave unutarnje precesije, odnosno zakretanja osi elipse. Upravo to je bio jedan od problema s kojim se Foucault susreo u ostvarivanju svog nauma.

U nastavku ćemo (i) izvesti jednadžbe kretanja ravninskog njihala u kojima očekujemo članove čiji se utjecaj očituje u postojanju prividne precesije uslijed rotacije koordinatnog sustava; (ii) zatim ćemo u inercijskom koordinatnom sustavu izvesti jednadžbe kretanja matematičkog njihala uzevši u obzir sferni karakter gibanja, dokazati postojanje stvarne precesije te ustanoviti njezin iznos. Naposljetku, (iii), izvest ćemo jednadžbe kretanja Foucaultovog njihala u kojima očekujemo utjecaj stvarne i Foucaultove (prividne) precesije.

2. Ravninsko njihalo u rotirajućem koordinatnom sustavu

U ovom će poglavlju biti prikazan utjecaj rotacije koordinatnog sustava na jednadžbe kretanja matematičkog njihala. Ograničit ćemo se na ravninsko



Slika 1. Slikovni prikaz promjene vektora položaja u odnosu na rotirajući koordinatni sustav [1]

kretanje, a u jednadžbama se očekuju članovi čiji se utjecaj očituje u zakretanju ravnine kretanja njihala uslijed zakretanja koordinatnog sustava. Kako bi izveli te jednadžbe, najprije ćemo izraziti promjenu vektora u rotirajućem koordinatnom sustavu [1].

Na Slici 1, slovom \mathbf{r} označen je vektor položaja točke P u odnosu na O , izražen preko koordinata inercijskog sustava, a slovom \mathbf{r}' vektor položaja u rotirajućem koordinatnom sustavu. Prema Slici 1 ta dva simbola predstavljaju isti vektor:

$$\mathbf{r} = x_1 \mathbf{i} + x_2 \mathbf{j} + x_3 \mathbf{k} \quad (1)$$

$$\mathbf{r}' = \xi_1 \mathbf{i}' + \xi_2 \mathbf{j}' + \xi_3 \mathbf{k}', \quad (2)$$

gdje su x_1, x_2, x_3 komponente vektora \mathbf{r} duž baznih vektora inercijskog sustava, \mathbf{i}, \mathbf{j} i \mathbf{k} . Simboli ξ_1, ξ_2, ξ_3 predstavljaju komponente vektora \mathbf{r}' duž rotirajućeg koordinatnog sustava gdje \mathbf{i}', \mathbf{j}' i \mathbf{k}' predstavljaju bazne vektore.

Sa Slike 1 također vidimo da je promjena vektora \mathbf{r} u vremenu jednaka

$$\dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}', \quad (3)$$

što možemo zapisati kao

$$\dot{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}', \quad (4)$$

gdje je

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_1 \mathbf{i}' + \omega_2 \mathbf{j}' + \omega_3 \mathbf{k}' \quad (5)$$

i predstavlja vektor kutne brzine te

$$\bar{\mathbf{r}} = \dot{\xi}_1 \mathbf{i}' + \dot{\xi}_2 \mathbf{j}' + \dot{\xi}_3 \mathbf{k}', \quad (6)$$

predstavlja promjenu vektora \mathbf{r}' u odnosu na rotirajući koordinatni sustav, dok $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$ predstavlja promjenu vektora \mathbf{r}' uslijed rotacije koordinatnog sustava ξ_1, ξ_2, ξ_3 .

Dvostrukim deriviranjem (1) u vremenu dobivamo:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}} &= \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{r}}) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times (\mathbf{r}') + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d}{dt}(\mathbf{r}') \\ &= \bar{\ddot{\mathbf{r}}} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}' + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}' + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') \\ &= \bar{\ddot{\mathbf{r}}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}' + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (7)$$

gdje je:

$$\bar{\ddot{\mathbf{r}}} = \ddot{\xi}_1 \mathbf{i}' + \ddot{\xi}_2 \mathbf{j}' + \ddot{\xi}_3 \mathbf{k}', \quad (8)$$

i predstavlja promjenu vektora $\bar{\mathbf{r}}$ u odnosu na rotirajući koordinatni sustav.

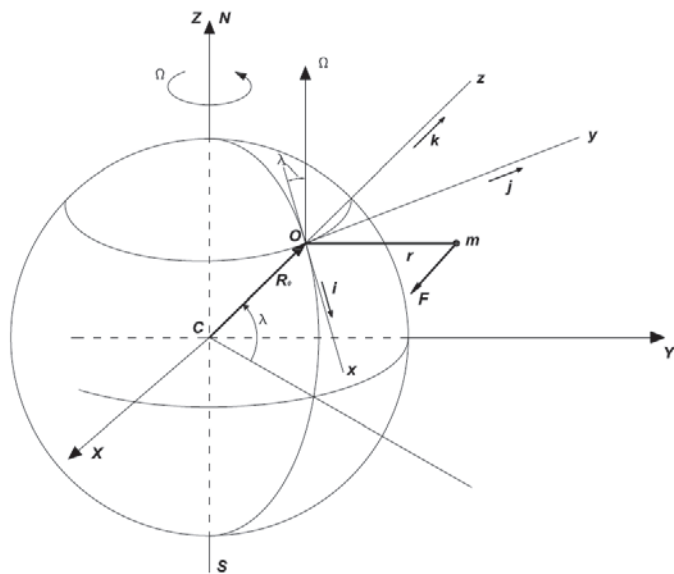
Ukoliko se rotirajući koordinatni sustav giba još i translacijski, brzinom \mathbf{v}_0 i akceleracijom \mathbf{a}_0 , tada apsolutna brzina i akceleracija točke P imaju oblik:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \dot{\mathbf{r}}, \quad (9)$$

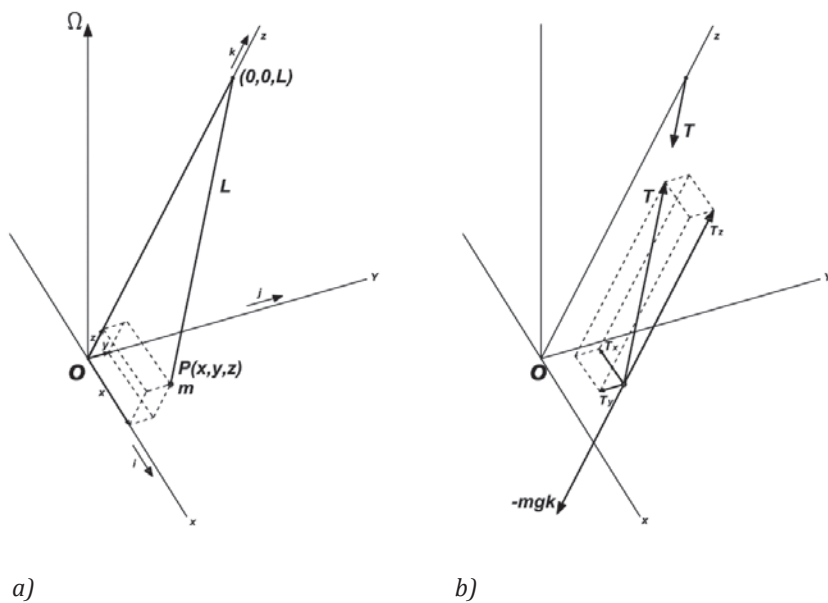
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \ddot{\mathbf{r}}. \quad (10)$$

Kako bismo isto primijenili i u jednadžbama kretanja njihala postavljenog u rotirajućem, Zemljinom koordinatnom sustavu, uvodimo novi koordinatni sustav x, y, z sa središtem u točki sa zemljopisnom širinom λ , kako je vidljivo na Slici 2. Odgovarajući jedinični vektori su \mathbf{i}, \mathbf{j} i \mathbf{k} . Ovaj koordinatni sustav rotira oko Zemljine osi kutnom brzinom Ω koja iznosi 2π rad/dan. Sa Slike 2 možemo zaključiti da se kutna brzina može izraziti kao:

$$\boldsymbol{\Omega} = -(\Omega \cos \lambda) \mathbf{i} + (\Omega \sin \lambda) \mathbf{k} = \text{const.} \quad (11)$$



Slika 2. Položaj tijela mase m u odnosu na rotirajući koordinatni sustav [1]



Slika 3. Dijagram slobodnog tijela mase m [2]

Položaj mase m u odnosu na koordinatni sustav x,y,z označen je vektorom \mathbf{r} , a polumjer Zemlje sa \mathbf{R}_0 . Primjenjujući (4) i (7), akceleracija mase m u inercijskom sustavu može se napisati kao

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_0 + \dot{\mathbf{r}}' + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}' + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') \\ &= \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}_0) + \mathbf{a}' + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (12)$$

gdje su \mathbf{v}' i \mathbf{a}' brzina i akceleracija mase m u odnosu na x,y,z sustav.

Razmotrit ćemo njihalo koje se sastoji od mase m ovješene o nerastezivu žicu, zanemarive mase i duljine L . Žica je ovješena u točki $z=L$ na lokalnoj vertikalnoj osi, kako je prikazano na Slici 3. Uzet ćemo u obzir da su oscilacije malene, odnosno da se kretanje mase m odvija u xy ravnini te se veličine \dot{z} i \ddot{z} mogu zanemariti. [1]

Duž užeta duljine L , na masu djeluje sila T koju možemo rastaviti na komponente i zapisati kao

$$\begin{aligned} F_x &= -T_x = -\frac{x}{L}T \\ F_y &= -T_y = -\frac{y}{L}T \\ F_z &= T_z = \frac{L-z}{L}T, \end{aligned} \quad (13)$$

te pomoću (12), možemo zapisati

$$-\frac{x}{mL}T = \ddot{x} - 2\Omega\dot{y}\sin\lambda - \Omega^2 R_0 \sin\lambda \cos\lambda, \quad (14)$$

$$-\frac{y}{mL}T = \ddot{y} + 2\Omega(\dot{x}\sin\lambda + \dot{z}\cos\lambda), \quad (15)$$

$$-g + \frac{L-z}{mL}T = -2\Omega\dot{y}\cos\lambda - \Omega^2 R_0 \cos^2\lambda. \quad (16)$$

Pod pretpostavkom da je L jako velik u odnosu na pomak z te uz zanemarivanje članova uz Ω^2 zbog zanemarivo male vrijednosti brzine rotacije Zemlje u odnosu na brzinu njihanja, (16) poprima oblik:

$$\frac{T}{m} = g - 2\Omega\dot{y}\cos\lambda, \quad (17)$$

Što, kada uvrstimo u (14) i (15), te uz zamjenu $g/L = \omega_0^2$ dobivamo

$$\ddot{x} - 2\Omega\dot{y}\sin\lambda + \omega_0^2 x = 0, \quad (18)$$

$$\ddot{y} + 2\Omega\dot{x}\sin\lambda + \omega_0^2 y = 0. \quad (19)$$

Jednadžbe (18) i (19) predstavljaju jednadžbe kretanja matematičkog njihala u rotirajućem koordinatnom sustavu. U srednjim članovima tih jednadžbi krije se utjecaj Zemljine rotacije, odnosno postojanje prividne precesije u kretanju njihala.

Prema [1], rješenje (18) i (19) možemo zapisati kao

$$\begin{aligned} x &= x_0 e^{-i\Omega t \sin\lambda} \\ y &= y_0 e^{-i\Omega t \sin\lambda}, \end{aligned} \quad (20)$$

gdje se x_0 i y_0 mogu napisati kao

$$\begin{aligned} x_0 &= A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t \\ y_0 &= C \cos \omega_0 t + D \sin \omega_0 t, \end{aligned} \quad (21)$$

a A, B, C i D predstavljaju konstante dobivene iz početnih uvjeta. Član $e^{-i\Omega t \sin\lambda}$ u izrazu (20), predstavlja utjecaj Zemljine rotacije na kretanje njihala te je odgovoran za zakretanje putanje njihala oko lokalne vertikalne osi za kut koji iznosi $\Omega t \sin\lambda$.

3. Sferno njihalo u inercijskom koordinatnom sustavu

Kako bi se matematičko njihalo ponašalo u inercijskom koordinatnom sustavu, s naglaskom na precesijsko gibanje uslijed sfernog karaktera kretanja njihala, bit će pokazano u nastavku.

Primjenom Lagrangeovih jednadžbi, uz određena pojednostavljenja, dolazimo do jednadžbi kretanja sfernog njihala [2]. U stvarnosti se njihalo giba po otvorenoj eliptičnoj putanji čije glavne osi rotiraju, što nazivamo stvarnom precesijom, [3]. Ona će biti vidljiva u jednadžbama kretanja, ukoliko u Lagrangeovoj funkciji uzmemo u obzir članove višeg reda. Da bi se uočila ta precesija, dovoljno je zadržati se na članovima četvrtog reda.

Lagrangeovu funkciju možemo zapisati kao

$$L' = T - V, \quad (22)$$

gdje je

$$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2), \quad (23)$$

$$V = mgz, \quad (24)$$

$$L' = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - mgz \quad (25)$$

U gornjim izrazima, simboli imaju slijedeće značenje:

L' = Lagrangeova funkcija

T = kinetička energija tijela mase m

V = potencijalna energija tijela mase m .

Sa Slike 3 vidimo da je

$$L^2 = x^2 + y^2 + (L - z)^2 \quad (26)$$

$$z = L \pm \sqrt{L^2 - (x^2 + y^2)} \quad (27)$$

Ukoliko uzmemo u obzir slučaj malih nelinearnosti, tada možemo za (27) pretpostaviti, da uvijek iznosi $z = L - \sqrt{L^2 - (x^2 + y^2)}$, te isti razviti u Taylorov red oko stanja $x=0$ i $y=0$, a s obzirom na varijablu $x^2 + y^2 = 0$,

$$z = \frac{1}{2L}(x^2 + y^2) + \frac{1}{8L^3}(x^2 + y^2)^2 + O((x^2 + y^2)^3). \quad (28)$$

Iz toga slijedi

$$\dot{z} = \frac{1}{L}(x\dot{x} + y\dot{y}) + \frac{1}{2L^3}(x^2 + y^2)(x\dot{x} + y\dot{y}) + f((x^2 + y^2)^2). \quad (29)$$

Lagrangeova funkcija sada ima oblik

$$L' = \frac{m}{2} \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \frac{1}{L^2}(x\dot{x} + y\dot{y})^2 \left[1 + \frac{1}{2L^2}(x^2 + y^2) + O((x^2 + y^2)^2) \right]^2 \right\} - mg \left[\frac{1}{2L}(x^2 + y^2) + \frac{1}{8L^3}(x^2 + y^2)^2 + O((x^2 + y^2)^3) \right], \quad (30)$$

a Lagrangeove jednadžbe glase

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L'}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L'}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

U stvarnosti se njihalo giba po otvorenoj eliptičnoj putanji čije glavne osi rotiraju, što nazivamo precesija, [3]. Ona će biti vidljiva u jednadžbama

kretanja, ukoliko u Lagrangeovoj funkciji uzmemo u obzir članove višeg reda. Radi jednostavnosti računa, mi ćemo se zadržati na članovima četvrtog reda. Lagrangeova funkcija sada glasi

$$L' = \frac{m}{2} \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \frac{1}{L^2} (x\dot{x} + y\dot{y})^2 \right\} - mg \left[\frac{1}{2L} (x^2 + y^2) + \frac{1}{8L^3} (x^2 + y^2)^2 \right] \quad (32)$$

Izrazi u (31) sada poprimaju oblik:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L'}{\partial y} &= m \left(\frac{x}{L} \dot{x} + \frac{y}{L} \dot{y} \right) \frac{\dot{y}}{L} - \frac{mgy}{L} - \frac{mgy}{2L} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right], \\ \frac{\partial L'}{\partial \dot{y}} &= m\dot{y} + m \left(\frac{x}{L} \dot{x} + \frac{y}{L} \dot{y} \right) \frac{y}{L}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{y}} \right) &= m\ddot{y} + \frac{m}{L^2} (2y\dot{y}^2 + y^2\ddot{y} + x\dot{x}\dot{y} + \dot{x}^2 y + x\ddot{x}y). \end{aligned} \quad (33)$$

Uvrštavanjem (33) u (31), dolazimo do jednadžbi kretanja izraženih u pravokutnim koordinatama koje, osim linearnih članova sadržavaju i nelinearne članove koji će biti od ključnog značenja u analizi precesijskog gibanja,

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{1}{L^2} (x\dot{x} + x^2\ddot{x} + x\dot{y}^2 + xy\dot{y}) + \frac{g}{L} x \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right] &= 0, \\ \ddot{y} + \frac{1}{L^2} (y\dot{y} + y^2\ddot{y} + \dot{x}^2 y + x\dot{x}\dot{y}) + \frac{g}{L} y \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right] &= 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Iz zakona o očuvanju momenta količine kretanja oko osi z slijedi:

$$\begin{aligned} J_z &= m(xy\dot{y} - yx\dot{x}) = \text{const.} \\ \frac{d}{dt} [m(xy\dot{y} - yx\dot{x})] &= 0 \\ x\dot{y} + x\ddot{y} - \dot{y}\dot{x} - y\ddot{x} &= 0 \\ x\ddot{y} - y\ddot{x} &= 0 \\ x\ddot{y} &= \ddot{x}y \end{aligned} \quad (35)$$

Ako uvrstimo (35) u (34), uredimo, te članove višeg reda zanemarimo, dobivamo

$$\ddot{x} + \frac{g}{L} x - \frac{1}{2} \frac{g}{L} \frac{x^2 + y^2}{L^2} x + \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{L^2} x = 0, \quad (36)$$

$$\ddot{y} + \frac{g}{L} y - \frac{1}{2} \frac{g}{L} \frac{x^2 + y^2}{L^2} y + \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{L^2} y = 0. \quad (37)$$

Ukoliko imamo slučaj vrlo malih pomaka x i y , tada u (36) i (37) zadržavamo samo linearne članove te jednačbe kretanja glase:

$$\begin{aligned}\ddot{x} + \frac{g}{L}x &= 0 \\ \ddot{y} + \frac{g}{L}y &= 0,\end{aligned}\tag{38}$$

a njihovo rješenje je slijedeće:

$$\begin{aligned}x &= a \cos(\omega_0 t + \delta_1) \\ y &= b \sin(\omega_0 t + \delta_2),\end{aligned}\tag{39}$$

gdje je

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}.\tag{40}$$

Izraz (39) nam govori da se sferno njihalo giba harmonično, u horizontalnoj ravni po zatvorenoj eliptičnoj putanji. Ukoliko se glavne osi poklapaju s osima x i y , tada su δ_1 i δ_2 jednake 0, a a i b predstavljaju amplitude gibanja [3].

U nelinearnim članovima u (36) i (37) krije se utjecaj precesije u kretanju koju ćemo pobliže opisati u nastavku prema [4]. Uvest ćemo koordinatni sustav x', y' , gdje su osi x' i y' položene duž glavnih osi elipse koje rotiraju. Tada zaključujemo slijedeće:

$$\begin{aligned}x &= x' \cos \psi t - y' \sin \psi t \\ y &= x' \sin \psi t + y' \cos \psi t,\end{aligned}\tag{41}$$

gdje je ψ pretpostavljena konstantna brzina precesije koja nas zanima. U rotirajućem sustavu x', y' elipsa je zatvorena, odnosno nema precesije. Elipsa sada ima jednačbu:

$$\begin{aligned}x' &= a \cos \omega t \\ y' &= b \sin \omega t.\end{aligned}\tag{42}$$

Frekvencija sfernog njihala ω , kada uzmemo u obzir izraze višeg reda te (sporu) precesiju u kretanju, neznatno se razlikuje od ω_0 te uvodimo aproksimaciju

$$\begin{aligned}\omega - \omega_0 &\ll \omega_0 \\ \psi &\ll \omega_0.\end{aligned}\tag{43}$$

Rješenje (41) mora zadovoljavati jednačbe kretanja. Kombinirajući (41) i (42) dolazimo do;

$$\begin{aligned}x &= a \cos \omega t \cos \psi t - b \sin \omega t \sin \psi t \\y &= a \cos \omega t \sin \psi t + b \sin \omega t \cos \psi t.\end{aligned}\tag{44}$$

Uvodimo potrebne transformacije u (36), uz odgovarajuće trigonometrijske identitete te slijedeća pojednostavljena [4]:

- izraze uz $\cos 3\omega t \cos \psi t$ i $\sin 3\omega t \sin(\psi + \Omega \sin \lambda)t$ zanemarujemo, budući da oni svjedoče harmonijskom kretanju višeg reda, što je zanemarivo,
- izraze uz ψ^2 također zanemarujemo jer pretpostavljamo da je kutna brzina stvarne precesije malena te kvadrate njezine vrijednosti možemo smatrati jednake nuli,
- u izrazima gdje frekvencija njihala množi omjere kvadrate duljina velike i male osi, uvodimo aproksimaciju $\omega^2 \approx \omega_0^2$,
- u članovima koji sadrže $2a\omega\psi$ i $2b\omega\psi$, zbog umnoška frekvencije njihala i kutne brzine precesije uvodimo aproksimaciju $\omega \approx \omega_0$,
- članovi $\frac{2a^2b\omega\psi}{L^2}$ i $\frac{2ab^2\omega\psi}{L^2}$ su zanemarive vrijednosti u odnosu prema ostalim članovima u jednadžbi;

i dolazimo do jednadžbe:

$$\begin{aligned}\cos \omega t \cos \psi t \left[a(\omega_0^2 - \omega^2) - 2b\omega_0\psi - \frac{\omega_0^2 a}{8L^2} (a^2 - 5b^2) \right] + \\+ \sin \omega t \sin \psi t \left[b(\omega^2 - \omega_0^2) + 2a\omega_0\psi + \frac{\omega_0^2 b}{8L^2} (b^2 - 5a^2) \right] = 0.\end{aligned}\tag{45}$$

Da bi ova jednakost vrijedila, oba izraza u uglatim zagradama moraju biti jednaka 0. Sada imamo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice, ω i ψ , iz čega proizlazi da je

$$\psi = \frac{3}{8L^2} \omega_0 ab,\tag{46}$$

i

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{(a^2 + b^2)}{8L^2} \right].\tag{47}$$

Iz (46), zaključujemo da je brzina precesije proporcionalna površini elipse kretanja πab . Također primjećujemo da je brzina precesije obrnuto proporcionalna kvadratu duljine njihala, odnosno, da se povećanjem duljine njihala ubrzano smanjuje brzina precesije.

4. Sferno njihalo u rotirajućem koordinatnom sustavu

U ovom poglavlju, u jednadžbama kretanja sada ne uzimamo u obzir samo male oscilacije te očekujemo utjecaj, kako stvarne precesije uslijed sfernog karaktera gibanja, tako i utjecaj prividne precesije uslijed Zemljine rotacije.

Derivacijom (29) dobivamo

$$\ddot{z} = \frac{1}{L}(\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y}) + \frac{1}{8L^3}(2x\dot{x} + 2y\dot{y})(x\dot{x} + y\dot{y}), \quad (48)$$

Iz (14), a uz zanemarivanje člana uz Ω^2 slijedi

$$T = \frac{mL}{L-z}(\ddot{z} - 2\Omega\dot{y}\cos\lambda + g). \quad (49)$$

Izraze (28), (29), (48) i (49) uvrštavamo u (14) i (15). Sređivanjem jednadžbi, uz zanemarivanje članova uz Ω^2 , umnoške veličina drugog reda i kutne brzine rotacije, te uz zanemarivanje članova višeg reda od četvrtog, dolazimo do slijedećih jednadžbi kretanja:

$$\ddot{x} + \frac{x(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{L^2} - \frac{g}{2L^3}x(x^2 + y^2) + \frac{gx}{L} - 2\Omega\dot{y}\sin\lambda = 0 \quad (50)$$

$$\ddot{y} + \frac{y(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{L^2} - \frac{g}{2L^3}y(x^2 + y^2) + \frac{gy}{L} + 2\Omega\dot{x}\sin\lambda = 0, \quad (51)$$

u kojima linearni članovi predstavljaju jednadžbe kretanja ravninskog njihala u rotirajućem koordinatnom sustavu (18) i (19), dok za Ω^2 (inercijski koordinatni sustav), ove jednadžbe su iste kao i (36) i (37).

U rotirajućem koordinatnom sustavu (x'' , y'' , z) kojem se osi poklapaju s osima elipse, koordinate imaju oblik

$$\begin{aligned} x'' &= a \cos \omega t \\ y'' &= b \sin \omega t, \end{aligned} \quad (52)$$

Zbog članova trećeg reda u (50) i (51), dolazi do zakretanja osi elipse kretanja njihala, te u koordinatnom sustavu (x', y', z), u odnosu na koji koordinatni sustav (x'' , y'' , z) rotira kutnom brzinom ψ , (50) i (51) imaju rješenje

$$\begin{aligned} x' &= x'' \cos \psi t - y'' \sin \psi t \\ &= a \cos \omega t \cos \psi t - b \sin \omega t \sin \psi t \\ y' &= x'' \sin \psi t + y'' \cos \psi t \\ &= a \cos \omega t \sin \psi t + b \sin \omega t \cos \psi t \end{aligned} \quad (53)$$

Zbog rotacije Zemlje, koordinatni sustav (x',y',z) rotira oko osi z kutnom brzinom $\Omega \sin \lambda$, u odnosu na koordinatni sustav (x,y,z) , u čijim su koordinatama izražene jednadžbe kretanja. Stoga konačno rješenje ima oblik

$$\begin{aligned} x &= x' \cos(\Omega \sin \lambda t) - y' \sin(\Omega \sin \lambda t) \\ &= a \cos \omega t \cos[(\psi + \Omega \sin \lambda)t] - b \sin \omega t \sin[(\psi + \Omega \sin \lambda)t] \\ y &= x' \sin(\Omega \sin \lambda t) + y' \cos(\Omega \sin \lambda t) \\ &= a \cos \omega t \sin[(\psi + \Omega \sin \lambda)t] + b \sin \omega t \cos[(\psi + \Omega \sin \lambda)t] \end{aligned} \quad (54)$$

Prepoznamo da je u (54) u odnosu na (41), kutna brzina precesije ψ zamijenjena je sa $\psi + \Omega \sin \lambda$. Uvrštavajući odgovarajuće trigonometrijske transformacije u (50), uz zanemarivanje određenih članova jednako kao i u (36) a prema [4], dobivamo:

$$\begin{aligned} &\cos \omega t \cos(\psi + \Omega \sin \lambda)t \left(\begin{array}{l} -a\omega^2 - 2b\omega_0(\psi + \Omega \sin \lambda) + \\ + \frac{\omega_0^2}{4L^2}(a^3 + 3ab^2) - \frac{\omega_0^2}{8L^2}(3a^3 + ab^2) + \\ + a\omega_0^2 - 2b\omega_0\Omega \sin \lambda - \\ - 2a\Omega \sin \lambda(\psi + \Omega \sin \lambda) \end{array} \right) + \\ &+ \sin \omega t \sin(\psi + \Omega \sin \lambda)t \left(\begin{array}{l} 2a\omega_0(\psi + \Omega \sin \lambda) + b\omega^2 - \\ - \frac{\omega_0^2}{4L^2}(3ba^2 + b^3) + \frac{\omega_0^2}{8L^2}(ba^2 + 3b^3) - \\ - \omega_0^2 b + 2a\omega_0\Omega \sin \lambda + \\ + 2b\Omega \sin \lambda(\psi + \Omega \sin \lambda) \end{array} \right) = 0. \end{aligned} \quad (55)$$

Da bi jednakost u (55) bila zadovoljena, oba izraza u vitičastim zagradama moraju biti jednaka nuli te dobivamo, da brzina stvarne precesije iznosi

$$\psi = \frac{3}{8} \frac{\omega_0}{L^2} ab. \quad (56)$$

Zaključujemo da će uslijed početnih nedostataka, stvarna precesija uvijek biti prisutna u kretanju njihala s obzirom da nije moguće postići ravninsko kretanje njihala. Prilikom pokretanja njihala stoga je potrebno biti posebno pažljiv kako bi odstupanje od početnih uvjeta koji dovode do sfernog kretanja njihala bilo što manje i stvarna precesija time imala što manji učinak u kretanju njihala.

5. Zaključak

U radu smo pokazali da je brzina stvarne precesije uslijed sfernog karaktera njihala proporcionalna površini elipse kretanja te obrnuto proporcionalna

kvadratu duljine njihala. Možemo zaključiti da će, uz veću duljinu njihala, postojanje stvarne precesije u manjoj mjeri ometati uočavanje prividne precesije u kretanju Foucaultovog njihala. Ono što smo također pokazali jest da za slučajeve malih amplituda njihanja, rotacija Zemlje i stvarna precesija njihala mogu se izdvojeno promatrati i ne utječu jedna na drugu.

Literatura

- [1] Meirovitch L., "Methods of analytical dynamics,, Dover publications, Inc., Mineola, New York, 2003.
- [2] Knežević B., "Stvarna i prividna precesija neprigušenog sfernog Foucaultovog njihala", Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2012.
- [3] Schumacher A. R., Tarbet B., "A short Foucault Pendulum Free of Ellipsoidal Precession,, , arXiv:0902.1829, 2009.
- [4] Olsson M.G., "Spherical pendulum revisited,, Am. J. Phys. 49, 531-534, 1981.

ODREĐIVANJE POUZDANOSTI KONSTRUKCIJE ZA LINEARNE I NELINEARNE FUNKCIJE GRANIČNOG STANJA

DEFINING THE STRUCTURE RELIABILITY FOR LINEAR AND NONLINEAR LIMIT STATE FUNCTIONS

Paulina KROLO^{*}, Goran TURK^{}**

Sažetak

Određivanje pouzdanosti konstrukcije je važna stavka u projektiranju koju treba uzeti u obzir. Konstrukcija mora biti tako projektirana da s određenim stupnjem pouzdanosti i na ekonomičan način izdrži sva djelovanja kojima će biti izložena tijekom svog životnog vijeka. Pouzdanost se definira na način da se matematičkim postupkom odredi vjerojatnost otkazivanja nosivosti koje se svodi na rješavanje višestrukog integrala. Zbog matematičke složenosti koja se mora provoditi koriste se pojednostavljene metode u kojima se izbjegava potreba višestruke integracije. U radu je prikazan postupak određivanja pouzdanosti konstrukcije, odnosno vjerojatnost otkazivanja konstrukcije u slučaju linearnih i nelinearnih funkcija graničnog stanja s normalno i log-normalno distribuiranim neovisnim slučajnim varijablama. Za rješavanje linearnih problema korištena je Basler-Cornellova metoda u kojoj se slučajne veličine opisuju samo s dva parametra, srednjom vrijednosti i standardnom devijacijom, te Hasofer-Lindova metoda u kojoj je osnovni preduvjet da se sve varijable neovisno o tipu distribucije svedu na standardnu normalnu distribuciju. FORM metoda, u kojoj se nelinearne funkcije razvojem u Taylorov red svode na linearne, primijenjena je za rješavanje nelinearnih problema. Za prethodno spomenute metode napravljen je teoretski pregled te njihova primjena na dva numerička primjera. Na kraju je napravljena usporedba rezultata dobivenih ovim metodama te njihov utjecaj na vjerojatnosti otkazivanja nosivosti.

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić br.3, Rijeka
E-mail: paulina.katavic@gradri.hr

** Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Univerza v Ljubljani, Jamova cesta 2, Ljubljana
E-mail: goran.turk@fgg.uni-lj.si

Ključne riječi: pouzdanost konstrukcije, vjerojatnost otkazivanja, funkcija graničnog stanja, metode analize pouzdanosti konstrukcija

Abstract

Defining the reliability of a structure is an important item in design that should be taken into account. The structure will be designed in such a way and with the appropriate reliability degree that it can sustain all the actions it will be subjected to during its lifetime. Reliability is defined so that it determines the probability of failure with mathematical procedure, which is usually obtained by solving a multiple integral. Because of the mathematical complexity, simplified methods that avoid the problem of multiple integration are used. This paper presents a procedure for determining the reliability of structures and probability of failure for linear and nonlinear limit state functions with independent, normal and log-normal distributed random variables. The Basler-Cornell method in which the random variables are described by two parameters, mean value and standard deviation, and Hasofer-Lind method in which all variables are transformed to the standard normal distribution were used for solving the linear problem. FORM method was used for solving nonlinear problems by linearizing the nonlinear function using a Taylor series expansion. The previously mentioned methods and their application on two numerical examples were described. Comparison of results obtained by these methods and their effects on the probability of failure will be shown at the end of this paper.

Key words: reliability of structures, probability of failure, limit state function, methods of structural reliability analysis

1. Uvod

Primarna zadaća svih nosivih konstrukcija je preuzimanje opterećenja koja na nju djeluju. Postavlja se pitanje kolika je vjerojatnost da će konstrukcija obavljati zahtijevanu funkciju bez otkazivanja pod zadanim uvjetima u određenom vremenskom razdoblju. Ovim problemom bavi se inženjerstvo pouzdanosti, a cilj rada je dati upute o metodama koje se koriste u analizi pouzdanosti konstrukcija.

Pouzdanost konstrukcije uvjetovana je time da njena otpornost bude veća od ekstremnog opterećenja S ($R > S$) koja će na nju djelovati u određenom razdoblju. Izraz $R - S = 0$ se zove jednadžba graničnog stanja, te ona pokazuje granicu prelaska iz područja sigurne konstrukcije u područje gdje će ona doživjeti otkazivanje [1].

Djelovanja i otpornost konstrukcije čini niz parametara i veličina te o njima ovisi hoće li se primijeniti deterministički ili probabilistički pristup. Razlika je u tome što u determinističkom pristupu sve veličine tretiramo kao određene veličine dane propisima, dok se u probabilističkom pristupu veličine tretiraju kao slučajne, koje su opisane preko funkcija gustoće vjerojatnosti [1]. Poznajemo li funkcije distribucije baznih varijabli koje opisuju jednadžbu

graničnog stanja, onda možemo utvrditi kolika je vjerojatnost da je $R-S < 0$, tj. da dođe do otkazivanja nosivosti.

Za potrebe dokaza nosivosti potrebno je matematički formulirati zakonitost distribucije tj. utvrditi funkciju gustoće. Na temelju raspoloživih statističkih podataka ocjenjuje se koja distribucija najbolje odgovara promatranoj slučajnoj varijabli otpornosti, geometriji konstrukcije ili djelovanja na konstrukciju. Najuobičajenija je normalna (Gaussova) distribucija. Ona ima za prikazivanje slučajnih veličina otpornosti i djelovanja jedno nepovoljno svojstvo, a to je da dopušta i negativne vrijednosti. Osim toga normalna distribucija je simetrična, a to nije uobičajeno za varijable koje opisuju djelovanja na konstrukcije. Često je zbog toga prihvatljivija log-normalna distribucija koja nema područje negativnih vrijednosti [1].

Kao mjera stupnja pouzdanosti, u praksi se koristi indeks pouzdanosti β . Što je njegova vrijednost veća, veća je i pouzdanost konstrukcije. U nastavku je prikazano određivanje indeksa pouzdanosti β te vjerojatnost otkazivanja konstrukcije za slučaj linearnih i nelinearnih funkcija graničnog stanja s normalno i log-normalno distribuiranim slučajnim varijablama.

Utvrđivanje vjerojatnosti otkazivanja nosivosti obično se svodi na rješavanje višestrukog integrala. Zbog matematičke složenosti koja se mora provoditi, uvedene su pojednostavljene metode u kojima se izbjegava potreba višestruke integracije. Jednu od metoda razvili su Basler i Cornell, u kojoj se slučajne veličine opisuju samo sa dva parametra, srednjom vrijednosti i standardnom devijacijom. Hasofer i Lind su razvili metodu u kojoj je osnovni preduvjet da se sve varijable neovisno o tipu distribucije svedu na standardnu normalnu distribuciju. Osim Basler-Cornellove i Hasofer-Lindove metode u primjeni su metode pouzdanosti prvog i drugog reda FORM (First Order Reliability Method) i SORM (Second Order Reliability Method). Obje metode rješavaju se na način da se originalni prostor transformira u standardni normalni prostor, pri čemu je u FORM metodi granica stanja nosivosti u standardnom normalnom prostoru određena ravninom, dok je u SORM metodi određena površinom drugog reda. Razvojem računala u upotrebi je simulacijska Monte Carlo metoda [2]. Uz pretpostavku da je ponašanje konstrukcije opisano funkcijom gustoće vjerojatnosti, vrši se veliki broj simulacija, a željeni rezultat se dobije kao prosječna vrijednosti kada se uzmu sve simulacije. Monte Carlo metoda zavisi od pseudo slučajnih brojeva koji se generiraju na bazi funkcije gustoće raspodjele. Povećanjem broja simulacija povećava se i točnost dobivenih rezultata, pa je ova metoda pouzdana, ali računski vrlo zahtjevna.

U radu su opisane Basler-Cornellova, Hasofer-Lindova i FORM metoda te njihova primjena na dva numerička primjera. Na kraju je napravljena usporedba rezultata dobivenih ovim metodama te njihov utjecaj na vjerojatnosti otkazivanja nosivosti.

2. Definiranje pouzdanosti konstrukcije za linearne funkcije graničnog stanja

Neka su zadane linearna funkcija graničnog stanja $g(R,S)$ s normalno distribuiranim slučajnim varijablama R (otpornost) i S (djelovanje) koje su međusobno nezavisne:

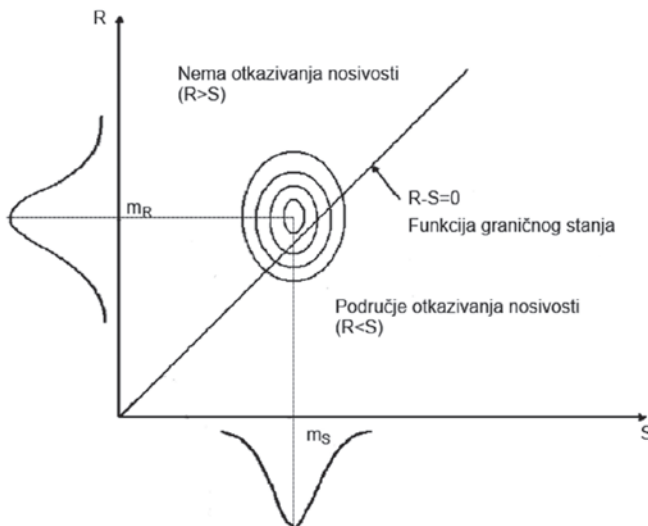
$$g(R,S) = R - S . \quad (1)$$

Otkazivanje će nastupiti kada je $g(R,S) < 0$, a vjerojatnost otkazivanja nosivosti računa se primjenom integrala prema slijedećem izrazu [1]:

$$p_f = P(g(R,S) < 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(s) \cdot f_s(s) ds . \quad (2)$$

Pri rješavanju ovog integrala je potrebno vrlo složeno rukovanje. U ovom poglavlju prikazati će se pojednostavljene metode kojima se izbjegava potreba integriranja. Prva je Basler-Cornellova metoda i predstavlja postupak gdje su slučajne veličine opisane samo s dva parametra, srednjom vrijednosti i standardnom devijacijom. Drugom metodom kao najprikladnijom za rješavanje ovakvog problema smatra se Hasofer-Lindova metoda, u kojoj je osnovni preduvjet da bazne varijable slijede normalnu (Gaussovu) distribuciju. Ukoliko to nije slučaj, sve druge distribucije svode se na normalnu. Niže u radu su opisane ove dvije metode te njihova primjena na problem jednostrano upete grede.

Grafička interpretacija određivanja vjerojatnosti otkazivanja nosivosti za slučaj dvije bazne varijable prikazana je na Slici 1.



Slika 1. Grafička interpretacija vjerojatnosti otkazivanja nosivosti za slučaj dvije bazne varijable

2.1. Basler-Cornellova metoda

Ova metoda često se zove i metoda drugog momenta jer se slučajne veličine opisuju s dva statistička parametra (srednja vrijednost i standardna devijacija). U ovoj metodi se integriranje zamjenjuje pronalaženjem srednjih vrijednosti i standardnih devijacija. Veličinu $R-S$ prikazujemo kao veličinu stanja nosivosti [3]:

$$G = R - S. \quad (3)$$

Ako uzmemo da su R i S normalno distribuirane varijable, onda je i varijabla G normalno distribuirana sa srednjom vrijednosti m_G , standardnom devijacijom σ_G i koeficijentom varijacije V_G :

$$m_G = m_R - m_S, \quad (4)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}, \quad (5)$$

$$V_G = \frac{\sigma_G}{m_G}, \quad (6)$$

gdje su

m_R i m_S – srednje vrijednosti otpornosti i djelovanja,

σ_R i σ_S – standardne devijacije otpornosti i djelovanja.

Cornell predlaže da se kao mjera stupnja pouzdanosti uvede recipročna vrijednost koeficijenta varijacije dimenzioniranja koju naziva indeks pouzdanosti β [3]:

$$\beta = \frac{m_G}{\sigma_G}. \quad (7)$$

Veći indeks pouzdanosti pokazuje i veću pouzdanost konstrukcije. Vjerojatnost otkazivanja nosivosti, tj. da je $G > 0$ je jednako [3]:

$$p_f = \Phi(-\beta). \quad (8)$$

Ova vrijednost određuje se očitavanjem iz tablice za standardnu normalnu distribuciju iz [3]. Grafička interpretacija indeksa pouzdanosti je prikazana na Slici 2.

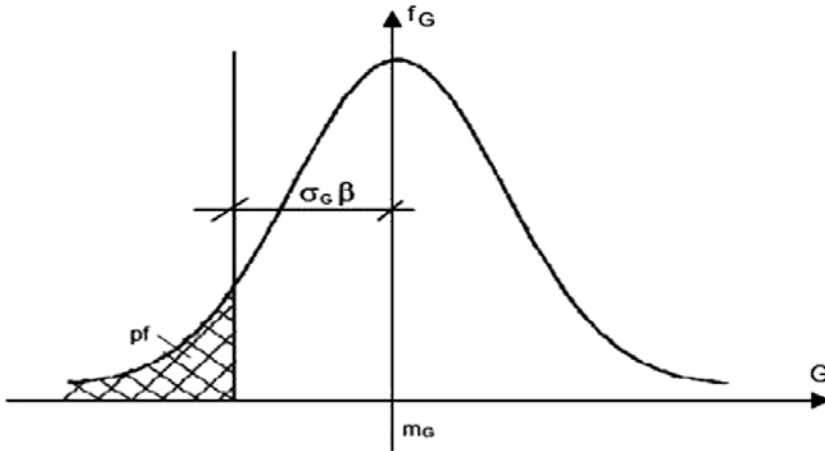
Od velike važnosti je težinski faktor α_i . On pokazuje koliko pojedina varijabla sudjeluje u vjerojatnosti otkazivanja nosivosti. Računa se prema izrazima:

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad (9)$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad (10)$$

$$\alpha_R^2 + \alpha_S^2 = 1, \quad (11)$$

gdje su α_R i α_S težinski faktori otpornosti i djelovanja.



Slika 2. Grafička interpretacija vjerojatnosti otkazivanja nosivosti p_f i indeksa pouzdanosti β [4]

2.2. Hasofer – Lindova metoda

Preduvjet ovog postupka je taj da su slučajne varijable standardno normalno distribuirane. Ukoliko to nije slučaj, onda se bilo koja druga distribucija treba svesti na standardnu normalnu distribuciju. Kada su varijable R i S normalno distribuirane, nepravilne linije jednake vjerojatnosti veličine stanja nosivosti Z postaju koncentrične elipse čije zajedničko središte ima koordinate srednjih vrijednosti (m_S , m_R). Jednadžba graničnog stanja je pravac $g(R,S)=R-S$ (linearna jednadžba) koji prikazuje granicu između sigurnog područja gdje neće doći do otkazivanja nosivosti konstrukcije i područja otkazivanja nosivosti konstrukcije (Slika 3).

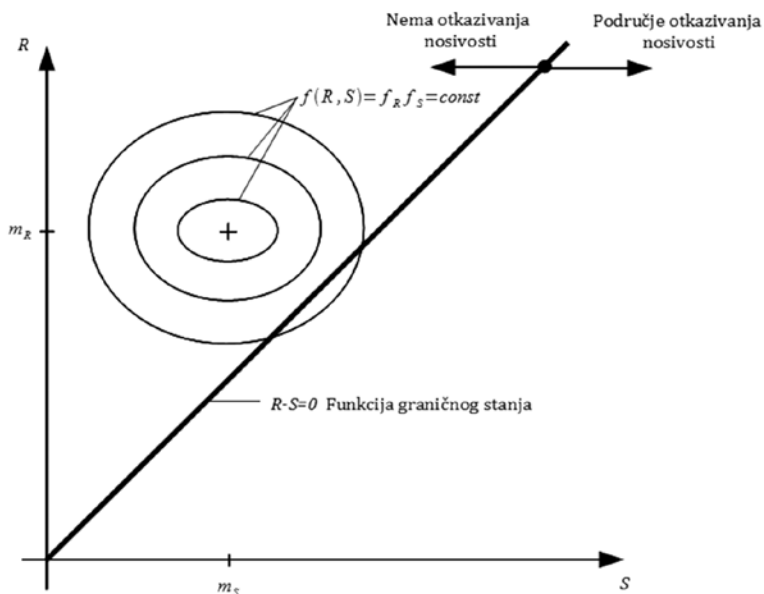
Kako se vjerojatnost otkazivanja nosivosti računa primjenom integrala prema izrazu (2), radi pojednostavljenja integracije uvodi se transformacija na način da se prethodno opisani koordinatni sustav transformira tako da mu ishodište leži u točki (U_R , U_S):

$$U_R = \frac{R-m_R}{\sigma_R}; \quad U_S = \frac{S-m_S}{\sigma_S}. \quad (12)$$

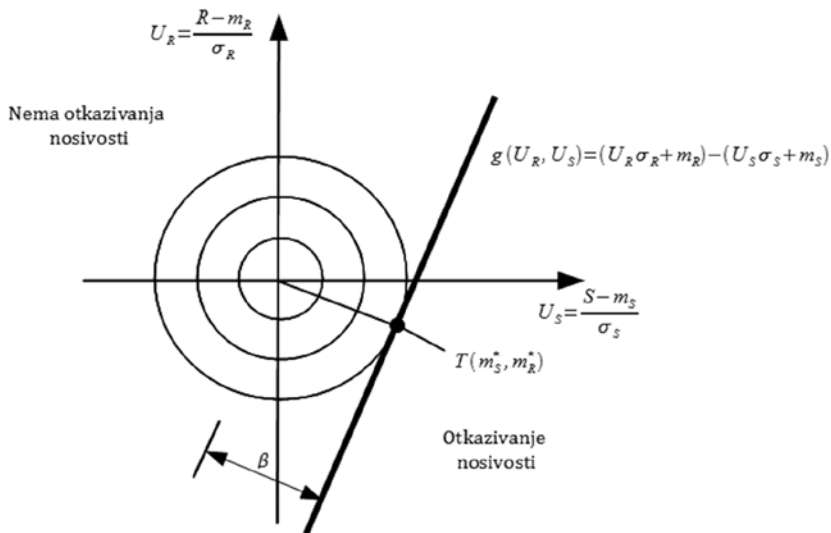
Varijable U_R i U_S imaju standardnu normalnu distribuciju sa srednjom vrijednosti 0 i standardnom devijacijom 1 te jednadžba graničnog stanja dobiva oblik:

$$g(U_R, U_S) = (U_R \cdot \sigma_R + m_R) - (U_S \cdot \sigma_S + m_S). \quad (13)$$

Transformirani sustav prikazan je na Slici 4.



Slika 3. Prikaz postupka Hasofer-Lind na modelu s dvije bazne varijable



Slika 4. Transformirani koordinatni sustav za model s dvije bazne varijable [1]

Prema Hasofer-Lindovom postupku, udaljenost ishodišta (0) do točke (T) predstavlja indeks pouzdanosti β , gdje okomica iz ishodišta pogađa pravac jednadžbe graničnog stanja.

Jednadžbu graničnog stanja možemo zapisati kao linearnu funkciju baznih varijabli U :

$$g(U) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot U_i , \quad (14)$$

gdje je

n – broj slučajnih varijabli,

a_i – konstante uz linearne članove,

$$a_0 = g(U_i) - \sum_{i=1}^n a_i \cdot U_i . \quad (15)$$

Ako su bazne varijable normalno distribuirane i nezavisne, onda možemo zapisati srednju vrijednost i standardnu devijaciju funkcije graničnog stanja :

$$m_G = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot m_i , \quad (16)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \cdot \sigma_i)^2} . \quad (17)$$

Indeks pouzdanosti β računa se prema izrazu:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot m_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \cdot \sigma_i)^2}} = \frac{m_G}{\sigma_G} , \quad (18)$$

gdje je brojnik srednja vrijednost m_G prema izrazu (16), a nazivnik standardna devijacija σ_G prema izrazu (17). Vjerojatnost otkazivanja nosivosti može se dobiti kao:

$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta), \quad (19)$$

gdje je Φ kumulativna funkcija standardne normalne distribucije te se za vrijednost β tablično odredi vjerojatnost otkazivanja nosivosti iz [2]. U Tablici 1 pokazano je kako indeks pouzdanosti β utječe na otkazivanje nosivosti. Što je β veći, vjerojatnost otkazivanja nosivosti p_t je manja.

Tablica 1. Relacija indeksa pouzdanosti β i vjerojatnosti otkazivanja nosivosti p_t [3]

β	p_f
1,28	10^{-1}
2,33	10^{-2}
3,09	10^{-3}
3,71	10^{-4}
4,26	10^{-5}
4,75	10^{-6}
5,19	10^{-7}
5,62	10^{-8}
5,99	10^{-9}

2.3. Numerički primjer 1

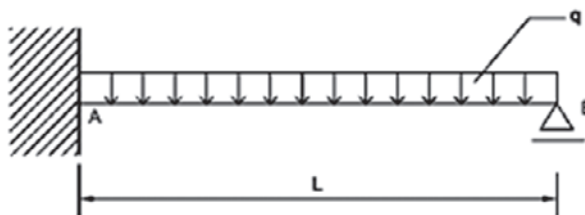
Za problem jednostrano upete grede raspona $L=6\text{ m}$, (Slika 5), potrebno je odrediti vjerojatnost otkazivanja nosivosti grede, kada su slučajne varijable normalno i log-normalno distribuirane. Kontinuirano opterećenje q i otpornost poprečnog presjeka M su nezavisne slučajne varijable s normalnom distribucijom. Varijabla q ima srednju vrijednost $m_q=30\text{ kN/m}$ i koeficijent varijacije $V_q=0,2$, dok varijabla M ima srednju vrijednost $m_M = 270\text{ kNm}$ i koeficijent varijacije $V_M = 0,15$. Vrijednosti su prikazane u Tablici 2.

Pri proračunu maksimalnog momenta korištena je teorija plastičnosti prvog reda za mehanizam loma u kojem je granični moment savijanja dosegnut u ležaju A i na mjestu najvećeg momenta savijanja u polju AB, (Slika 6).

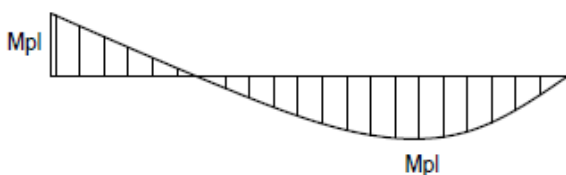
Moment plastičnosti iznosi: $M_{pl} = 0,0852 \cdot q \cdot L^2 = 3,068 q$

Tablica 2. Statistički parametri za varijable M , q i M_{pl}

Bazne varijable	Statistički parametri				
	Normalna distribucija			Log-normalna distribucija [5]	
	m	V	$\sigma = m \cdot V$	$\sigma_{ln} = \sqrt{\ln(V^2 + 1)}$	$m_{ln} = \ln(m) - \frac{\sigma_{ln}^2}{2}$
M [kNm]	270	0,15	40,5	0,149	5,587
q [kN/m]	30	0,20	6,0	0,198	3,382
M_{pl} [kNm]	92,01	0,20	18,402	0,198	4,502



Slika 5. Jednostrano upeta greda



Slika 6. Dijagram momenata savijanja

Prema Basler-Cornellovom postupku formiraju se veličine stanja nosivosti G :

$$G(\text{norm}) = M - M_{pl} \leq 0, \quad (20)$$

$$G(\text{log - norm}) = \ln\left(\frac{M}{M_{pl}}\right) \leq \ln(1). \quad (21)$$

Srednje vrijednosti i standardne devijacije računaju se prema izrazima (4) i (5), te se dobivaju vrijednosti prikazane u Tablici 3.

Tablica 3. Statistički parametri za varijable M , q i M_{pl}

Tip distribucije	Statistički parametri	
Normalna	$m_G = m_M - m_{M_{pl}}$	177,99
	$\sigma_G = \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_{M_{pl}}^2}$	44,48
Log-normalna [4]	$m_{\ln G} = \ln\left(\frac{m_M}{m_{M_{pl}}}\right)$	1,085
	$\sigma_{\ln G} = \sqrt{\sigma_{\ln M}^2 + \sigma_{\ln M_{pl}}^2}$	0,248

Otkazivanje nosivosti nastupa kada je $G - M - M_{pl} < 0$ za normalnu distribuciju, odnosno $G = \frac{M}{M_{pl}} - 1 \leq 0$ za log-normalnu distribuciju. Indeksi pouzdanosti β iznose:

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} = 4,00; \quad \beta = \frac{m_{\ln Z}}{\sigma_{\ln Z}} = 4,375. \quad (22)$$

te vjerojatnosti otkazivanja nosivosti iznose:

$$p_f(\text{norm}) = \Phi(-4,0) = 0,00003167, \quad (23)$$

$$p_f(\text{log - norm}) = \Phi(-4,375) = 0,00000608, \quad (24)$$

Težinski faktori se računaju prema izrazima (9) i (10) te iznose:

$$\alpha_M = 0,91; \quad \alpha_{M_{pl}} = 0,413. \quad (25)$$

Isti primjer riješen je Hasofer-Lindovom metodom. Prvo je potrebno bazne varijable M i M_{pl} transformirati u varijable sa standardnom normalnom distribucijom prema izrazu (12) te jednadžbe graničnog stanja imaju oblik:

$$\begin{aligned}
 g(U_M, U_{Mpl}) &= (U_M \cdot \sigma_M + m_M) - (U_{Mpl} \cdot \sigma_{Mpl} + m_{Mpl}) \\
 &= 40,5U_M - 18,402U_q + 177,99
 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
 g(U_{lnM}, U_{lnMpl}) &= (U_{lnM} \cdot \sigma_{lnM} + m_{lnM}) - (U_{lnMpl} \cdot \sigma_{lnMpl} + m_{lnMpl}) \\
 &= 0,149U_{lnM} - 0,198U_q + 1,085.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Jednadžbu graničnog stanja zapisuje se kao linearna funkcija baznih varijabli U i U_{ln} :

$$g(U) = a_0 + a_1 \cdot U_1 + a_2 \cdot U_2, \tag{28}$$

$$g(U_{ln}) = a_{ln0} + a_{ln1} \cdot U_1 + a_{ln2} \cdot U_2, \tag{29}$$

gdje su

$$a_0 = 177,99 \quad a_1 = 40,5 \quad a_2 = -18,402$$

$$a_{ln0} = 1,085 \quad a_{ln1} = 0,149 \quad a_{ln2} = -0,198.$$

Srednje vrijednosti i standardne devijacije računaju se prema izrazima (16) i (17) te iznose:

$$m_G = 177,99 \text{ kNm}; \quad \sigma_G = 44,48 \text{ kNm}, \tag{30}$$

$$m_{lnG} = 1,085 \text{ kNm}; \quad \sigma_{lnG} = 0,248 \text{ kNm}. \tag{31}$$

Indeks pouzdanosti β dobiva se iz izraza (19):

$$\beta = \frac{177,99}{40,728} = 4,00; \quad \beta = \frac{1,085}{0,248} = 4,375, \tag{32}$$

te vjerojatnosti otkazivanja nosivosti iznose:

$$p_f(\text{norm}) = \Phi(-\beta) = \Phi(-4,00) = 0,00003167, \tag{33}$$

$$p_f(\text{log - norm}) = \Phi(-\beta) = \Phi(-4,375) = 0,00000608. \tag{34}$$

U Tablici 4 prikazane su dobivene vrijednosti indeksa pouzdanosti β i vjerojatnosti otkazivanja nosivosti p_f za Basler-Cornellovu metodu te Hasofer-Lindovu metodu za dva tipa distribucije.

Tablica 4. Indeks pouzdanosti β i vjerojatnost otkazivanja nosivosti p_f

Rezultati	Normalna distribucija		Log-normalna distribucija	
	Basler-Cornell	Hasofer-Lind	Basler-Cornell	Hasofer-Lind
β	4,00	4,00	4,375	4,375
p_t	0,00003167	0,00003167	0,00000608	0,00000608

U ovom primjeru su bile zadane dvije bazne varijable (M, q) te je samim time dobivena linearna funkcija graničnog stanja. U tom slučaju primijenjene su metode Basler-Cornell te Hasofer-Lind. Kod normalno distribuiranih slučajnih varijabli dobivaju se jednaka rješenja za obje metode (za obje distribucije).

3. Definiranje pouzdanosti konstrukcije za nelinearne funkcije graničnog stanja

Neka je zadana nelinearna jednadžba graničnog stanja sa n nezavisnih varijabli koje su normalno distribuirane $X_i = N(m_{xi}, \sigma_{xi})$:

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad (35)$$

Otkazivanje sustava koji je opisan jednadžbom (35) nastupit će kada je $g(X) < 0$. Problem definiranja indeksa pouzdanosti β i vjerojatnosti otkazivanja nosivosti p_t kod nelinearnih funkcija graničnog stanja rješava se na način da se nelinearna funkcija linearizira razvojem u Taylorov red. Metoda koja koristi takav princip se zove metoda drugog momenta prvog reda.

3.1. Metoda drugog momenta prvog reda (FORM)

Metoda koja će se ovdje opisati zove se metoda drugog momenta prvog reda (First Order Second Moment Reliability Method - FORM). Prvog reda znači da se uzimaju u obzir samo linearni članovi Taylorovog reda, a drugi moment označava dva statistička parametra (srednju vrijednost i standardnu devijaciju) kojima opisujemo bazne varijable. Ova metoda je iterativna pa će se prikazati u obliku petlje, kroz 12 koraka (Slika 7).

U prvom koraku definira se funkcija graničnog stanja. Slučajne varijable X_i u drugom koraku transformiraju se u varijable U_i sa standardnom normalnom distribucijom. Analogno, u trećem koraku, funkciju graničnog stanja prikazujemo u standardnom obliku. U četvrtom koraku provodi se linearizacija funkcije graničnog stanja razvojem u Taylorov red u okolini točke U^* . U petom koraku procjenjuju se početne vrijednosti U^* te uzimamo da su one jednake srednjim vrijednostima slučajnih varijabli sa standardnom normalnom distribucijom. U šestom koraku računaju se konstante a_0 i a_i uz linearne članove Taylorovog reda. U sedmom koraku dobiva se srednja vrijednost i standardna devijacija linearizirane funkcije graničnog stanja. U osmom koraku računamo indeks pouzdanosti β , dok se u devetom koraku računaju težinski faktori a_i . Konačno, u desetom koraku dobivamo reperne vrijednosti U_{ki} , te ih u desetom koraku uspoređujemo s pretpostavljenim vrijednostima U^* . Dokle god se ove vrijednosti razlikuju više od određene granične vrijednosti ponavljamo iterativni postupak te su nove vrijednosti U^* jednake onima izračunatim u

desetom koraku. Na kraju se za dobiveni indeks pouzdanosti β može izračunati vjerojatnost otkazivanja konstrukcije p_t .

3.2. Numerički primjer 2

Ovdje će se rješavati isti primjer kao što je Numerički primjer 1 iz podpoglavlja 2.3, ali uz slučajne varijable M i q , uvodimo slučajnu varijablu, dužinu L , koja je također normalno odnosno log-normalno distribuirana s parametrima srednje vrijednosti $m_L = 6m$ te koeficijentom varijacije $V_L = 0,07$. Potrebno je odrediti vjerojatnost otkazivanja grede p_t te indeks pouzdanosti β za slučaj kada su varijable normalno i log-normalno distribuirane. U Tablici 5 su dane vrijednosti statističkih parametara.

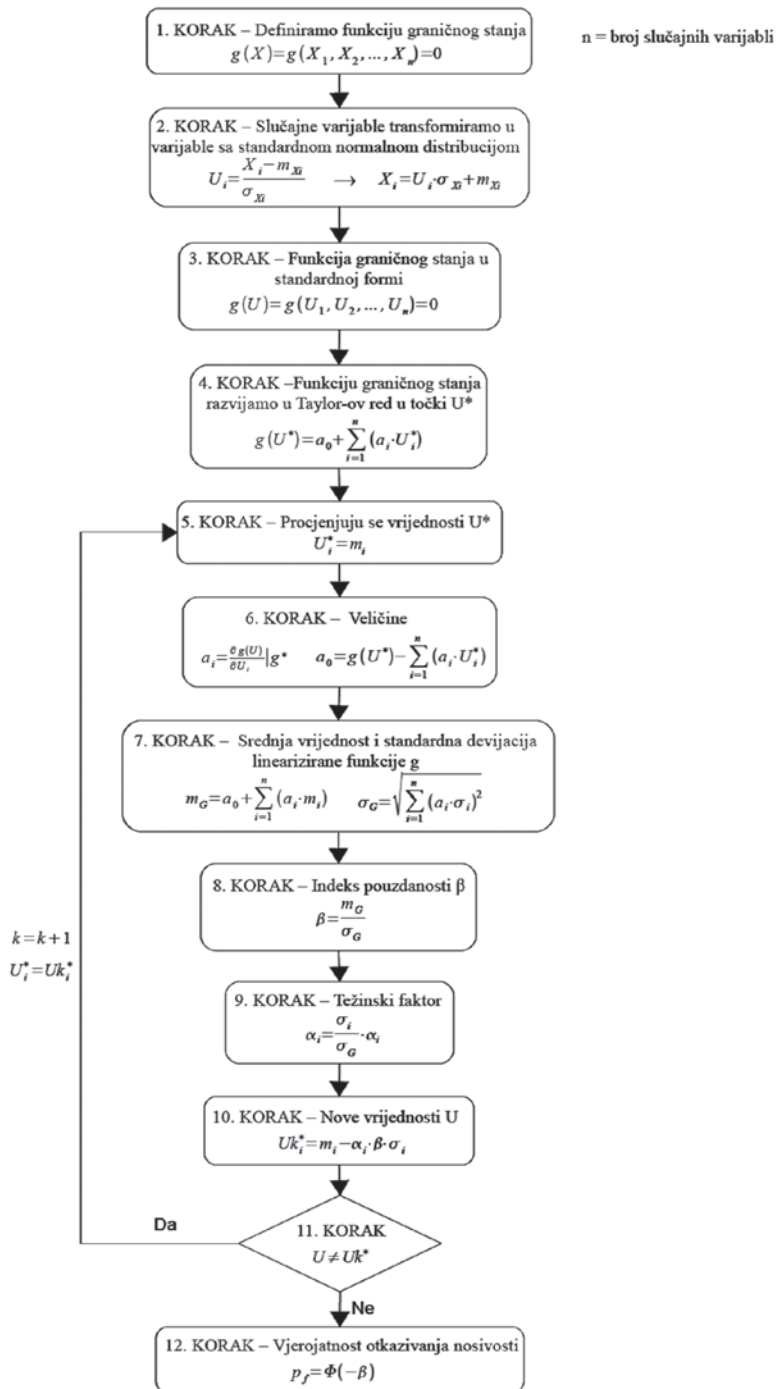
Uvođenjem dodatne varijable dobiva se nelinearna funkcija graničnog stanja te će se u tome slučaju primijeniti metoda drugog momenta prvog reda.

Iterativni postupak proveden je prema petlji koja je prikazana na Slici 7, a rezultati iteracija dani su za prvu i zadnju iteraciju u Tablici 6.

Tablica 5. Statistički parametri za varijable M , q i L

Bazne varijable	Statistički parametri				
	Normalna distribucija			Log-normalna distribucija	
	m	V	$\sigma = m \cdot V$	$\sigma_{\ln} = \sqrt{\ln(V^2 + 1)}$	$m_{med} = m \cdot e^{-\frac{\sigma_{\ln}^2}{2}}$
M [kNm]	270	0,15	40,5	0,149	267,013
q [kN/m]	30	0,2	6	0,198	29,417
L [m]	6	0,07	0,42	0,07	5,987

Ovaj primjer ima tri bazne varijable (M , q i L) te je funkcija graničnog stanja nelinearna. Za definiranje indeksa pouzdanosti i vjerojatnost otkazivanja nosivosti primijenjena je metoda drugog momenta prvog reda FORM koja nelinearnu funkciju graničnog stanja svodi na linearnu razvojem u Taylorov red. Ova metoda je iterativna te se kroz šest iteracija za obje distribucije dolazi do traženog rješenja.



Slika 7. Iterativni postupak metode drugog momenta prvog reda (FORM)

Tablica 6. Prikaz 1. i zadnje (6.) iteracije za normalnu i log-normalnu distribuciju

Korak	1. Iteracija		
	Naredba	Normalna distribucija	Log-normalna distribucija
1	$G(M,q,L)$	$M - 0,0852 \cdot q \cdot L^2$	$M - 0,0852 \cdot q \cdot L^2$
2	M	$U_M \cdot \sigma_M + m_M$	$e^{U_M \cdot \sigma_{\ln M} + \ln(m_{medM})}$
	q	$U_q \cdot \sigma_q + m_q$	$e^{U_q \cdot \sigma_{\ln q} + \ln(m_{medq})}$
	L	$U_L \cdot \sigma_L + m_L$	$e^{U_L \cdot \sigma_{\ln L} + \ln(m_{medL})}$
3	$G(U_M, U_q, U_L)$	$U_M \cdot \sigma_M + m_M$ - 0,0852 $\cdot (U_q \cdot \sigma_q + m_q)$ $\cdot (U_L \cdot \sigma_L + m_L)$	$e^{U_M \cdot \sigma_{\ln M} + \ln(m_{medM})}$ - 0,0852 $\cdot e^{U_q \cdot \sigma_{\ln q} + \ln(m_{medq})}$ $\cdot (e^{U_L \cdot \sigma_{\ln L} + \ln(m_{medL})})^2$
4	$g(U_1, U_2, U_3)$	$a_0 + a_1 \cdot U_1 + a_2 \cdot U_2 + a_3 \cdot U_3$	
5	U_1^*	0	
	U_2^*	0	
	U_3^*	0	
6	a_1	40,500	39,829
	a_2	- 18,403	- 17,782
	a_3	- 12,882	- 12,555
	a_0	177,984	177,224
7	m_G	177,984	177,224
	σ_G	49,874	45,390
8	β	3,843	3,905
9	α_1	0,874	0,878
	α_2	- 0,397	- 0,392
	α_3	- 0,278	- 0,277
10	$U_{1,1}^*$	- 3,361	- 3,426
	$U_{1,2}^*$	1,527	1,530
	$U_{1,3}^*$	1,069	1,080
11	$ U_1^* - U^* < \varepsilon$	NE	NE
Provodi se iterativni postupak te se prikazuju rezultati zadnje iteracije.			
Korak	Naredba	6.iteracija	
		Normalna distribucija	Log-normalna distribucija
6	a_1	40,500	29,530
	a_2	- 22,195	- 39,205
	a_3	- 18,830	- 27,681
	a_0	185,441	215,744
7	m_G	185,441	215,744
	σ_G	49,874	56,349
8	β	3,718	3,829
9	a_1	0,812	0,524
	a_2	- 0,445	- 0,696
	a_3	- 0,378	- 0,491
10	$U_{i,1}^*$	- 3,019	- 2,006
	$U_{i,2}^*$	1,655	2,664
	$U_{i,3}^*$	1,404	1,881
11	$ U_1^* - U^* < \varepsilon$	DA	DA
12	$p_f = \Phi(-\beta)$	0,0001	0,00006

4. Zaključak

Cilj ovog rada bio je dati upute o metodama koje se koriste u analizi pouzdanosti konstrukcija. Prikazano je definiranje indeksa pouzdanosti β te vjerojatnost otkazivanja nosivosti p_t za slučaj linearnih i nelinearnih funkcija graničnog stanja. Napravljen je teoretski prikaz Basler-Cornellove metode i Hasofer-Lindove metode koje se koriste za linearne funkcije graničnog stanja i metode drugog momenta prvog reda koja je namijenjena za nelinearne probleme. Za problem jednostrano upete grede s normalno i log-normalno distribuiranim varijablama riješena su dva numerička primjera.

Budući da se vjerojatnost otkazivanja nosivosti obično definira u obliku integralne funkcije, ove su metode uvedene kao način izbjegavanja višestruke integracije. Definiranje vjerojatnosti otkazivanja nosivosti u slučaju pomanjkanja podataka o stvarnoj razdiobi slučajnih veličina rješavali smo Basler-Cornellovom metodom. Dovoljno je znati srednje vrijednosti i standardne devijacije. Iako rezultati dobiveni Basler-Cornellovom metodom nemaju nikakvu razliku u usporedbi sa Hasofer-Lindovom metodom, važno je napomenuti da je Basler-Cornellova metoda invarijantna, tj. rezultati se mogu razlikovati ovisno o analitičkoj formulaciji uvjeta nosivosti. Zbog toga se kao najprikladnija smatra Hasofer-Lindova metoda kod koje ovaj problem izostaje. Utjecaj oblika formulacije na rezultate vjerojatnosti otkazivanja i indeksa pouzdanosti nije prikazan u ovom radu, i može se vidjeti u [1].

FORM metoda je pojednostavljeni postupak koji omogućava izbjegavanje višestruke integracije izračunavanjem samo srednje vrijednosti i standardne devijacije ili lineariziranjem izraza jednadžbe graničnog stanja. Metoda danas služi za rješavanje inženjerskih probabilističkih zadaća, a posebno za postupak tzv. "kalibracije" konstrukcija, kao i za određivanje parcijalnih koeficijenata sigurnosti.

Europska norma EC0 [6] propisuje najmanje vrijednosti indeksa pouzdanosti β u ovisnosti o razredima pouzdanosti RC i povratnom periodu. Norma za „uobičajene“ konstrukcije predviđa razred pouzdanosti RC2 i vrijeme korištenja od 50 godina te je minimalna vrijednost indeksa pouzdanosti jednaka $\beta = 3,8$ [7]. Ukoliko bi jednostrano upetu gredu iz prethodno opisanih numeričkih primjera specificirali kao konstruktivni element neke „uobičajene“ konstrukcije, dobivene vrijednosti indeksa pouzdanosti zadovoljile bi tražene kriterije osim rezultata dobivenih FORM metodom za normalno distribuirane slučajne varijable. U tom slučaju ovaj konstruktivni element zadovoljio bi uvjete za konstrukciju nižeg razreda pouzdanosti.

Literatura

- [1] Milčić, V., Peroš, B., *Uvod u teoriju sigurnosti nosivih konstrukcija*, Građevinski fakultet Split, Split, 2003.
- [2] Schneider, J., *Introduction to Safety and Reliability of Structures*, IABSE, AIPC, IVBH, Zurich, 1997.
- [3] *5. Levels of reliability methods*, Internet: www.nptel.iitm.ac.in
- [4] Turk, G., *Verjetnostni račun in statistika*. Ljubljana 2012, Internet: www.fgg.uni-lj.si/predmeti/sei/vrs.pdf
- [5] 11th *Lectures: Methods of Structural Reliability Analysis*, Internet: www.ibk.ethz.ch
- [6] Eurocode 0 - *Basis of Structural design*, CEN European Committee for Standardization, Brussels, EN 1990: 2002
- [7] Čaušević, M., *Dinamika konstrukcija*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2010.

DIRICHLETOV PROBLEM KOD LAPLACEOVE JEDNADŽBE U SFERNIM KOORDINATAMA

DIRICHLET PROBLEM FOR LAPLACE EQUATION IN SPHERICAL COORDINATES

Nikola LUSTIG*, Nermina MUJAKOVIĆ**

Sažetak

U radu je opisana Laplaceova jednadžba u različitim koordinatnim sustavima. Opisani su mogući rubni uvjeti za Laplaceovu jednadžbu i postavljen je Dirichletov problem na kugli. Izvedena su različita rješenja Dirichletovog problema za Laplaceovu jednadžbu u sfernim koordinatama, ovisno o složenosti rubnih uvjeta. Izrađena su dva numerička modela pomoću softverskog paketa Wolfram Mathematica 6.0. Prvi prikazani je model stacionarnog širenja temperature u ljudskom oku, dok drugi model predstavlja raspodjelu potencijala unutar kugle. Usporedbom modela napravljena je analiza rezultata na rubu područja u slučaju modela ljudskog oka.

Ključne riječi: *parcijalna diferencijalna jednadžba, Laplaceova jednadžba, sferne koordinate, Dirichletov problem, rubni uvjeti, numerički model oka*

Abstract

This work presents the Laplace equation in different coordinate systems. The possible boundary conditions for the Laplace equation have been described and the Dirichlet problem on a sphere has been stated. Different solutions of the Dirichlet problem for the Laplace equation have been derived, depending on the complexity of the boundary conditions. Two numerical models have been created with the aid of Wolfram Mathematica 6.0 software package. The first model presented is a stationary temperature

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: nikola.lustig@gradri.hr

** Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci
E-mail: mujakovic@inet.hr

propagation model for a human eye. The second model simulates the potential propagation inside a sphere. By comparing the models an analysis of the results on the boundary for the human eye model has been made.

Key words: *partial differential equation, Laplace equation, spherical coordinates, Dirichlet problem, boundary condition, numerical model of an eye*

1. Uvod

Tema rada je Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama. U radu je kratko opisana Laplaceova jednadžba koja je dobila ime prema Pierre-Simon de Laplaceu koji se krajem 18. stoljeća intenzivno bavio izučavanjem njenih rješenja. Laplaceova jednadžba se koristi u različitim fizikalnim problemima; tako se, na primjer, može koristiti za opis temperaturne raspodjele u nekom tijelu kada ta raspodjela nije ovisna o vremenu koje je prošlo već od rubnih uvjeta (npr. zagrijavanje odnosno hlađenje rubova tijela). Takvo stanje naziva se stacionarno. Općenito, Laplaceova jednadžba kaže da je rješenje funkcije u u nekoj točki uvijek jednako prosjeku rješenja u okolini te točke. Laplaceova jednadžba može, na primjer, opisivati visinu zategnute membrane uz zadane visine na rubovima membrane. Tada će visina membrane u nekoj točki biti jednaka prosjeku visina membrane u susjednim točkama (npr. u točkama koje se nalaze na nekoj maloj kružnici oko tražene točke) [1].

U radu je izvedena Laplaceova jednadžba u sfernim koordinatama te su navedeni različiti rubni uvjeti. Postavljen je Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe na kugli te su nađena i analizirana rješenja za različite slučajeve rubnih uvjeta. Rješenja se pojavljuju u obliku beskonačnih redova uz korištenje polinoma za aproksimaciju rubnih uvjeta. Na kraju rada su izvedeni praktični primjeri i prikazano rješenje Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama s dva različita Dirichletova rubna uvjeta te su dobiveni rezultati međusobno uspoređeni. Rezultati praktičnih primjera dobiveni su pomoću programskog paketa Wolfram Mathematica 6.0.

2. Laplaceova jednadžba

Laplaceov operator ∇^2 ima značajnu primjenu kada koristimo matematičke metode u fizikalnim problemima. Omogućuje nam usporedbu vrijednosti funkcije u nekoj točki i vrijednosti funkcije u susjednim točkama. Laplaceov operator kod višedimenzionalnih problema možemo smatrati generalizacijom druge derivacije za jednodimenzionalni problem.

Laplaceov operator je definiran kao suma drugih parcijalnih derivacija neke funkcije po svim njenim varijablama. U pravokutnom prostornom koordinatnom sustavu Laplaceov operator glasi

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (1)$$

Laplaceov operator se pojavljuje u parcijalnim diferencijalnim jednadžbama koje opisuju fizikalne modele. Primjer je toplinska jednadžba

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \nabla^2 u \quad (2)$$

iz koje je vidljivo da je promjena temperature u u nekom tijelu tijekom vremena t , jednaka umnošku konstante α^2 s $\nabla^2 u$, odnosno da je promjena temperature proporcionalna prosječnoj temperaturi u okolini točke. Dakle, ako je temperatura u nekoj točki manja od prosječne temperature u okolini točke, tada će temperatura u toj točki vremenom rasti. Ukoliko kod toplinske jednadžbe dozvolimo da $t \rightarrow \infty$, slijedi $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ i toplinska jednadžba postaje $\nabla^2 u = 0$ [1].

Jednadžba

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

predstavlja Laplaceovu jednadžbu u pravokutnom ravninskom koordinatnom sustavu, dok jednadžba

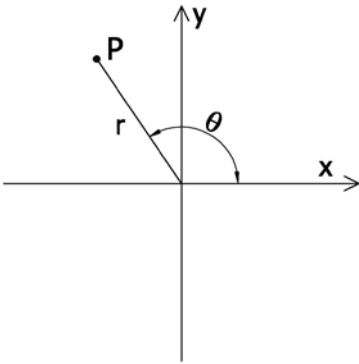
$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

predstavlja Laplaceovu jednadžbu u pravokutnom prostornom koordinatnom sustavu.

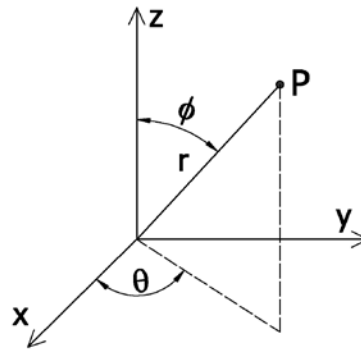
2.1. Koordinatni sustavi i Laplaceova jednadžba

Matematički je moguće definirati beskonačno mnogo različitih koordinatnih sustava. Međutim, u praktičnoj primjeni se uglavnom koriste određeni koordinatni sustavi koji su najbolje prilagođeni standardnim problemima. Koordinatni sustavi koji se najčešće koriste u ravninskim problemima su pravokutni dvodimenzionalni koordinatni sustav te polarni koordinatni sustav. Polarni koordinatni i pravokutni sustavi prikazani su na Slici 1, a formule za pretvaranje koordinata iz pravokutnog ravninskog koordinatnog sustava u polarni koordinatni sustav i obratno su

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2, \\ \theta &= \arctg\left(\frac{y}{x}\right), \end{aligned} \quad (5)$$



Slika 1. Polarni ravninski koordinatni sustav.



Slika 2. Sferni koordinatni sustav.

odnosno,

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta, \\ y &= r \sin \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

U prostornim problemima koriste se uglavnom pravokutni koordinatni sustav, cilindrični koordinatni sustav te sferni koordinatni sustav. U radu će se koristiti sferni koordinatni sustav. Sferni i pravokutni koordinatni sustavi prikazani su na Slici 2, dok su izrazi za pretvaranje koordinata iz pravokutnog prostornog koordinatnog sustava u sferni koordinatni sustav i obratno zadani kao

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 + z^2, \\ \cos \phi &= \frac{z}{r}, \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{y}{x}, \end{aligned} \quad (7)$$

odnosno,

$$\begin{aligned} x &= r \sin \phi \cos \theta, \\ y &= r \sin \phi \sin \theta, \\ z &= r \cos \phi. \end{aligned} \quad (8)$$

Laplaceova jednadžba može se transformirati iz svojeg osnovnog oblika (4) u pravokutnom koordinatnom sustavu u sferni koordinatni sustav [1], što je prikazano u nastavku. U pravokutnim koordinatama Laplaceova jednadžba ima sve koeficijente jednake 1, dok se u ostalim koordinatnim sustavima koeficijenti pojavljuju kao funkcije.

Za Laplaceovu jednadžbu u polarnim koordinatama imamo

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0. \quad (9)$$

Ako želimo Laplaceovu jednadžbu (4) zapisati u sfernom koordinatnom sustavu [1], ona postaje

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\operatorname{ctg} \phi}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0. \quad (10)$$

2.2. Izvod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama

Laplaceova jednadžba u sfernim koordinatama izvodi se prelaskom s pravokutnih prostornih koordinata u sferni koordinatni sustav. Koordinate se pretvaraju iz jednog koordinatnog sustava u drugi preko izraza (7) i (8) uz poštivanje pravila deriviranja. Iz jednadžbi (8) vidljivo je da su pravokutne koordinate x i y zavisne o sfernim koordinatama r , ϕ i θ dok je koordinata z zavisna samo o koordinatama r i ϕ te dolazimo do slijedećih transformacija:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (13)$$

Pomoću izraza (7) i (8) iz (11) - (13) dobivamo

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} \sin \phi \cos \theta + \frac{\partial u}{\partial \theta} \left(-\frac{\sin \theta}{r \sin \phi} \right) + \frac{\partial u}{\partial \phi} \frac{\cos \phi \cos \theta}{r}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial r} \sin \phi \sin \theta + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{r \sin \phi} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \frac{\cos \phi \sin \theta}{r}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial r} \cos \phi + \frac{\partial u}{\partial \phi} \left(-\frac{\sin \phi}{r} \right). \quad (16)$$

Tražimo druge derivacije funkcije $u(x,y,z)$ u sfernim koordinatama. Korištenjem (14) - (16), (7) - (8) i sređivanjem dobivamo

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} \left(-\frac{\sin \theta \cos \theta}{r} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} \right) \\ &+ \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \phi} \left(\frac{2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta}{r} \right) + \frac{\partial u}{\partial r} \left(\frac{\sin^2 \theta}{r} + \frac{\cos^2 \phi \cos^2 \theta}{r} \right) \\ &+ \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \frac{\cos^2 \phi \cos^2 \theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \phi \partial \theta} \left(-\frac{2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi}{r^2 \sin \phi} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial u}{\partial \phi} \left(-\frac{2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta}{r^2} + \frac{\cos \phi \sin^2 \theta}{r^2 \sin \phi} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \frac{\sin^2 \theta}{r^2 \sin^2 \phi} \\
& + \frac{\partial u}{\partial \theta} \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} + \frac{\cos^2 \phi \cos \theta \sin \theta}{r^2 \sin^2 \phi} + \frac{\cos \theta \sin \theta}{r^2 \sin \phi} \right), \tag{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \sin^2 \phi \sin^2 \theta + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \phi} \frac{2 \sin \phi \cos \phi \sin^2 \theta}{r} \\
& + \frac{\partial u}{\partial r} \left(\frac{\cos^2 \theta}{r} + \frac{\cos^2 \phi \sin^2 \theta}{r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \frac{\cos^2 \phi \sin^2 \theta}{r^2} \\
& + \frac{\partial^2 u}{\partial \phi \partial \theta} \left(\frac{\sin \theta \cos \theta \cos \phi}{r^2 \sin \phi} + \frac{\cos \phi \sin \theta \cos \theta}{r^2 \sin \phi} \right) \\
& + \frac{\partial u}{\partial \phi} \left(-\frac{2 \sin \phi \cos \phi \sin^2 \theta}{r^2} + \frac{\cos \phi \cos^2 \theta}{r^2 \sin \phi} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \frac{\cos^2 \theta}{r^2 \sin^2 \phi} \\
& + \frac{\partial u}{\partial \theta} \left(-\frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2 \sin^2 \phi} - \frac{\cos \theta \sin \theta \cos^2 \phi}{r^2 \sin^2 \phi} \right) \tag{18}
\end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \cos^2 \phi + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \phi} \left(-\frac{2 \sin \phi \cos \phi}{r} \right) + \frac{\partial u}{\partial r} \left(\frac{\sin^2 \phi}{r} \right) \\
& + \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \frac{\sin^2 \phi}{r^2} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \left(\frac{2 \sin \phi \cos \phi}{r^2} \right). \tag{19}
\end{aligned}$$

Zbrajanjem jednađbi (17), (18) i (19) uz korištenje trigonometrijskih identiteta i uređivanje izraza, dolazimo do Laplaceove jednađbe u sfernim koordinatama:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\cot \phi}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0. \tag{20}$$

3. Rubni problemi kod Laplaceove jednađbe

Budući da je Laplaceova jednađba s obzirom na svoju definiciju neovisna o vremenskoj varijabli, suvišno je zadavati početne uvjete. Kod Laplaceove jednađbe zadaju se samo rubni uvjeti tj. uvjeti na rubovima područja koje promatramo. Poznata su tri osnovna rubna problema: Dirichletov problem,

Neumannov problem i mješoviti ili Robinov problem [1]. U ovom radu bavimo se isključivo Dirichletovim rubnim problemom.

3.1. Dirichletov problem

Pretpostavimo da parcijalna diferencijalna jednadžba vrijedi u određenom prostoru, a rješenje jednadžbe je definirano na rubu tog prostora [1]. Tako postavljen problem naziva se Dirichletov problem ili rubni problem prve vrste. Fizikalni primjer predstavlja model tijela u kojem se traži stacionarna raspodjela temperature a zadana je temperatura na rubovima tijela. U Dirichletovom problemu traži se funkcija u klase $C^2(Q)$ tj., funkcija sa neprekidnim parcijalnim derivacijama drugog reda, koja je neprekidna na rubu δQ . Dakle, $u \in C^2(Q) \cap C(Q \cup \delta Q)$ tako da vrijedi

$$\nabla^2 u = 0, \quad \forall x \in Q \subset R^3, \quad (21)$$

$$u|_{\delta Q} = f(x), \quad x \in \delta Q,$$

gdje je $f \in C(\delta Q)$ zadana funkcija. Znači, postavlja se Laplaceova jednadžba na ograničenom području Q s rubom δQ unutar Euklidskog prostora R^3 [2]. Dirichletov problem za Laplaceovu jednadžbu može imati najviše jedno rješenje [3].

Rubni problemi mogu biti unutarnji ili vanjski ovisno o tome je li domena parcijalne diferencijalne jednadžbe ograničen skup Q ili je domena $R^3 \setminus Q \cup \delta Q$. Dakle, unutarnji rubni problem zadan je na uniji ograničenog područja i njegovog ruba, dok je vanjski rubni problem zadan na komplementu ograničenog područja.

4. Dirichletov problem za Laplaceovu jednadžbu u sfernim koordinatama

Na Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama nailazimo ukoliko želimo odrediti potencijal unutar ili izvan sfere a znamo vrijednost potencijala na sferi. Za unutarnji Dirichletov problem (tražimo vrijednosti potencijala unutar sfere) parcijalna diferencijalna jednadžba je

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sin \phi \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0, \quad 0 < r < 1 \quad (22)$$

a rubni uvjet je

$$u(1, \theta, \phi) = g(\theta, \phi), \quad -\pi \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi, \quad (23)$$

gdje je g zadana funkcija. Jednadžba (22) je istovjetna jednadžbi (10) samo je zapisana u sažetom obliku. Fizikalna primjena ovog modela predstavlja traženje stacionarne temperaturne raspodjele unutar sfere kada je temperatura zadana na rubu. Problem parcijalne diferencijalne jednadžbe (22) i rubnog uvjeta (23) može predstavljati vanjski Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama ukoliko ograničimo radijalnu varijablu u jednadžbi (22) na područje $1 < r < \infty$. Tada je fizikalni model kojeg opisuje ovaj problem slučaj stacionarne raspodjele temperature izvan kugle koja ima zadanu temperaturu na svojoj površini. Ovisno o rubnom uvjetu (23) parcijalne diferencijalne jednadžbe (22) mijenja se i njezina složenost. Tako imamo slučajeve:

- a) $g(\theta, \phi)$ je konstanta,
- b) $g(\theta, \phi)$ je ovisan samo o kutu ϕ (azimutalna simetrija),
- c) općeniti slučaj $u(1, \theta, \phi) = g(\theta, \phi)$.

U ovom radu se bavimo samo s prva dva slučaja. Više o općenitom slučaju rubnih uvjeta može se naći u [2, 4].

4.1. Slučaj $g(\theta, \phi) = \text{const}$

U slučaju kada je rubni uvjet konstantna veličina, za rješenje jednadžbe (22) očekujemo funkciju $u = u(r)$, to jest, funkciju neovisnu od θ i ϕ . Tada se (22) svodi na običnu diferencijalnu jednadžbu

$$\frac{d}{dr}(r^2 \frac{du}{dr}) = 0. \quad (24)$$

koju rješavamo dvostrukim integriranjem po varijabli r . Dobivamo nakon prvog integriranja

$$r^2 \frac{du}{dr} = c_1, \quad (25)$$

gdje je c_1 konstanta, $c_1 \in R$. Integriranje dobivene jednadžbe

$$\frac{du}{dr} = \frac{c_1}{r^2} \quad (26)$$

za opće rješenje u daje

$$u(r) = \frac{c_1}{r} + c_2, \quad c_1, c_2 \in R. \quad (27)$$

Rješenje (27) pokazuje da su konstante i $\frac{c_1}{r}$ jedini potencijali koji ovise samo o radijalnoj udaljenosti od ishodišta. Potencijal $\frac{1}{r}$ naziva se Newtonov potencijal [1].

4.2. Slučaj $g(\theta, \phi) = g(\phi)$

Ukoliko za rubni uvjet vrijedi azimutalna simetrija, tada očekujemo rješenje jednadžbe (22) u obliku $u = u(r, \phi)$, odnosno (22) poprima oblik

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi}(\sin \phi \frac{\partial u}{\partial \phi}) = 0, \tag{28}$$

uz rubni uvjet

$$u(1, \theta, \phi) = g(\phi), \quad 0 \leq \phi \leq \pi, \tag{29}$$

gdje je g zadana funkcija. U cilju određivanja rješenja problema (28)-(29) koristimo Fourierovu metodu separacije varijabli [5, 6]. Pretpostavimo rješenje u obliku $u(r, \phi) = R(r)\Phi(\phi)$, te ga uvrstimo u (28). Dobijemo

$$2rR'(r)\Phi(\phi) + r^2R''(r)\Phi(\phi) + \frac{\cos \phi}{\sin \phi} R(r)\Phi'(\phi) + R(r)\Phi''(\phi) = 0, \tag{30}$$

te separiranjem varijabli dolazimo do

$$2r \frac{R'(r)}{R(r)} + r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} = -\text{ctg} \phi \frac{\Phi'(\phi)}{\Phi(\phi)} - \frac{\Phi''(\phi)}{\Phi(\phi)}. \tag{31}$$

U (31) lijeva strana jednadžbe ovisi samo o r a desna strana jednadžbe ovisi samo o ϕ . Pošto su r i ϕ neovisne varijable, obje strane moraju biti jednake konstanti kako bi se izjednačile. Kao konstantu separacije uvodimo vrijednost $n(n+1)$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ koja nam omogućuje dobivanje Legendreove obične diferencijalne jednadžbe [6] te Eulerove obične diferencijalne jednadžbe [6] u separaciji varijabli. Izjednačavanjem obje strane (31) s $n(n+1)$ dobivamo spomenute obične diferencijalne jednadžbe, tj. jednadžbe oblika

$$r^2 R''(r) + 2rR'(r) - n(n+1)R(r) = 0, \tag{32}$$

$$[\Phi'(\phi) \sin \phi]' + n(n+1) \sin \phi \Phi(\phi) = 0. \tag{33}$$

Iz (32) i (33) vidimo da smo Fourierovom metodom separacije varijabli pretvorili jednu parcijalnu diferencijalnu jednadžbu u dvije obične diferencijalne jednadžbe. Jednadžba (32) je Eulerova diferencijalna jednadžba dok je (33) Legendreova diferencijalna jednadžba.

Prvo rješavamo Eulerovu diferencijalnu jednadžbu. Primjetimo da iz $R(r) = r^\alpha$, slijedi $R'(r) = \alpha r^{\alpha-1}$ i $R''(r) = \alpha(\alpha-2)r^{\alpha-2}$, i njihovim uvrštavanjem u (32) dobijemo

$$r^\alpha[\alpha(\alpha-1) + 2\alpha - n(n+1)] = 0, \quad (34)$$

iz čega zaključujemo da α mora zadovoljavati jednadžbu

$$\alpha^2 + \alpha - n(n+1) = 0. \quad (35)$$

Rješenja gornje kvadratne jednadžbe su $\alpha_1 = n$ i $\alpha_2 = -(n+1)$ što znači da za rješenja jednadžbe (32) dobivamo neovisna rješenja $R(r) = r^n$ i $R(r) = r^{-(n+1)}$. Opće rješenje od (32) time postaje

$$R(r) = c_1 r^n + c_2 r^{-(n+1)}, \quad (36)$$

gdje su $c_1, c_2 \in R$. Za slučaj rješavanja unutarnjeg problema član $c_2 r^{-(n+1)}$ iz rješenja (36) Eulerove jednadžbe se odbacuje radi nedefiniranosti toga člana za $r = 0$. U slučaju rješavanja vanjskog problema drugi član u (36) se zadržava a odbacuje se prvi član $c_1 r^n$ koji je nedefiniran kada $r \rightarrow \infty$. Konačno rješenje Eulerove jednadžbe (32) za unutarnji Dirichletov problem glasi

$$R(r) = c_1 r^n, \quad 0 \leq r \leq 1. \quad (37)$$

Rješavanje Legendrove diferencijalne jednadžbe (33) započinjemo supstitucijom $x = \cos\phi$. Jednadžba (33) u raspisanom obliku glasi

$$\sin\phi \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + \cos\phi \frac{d\Phi}{d\phi} + n(n+1)\sin\phi\Phi = 0 \quad (38)$$

pa za $x = \cos\phi$, pomoću pravila deriviranja dobijemo slijedeće izraze

$$\frac{d\Phi}{d\phi} = \frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{d\phi} = -\sin\phi \frac{d\Phi}{dx} \quad (39)$$

i

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = -\cos\phi \frac{d\Phi}{dx} - \sin\phi \frac{d}{d\phi} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right) = -\cos\phi \frac{d\Phi}{dx} + \sin^2\phi \frac{d^2\Phi}{dx^2}. \quad (40)$$

Uvrštavanjem (39) i (40) u (38) i sređivanjem dolazimo do novog oblika Legendrove diferencijalne jednadžbe koji glasi

$$(1-x^2) \frac{d^2\Phi}{dx^2} - 2x \frac{d\Phi}{dx} + n(n+1)\Phi = 0. \quad (41)$$

Rješenja Legendreove diferencijalne jednačbe za slučaj azimutalne simetrije predstavljaju Legendreovi polinomi. Općenita formula za određivanje n -tog Legendreovog polinoma glasi

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n]. \quad (42)$$

Jednačba (42) se naziva Rodriguesova formula [1].

Prvih pet Legendreovih polinoma [7] jesu:

$$n = 0 \quad P_0(x) = 1, \quad (43)$$

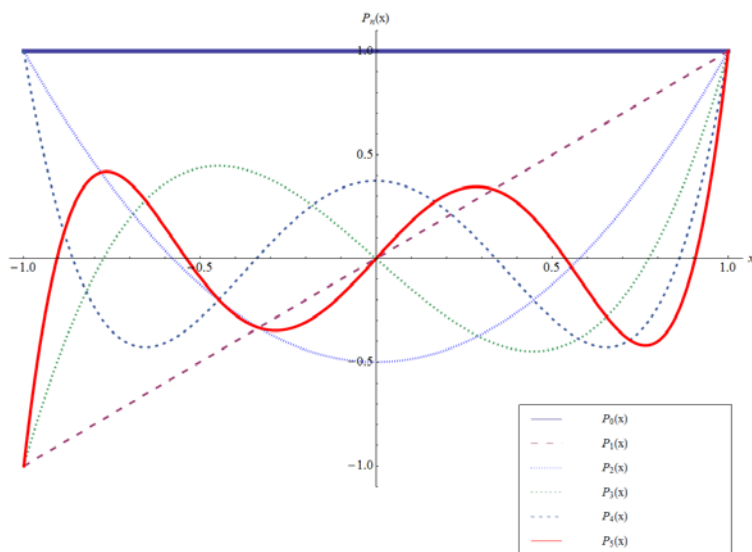
$$n = 1 \quad P_1(x) = x, \quad (44)$$

$$n = 2 \quad P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1), \quad (45)$$

$$n = 3 \quad P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x), \quad (46)$$

$$n = 4 \quad P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3), \quad (47)$$

$$n = 5 \quad P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x). \quad (48)$$



Slika 3. Prvih pet Legendreovih polinoma.

Gore navedeni Legendreovi polinomi su prikazani na slici 3 unutar intervala $-1 \leq x \leq 1$. Konačno rješenjeje jednadžbe (33) glasi

$$\Phi(\phi) = c_1 P_n(\cos \phi), \quad (49)$$

gdje je $P_n(\cos \phi)$ n -ti Legendreov polinom u kojem je x zamjenjen s $\cos \phi$ a c_1 je proizvoljna konstanta [1].

Iz rješenja (49) i (37), kod unutarnjeg Dirichletovog problema, dolazimo do skupa rješenja $u(r, \phi) = c_1 r^n P_n(\cos \phi)$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ koja zadovoljavaju parcijalnu diferencijalnu jednadžbu (28). Sumiranjem svih rješenja dobivamo linearnu kombinaciju

$$u(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^n P_n(\cos \phi). \quad (50)$$

Treba odrediti konstante c_n u sumi (50) tako da funkcija $u(r, \phi)$ zadovoljava i rubni uvjet (29). Uvrstimo $r=1$ u (50) i zahtjevamo $u(1, \phi) = g(\phi)$. Dobivamo

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n(\cos \phi) = g(\phi). \quad (51)$$

Ukoliko pomnožimo obje strane jednadžbe (51) s $P_m(\cos \phi) \sin \phi$ i integriramo po varijabli ϕ u granicama od 0 do π , dobijemo

$$\int_0^{\pi} g(\phi) P_m(\cos \phi) \sin \phi d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \int_0^{\pi} P_n(\cos \phi) P_m(\cos \phi) \sin \phi d\phi, \quad (52)$$

gdje je $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Uvedimo u desnu stranu jednadžbe zamjenu $x = \cos \phi$, odnosno, $dx = -\sin \phi d\phi$,

$$\int_0^{\pi} g(\phi) P_m(\cos \phi) \sin \phi d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \int_1^{-1} -P_n(x) P_m(x) dx, \quad (53)$$

odnosno,

$$\int_0^{\pi} g(\phi) P_m(\cos \phi) \sin \phi d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx. \quad (54)$$

TEOREM. Legendreovi polinomi su skup ortogonalnih funkcija na intervalu $[-1, 1]$ za koje vrijedi

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \frac{2}{2n+1} & n = m. \end{cases} \quad (55)$$

Formula (55) dokazana je u [4, 8].

Ako na jednadžbu (54) primjenimo svojstvo ortogonalnosti Legendreovih polinoma (55) dobijemo izraz

$$\int_0^{\pi} g(\phi) P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi = \frac{2c_n}{2n+1}. \quad (56)$$

Iz izraza (56) dobijemo izraz za određivanje koeficijenata c_n koji glasi

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} g(\phi) P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi. \quad (57)$$

Familija rješenja [1] Dirichletovog unutarnjeg problema kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama s azimutalnom simetrijom (28) i rubnim uvjetima (29) je

$$u(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^n P_n(\cos \phi), \quad (58)$$

gdje su koeficijenti c_n zadani jednadžbom (57).

Familija rješenja Dirichletovog vanjskog problema kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama s azimutalnom simetrijom [1] glasi

$$u(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{r^{n+1}} P_n(\cos \phi), \quad (59)$$

gdje su koeficijenti c_n zadani jednadžbom (57).

5. Numerički primjeri

Obrađeni su primjeri rješavanja Dirichletovog problema kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama od kojih se jedan temelji na modelu ljudskog oka, dok drugi predstavlja širenje potencijala unutar kugle. Oba obrađena problema su unutarnji Dirichletovi problemi. Modeli su izrađeni na računalu, pomoću programskog alata Wolfram Mathematica 6.0.

5.1. Model širenja topline u ljudskom oku

Promatra se problem stacionarnog širenja topline u pojednostavljenom ljudskom oku, gdje je ljudsko oko aproksimirano kuglom čiji je radijus $R=24\text{mm}$. Pretpostavka je da se ljudsko oko nalazi unutar glave gdje je pretpostavljena temperatura od $T_0=37^\circ\text{C}$, dok se kut otvora na oku aproksimira kao $\alpha=90^\circ$. Vanjska temperatura koja djeluje na otvorenom dijelu oka pretpostavlja se da je $T_1=12^\circ\text{C}$. Ako pretpostavimo da os koja

spaja ishodište $O(0, \theta, \phi)$ i pol sfere $P(24, \theta, 0)$ prolazi kroz središte otvorenog dijela oka imamo azimutalnu simetriju (Laplaceova jednačba ne ovisi o kutu θ) te imamo slijedeći rubni uvjet:

$$u(24, \theta, \phi) = \begin{cases} T_1 & 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} \\ T_0 & \frac{\pi}{4} < \phi \leq \pi. \end{cases} \quad (60)$$

Za slučaj azimutalne simetrije Laplaceova jednačba u sfernim koordinatama je jednačba (28), odnosno

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\sin \phi \frac{\partial u}{\partial \phi}) = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad 0 \leq \phi \leq \pi. \quad (61)$$

Uvodimo $\tilde{r} = \frac{r}{R}$, odnosno, $\frac{d\tilde{r}}{dr} = \frac{1}{R}$ te dobivamo

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} (\tilde{r}^2 \frac{\partial u}{\partial \tilde{r}}) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\sin \phi \frac{\partial u}{\partial \phi}) = 0, \quad 0 \leq \tilde{r} \leq 1, \quad 0 \leq \phi \leq \pi. \quad (62)$$

Kao rješenje jednačbe (62) koristimo jednačbu (58) u obliku

$$u(\tilde{r}, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \tilde{r}^n P_n(\cos \phi), \quad 0 \leq \tilde{r} \leq 1, \quad 0 \leq \phi \leq \pi. \quad (63)$$

Koeficijenti c_n zadani su izrazom (57), odnosno

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} g(\phi) P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi, \quad (64)$$

gdje je g funkcija definirana sa (60), tj. (57) dobiva oblik

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{4}} 12 P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} 37 P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi \right], \quad (65)$$

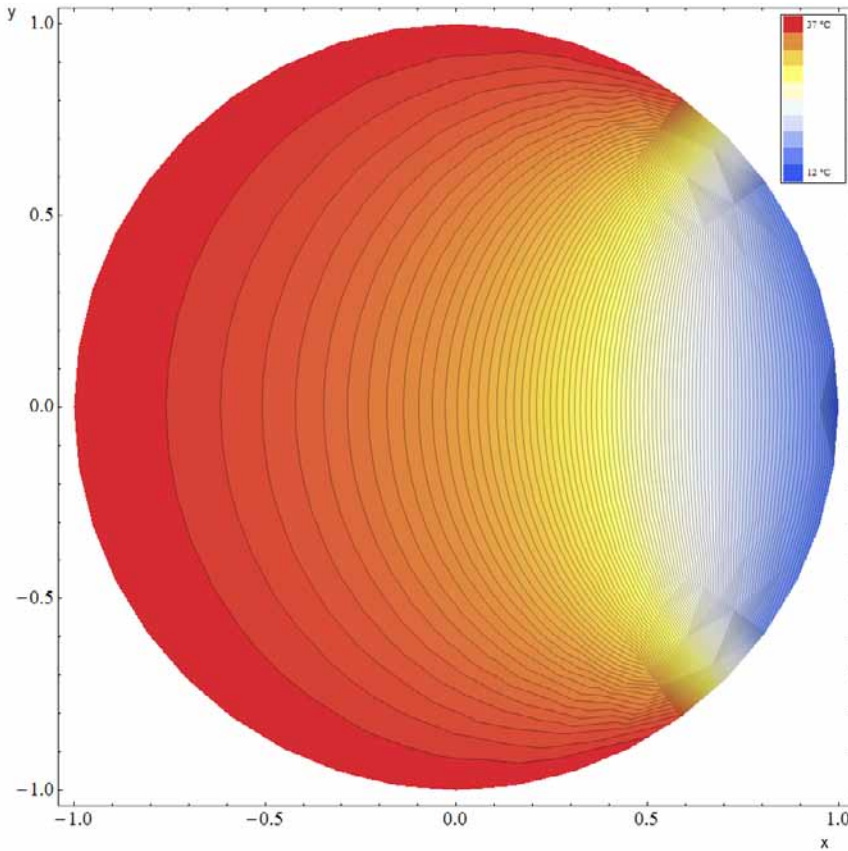
pomoću kojeg određujemo koeficijente c_n koji su nam potrebni za rješavanje beskonačnog reda (63). Primjetimo da, strogo gledano, promatrani primjer nije Dirichletov problem jer nemamo neprekidne rubne uvjete, što je vidljivo iz (60). Ipak, pomoću formula (63) i (65) možemo izračunati vrijednost $u(1, \frac{\pi}{4})$. Dobivamo

$$u(1, \frac{\pi}{4}) = \frac{T_0 + T_1}{2}. \quad (66)$$

Za izračun prostorne raspodjele temperature unutar oka korišteno je prvih 45 Legendreovih polinoma (odnosno određeno je prvih 45 koeficijenata iz jednadžbe (65)) te se rješenja reda (63) traže u točkama s radijusom $\tilde{r}=[0, 0.05, 0.10, \dots, 1.0]$ i kutevima odklona od sjevernog pola $\phi=[0, \frac{\pi}{20}, \frac{2\pi}{20}, \dots, \pi]$. Radi azimutalne simetrije dobivena polukugla se zrcalno preslikava u kuglu. Za prikaz rezultata u alatu Mathematica potrebno je pretvoriti rezultate iz sfernih koordinata u pravokutne, što se izvršava pomoću jednadžbi (8). Rezultati dobiveni analizom su dani u tablici 1 a grafički prikaz modela stacionarnog širenja temperature kroz ljudsko oko dan je na slici 4.

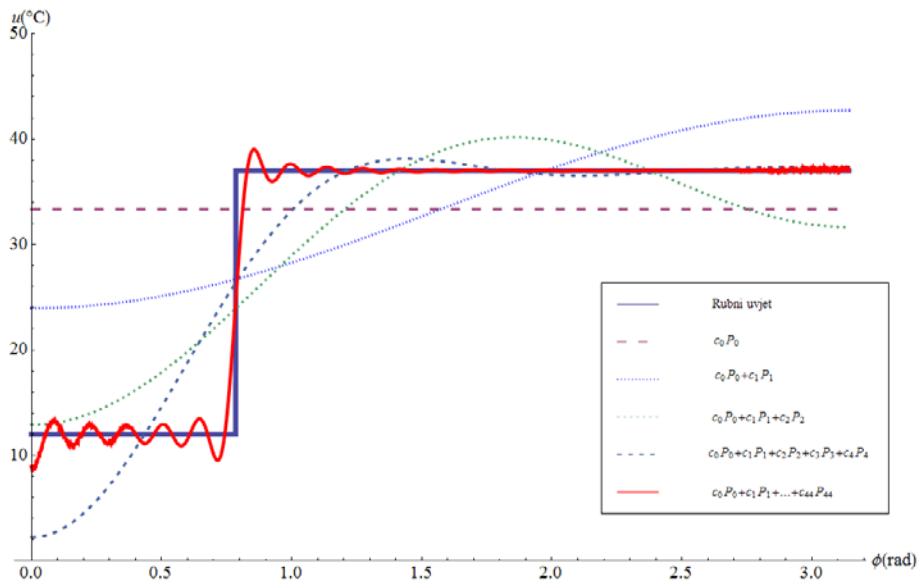
Tablica 1. Rezultati za model stacionarnog širenja temperature kroz ljudsko oko

$\tilde{r} \backslash \phi$	0	$\frac{3\pi}{20}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
0	33.3388	33.3388	33.3388	33.3388	33.3388	33.3388	33.3388
0.05	32.8414	32.9016	33.0007	33.2042	33.3526	33.6632	33.781
0.1	32.2824	32.4236	32.6498	33.0917	33.394	33.9728	34.1738
0.15	31.6554	31.9019	32.2876	33.0038	33.4626	34.2668	34.5227
0.2	30.9538	31.3337	31.9153	32.9428	33.5582	34.5445	34.8328
0.25	30.1717	30.7157	31.5342	32.9116	33.68	34.8057	35.1086
0.3	29.304	30.0446	31.1454	32.9127	33.8271	35.0502	35.354
0.35	28.3473	29.3161	30.7501	32.9493	33.9981	35.278	35.5726
0.4	27.3003	28.5253	30.349	33.0244	34.1913	35.4895	35.7676
0.45	26.1651	27.6663	29.9429	33.1413	34.4042	35.6851	35.9416
0.5	24.9474	26.7316	29.532	33.303	34.6341	35.8654	36.0972
0.55	23.6576	25.7119	29.1163	33.5122	34.8774	36.031	36.2365
0.6	22.3102	24.5965	28.6952	33.7706	35.1301	36.1829	36.3614
0.65	20.9242	23.3732	28.2676	34.0785	35.388	36.3217	36.4734
0.7	19.5217	22.0299	27.8318	34.4333	35.6466	36.4484	36.574
0.75	18.1264	20.5578	27.3847	34.8295	35.9014	36.5638	36.6646
0.8	16.762	18.9574	26.9219	35.2577	36.1485	36.6688	36.7461
0.85	15.4487	17.2467	26.4357	35.7046	36.3844	36.7641	36.8196
0.9	14.182	15.47	25.9133	36.1553	36.607	36.8505	36.8863
0.95	12.7265	13.704	25.3352	36.604	36.8211	36.9284	36.9488
1.0	8.73314	12.0232	24.7134	37.1539	37.0852	36.9969	37.0144



Slika 4. Stacionarno širenje temperature kroz ljudsko oko (prikaz osnovog presjeka oka).

Iz Tablice 1 je vidljivo da numeričko rješenje nema odgovarajuću točnost na rubu područja. Rubne vrijednosti dobivene numeričkim izračunom na rubu područja su zadovoljavajuće za vrijednosti kuta $\phi \in [\frac{2\pi}{5}, \pi]$ i za $\phi = \frac{3\pi}{20}$. Za $\phi = \frac{\pi}{4}$ ispoštovan je rubni uvjet (66). Za $\phi = 0$ imamo nezadovoljavajuće numeričke rezultate (vidi Tablicu 1), pogotovo kod izračunavanja za $u(1,0)$. Mogući razlog leži u tome što se u točki (1,0) rješenje (63) svodi na sumu konstanti a doprinosi polinoma nestaju. Rubni uvjeti (60) i neke od izračunatih aproksimacija Legendreovim polinomima su prikazani na Slici 5. Iz Slike 5 je vidljivo da je po dijelovima konstantne rubne uvjete teško aproksimirati s Legendreovim polinomima. Teorijsko rješenje (63) nam daje rješenje u vidu beskonačnog reda, no računalo i softver kojim je problem rješavan ne omogućuju izračun s dovoljno visokim stupnjem Legendreovih polinoma koji bi zadovoljio ovako zadane rubne uvjete. Stoga se rezultati dobiveni za gornji model mogu uzeti samo kao orijentacijski.



Slika 5. Rubni uvjeti (60) na modelu ljudskog oka i aproksimacije Legendreovim polinomima.

U nastavku je dan primjer izračuna potencijala na sferi gdje su rubni uvjeti zadani na način koji pogoduje aproksimiranju problema pomoću Legendreovih polinoma.

5.2. Model rasprostiranja potencijala unutar kugle

Zadan je problem određivanja raspodjele potencijala unutar kugle jediničnog radijusa gdje vrijedi azimutalna simetrija i zadan je slijedeći rubni uvjet

$$(1, \theta, \phi) = \frac{1}{8} (35 \cos^4 \phi - 18 \cos^2 \phi + 8 \cos \phi + 3), \quad 0 \leq \phi \leq \pi \tag{67}$$

uz parcijalnu diferencijalnu jednačbu (28). Rubni uvjet je prikazan na slici 6. Jednačba (28) s rubnim uvjetom (67) se rješava izrazom (58), odnosno

$$u(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^n P_n(\cos \phi), \tag{68}$$

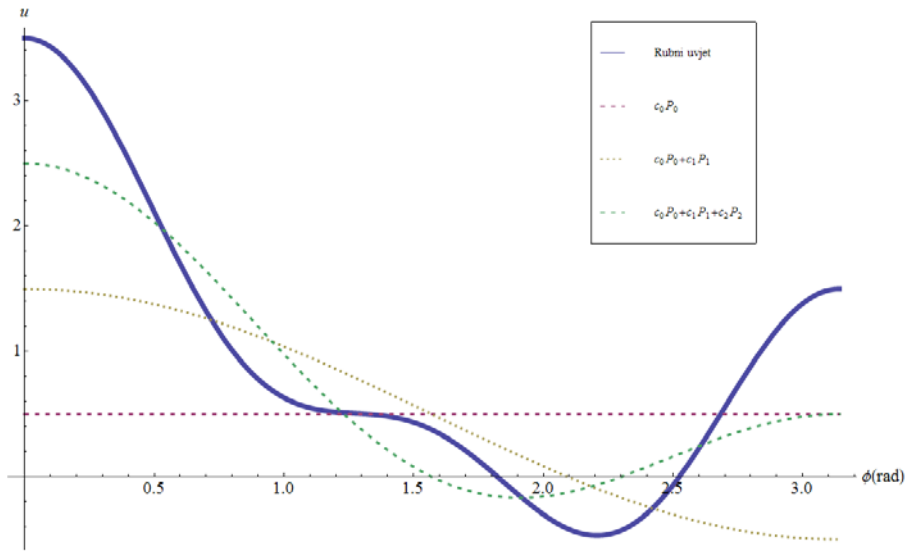
gdje su koeficijenti c_n zadani kao

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} \left[\frac{1}{8} (35 \cos^4 \phi - 18 \cos^2 \phi + 8 \cos \phi + 3) P_n(\cos \phi) \sin \phi d\phi \right]. \tag{69}$$

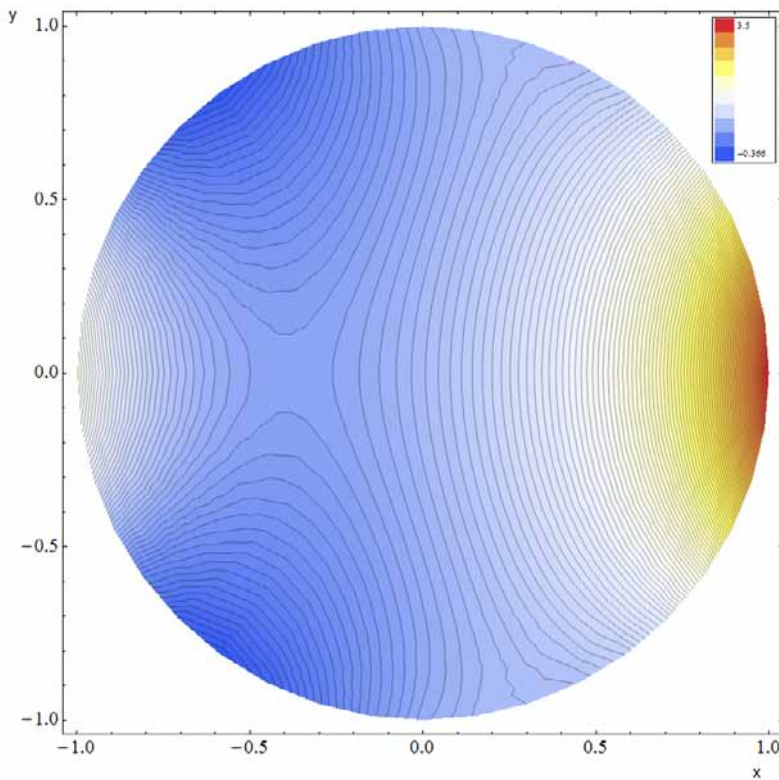
Tablica 2. Rezultati za model potencijala unutar kugle

$\tilde{r} \backslash \phi$	0	$\frac{3\pi}{20}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
0.05	0.552506	0.546278	0.535978	0.514559	0.498752	0.465267	0.452506
0.1	0.6101	0.596025	0.57317	0.52734	0.495038	0.431749	0.4101
0.15	0.673006	0.649273	0.611485	0.538354	0.48894	0.399353	0.373006
0.2	0.7416	0.706083	0.650771	0.547624	0.4806	0.367929	0.3416
0.25	0.816406	0.766536	0.690815	0.555178	0.470215	0.337261	0.316406
0.3	0.8981	0.830736	0.731341	0.561057	0.458038	0.307077	0.2981
0.35	0.987506	0.898811	0.772016	0.565305	0.444377	0.277041	0.287506
0.4	1.0856	0.970913	0.812443	0.567979	0.4296	0.246757	0.2856
0.45	1.19351	1.04722	0.852164	0.569142	0.414127	0.215768	0.293506
0.5	1.3125	1.12792	0.890663	0.568868	0.398438	0.183556	0.3125
0.55	1.44401	1.21324	0.927359	0.567236	0.383065	0.149542	0.344006
0.6	1.5896	1.30343	0.961614	0.564337	0.3686	0.113086	0.3896
0.65	1.75101	1.39876	0.992726	0.560268	0.35569	0.0734874	0.451006
0.7	1.9301	1.49951	1.01993	0.555136	0.345038	0.0299846	0.5301
0.75	2.12891	1.60599	1.04242	0.549056	0.337402	-0.0182451	0.628906
0.8	2.3496	1.71856	1.05929	0.542151	0.3336	-0.0720854	0.7496
0.85	2.59451	1.83756	1.0696	0.534554	0.334502	-0.132481	0.894506
0.9	2.8661	1.96339	1.07236	0.526405	0.341038	-0.200437	1.0661
0.95	3.16701	2.09644	1.06648	0.517852	0.35419	-0.27702	1.26701
1.0	3.5	2.23716	1.05086	0.509055	0.375	-0.363357	1.5

Rezultati dobiveni rješavanjem gornje jednadžbe s rubnim uvjetima (67) su dani u Tablici 2, dok je grafički prikaz raspodjele potencijala unutar sfere dan na Slici 7. Za izračun ovog problema primjenjeni su isti algoritmi kao i za prethodni model oka osim što je u ovom modelu dovoljno koristiti prva četiri Legendreova polinoma. Razlog leži u činjenici da je rubni uvjet (67) moguće točno predstaviti pomoću prva četiri Legendreova polinoma, što je vidljivo iz Slike 6. Iz toga slijedi da su svi koeficijenti iz jednadžbe (69) viši od c_4 jednaki nuli, kao i odgovarajuća točnost rubnih uvjeta, što je vidljivo iz Tablice 2.



Slika 6. Rubni uvjet (67) na modelu potencijala unutar kugle (osni presjek kugle).



Slika 7. Raspodjela potencijala unutar kugle.

6. Zaključak

U radu je opisan i izveden Dirichletov problem za Laplaceovu jednadžbu u sfernim koordinatama. Izvedena su različita rješenja ovisno o složenosti rubnih uvjeta. Kod konstantnog rubnog uvjeta rješenje je dobiveno u vidu funkcije radijalne varijable. Kod azimutalne simetrije dobiveno je rješenje u vidu beskonačnog reda s Legendreovim polinomima. Dodatno je analizirana situacija kod koje vrijedi azimutalna simetrija izradom dva modela pomoću programskog paketa Wolfram Mathematica 6.0; model stacionarnog širenja temperature kroz ljudsko oko i model rasprostiranja potencijala kroz kuglu. Model ljudskog oka ima zadana dva različita konstantna rubna uvjeta na različitim rubovima područja te je riješen pomoću prvih 45 Legendreovih polinoma. Takvo rješenje ne daje zadovoljavajuće rezultate na rubu područja. Kako bi se rješenje popravilo, potrebno je koristiti što veći broj Legendreovih polinoma kako bi se numerički rezultat približio teorijskom rješenju u vidu beskonačnog reda. Drugi model pokazuje izvrsne rezultate na rubu područja jer se rubni uvjeti mogu predstaviti pomoću prva četiri Legendreova polinoma. Usporedbom rješenja može se doći do zaključka kako je prikazivanje rubnih uvjeta kod Dirichletovog problema za Laplaceovu jednadžbu u sfernim koordinatama vrlo ovisno o mogućnosti aproksimacije rješenja nekim konačnim brojem Legendreovih polinoma. Ukoliko se pomoću Legendreovih polinoma neki rubni uvjet može točno iskazati, tada imamo dobra rješenja na rubu područja, kao što je vidljivo iz drugog riješenog modela u ovom radu. U slučaju nedovoljne točnosti pri aproksimaciji rubnih uvjeta s Legendreovim polinomima kao što je to u slučaju modela ljudskog oka obrađenog u ovom radu, rješenje Laplaceove jednadžbe ovisi o stupnju Legendreovih polinoma koje koristimo. Kako bi takva rješenja bila što točnija, potrebno je koristiti softverski alat koji omogućuje minimiziranje grešaka zaokruživanja.

Literatura

- [1] Farlow, S.J., *Partial differential equations for scientists and engineers*, Dover publications, New York, 1993.
- [2] Pap, E., *Parcijalne diferencijalne jednačine*, IRO „Građevinska knjiga“, Beograd, 1987.
- [3] Mujaković, N., *Primijenjena viša matematika*, predavanja. 2012.
- [4] Lustig, N., *Dirichletov problem kod Laplaceove jednadžbe u sfernim koordinatama*, Seminarski rad, Rijeka, 2012.
- [5] Levine, H., *Partial differential equations*, American Mathematical Society - International Press, 1997.
- [6] Boyce, W.E., DiPrima, R.C., *Elementary differential equations and boundary value problems*, John Wiley & Sons, New York, 1969.

- [7] Legendre polynomials, web stranica, http://en.wikipedia.org/wiki/Legendre_polynomials, Studeni 2013.
- [8] Legendre polynomials – orthogonality, web stranica, <http://physicspages.com/2011/03/18/legendre-polynomials-orthogonality/#eqmn>, Listopad 2012.

ANALIZA ČELIČNIH POSMIČNIH PRIKLJUČAKA IZVEDENIH S ČELNOM PLOČOM

STEEL END-PLATE SHEAR JOINT ANALYSIS

Ana STOŠIĆ*, Mladen BULIĆ*

Sažetak

U radu je obrađena analiza posmičnih priključaka čeličnih konstrukcija izvedenih s čelnom pločom visine jednake ili manje od visine nosača. Objašnjeni su osnovni pojmovi vezani uz priključke te konstrukcijska svojstva, klasifikacija priključaka i načini njihova konstrukcijskog oblikovanja. Dosadašnji analitički i eksperimentalni rezultati vezani uz ponašanje priključaka čeličnih konstrukcija pokazuju da klasična teorija nosača ne vrijedi unutar područja priključka zbog specifičnih rubnih uvjeta te je za analizu priključaka nužna detaljna analiza metodom konačnih elemenata. U ovome radu prikazana je preliminarna numerička analiza ponašanja priključka nosač-stup metodom konačnih elemenata računalnim programom Straus. Modeliranje stvarnih mehaničkih karakteristika elemenata provedeno je na temelju postojećih eksperimentalnih rezultata, čime je u numerički model uključena materijalna nelinearnost. Osim toga, za određivanje otpornosti pojedinih komponenata priključka numeričkim primjerom dana je procjena posmične otpornosti priključka za sve načine otkazivanja koja se temelji na odredbama danim u EN 1993-1-8 utemeljenim na eksperimentima.

Ključne riječi: čelični priključak, čelna ploča, posmik, nosač, stup, vijci

Abstract

An analysis of end-plate shear joints whose height is the same or smaller than the beam height was carried out in this paper. There are explanations of some basic terms linked to the joints and structural attributes, a classification of joints and methods of their structural design. With respect to previous analytical and experimental results connected

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3
E-mail: {ana.stosic,mladen.bulic}@uniri.hr

to the behavior of steel structure joints it is shown that a classical theory does not apply to the domain of joints because of its specific boundary conditions and the finite element method is necessary for joint analysis. A preliminary numerical analysis of joint behavior, which was conducted by finite element method in a computer program Straus 7, is presented in this paper. Actual mechanical properties of elements were modelled out based on the existing experimental data which included material nonlinearity in the numerical model. Furthermore, pursuant to experiment-based provisions given in the EN 1993-1-8, an evaluation of shear resistance of joint was made in the numerical example for determining resistance of individual components for an every way of failure.

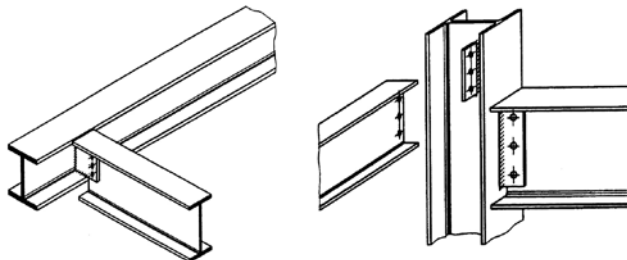
Key words: steel joint, end-plate, shear, beam, column, bolts

1. Uvod

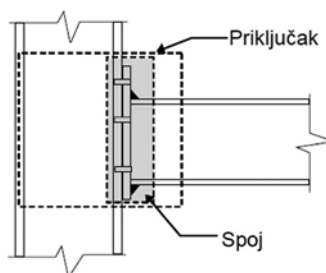
Za projektiranje priključaka potrebna su saznanja o konstrukcijskim svojstvima, usklađenosti ponašanja elemenata i priključaka, postavljanju mehaničkog modela priključka, podjeli priključaka s obzirom na karakteristike odnosa momenta savijanja i kuta rotacije priključka ($M-\varphi$), računskim karakteristikama, načinu proračuna i konstrukcijskom oblikovanju [1, 2].

Priključci se koriste za prijenos unutarnjih sila i momenata savijanja između konstrukcijskih elemenata, na druge dijelove konstrukcije ili ležajeve. Priključci se obično izvode na mjestima gdje se događa promjena smjera konstrukcijskih elemenata, kao nastavci te gdje se događa promjena konstrukcijskih elemenata (Slika 1).

Potrebno je razlikovati pojmove spoj i priključak. Spoj je definiran kao skup fizikalnih komponenata koje mehanički pričvršćuju elemente koje spajaju. Za spoj se smatra da je koncentriran na mjestu gdje se ostvaruje pričvršćivanje, na primjer pri sučeljavanju kraja nosača i stupa za priključak nosač-stup oko jače osi. Kada se spoj i odgovarajuća zona međudjelovanja između spojenih konstrukcijskih elemenata razmatraju zajedno, rabi se izraz priključak (Slika 2).



Slika 1. Priključak na mjestu promjene smjera konstrukcijskog elementa i na mjestu promjene konstrukcijskog elementa [1]



Slika 2. Priključak i spoj [1]

Priključak se konstrukcijski oblikuje tako da bude prikladan učinku djelovanja koje prenosi i tipu konstrukcijskog elementa koji se spaja. Pri projektiranju je potrebno najprije odrediti prijenos sila iz konstrukcijskog elementa preko komponenata priključka u druge dijelove konstrukcije. Potom se proporcije svake komponente određuju tako da svaka posjeduje dovoljnu otpornost i krutost na sile dobivene iz razmatranja njihovog prijenosa. Priključci utječu na metodu proračuna konstrukcija, globalnu pouzdanost konstrukcije, vrijeme potrebno za statički proračun i izradu nacрта, trajanje radioničke izrade, vrijeme potrebno za montažu konstrukcije te cijenu ukupne investicije konstrukcije.

Osnovni zahtjevi za konstrukcijske priključke vezani su za otpornost, krutost i sposobnost deformacije. Sposobnost rotacije je mjera deformacija koje se mogu dogoditi prije nego otkazivanje unutar zone priključka prouzroči smanjenje otpornosti priključka na savijanje. Rotacijsko ponašanje stvarnih priključaka nalazi se između dvije granice: upeto i zglobno. U nepopustljivom priključku smatra se da su svi elementi priključka dovoljno kruti i ne postoji razlika između rotacija na krajevima konstrukcijskih elemenata spojenih u priključku. Priključak kod kojeg su krutost i otpornost na savijanje mali i zanemarivi je zglobni priključak. Postoje priključci koji posjeduju određenu otpornost na savijanje manju od pune otpornosti i rotacijsku krutost koja dozvoljava ograničenu relativnu rotaciju. Moment koji priključak prenosi imat će za posljedicu razliku φ između apsolutnih rotacija dva spojena konstrukcijska elementa. U ovom slučaju govori se o djelomično nepopustljivom priključku. Prema krutosti se priključci klasificiraju u nepopustljive, djelomično nepopustljive i zglobne, a prema otpornosti na priključke pune otpornosti, nominalno zglobni priključci i priključci djelomične otpornosti [1, 2, 3].

Učinke djelovanja na priključke pri graničnom stanju nosivosti treba odrediti u skladu s EN 1993-1-1 [4], a otpornost priključaka treba bazirati na otpornosti pojedinih komponenata priključaka. Problematika konstruiranja i proračuna priključaka obrađena je u europskoj normi EN 1993-1-8 [5].

U ovome radu provedena je analiza priključaka izvedenih s čelnom pločom visine jednake ili manje od visine nosača. Dani su osnovni pojmovi vezani uz priključke te konstrukcijska svojstva, klasifikacija priključaka i načini njihova konstrukcijskog oblikovanja. Provedena je preliminarna numerička analiza ponašanja priključka nosač-stup metodom konačnih elemenata računalnim programom Straus [6]. Modeliranje stvarnih mehaničkih karakteristika elemenata provedeno je na temelju postojećih eksperimentalnih rezultata, čime je u numerički model uključena materijalna nelinearnost. Na kraju je na numeričkom primjeru provedena semiprobabilistička analiza prema EN 1993-1-8 pomoću jednostavnih analitičkih izraza koje preporučuje metoda komponenata [7] i koja je kao metoda usvojena u sada važećem eurokodu.

2. Proračun priključaka izvedenih s čelnom pločom

Priključci s čelnom pločom postali su pristupačni u gradnji čeličnih konstrukcija radi svoje ekonomičnosti, jednostavnosti izrade i dobrih konstrukcijskih svojstava. Mogu se podijeliti u tri skupine ovisno o duljini čelne ploče. Duljina čelne ploče može biti manja ili jednaka visini grede ili visina ploče može biti veća od visine grede koristeći prostor iznad ili ispod grede za dodatni red vijaka. Priključci s pločom manjom ili jednakom visini grede koriste se rjeđe nego priključci s čelnom pločom većom od visine grede jer imaju manju krutost i čvrstoću [5, 8].

U EN 1993-1-8 prihvaćena je metoda komponenata za modeliranje složenog ponašanja priključaka u čeličnim konstrukcijama. Metoda se sastoji u tome da se priključak modelira sustavom sastavljenim od krutih i popustljivih komponenata te se za svaku komponentu procjenjuju karakteristike otpornosti, krutosti i duktilnosti. Tada se komponente povezuju u mehanički model priključka pomoću kojega se mogu izračunati tražene karakteristike za idealizaciju stvarnog ponašanja priključka.

Kod priključaka izvedenih s čelnom pločom potrebno je provjeriti otpornost na posmik i otpornost na povezivanje priključka, što znači da priključci nosač-stup čeličnih okvira moraju biti sposobni prenijeti horizontalnu silu povezivanja da bi se sačuvao integritet konstrukcije i spriječio progresivni kolaps pri događanju udarnog oštećenja. To znači da osim provjere na vertikalnu posmičnu silu priključak treba provjeriti na horizontalnu silu, odnosno uzdužnu silu u nosaču [1, 5].

2.1. Posmična otpornost

U daljnjem tekstu dana su pravila [5] za određivanje otpornosti na posmik jednostavnog priključka koji je izveden sa čelnom pločom a primjenjuje se za spajanje nosača i stupa te nosača i nosača. Pravila se mogu primijeniti za procjenu posmične otpornosti priključka, za sve moguće načine otkazivanja,

temeljene na odredbama danim u EN 1993-1-8 za određivanje otpornosti pojedinih komponenata priključka. Vrijede za čelnu ploču visine jednake nosaču ili visine manje od visine nosača, tj. vrijedi uvjet:

$$h_p \leq d_b \quad (1)$$

gdje je h_p visina čelne ploče, a d_b visina oslonjenog nosača.

Na Slici 3 dani su podaci i oznake potrebni za proračun priključaka izvedenih s čelnom pločom. U izrazima za proračun priključaka usvojene su sljedeće oznake:

a – debljina zavara

$A_{v,net}$ – neto posmična površina čelne ploče

d_0 – promjer rupe za vijke

d_w – promjer podloške ili širina glave vijka ili matice

e_1 – razmak između osi rupe i ruba čelne ploče, smjer prijenosa poprečne sile

e_2 – razmak između osi rupe i ruba čelne ploče, okomito na smjer prijenosa poprečne sile

$e_{2,c}$ – razmak između osi rupe i ruba pojasnice stupa

$f_{u,b}$ – vlačna čvrstoća vijka

$f_{u,b,1}$ – vlačna čvrstoća oslonjenog nosača

$f_{u,b}$ – vlačna čvrstoća podupirućeg nosača

$f_{u,c}$ – vlačna čvrstoća stupa

$f_{u,p}$ – vlačna čvrstoća čelne ploče

$f_{y,b1}$ – granica popuštanja oslonjenog nosača

$f_{y,b2}$ – granica popuštanja podupirućeg elementa

$f_{y,p}$ – granica popuštanja čelne ploče

h_p – visina ploče

m_p – razmak između linije stupca vijaka i ruba vara koji spaja hrbat nosača s čelnom pločom

n – ukupan broj vijaka

n_1 – broj redova vijaka

n_2 – broj stupaca vijaka

p_1 – razmak između osi vijaka, smjer prijenosa poprečne sile

p_3 – razmak između osi vijaka, smjer okomito na smjer prijenosa poprečne sile

$t_{f,c}$ – debljina pojasnice stupa

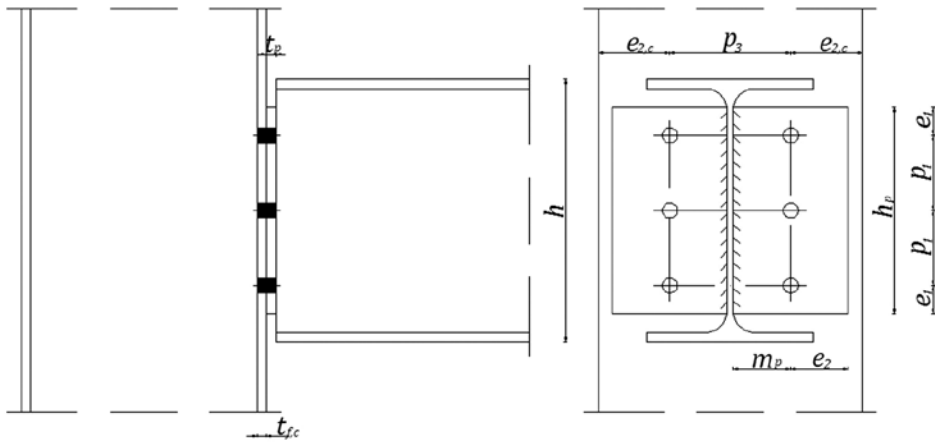
t_p – debljina čelne ploče

$t_{w,b1}$ – debljina hrpta oslonjenog nosača

$t_{w,b2}$ – debljina hrpta podupirućeg nosača

$t_{w,c}$ – debljina hrpta stupa

γ_{M2} – parcijalni faktor za otpornost na posmik



Slika 3. Osnovni podaci i oznake

Mogući načini otkazivanja priključka su otkazivanje vijaka na posmik, na pritisak po omotaču rupe čelne ploče, na pritisak po omotaču rupe podupirućeg elementa, na posmik čelne ploče na mjestu bruto presjeka, na posmik čelne ploče na mjestu neto presjeka, na posmik na mjestu posmičnog bloka, na savijanje čelne ploče i na posmik hrpta nosača. Mjerodavna posmična otpornost i način otkazivanja priključka je onaj koji ima najmanju otpornost od svih mogućih načina otkazivanja.

Pretpostavlja se da se sva posmična naprezanja na priključak jednako raspodjeljuju na vijke.

Otpornost vijaka na posmik prikazana je izrazom [7]:

$$V_{Rd,1} = 0,8 \cdot n \cdot F_{v,Rd} \quad (2)$$

Redukcijski faktor 0,8 obuhvaća postojanje vlaka u vijcima. Otpornost jednog vijka na posmik prema EN 1993- 1- 8 [5] je:

$$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A}{\gamma_{M2}} \quad (3)$$

Ako posmična površina prolazi kroz tijelo vijka s navojem, vrijedi da je $\alpha_v = 0,6$ za vijke kvalitete 4.6, 5.6 i 8.8 i $\alpha_v = 0,5$ za vijke kvalitete 4.8, 6.8 i 10.9 te se u obzir uzima površina jezgre vijka A_s . Ukoliko posmična površina prolazi kroz tijelo vijka bez navoja, vrijedi da je $\alpha_v = 0,6$ i uzima se u obzir bruto površina vijka A .

Otpornost na pritisak po omotaču rupe čelne ploče za grupu vijaka može biti uzeta kao zbroj otpornosti na pritisak po omotaču rupe za pojedini vijak $F_{b,Rd}$ pretpostavljajući da je posmična otpornost $F_{v,Rd}$ za svaki pojedini vijak

veća ili jednaka otpornosti na pritisak po omotaču rupe, (4). U suprotnom se otpornost na pritisak po omotaču rupe čelne ploče za grupu vijaka uzima kao umnožak broja vijaka i najmanje otpornosti za pojedini vijak, (5).

$$V_{Rd,2} = \sum F_{b,Rd} \quad (4)$$

$$V_{Rd,2} = n \cdot F_{b,Rd} \quad (5)$$

Otpornost čelne ploče na pritisak po omotaču rupe za jedan vijak $F_{b,Rd}$ glasi:

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{u,p} \cdot d \cdot t_p}{\gamma_{M2}}, \quad (6)$$

gdje je:

$$\alpha_b = \min\left(\frac{e_1}{3 \cdot d_0}; \frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{u,b}}{f_{u,p}}; 1\right) \quad (7)$$

$$k_1 = \min\left(2,8 \cdot \frac{e_2}{d_0} - 1,7; 2,5\right). \quad (8)$$

Otpornost podupirućeg elementa na pritisak po omotaču rupe glasi:

$$V_{Rd,3} = n \cdot F_{b,Rd}, \quad (9)$$

a otpornost na pritisak po omotaču rupe za jedan vijak:

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \cdot \alpha_b \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{M2}}. \quad (10)$$

Razlikuju se slučajevi kada je podupirući element pojasnica stupa, hrbat stupa i hrbat nosača. Kada je podupirući element pojasnica stupa (slika 4a), $e_{1c}/3d_0$ je veće od jedan pa izraz za α_b glasi:

$$\alpha_b = \min\left(\frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{u,b}}{f_{u,c}}; 1\right) \quad (11)$$

Izraz za k_1 glasi:

$$k_1 = \min\left(2,8 \cdot \frac{e_{2,c}}{d_0} - 1,7; 2,5\right). \quad (12)$$

Također vrijedi da je $t=t_{fc}$ i $f_u=f_{u,c}$.

Kada je podupirući element hrbat stupa (slika 4b), $e_{1c}/3d_0$ i $(2,8e_{2c}/d_0-1,7)$ je veće od jedan i 2,5 i izrazi za α_b i k_1 glase:

$$\alpha_b = \min\left(\frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{u,b}}{f_{u,c}}; 1\right) \quad (13)$$

$$k_1 = \min\left(1,4 \cdot \frac{p_3}{d_0} - 1,7; 2,5\right). \quad (14)$$

Vrijedi da je $t = t_{w,c}$ i $f_u = f_{u,c}$

Kada je podupirući element hrbat nosača (slika 4c), $(2,8e_{2c}/d_0-1,7)$ i $e_{1c}/3d_0$ je znatno veće od 2,5 i jedan pa se koriste sljedeći izrazi za α_b i k_1 :

$$\alpha_b = \min\left(\frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{u,b}}{f_{u,b2}}; 1\right) \quad (15)$$

$$k_1 = \min\left(1,4 \frac{p_3}{d_0} - 1,7; 2,5\right). \quad (16)$$

Vrijedi da je $t = t_{w,b2}$ i $f_u = f_{u,b2}$.

Otpornost bruto presjeka čelne ploče na posmik dana je izrazom:

$$V_{Rd,4} = \frac{2 \cdot h_p \cdot t_p}{1,27} \cdot \frac{f_{y,p}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}. \quad (17)$$

Faktorom 1,27 se uzima u obzir redukcija posmične otpornosti zbog prisustva momenta savijanja, Slika 5.

Izraz za otpornost neto presjeka čelne ploče na posmik je:

$$V_{Rd,5} = 2 \cdot A_{v,net} \cdot \frac{f_{u,p}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M2}}. \quad (18)$$

Površina neto presjeka određuje se iz izraza:

$$A_{v,net} = t_p \cdot (h_p - n_1 \cdot d_0). \quad (19)$$

Neto presjek prikazan je na slici 6.

Otpornost čelne ploče na posmik (posmični blok) dana je izrazom:

$$V_{Rd,6} = 2 \cdot V_{eff,Rd}. \quad (20)$$

Za simetričnu grupu vijaka izloženu centričnom opterećenju otpornost posmičnog bloka, $V_{eff1,Rd}$ dana je izrazom (slika 7a):

$$V_{eff,1,Rd} = \frac{f_{u,p} \cdot A_{nt}}{\gamma_{M2}} + \frac{f_{y,p} \cdot A_{nv}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}. \quad (21)$$

Za grupu vijaka izloženu ekscentričnom opterećenju kada vrijedi $h_p < 1,36p_3$ i $n_1 > 1$ otpornost posmičnog bloka, $V_{eff,2,Rd}$, glasi (slika 7b):

$$V_{eff,2,Rd} = \frac{0,5 \cdot f_{u,p} \cdot A_{nt}}{\gamma_{M2}} + \frac{f_{y,p} \cdot A_{nv}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}. \quad (22)$$

Neto površina izložena vlaklu dana je izrazom:

$$A_{nt} = t_p \left(e_2 - \frac{d_0}{2} \right). \quad (23)$$

Izraz za neto površinu izloženu posmiku glasi:

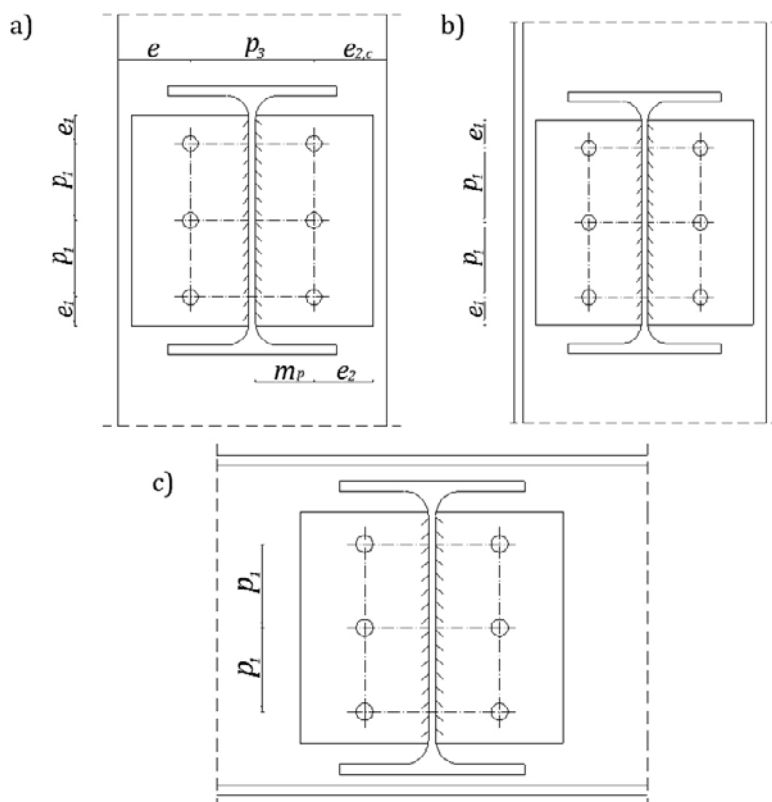
$$A_{nv} = t_p \cdot [h_p - e_1 - (n_1 - 0,5) \cdot d_0]. \quad (24)$$

Općenito vrijedi $h_p = 1,36p_3$ i otpornost čelne ploče na savijanje je tada beskonačna, tj. $V_{Rd,7} = \infty$ Kada je čelna ploča duga $\left(p_3 > \frac{h}{1,36} \right)$, utjecaj momenta savijanja na središnji dio postaje dominantan i reducira posmičnu otpornost čelne ploče ($V_{Rd,7} < V_{Rd,4}$). Uzimanje u obzir utjecaja momenta savijanja je prema tome obavezno. Izraz za reduciranu posmičnu otpornost glasi:

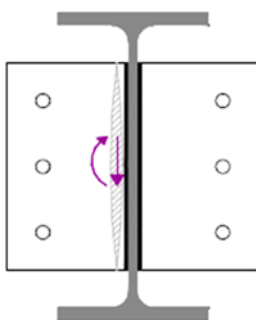
$$V_{Rd,7} = \frac{2 \cdot W_{el}}{p_3 - t_{w,b1}} \cdot \frac{f_{y,p}}{\gamma_{M0}}, \quad (25)$$

gdje je:

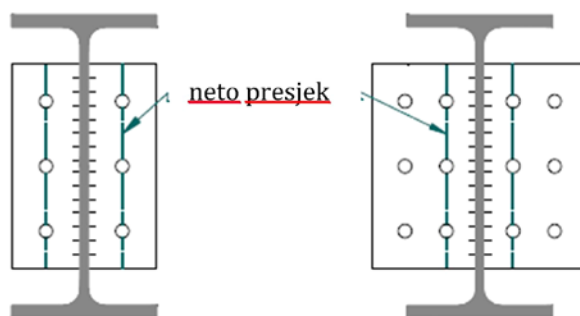
$$W_{el} = \frac{t_p \cdot h_p^2}{6}. \quad (26)$$



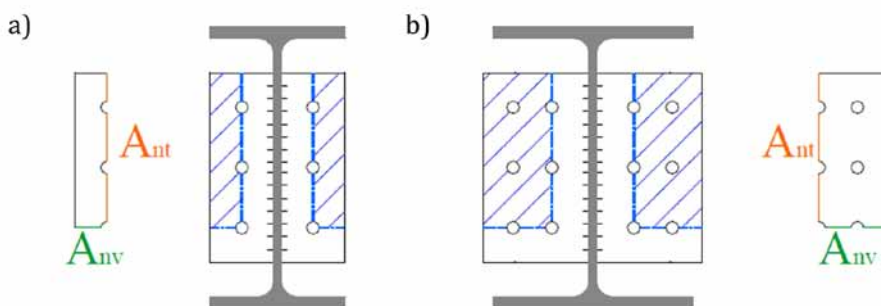
Slika 4. Priključak grede na stup kada je podupirući element: a) pojasnica stupa, b) hrbat stupa c) hrbat nosača



Slika 5. Posmik na mjestu bruto presjeka [1]



Slika 6. Posmik na mjestu neto presjeka [1]



Slika 7. a) Posmični blok centrično opterećene grupe vijaka, b) Posmični blok ekscentrično opterećene grupe vijaka [1]

Za otpornost hrpta nosača na posmik vrijedi:

$$V_{Rd,s} = A_v \cdot \frac{f_{y,b1}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (27)$$

Posmična površina A_v je površina hrpta grede kojom se prenosi posmična sila i jednaka je umnošku visine ploče h_p i debljine hrpta oslonjenog nosača $t_{w,b1}$ umanjenog za faktor 0,9.

2.2. Otpornost na povezivanje

Dana su pravila za određivanje otpornosti na povezivanje jednostavnog priključka izvedenog kao priključak s čelnom pločom, a ostvaruje se veza između nosača i stupa te nosača i nosača. Pravila vrijede za priključke istih karakteristika kao i u prethodnom poglavlju.

Mogući načini otkazivanja su otkazivanje vijaka na vlak, čelne ploče na savijanje, podupirućeg konstrukcijskog elementa na savijanje i hrpta nosača

na vlak. Mjerodavna otpornost na povezivanje i način otkazivanja spoja je onaj koji ima najmanju otpornost od svih mogućih načina otkazivanja.

Otpornost vijaka na vlak dana je izrazom:

$$N_{Rd,u,1} = n \cdot F_{t,Rd,u}, \quad (28)$$

gdje je $F_{t,Rd,u}$ otpornost jednog vijaka na vlak:

$$F_{t,Rd,u} = \frac{k_2 \cdot f_{u,b} \cdot A_s}{\gamma_{M,u}}. \quad (29)$$

$\gamma_{M,u}$ je parcijalni faktor za otpornost na povezivanje i iznosi 1,1, a za k_2 se uzima da iznosi 0,9.

Otpornost čelne ploče na savijanje dana je izrazom:

$$N_{Rd,u,2} = \min(F_{Rd,u,ep1}; F_{Rd,u,ep2}). \quad (30)$$

Za modeliranje čelne ploče izložene savijanju koristi se koncept tzv. ekvivalentnog T- elementa. Za načine otkazivanja pojasnice T- komada vrijedi:

$$\text{za način 1: } F_{Rd,u,ep1} = F_{T,1,Rd} = \frac{(8 \cdot n_p - 2 \cdot e_w) \cdot M_{pl,1,Rd,u}}{2 \cdot m_p \cdot n_p - e_w \cdot (m_p + n_p)} \quad (31)$$

$$\text{za način 2: } F_{Rd,u,ep2} = F_{T,2,Rd} = \frac{2 \cdot M_{pl,2,Rd,u} + n_p \cdot \sum F_{t,Rd,u}}{m_p + n_p}. \quad (32)$$

U gornjim izrazima su:

$$e_w = \frac{d_w}{4}, \quad (33)$$

$$m_p = \frac{(p_3 - t_{w,b1} - 2 \cdot 0,8 \cdot a \cdot \sqrt{2})}{2} \quad (34)$$

$$n_p = \min(e_2; e_{2,c}; 1,25m_p) \quad (35)$$

$$M_{pl,1,Rd,u} = M_{pl,2,Rd,u} = \frac{1}{4} \cdot \frac{h_p \cdot t_p^2 \cdot f_{u,p}}{\gamma_{M,u}} \quad (36)$$

$$\sum F_{t,Rd,u} = n \cdot F_{t,Rd,u}. \quad (37)$$

Pojasnica stupa gotovo uvijek je deblja od čelne ploče i tada nije potrebno provoditi provjeru pojasnice na savijanje. Ako je pojasnica stupa tanja, dokaz se provodi na isti način kao za čelnu ploču na savijanje.

Ako je podupirući element hrbat stupa, otpornost na povezivanje dana je izrazom:

$$N_{Rd,u,3} = \frac{8 \cdot m_{pl,Rd,u}}{(1 - \beta_1)} \left[\eta_1 + 1,5 \cdot (1 + \beta_1)^{0,5} \cdot (1 - \gamma_1)^{0,5} \right], \quad (38)$$

gdje su:

$$m_{pl,Rd,u} = \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{u,c} \cdot t_{wc}^2}{\gamma_{M,u}}, \quad (39)$$

$$\beta_1 = \frac{p_3}{d_c} \quad (40)$$

$$\eta_1 = \frac{(n_1 - 1) \cdot p_1 - \frac{n_1}{2} \cdot d_0}{d_c} \quad \text{i} \quad (41)$$

$$\gamma_1 = \frac{d_0}{d_c}. \quad (42)$$

Otpornost hrpta nosača na vlak dana je izrazom:

$$N_{Rd,u,4} = \frac{t_{w,b1} \cdot h_p \cdot f_{u,b1}}{\gamma_{M,u}}. \quad (43)$$

2.3. Proračun zavara

Zavari se moraju projektirati kao obostrani zavari u uvali pune otpornosti što znači da je čvrstoća loma vara veća od čvrstoće susjednih ploča. Moraju zadovoljiti sljedeći zahtjev ovisno o kvaliteti čelika oslonjenog nosača:

$$S\ 235, a \geq 0,38 t_{w,b1} \quad (44)$$

$$S\ 275, a \geq 0,39 t_{w,b1} \quad (45)$$

$$S\ 355, a \geq 0,45 t_{w,b1} \quad (46)$$

2.4. Zahtjevi duktilnosti

Za vijčane priključke greda- stup s čelnom pločom može se smatrati da imaju dovoljan rotacijski kapacitet za globalni proračun po teoriji plastičnosti ako je proračunska otpornost priključka određena na osnovu proračunske otpornosti pojasnice stupa izložene savijanju ili čelne ploče grede izložene savijanju te ako debljina pojasnice stupa $t_{f,c}$ ili debljina čelne ploče t_p zadovoljava uvjet:

- ako je podupirući element hrbat nosača ili hrbat stupa

$$t_p \leq \frac{d}{2,8} \cdot \sqrt{\frac{f_{u,b}}{f_{y,p}}} \quad (47)$$

- ako je podupirući element pojasnica stupa

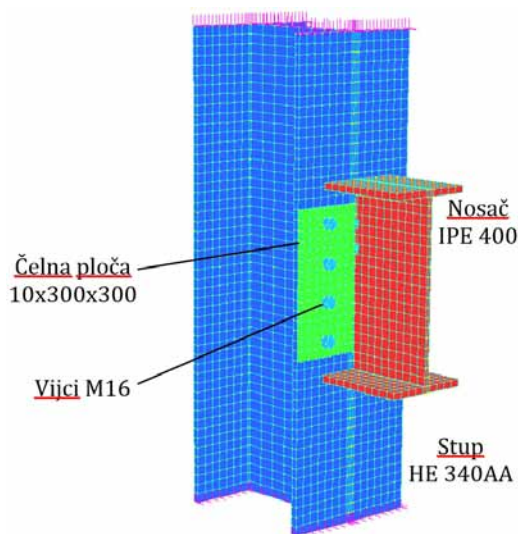
$$t_p \leq \frac{d}{2,8} \cdot \sqrt{\frac{f_{u,b}}{f_{y,p}}} \text{ ili}$$

$$t_{f,c} \leq \frac{d}{2,8} \sqrt{\frac{f_{u,b}}{f_{y,c}}} \quad (48)$$

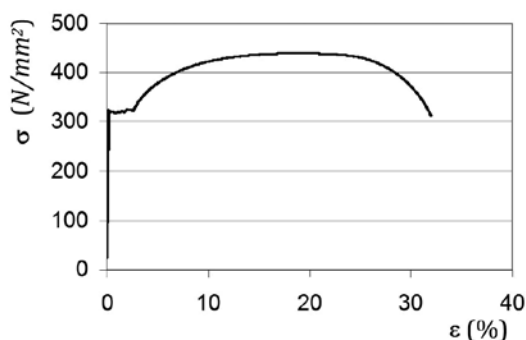
3. Preliminarna numerička analiza metodom konačnih elemenata

Budući da su eksperimentalna ispitivanja skupa i složena, a brz razvoj informatičke tehnologije čini suvremena računala sve dostupnijima, numerička analiza postaje jeftina alternativa fizičkim ispitivanjima. Osnovni alat koji je dostupan za numeričke analize jest metoda konačnih elemenata koja dopušta precizno modeliranje složene geometrije. Plastičnost čelika, složeni rasporedi opterećenja i rubni uvjeti mogu se precizno uzeti u obzir [9, 10]. U ovome radu provedena je preliminarna numerička analiza priključka nosač-stup izvedenog s čelnom pločom na pojasnicu stupa u računalnom programu Straus 7 [6].

U okviru modeliranja geometrijskog oblika, numerički model mora reproducirati globalno ponašanje priključka. Iako je modeliranje priključaka s ravninskim elementima jednostavnije i puno brže za kreiranje numeričkog modela i samog proračuna, zadovoljavajući rezultati ne dobivaju se zbog složenog ponašanja samog područja priključka. Stoga su svi elementi priključka modelirani trodimenzionalnim solid (8-nodal brick) elementima. Analizirani model konačnih elemenata sadrži ukupno 2630 konačnih elemenata, a mreža je progušćena na kontaktu čelne ploče i hrpta grede. Posebna pažnja posvećena je tome da se poklapaju čvorovi na spoju panela hrpta nosača i čelne ploče te na spoju čelne ploče vijcima na stup (Slika 8). Na gornjem i donjem rubu dijela stupa spriječen je pomak čime su samo približno simulirani rubni uvjeti u okvirnoj konstrukciji. Vijci su pojednostavljeno modelirani kao štapni elementi, a zavari nisu modelirani.



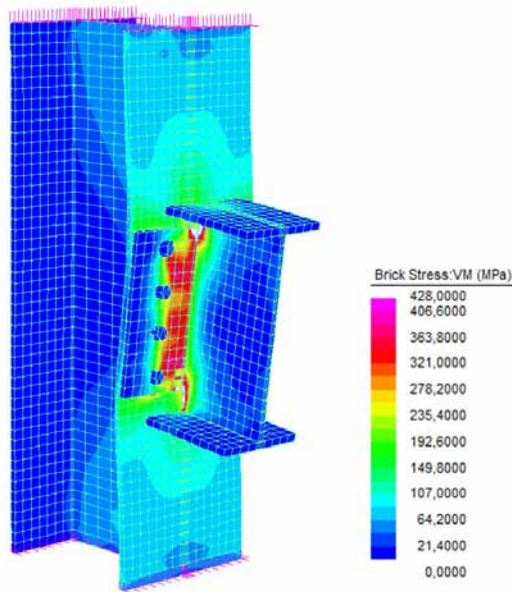
Slika 8. Mreža konačnih elemenata analiziranog modela



Slika 9. σ - ε dijagram usvojen u numeričkom modelu

Modeliranje stvarnih mehaničkih karakteristika materijala učinjeno je na temelju postojećih rezultata vlačnih ispitivanja [11]. U računalni program Straus tablično su unsene vrijednosti čime je dobivena krivulja prikazana na Slici 9, te je na taj način u model uključena materijalna nelinearnost. Geometrijske imperfekcije u ovoj analizi nisu uzete u obzir.

Model je opterećivan vertikalnom silom intenziteta 150 kN u inkrementima na mjestu spoja čelne ploče na nosač, čime je simulirana plastična deformacija zbog djelovanja poprečne sile. Dodavanjem inkremenata, tj. povećavanjem poprečne sile dolazi do plastifikacije. Na Slici 10 prikazana je raspodjela von Misesovih napreznja za analizirani model. Najveća napreznja, odnosno tečenje materijala događa se u srednjem dijelu čelne ploče i rubnom dijelu panela hrpta nosača gdje se mogu uočiti zone plastifikacije. Na spoju panela



Slika 10. Raspodjela von Misesovih naprezanja

hrpta nosača s čelnom pločom uočljiva je koncentracija naprezanja na mjestu zavora. Time se potvrđuje nužnost predimenzioniranja spojnih zavora kako ni u kojem slučaju ne bi došlo do krteg otkazivanja spoja.

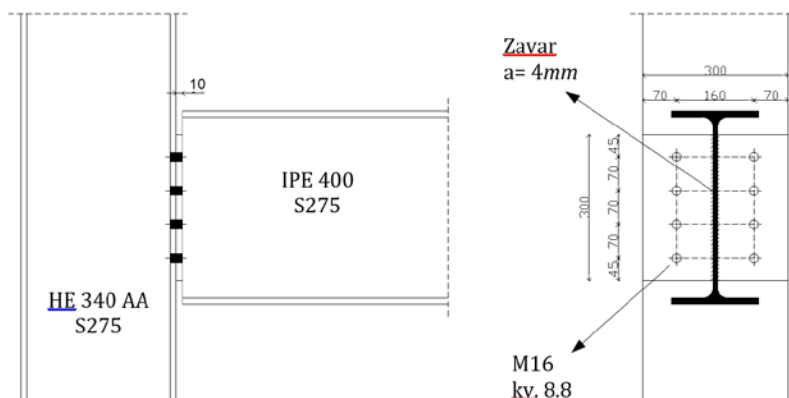
Kao što je prethodno navedeno, danas je sve veća težnja k primjeni metode konačnih elemenata u analizi ponašanja čeličnih konstrukcija prvenstveno zbog neprocjenjive mogućnosti vizualizacije rezultata. Modeliranjem metodom konačnih elemenata, uz podršku kvalitetnog kompjutorskog programa, može se, osim kvalitetne analize, provesti kalibriranje modela na postojećim rezultatima eksperimentalnih ispitivanja, čime se u velikoj mjeri mogu zamijeniti skupocjena eksperimentalna ispitivanja.

4. Numerički primjer

Primjer predstavlja metodu za proračunavanje otpornosti na posmik i otpornosti na povezivanje jednostavnog priključka nosač-stup izvedenog s čelnom pločom na pojasnicu stupa. Primijenjeni su vijci bez prednapinjanja gdje su spojevi naprezani okomito na os vijka.

4.1. Ulazni podaci

Priključak nosača na stup izveden je pomoću čelne ploče čija je visina manja od visine nosača (Slika 11). U Tablici 1 dani su ulazni podaci potrebni za proračun otpornosti odabranog priključka.



Slika 11. Detalj priključka

Tablica 1. Ulazni podaci

Stup HE 340 AA, S275			
Visina	h	320	mm
Širina pojasnice	b	300	mm
Debljina hrpta	$t_{w,c}$	8,5	mm
Debljina pojasnice	$t_{f,c}$	11,5	mm
Radijus zaobljenja	r	27	mm
Površina poprečnog presjeka	A	100,5	cm^2
Moment površine drugog reda	I_y	19 550	cm^4
Ravni dio hrpta	d_c	243	mm
Granica popuštanja	$f_{y,c}$	275	N/mm^2
Vlačna čvrstoća	$f_{u,c}$	430	N/mm^2
Oslonjeni nosač IPE 400, S275			
Visina	h	400	mm
Širina pojasnice	b	180	mm
Debljina hrpta	$t_{w,b1}$	8,6	mm
Debljina pojasnice	$t_{f,b1}$	13,5	mm
Radijus zaobljenja	r	21	mm
Površina poprečnog presjeka	A	84,46	cm^2
Moment površine drugog reda	I_y	23130	cm^4
Ravni dio hrpta	d_{b1}	331	mm
Granica popuštanja	$f_{y,b1}$	275	N/mm^2
Vlačna čvrstoća	$f_{u,b1}$	430	N/mm^2

Čelna ploča 10x300x300, S275			
Vertikalni razmak	g_v	50	mm
Visina	h_p	300	mm
Širina	b_p	300	mm
Debljina	t_p	14	mm
Granica popuštanja	$f_{y,p}$	275	N/mm^2
Vlačna čvrstoća	$f_{u,p}$	430	N/mm^2
Vijci M16, kv. 8.8			
Promjer tijela vijka	d	16	mm
Promjer rupe	d_0	18	mm
Broj redova	n_1	4	mm
Broj stupaca	n_2	2	mm
Granica popuštanja	$f_{y,p}$	900	N/mm^2
Vlačna čvrstoća	$f_{u,b}$	1000	N/mm^2
Zavari			
Debljina zavora	a	4	mm

4.2. Zahtjevi za duktilnost

Podupirući element je pojasnica stupa pa treba zadovoljiti uvjete (47) ili (48). Uvjet (47) je zadovoljen pa je duktilnost osigurana.

$$\frac{16}{2,8} \sqrt{\frac{1000}{275}} = 10,90 \text{ mm} > t_p = 10 \text{ mm}$$

4.3. Proračun zavora

Za kvalitetu čelika S 275 mora biti zadovoljen uvjet (45). S obzirom da je $a = 4 \text{ m} > 0,39 \cdot 8,6 = 3,35 \text{ mm}$, uvjet je zadovoljen.

4.4. Posmična otpornost

4.4.1. Vijci na posmik

Otpornost čelne ploče na posmik jednog vijka određena je prema (3) i iznosi $F_{v,Rd} = 62,80 \text{ kN}$. Vrijednosti korištene u (3) su: $\gamma_{M2} = 1,25$, $\alpha_v = 0,5$ i $A = A_s = 157 \text{ mm}^2$. Otpornost svih vijaka na posmik $V_{Rd,1}$ prema (2) iznosi $401,92 \text{ kN}$.

4.4.2. Otpornost na pritisak po omotaču rupe čelne ploče

Otpornost na pritisak po omotaču rupe jednog vijka $F_{b,Rd}$ izračunata prema (6) iznosi $114,21 \text{ kN}$. Koeficijenti α_b i k_1 dobiveni su prema izrazima (7) i (8). Otpornost na pritisak po omotaču rupe prema (5) iznosi $V_{Rd,2} = 913,68 \text{ kN}$.

4.4.3. Otpornost na pritisak po omotaču rupe pojasnice stupa

S obzirom da je podupirući element pojasnica stupa otpornost na pritisak po omotaču rupe podupirućeg elementa za jedan vijak $F_{b,Rd}$ dobivena je iz (10) i iznosi $152,74kN$, a ukupna prema (9) i iznosi $1221,94kN$. Koeficijenti α_b i k_1 određeni su prema (11) i (12).

4.4.4. Bruto presjek čelne ploče u posmiku

Otpornost bruto presjeka čelne ploče u posmiku $V_{Rd,4}$ dobivena prema (17) iznosi $750,10kN$.

4.4.5. Neto presjek čelne ploče u posmiku

Otpornost neto presjeka čelne ploče u posmiku $V_{Rd,5}$ dobivena prema (18) iznosi $905,65kN$. Površina neto presjeka određena je prema (19) i iznosi $2280mm^2$.

4.4.6. Posmični blok čelne ploče

Otpornost čelne ploče na posmik (posmični blok) $V_{Rd,6}$ određena prema (20) iznosi $480,64kN$. S obzirom da vrijedi $h_p > 1,36p_3$ i $n > 1$, za $V_{eff,Rd}$ iz (20) koristi se (22) te $V_{eff,Rd}$ iznosi $240,32kN$.

4.4.7. Čelna ploča u savijanju

S obzirom da je $hp = 300mm > 1,36 \cdot 160 = 217,60mm$, vrijedi $V_{Rd,7} = \infty$.

4.4.8. Hrbat nosača na posmik

Otpornost hrpta nosača na posmik $V_{Rd,8}$ izračunata prema izrazu (27) iznosi $368,67kN$.

4.5. Otpornost na povezivanje

4.5.1. Vijci na vlak

Otpornost jednog vijka na vlak $F_{t,Rd,u}$ dana je izrazom (29) i iznosi $128,45kN$, a ukupna otpornost na vlak određuje se prema (28) i iznosi $1027,60kN$.

4.5.2. Čelna ploča na savijanje

Otpornost čelne ploče na savijanje $N_{Rd,u,2}$ određena je prema izrazu (30) gdje su $F_{Rd,u,ep1}$ i $F_{Rd,u,ep2}$ dani u (31) i (32). $N_{Rd,u,2}$ iznosi $170,18kN$.

4.5.3. Podupirući konstrukcijski element na savijanje

Podupirući element je pojasnica stupa koja je deblja od čelne ploče i nije potrebna provjera pojasnice stupa na savijanje.

4.5.4. Hrbat nosača na vlak

Otpornost hrpta nosača na vlak dana izrazom (43) iznosi 1008,55kN.

4.6. Mogući načini otkazivanja priključka

U Tablici 2 dane su vrijednosti otpornosti za sve načine otkazivanja. Mjerodavna, odnosno minimalna vrijednost kod posmične otpornosti odnosi se na hrbat nosača izloženog posmiku, dok se kod otpornosti na povezivanje odnosi na čelnu ploču izloženu savijanju.

Tablica 2. Vrijednosti otpornosti za sve načine otkazivanja

Načini otkazivanja		
Posmična otpornost priključka		
Vijci na posmik	$V_{Rd,1}$	401,92kN
Pritisak po omotaču rupe čelne ploče	$V_{Rd,2}$	913,68kN
Pritisak po omotaču podupirućeg elementa	$V_{Rd,3}$	1221,92kN
Čelna ploča na posmik (bruto presjek)	$V_{Rd,4}$	750,10kN
Čelna ploča na posmik (neto prsjek)	$V_{Rd,5}$	905,65kN
Čelna ploča na posmik (klizanje bloka)	$V_{Rd,6}$	480,64kN
Čelna ploča na savijanje	$V_{Rd,7}$	∞
Hrbat nosača na posmik	$V_{Rd,8}$	368,67kN

Otpornost na povezivanje priključka		
Vijci na vlak	$N_{Rd,u,1}$	1027,60kN
Čelna ploča na savijanje	$N_{Rd,u,2}$	170,18kN
Podupirući nosač na savijanje	$N_{Rd,u,3}$	--
Hrbat nosača na vlak	$N_{Rd,u,4}$	1008,55kN

5. Zaključak

U radu je provedena analiza priključaka izvedenih s čelnom pločom čija je visina manja ili jednaka visini nosača. Takvi priključci mogu preuzeti samo poprečnu silu. Provedena je preliminarna numerička analiza ponašanja

priključka nosač-stup metodom konačnih elemenata gdje je u numerički model uključena materijalna nelinearnost. Numeričkom analizom pokazano je da se tečenje materijala događa u srednjem dijelu čelne ploče po cijeloj visini i rubnom dijelu panela hrpta nosača gdje se mogu uočiti zone plastifikacije. Također, uočljiva je koncentracija naprezanja u zavaru na spoju panela hrpta nosača s čelnom pločom. Numeričkim primjerom predstavljena je metoda komponenata prema EN 1993-1-8, koja je propisana na temelju velikog broja eksperimenata gdje se za svaku komponentu procjenjuju karakteristike otpornosti, krutosti i duktilnosti. Za odabrani posmični priključak analizirana je otpornost na posmik i otpornost na povezivanje na pojasnicu stupa uz zadovoljenje zahtjeva za duktilnost i otpornost zavora. Za zadanu geometriju i karakteristike materijala pri analizi posmične otpornosti očekivano se najkritičniji pokazao hrbat nosača na posmik budući da hrbat preuzima najveću poprečnu silu, dok je pri analizi otpornosti na povezivanje priključka očekivano najmanja otpornost dobivena za čelnu ploču pri savijanju. U radu su dane smjernice za nastavak istraživanja gdje će se provesti detaljna numerička analiza, a također se predviđa kombiniranje teorije pouzdanosti i metode konačnih elemenata kako bi se bolje iskoristila postkritična svojstva čeličnih priključaka.

Literatura

- [1] Androić, B., Dujmović, D., Džeba, I., *Čelične konstrukcije 1*, IA Projektiranje, Zagreb, 2009.
- [2] Dujmović, D., Androić, B., Džeba, I., *Modeliranje konstrukcija prema Eurocode 3*, IA Projektiranje, Zagreb, 2004.
- [3] Dujmović, D., Androić, B., Skejić, D., Modeliranje priključaka čeličnih okvirnih konstrukcija, *Građevinar*, 2003;55:339-348.
- [4] Eurocode 3, *Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, EN 1993-1-1:2005*, CEN – European Comitee for Standardization, 2005.
- [5] Eurocode 3, *Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints, EN 1993-1-8:2005*, CEN – European Comitee for Standardization, 2005.
- [6] Straus 7 Program – Release 2: User's Manual, 2000.
- [7] Jaspert, J.P., Rankin, S., Guillaume, M.L. *European recommendations for the design of simple joints in steel structures*, Document prepared under the supervision of ECCS TC10, 2003.
- [8] Dujmović, D., Androić, B., Skejić, D., Modeliranje priključaka čeličnih okvirnih konstrukcija, *Građevinar*, 2003;55:339-348.
- [9] Skejić, D., Dujmović, D., Lukačević, I., Numerička analiza pojasnih kutnika pri savijanju, *Građevinar*, 63:323-334, 2011.

- [10] Skejić, D., Dujmović, D., Haiman, M., Nelinearni proračun zavarenog priključka nosač – stup, *Građevinar*, 2006.;58;979-987.
- [11] Bulić, M., Androić, B., Čaušević, M., Pouzdanost kratkih seizmičkih spona čeličnih okvirnih konstrukcija, *Građevinar*, 2009;61:913-921.

ARMIRANOBETONSKI GREDNI KONAČNI ELEMENT S UGRAĐENOM POPREČNOM PUKOTINOM I NELINEARNIM ODNOSOM IZMEĐU NAPREZANJA PRIANJANJA I PROKLIZAVANJA ARMATURE

REINFORCED-CONCRETE BEAM ELEMENT WITH EMBEDDED TRANSVERSAL CRACKING AND NON-LINEAR BOND-SLIP RELATIONSHIP

Paulo ŠĆULAC* , Gordan JELENIĆ*

Sažetak

U ovom su radu osnovne komponente mehanizma nošenja armiranobetonskih konstrukcija – raspucavanje betona u vlaku, te prijenos naprezanja između armaturnih šipki i okolnog betona obrađene unutar metode konačnih elementa, i to primjenom metode diskretnih pukotina na gredne konačne elemente. Razvijen je novi gredni konačni element koji se sastoji od proizvoljnog broja slojeva međusobno povezanih krutom vezom pri čemu svaki sloj predstavlja jedan Reissnerov gredni element. Korištenje slojeva omogućava praćenje razvoja pukotina po visini poprečnog presjeka te također i modeliranje krivljenja poprečnog presjeka koje je u standardnoj grednoj teoriji zanemareno. Element ima ugrađenu poprečnu pukotinu koja se u pojedinom betonskom sloju elementa otvara u trenutku kada naprezanje na središnjoj osi sloja dosegne vlačnu čvrstoću betona. Svaki raspucali sloj uključuje diskontinuitet u polju pomaka i diskontinuitet u polju zaokreta poprečnog presjeka koji je jednak kutu nagiba pukotine. Armaturne su šipke modelirane kao dodatni sloj konačne površine, čija je debljina jednaka nuli, koji se nalazi unutar betonskog sloja povezan konstitutivnim zakonom koji definira naprezanje prianjanja kao funkciju proklizavanja armature. Razvijena su dva tipa konačnih elemenata koji se razlikuju u vrsti opterećenja i obliku pukotine u poprečnom presjeku.

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: {paulo.sculac,gordan.jelenic}@gradri.hr

Provedena je verifikacija elementa na nekoliko primjera s nelinearnim odnosom između naprezanja prijanjanja i proklizavanja armature pri čemu su rezultati uspoređeni s rezultatima dobivenim analitičkim postupcima te eksperimentalnim ispitivanjima kako bi se ocijenila efikasnost i točnost razvijenih elemenata. Pokazano je kako se predloženim elementom može vrlo učinkovito prikazati nastanak i razvoj pukotina te pratiti širinu pukotina porastom opterećenja.

Ključne riječi: višeslojni gredni konačni element, poprečna pukotina, monotono opterećenje, naprezanje prijanjanja-proklizavanje

Abstract

In this work the fundamental ingredients of the load bearing mechanism in reinforced-concrete structures – cracking of concrete in tension and stress transfer between reinforcement bars and surrounding concrete matrix are addressed within the finite element method by applying the discrete crack method on beam finite elements. A novel beam finite element has been derived which consists of an arbitrary number of layers with a rigid inter-layer connection where each layer represents a Reissner beam element. The use of layers allows the crack to propagate through the depth of the beam, as well as the warping of the cross-section which is neglected in the standard beam theory. A transversal crack is embedded in the element in a manner that it opens in a layer when the tensile stress at its mid-depth reaches the tensile concrete strength. Cracked layer(s) involve discontinuity in the position vector of the layer reference line as well as a discontinuity in the cross-sectional rotation equal to the crack profile angle. Reinforcement bars are modelled as an additional layer of finite cross-section and zero thickness, placed within a surrounding concrete layer and connected together by a constitutive bond-slip relationship. Two types of elements have been derived, differing in load and shape of the crack in the cross-section.

The element has been tested on several numerical examples involving a non-linear bond-slip relationship, where the results have been compared with analytical results and experimental tests in order to examine the efficiency and accuracy of derived elements. It has been shown that the element may be used to model crack formation and development, as well as to measure crack width with increasing loads.

Key words: layered beam finite element, transversal crack, monotonic loading, bond-slip relationship

1. Uvod

Modeliranje procesa nastajanja i razvoja pukotina korištenjem konačnih elemenata vrlo je složeno i vremenski dugotrajno te iziskuje složene nelinearne proračunske postupke. Gredni konačni elementi koji se temelje na relativno jednostavnoj grednoj teoriji imaju znatno smanjeni broj stupnjeva slobode u odnosu na ravninske ili prostorne konačne elemente – u dvodimenzionalnoj i trodimenzionalnoj analizi potreban je mnogo veći broj stupnjeva slobode nego li kod grednih elemenata, što daje veći broj nepoznanica u globalnoj jednadžbi

konačnih elemenata i znatno povećava vrijeme računanja. Gredni elementi time pružaju dobru osnovu za efikasnije (računski brže, ali dovoljno točno) rješavanje procesa modeliranja raspucavanja, te su stoga u ovom radu pomnije analizirani.

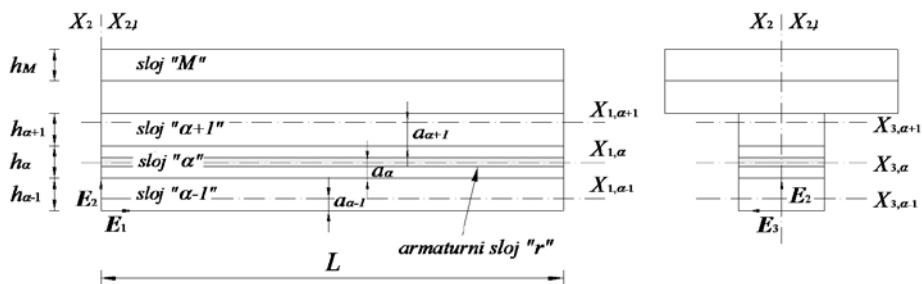
Ovaj element detaljnije je opisan u [1], a u nastavku je prikazan samo osnovni mehanizam nastajanja poprečne pukotine, te opisan postupak modeliranja armature. Naglasak je stavljen na ugradnju nelinearnog odnosa naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature, te na verifikaciju elementa na dva primjera.

2. Slojeviti armiranobetonski gredni konačni element s ugrađenom poprečnom pukotinom

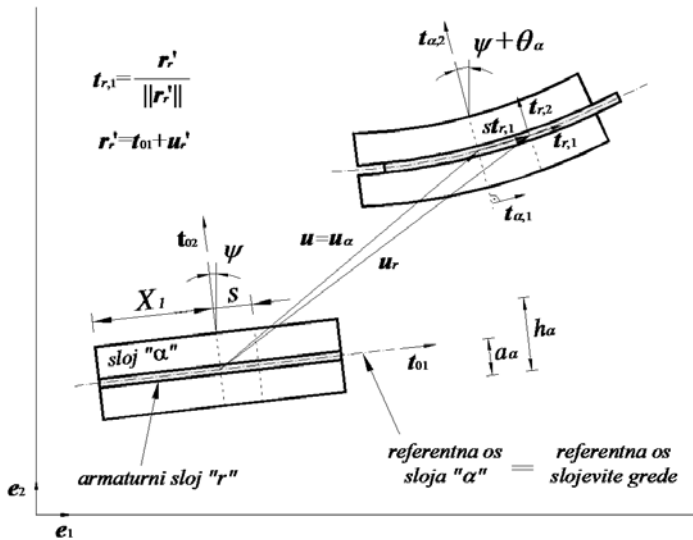
2.1. Opis elementa bez poprečne pukotine

Gredni konačni element koji je prikazan u nastavku nadogradnja je elementa razvijenog u [2] u kojeg je dodatno ugrađen armaturni sloj i poprečna pukotina. Element je po visini poprečnog presjeka podijeljen na slojeve (Slika 1), pri čemu svaki sloj predstavlja jedan Reissnerov gredni element [3]. Slojevi su međusobno povezani krutom vezom, bez mogućnosti proklizavanja ili odvajanja, ali svaki se sloj može slobodno zaokretati u odnosu na susjedni sloj. Ova kruta veza između slojeva ujedno omogućava smanjenje broja nepoznanica problema – pomaci bilo koje točke na gredi mogu se zapisati preko pomaka referentnog sloja α i kuteva zaokreta pojedinih slojeva [2].

Podjela poprečnog presjeka elementa po visini na slojeve ima nekoliko prednosti: i) moguće je modelirati krivljenje poprečnog presjeka koje je u standardnoj grednoj teoriji zanemareno; ii) moguće je pratiti razvoj pukotina po visini poprečnog presjeka, a da se pritom ne naruši Bernoullijeva hipoteza o ravnim presjecima unutar slojeva; iii) pri razvoju pukotine po visini poprečnog presjeka nema potrebe za ponovnim definiranjem topologije mreže.



Slika 1. Slojeviti armiranobetonski gredni konačni element



Slika 2. Proklizavanje armaturnog sloja r

U predloženom elementu za referentni sloj α izabiremo betonski sloj koji okružuje armaturne šipke (Slika 1). Referentna os betonskog sloja α ujedno predstavlja referentnu os slojevite grede.

Armaturne šipke modelirane su kao dodatni sloj konačne površine čija je debljina jednaka nuli koji se nalazi unutar betonskog sloja α . U nedeformiranom stanju os betonskog sloja α poklapa se s referentnom osi armaturnog sloja r . Armaturni sloj može prokliznuti u odnosu na okolni betonski sloj, kao što je prikazano na Slici 2.

Sa Slike 2 možemo uspostaviti vezu između vektora pomaka referentne osi sloja α , \mathbf{u}_α (koji je jednak referentnoj osi višeslojne grede \mathbf{u}) i vektora pomaka armaturnog sloja \mathbf{u}_r , kao

$$\mathbf{u}_r(X_1) = \mathbf{u}(X_1) + s(X_1)\mathbf{t}_{r,1}(X_1), \quad (1)$$

koji za slučaj geometrijski linearne analize postaje

$$\mathbf{u}_r(X_1) = \mathbf{u}(X_1) + s(X_1)\mathbf{t}_{01}, \quad (2)$$

gdje su $s(X_1)$, $\mathbf{t}_{r,1}(X_1)$ i \mathbf{t}_{01} redom proklizavanje armaturnog sloja u odnosu na okolni betonski sloj, bazni vektor armaturnog sloja u uzdužnom smjeru u deformiranom stanju i bazni vektor u uzdužnom smjeru grede u nedeformiranom stanju.

$$\delta_{\alpha c} = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{\alpha} \leq f_{ct} / E_c \\ 1, & \varepsilon_{\alpha} > f_{ct} / E_c \end{cases}, \quad (6)$$

gdje je ε_{α} normalna deformacija, f_{ct} vlačna čvrstoća u sredini sloja α te E_c modul elastičnosti betona. Širina pukotine u sredini sloja označena je s w , dok je $k(X_1)$ skokovita funkcija koja je definirana kao

$$k(X_1) = \begin{cases} -\frac{X_1}{L}, & X_1 < X_{1c} \\ \frac{L-X_1}{L}, & X_1 > X_{1c} \end{cases}, \quad (7)$$

i nedefinirana u točki $X_1 = X_{1c}$ (Slika 4).

Bitno je uočiti kako uz diskontinuitet u polju pomaka sloja α , također postoji i diskontinuitet u kutu zaokreta svakog raspucanog sloja jednak

$$\theta_l = \beta_l + k(X_1)\varphi_l, \quad (8)$$

gdje je β_l kut zaokreta u slučaju kad nema raspucavanja u sloju l , dok je φ_l kut otvora pukotine sloja l .

Zbog pojave pukotine u sloju α , potrebno je redefinirati proklizavanje armature (Slika 5): ukupno proklizavanje definiramo kao magnitudu razlike između vektora pomaka armaturnog i okolnog betonskog sloja kao

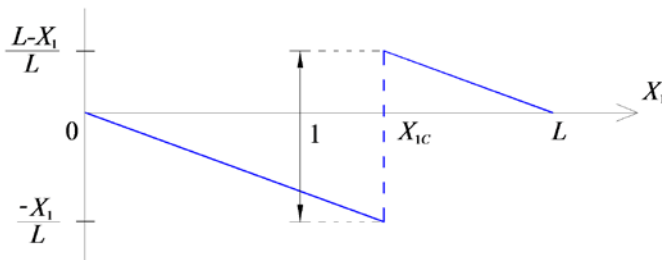
$$f(X_1) = \|\mathbf{u}_r(X_1) - \mathbf{u}_\alpha(X_1)\| = \|\mathbf{f}(X_1)\|. \quad (9)$$

U slučaju geometrijski linearne analize, iz (2) i (4) slijedi kako je

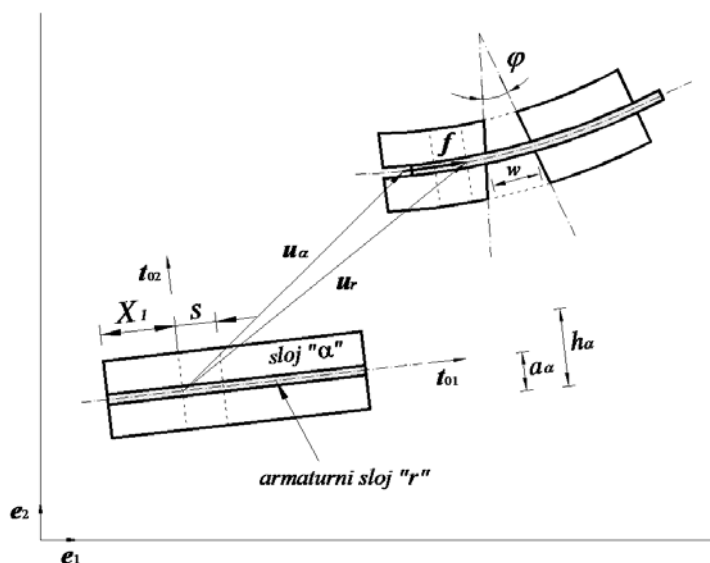
$$\mathbf{f}(X_1) = [s(X_1) - p(X_1)]\mathbf{t}_{01}, \quad (10)$$

odnosno

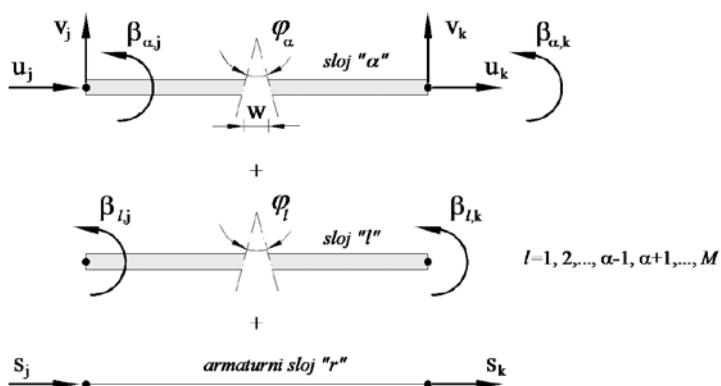
$$f(X_1) = s(X_1) - \delta_{\alpha c} k(X_1)w. \quad (11)$$



Slika 4. Prikaz diskontinuirane funkcije $k(X_1)$

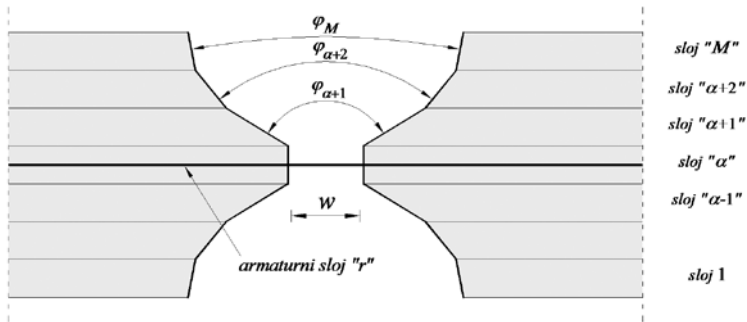


Slika 5. Ukupno proklizavanje armaturnog sloja



Slika 6. Stupnjevi slobode razvijenog elementa za slučaj kada je broj čvorova jednak 2

Konačni element izveden je na osnovu standardnih stupnjeva slobode: dva pomaka u svakom čvoru i kuta zaokreta u pojedinom sloju za svaki čvor, dok su proklizavanje armaturne šipke te kut nagiba pukotine i širina pukotine dodatni stupnjevi slobode (Slika 6).



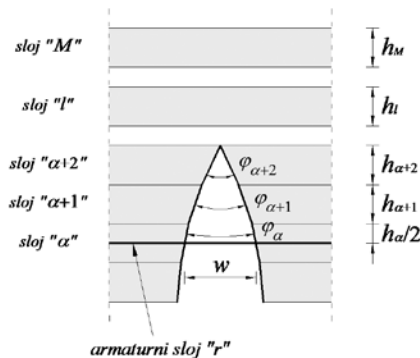
Slika 7. Vlačni konačni element

Razvijena su dva tipa konačnih elemenata koji se razlikuju u vrsti opterećenja i obliku pukotine u poprečnom presjeku:

i) vlačni konačni element (Slika 7) – ovaj element može biti opterećen samo uzdužnim opterećenjem, a kao rezultat u presjeku se javljaju samo naprezanja istog predznaka. Kod ovog elementa svi betonski slojevi su raspucani.

ii) gredni konačni element – jedan rub presjeka (gornji ili donji) mora uvijek biti u tlaku, tj. pukotina se ne može pojaviti u svim slojevima jednog elementa (Slika 8). Kod ovog elementa širina pukotine w u sredini sloja α više nije nezavisna veličina, kao kod vlačnog štapa, već postoji veza između širine pukotine w i kuteva otvora pukotine φ .

Na temelju ovako definirane kinematike proklizavanja i raspucavanja, Reissnerove gredne teorije [3] i njezine primjene na slojevite nosače [2], jednadžbe ravnoteže elementa mogu biti definirane za općenite konstitutivne zakonitosti koje vrijede u betonu, armaturi i vezi među njima. U [1] ove jednadžbe su izvedene i posebno je analiziran slučaj kada su sve te zakonitosti linearne, dok ćemo se u nastavku pomnije pozabaviti samo analizom nelinearne veze između naprezanja prijanjanja i proklizavanja.



Slika 8. Gredni konačni element

2.3. Nelinearni odnos naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature

Konstitutivni zakon naprezanja prijanjanja kao funkcija proklizavanja armature usvojen je prema modelu iz [4], koji se temelji na modelu kojeg su razvili Eligehausen i sur. [5] na osnovu rezultata eksperimentalnih istraživanja, uz jedno pojednostavljenje – nelinearni dio krivulje zamijenjen je bilinearnim (Slika 9).

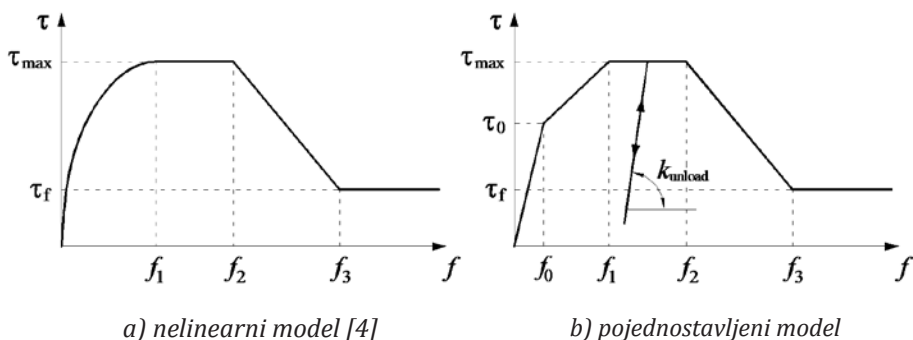
Naprezanje prijanjanja definirano je kao

$$\tau(f) = \begin{cases} f \cdot k_1, & 0 \leq f \leq f_0 \\ \tau_0 + (f - f_0)k_2, & f_0 < f \leq f_1 \\ \tau_{\max}, & f_1 < f \leq f_2 \\ \tau_{\max} - k_3(f - f_2), & f_2 < f \leq f_3 \\ \tau_f, & f > f_3 \end{cases} \quad (12)$$

gdje je τ_0 čvrstoća prijanjanja koja odgovara proklizavanju f_0 , τ_{\max} najveća čvrstoća prijanjanja, τ_f čvrstoća prijanjanja koja odgovara komponenti trenja [4], dok su kutovi nagiba k_1 , k_2 i k_3 definirani kao

$$k_1 = \frac{\tau_0}{f_0}, \quad k_2 = \frac{\tau_{\max} - \tau_0}{f_1 - f_0}, \quad k_3 = \frac{\tau_{\max} - \tau_f}{f_3 - f_2}. \quad (13)$$

Ugrađeni konstitutivni odnos naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature nadograđen je za slučaj rasterećenja, koje se može pojaviti i u slučaju monotono rastućeg opterećenja. Rasterećenje je modelirano na način da se odvija po nagibu k_{unload} , koji je definiran u [4].



Slika 9. Konstitutivni zakon naprezanja prijanjanja τ u ovisnosti o proklizavanju armature f

3. Numerički primjeri

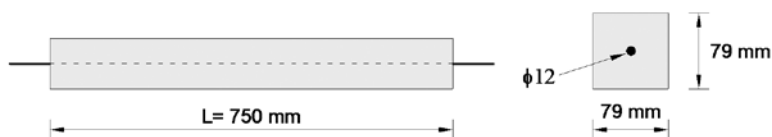
Za ispitivanje prethodno opisanog konstitutivnog odnosa naprezanja prijanjanja kao funkcije proklizavanja armature odabrana su dva pokusna primjera: jedan za verifikaciju vlačnog i jedan za verifikaciju grednog konačnog elementa. U oba su primjera primijenjeni dvočvorni konačni elementi jednake duljine, a predviđeni položaj pukotine (X_{1C}) odabran je na sredini elementa.

3.1. Vlačni štap [6]

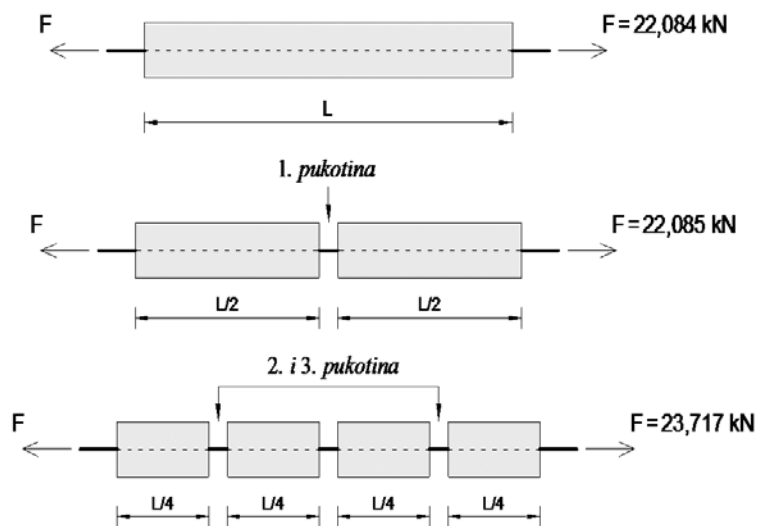
U prvom primjeru analiziramo betonski štap kvadratnog poprečnog presjeka kroz čije središte prolazi armaturna šipka promjera 12 mm (Slika 10). Štap je opterećen monotono rastućim vlačnim silama koje djeluju na krajevima armaturnih šipki koje vire iz betonskog presjeka. Materijalne karakteristike štapa dane su u Tablici 1. Ovaj štap obrađen je u [6] u kojem su autori razvili analitički model za 1D analizu vlačnog štapa uz primjenu multilinearog konstitutivnog odnosa naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature sa Slike 9b). Analiza je provedena za sile kod kojih neće doći do prekoračenja granice popuštanja u čeliku za armiranje.

Tablica 1. Materijalne karakteristike vlačnog štapa [6]

modul elastičnosti betona, E_c	29 000 MPa
vlačna čvrstoća betona, f_{ct}	3,1 MPa
čvrstoća prijanjanja koja odgovara f_0, τ_0	6 MPa
najveća čvrstoća prijanjanja, τ_{max}	12 MPa
čvrstoća prijanjanja – komponenta trenja, τ_f	5 MPa
proklizavanje f_0	0,03 mm
proklizavanje pri najvećoj čvrstoći prijanjanja, f_1	1,0 mm
proklizavanje f_2	3,0 mm
proklizavanje f_3	10 mm
modul elastičnosti čelika za armiranje, E_s	210 000 MPa
granica popuštanja čelika za armiranje, f_y	460 MPa
kut nagiba rasterećenja, k_{unload}	200 MPa/mm



Slika 10. Vlačni štap



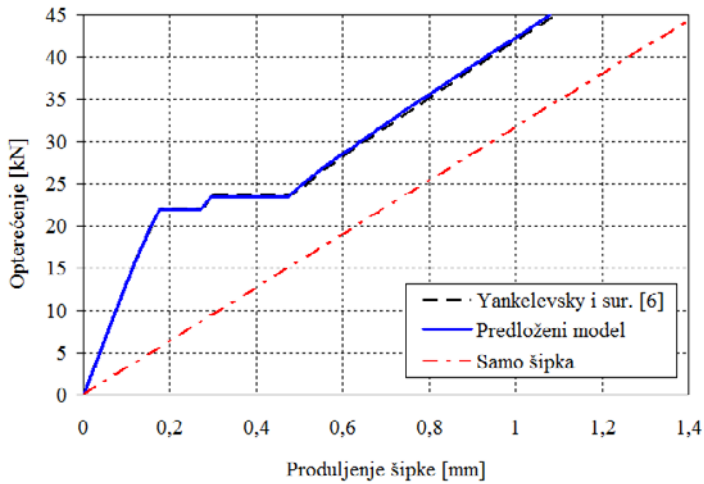
Slika 11. Proces nastajanja pukotina u analiziranom štapu

Štap je modeliran tridesetjednim jednoslojnim elementom, dok su rubni uvjeti sljedeći: na lijevom rubu štapa horizontalni pomak je spriječen, dok je na desnom rubu dopušten; proklizavanje šipke dopušteno je na oba ruba. Linearna Lagrangeova interpolacija korištena je za polje pomaka, polje zaokreta i polje proklizavanja.

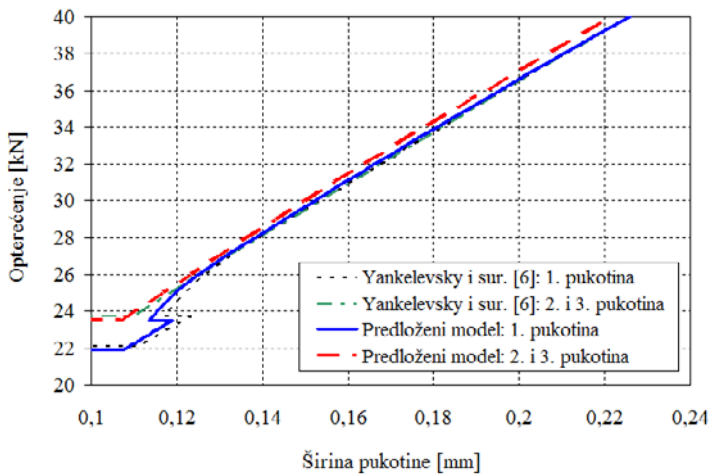
Na Slici 11 prikazan je proces nastajanja pukotina zajedno sa silama koje dovode do otvaranja pukotina dobivene analitičkim modelom [6]. Prva pukotina nastaje kada vlačno naprezanje na sredini štapa prekorači vlačnu čvrstoću betona. Daljnjim povećanjem sile i doseganjem vlačne čvrstoće na sredini lijevog i desnog kraja raspucanog štapa otvaraju se druga i treća pukotina. Sile raspucavanja u predloženom modelu malo se razlikuju od analitičkog modela i iznose 21,950 kN za prvu te 23,493 kN za drugu i treću pukotinu.

Na Slici 12 prikazan je dijagram opterećenja u ovisnosti o produljenju armaturne šipke te je za usporedbu dano i analitičko rješenje. Jasno možemo uočiti skokove u produljenju i pad krutosti koji nastaju na mjestu nastanka pukotina. Na slici je prikazano i ponašanje samo šipke (bez betonskog omotača) te se može vidjeti kako je krutost vlačnog štapa znatno veća nego li krutost samo šipke. Ova dodatna krutost nastaje kao rezultat prijenosa naprezanja iz armaturne šipke u okolni beton.

Usporedba širine pukotina ovisno o opterećenju dana je na Slici 13 i 14. Razlike u širini pukotine između analitičkog rješenja i predloženog modela nastaju kao rezultat različitih vrijednosti sila koje dovode do otvaranja



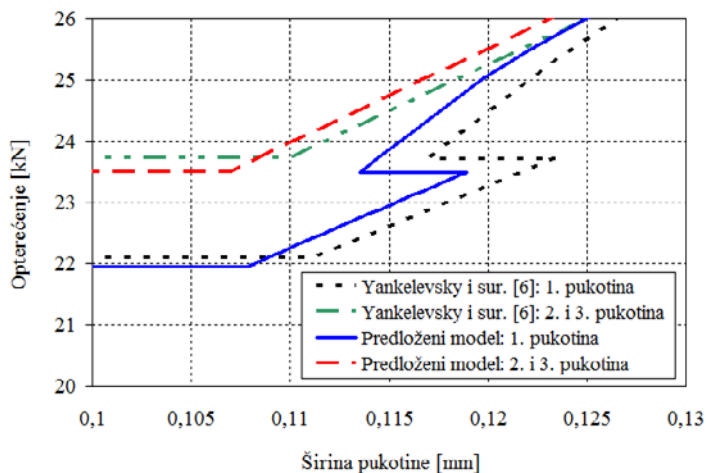
Slika 12. Dijagram opterećenja u ovisnosti o produljenju armaturne šipke



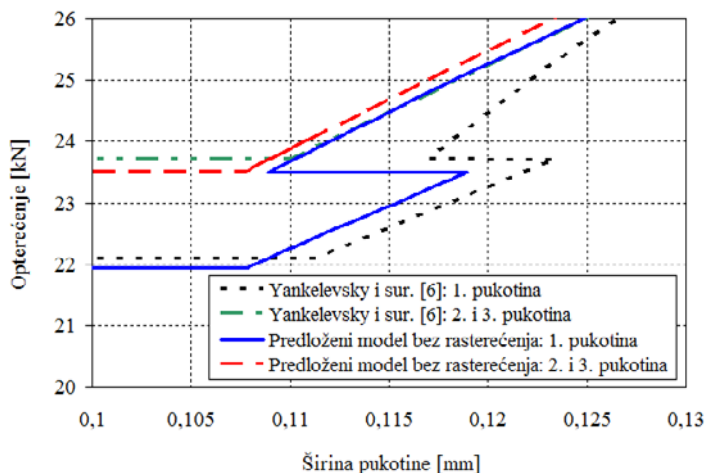
Slika 13. Dijagram širine pukotina ovisno o opterećenju F

pukotina u analitičkom i predloženom modelu (135 N razlike za prvu i 224 N za drugu i treću pukotinu). Može se primijetiti kako u trenutku otvaranja druge i treće pukotine, kada se javlja preraspodjela naprezanja u betonu, dolazi do djelomičnog zatvaranja prve pukotine.

U slučaju korištenja konstitutivnog zakona naprezanje prijanjanja – proklizavanje bez ugrađene mogućnosti rasterećenja ovo je zatvaranje znatno veće (Slika 14. b)). Ugradnja rasterećenja, dakle, neophodna je čak i kod monotonog opterećenja.



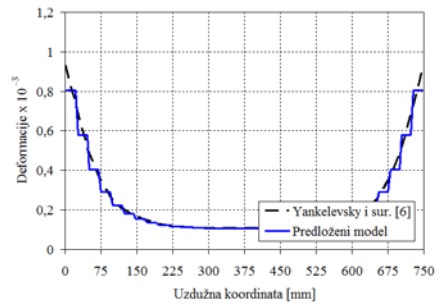
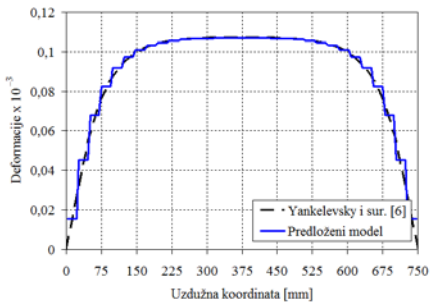
a) model s rasterećenjem konstitutivnog zakona naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature



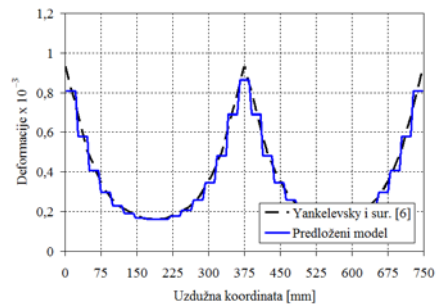
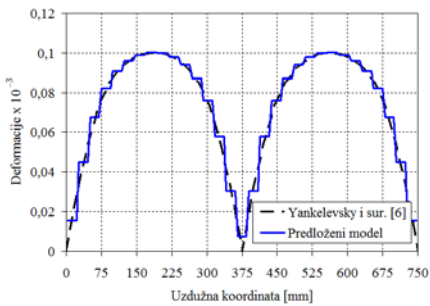
b) model bez rasterećenja konstitutivnog zakona naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature

Slika 14. Usporedba širine pukotina – uvećani prikaz

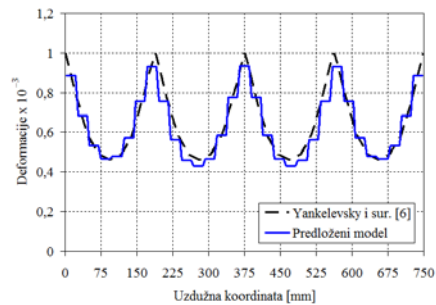
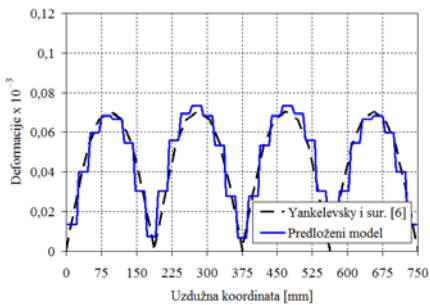
Budući da je štap izrađen od homogenog materijala i raspored pukotina je simetričan, očekuje se kako bi širine svih pukotina trebala biti jednake, no to se ne događa, budući primijenjeni zakon naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju s rasterećenjem na mjestu prve te druge i treće pukotine uzrokuje različite vrijednosti proklizavanja [6]. No, povećanje opterećenja vodi k izjednačavanju proklizavanja, odnosno do istih vrijednosti naprezanja prijanjanja i, u konačnici, do izjednačavanja vrijednosti širina svih pukotina.



a) prije nastanka prve pukotine



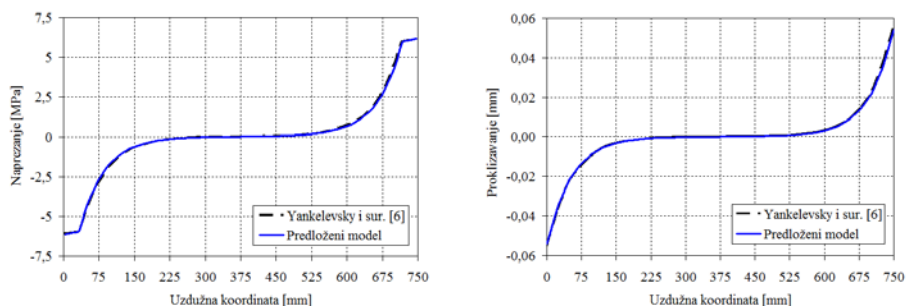
b) nakon nastanka prve pukotine



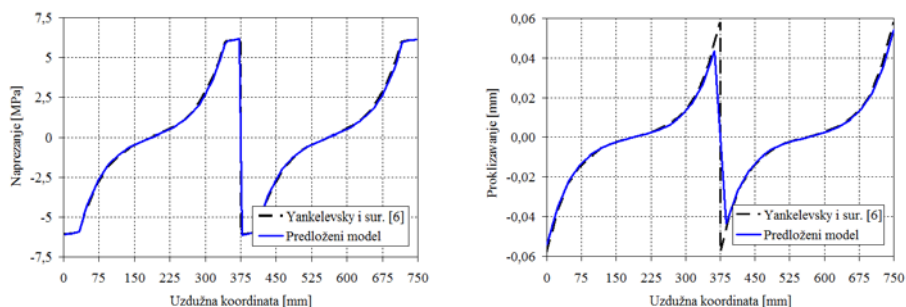
c) nakon nastanka druge i treće pukotine

Slika 15. Deformacije u betonu (lijevo) i armaturi (desno)

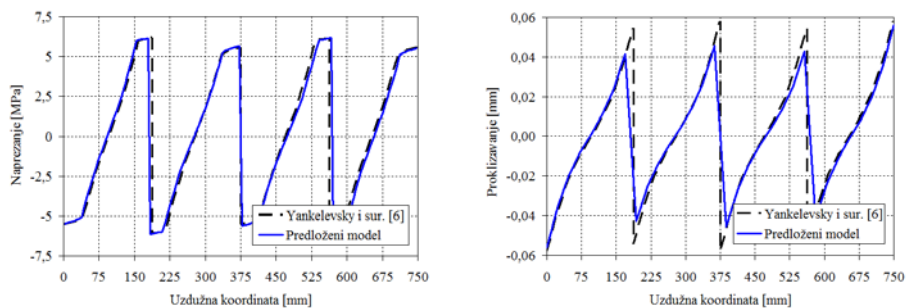
Na Slici 15 prikazane su deformacije u betonu i u armaturi prije nastanka prve pukotine, nakon nastanka prve pukotine te nakon nastanka druge i treće pukotine, gdje možemo vidjeti vrlo dobro poklapanje s analitičkim rezultatima. Budući da su korišteni elementi dvočvorni, dobivamo konstantne deformacije unutar elementa. Prije pojave prve pukotine deformacija u betonu najveća je na sredini štapa, a jednaka nuli na rubovima, pa je stoga i vlačno naprezanje u betonu najveće upravo na sredini štapa i tu najprije ono postiže vrijednost vlačne čvrstoće betona, što je kriterij za pojavu pukotina. Nakon pojave prve



a) prije nastanka prve pukotine



b) nakon nastanka prve pukotine



c) nakon nastanka druge i treće pukotine

Slika 16. Naprezanja prijanjanja (lijevo) i proklizavanje u armaturi (desno)

pukotine na mjestu pukotine deformacija u betonu postaje nula, a deformacija u armaturi naglo naraste – na mjestu pukotine sveukupnu vlačnu silu preuzima armatura.

Mala odstupanja koja se javljaju na rubovima štapa te razlike u vrijednostima najmanje i najveće vrijednosti deformacijskih krivulja i njihovom horizontalnom pomaku nakon nastanka druge i treće pukotine rezultat su relativno grube mreže, a mogu se smanjiti progušćenjem broja elemenata u

mreži. Detaljnija analiza pri progušćenju mreže konačnih elemenata predmet je trenutnog istraživanja autora ovog rada.

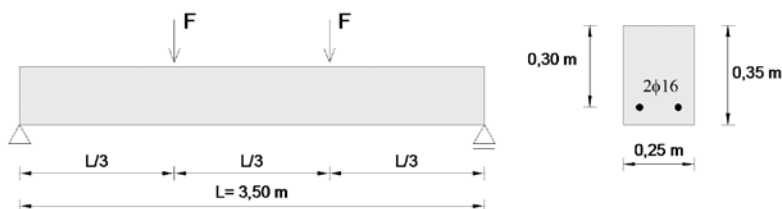
Na Slici 16 prikazana su naprezanja prijanjanja i proklizavanje armature prije nastanka prve pukotine, nakon nastanka prve pukotine te nakon nastanka druge i treće pukotine. I ovdje se vidi vrlo dobro poklapanje rezultata. Najveća naprezanja prijanjanja javljaju se na mjestima pukotina (jer su upravo na tim mjestima i proklizavanja armature najveća) te mijenjaju predznak na polovici razmaka između dvije pukotine. Uočimo također da su lomovi u dijagramima naprezanja na mjestima u blizini najvećih naprezanja (kojih nema u odgovarajućim dijagramima deformacija) posljedica multilinearne konstitutivnog zakona naprezanja prijanjanja kao funkcije proklizavanja armature.

3.2. Greda opterećena s dvije sile [7]

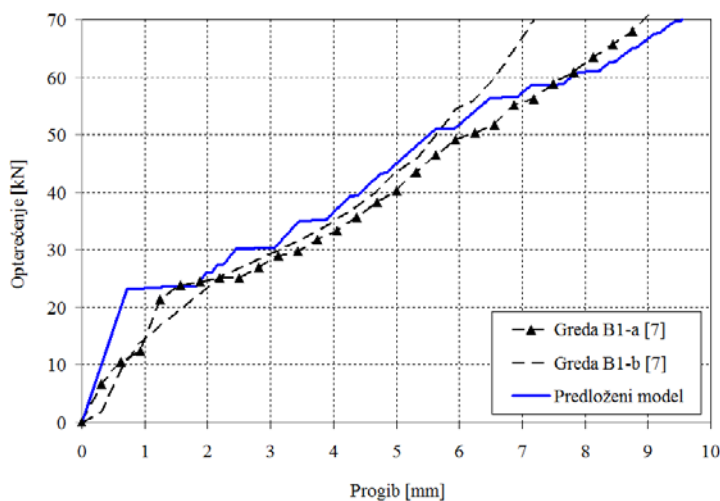
Za verifikaciju grednog konačnog elementa odabrana je slobodno oslonjena greda opterećena s dvije sile F u trećinama raspona (Slika 17). U [7] su dani podaci eksperimentalnog ispitivanja za dvije takve grede: B1-a i B1-b; opterećenje je nanošeno u koracima po 5 kN, uz detaljno dokumentiranje položaja i širina pukotina sve do oko 70% slomnog opterećenja. Materijalni podaci ispitane grede dani su u Tablici 2. Podaci o čvrstoćama prijanjanja i proklizavanjima f potrebni za definiranje konstitutivnog zakona naprezanje prijanjanja – proklizavanje nisu dani u referentnom ispitivanju, pa su određeni na osnovu preporuka iz [4], uz malu redukciju vrijednosti čvrstoća budući da ispitana greda ne sadrži poprečnu armaturu.

Tablica 2. Materijalne karakteristike grede [7]

modul elastičnosti betona, E_c	27 000 MPa
tlačna čvrstoća betona, f_c	36,3 MPa
vlačna čvrstoća betona, f_{ct}	2,8 MPa
čvrstoća prijanjanja koja odgovara f_0, τ_0	4 MPa
najveća čvrstoća prijanjanja, τ_{max}	8 MPa
čvrstoća prijanjanja – komponenta trenja, τ_f	2 MPa
proklizavanje f_0	0,1 mm
proklizavanje pri najvećoj čvrstoći prijanjanja, f_1	0,6 mm
proklizavanje f_2	0,6 mm
proklizavanje f_3	1 mm
modul elastičnosti čelika za armiranje, E_s	200 000 MPa
Poissonov koeficijent, ν	0,3
kut nagiba rasterećenja, k_{unload}	200 MPa/mm



Slika 17. Geometrijske karakteristike grede

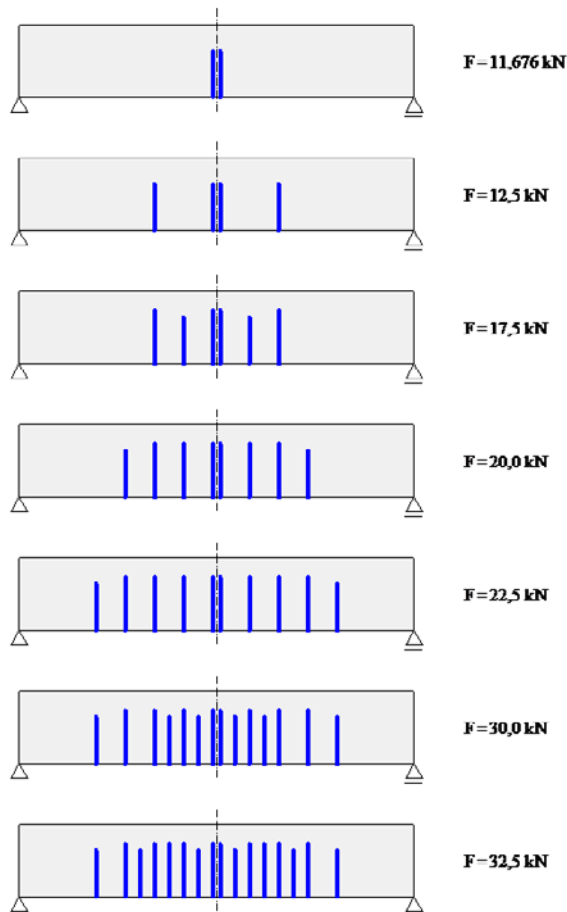


Slika 18. Dijagram opterećenje – progib grede u sredini raspona

Zbog simetrije u geometriji i opterećenju modelirana je samo polovica grede, i to korištenjem 24 elementa (s vezanom interpolacijom za pomake i kutove zaokreta [8], te linearnom Lagrangeovom interpolacijom za proklizavanje). Poprečni presjek podijeljen je u 11 slojeva jednake visine, a armatura se nalazi u 2. sloju. Proklizavanje na rubovima grede je spriječeno.

Vlastita težina grede modelirana je kao kontinuirano opterećenje u vrijednosti od 2,188 kN/m. Budući da promatramo opterećenje koje ne prelazi 70% slomnog opterećenja te za koje naprezanje u armaturi ne prekoračuje granicu popuštanja, pretpostavljamo kako će se beton i čelik ponašati linearno-elastično.

Na Slici 18 prikazan je odnos progiba grede u sredini raspona ovisno o opterećenju i uspoređen s eksperimentalno izmjerenim progibima. Za male vrijednosti opterećenja (prije dosezanja vlačne čvrstoće betona) greda se ponaša linearno-elastično i odziv neraspucane grede možemo odrediti na osnovu idealnog presjeka gdje je površina armature transformirana u

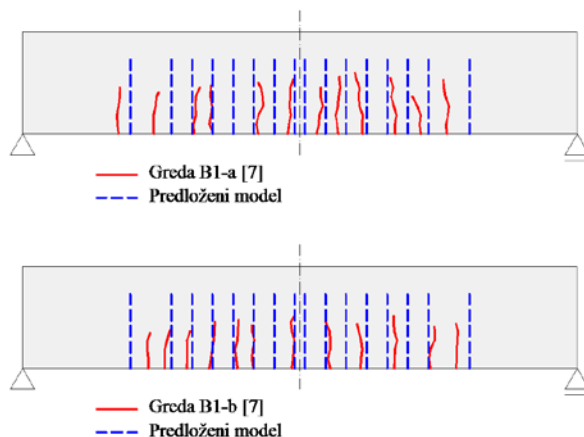


Slika 19. Proces nastajanja pukotina

ekvivalentni betonski presjek. Prekoračenje vlačne čvrstoće betona i pojava prve pukotina javlja se pri sili od 23,352 kN u prvom elementu do središnje osi. Svako formiranje pukotina odražava se skokom na dijagramu i padom krutosti grede.

Proces razvoja pukotina porastom opterećenja u predloženom modelu možemo pratiti na Slici 19. Na kraju procesa opterećivanja, pri opterećenju od 70 kN sveukupno se 8 pukotina razvilo u polovici grede, od čega 5 u srednjoj trećini grede (područje između sila F).

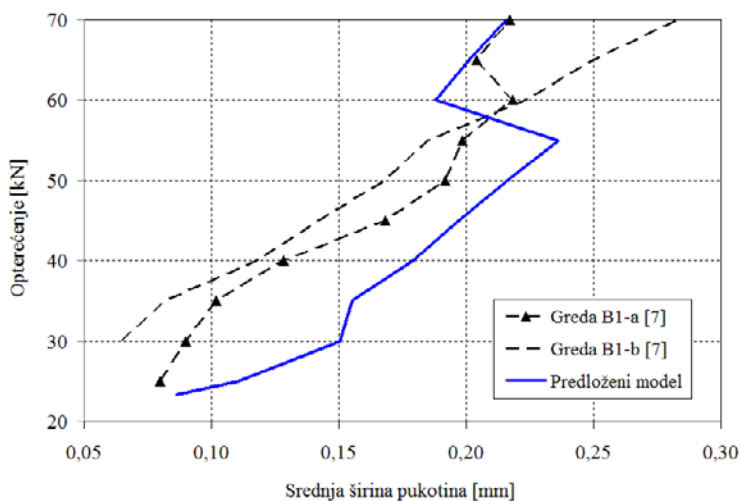
Na Slici 20 dana je usporedba modela s eksperimentalnim rezultatima za vrijednost opterećenja od 70 kN. U obje se grede pri opterećenju od 70 kN razvilo 12 pukotina, od čega se u gredi B1-a 7 pukotina nalazi u srednjoj trećini grede, a u gredi B1-b 6 pukotina se nalazi u tome području. Možemo



Slika 20. Usporedba položaja i dubine pukotina za $F=35,0$ kN

primjetiti vrlo dobra poklapanja u broju pukotina te također u širini zone u kojoj se javljaju pukotine. Poklapanje točnog položaja pukotina u eksperimentu i modelu ne možemo ni očekivati, budući da je beton nehomogeni materijal, a mi ga modeliramo kao homogeni. Također uočavamo kako su dobivene pukotine dublje u odnosu na eksperiment te možemo pretpostaviti kako bi se bolje poklapanje dubina pukotina dobilo uključenjem kohezivnih naprezanja, tj. uzimanjem u obzir da pukotina može prenositi naprezanja dokle god je dovoljno uska (npr. [9]).

Srednja dobivena širina pukotina u srednjoj trećini grede prikazana je na Slici 21 i uspoređena s rezultatima iz [7]. Greda B1-a raspucala je pri fazi opterećenja od 25 kN, dok je greda B1-b raspucala pri fazi od 30 kN.



Slika 21. Srednja širina pukotina u području srednje trećine grede

4. Zaključak

U ovom radu multilinearni konstitutivni zakon naprezanja prijanjanja kao funkcije proklizavanja armature ugrađen je u novorazvijeni gredni konačni element s ugrađenom poprečnom pukotinom i ispitan na dva primjera: u prvom primjeru usporedba je provedena s analitičkim rješenjem, a u drugom s eksperimentalnim rezultatima. Predloženim konačnim elementom prikladnim nelinearnim zakonom naprezanja prijanjanja u ovisnosti o proklizavanju armature moguće je uspješno predvidjeti ponašanje armiranobetonskih elemenata uslijed monotonog opterećenja te prikazati nastanak i razvoj pukotina.

Nastavak istraživanja uključit će postojanje kohezivnih naprezanja te nelinearnosti u betonu i armaturi što će omogućiti analizu raspucavanja u elementima i nakon prekoračenja granice popuštanja armature.

Zahvala. *Prikazani rezultati proizašli su iz znanstvenog projekta br. 114-000000-3025 „Unapređenje točnosti nelinearnih grednih elemenata s neograničenim 3D rotacijama“ provedenog uz potporu Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske.*

Literatura

- [1] Šćulac, P., Jelenić, G., Škec, L., Kinematics of layered reinforced-concrete planar beam finite elements with embedded transversal cracking, *International Journal of Solids and Structures*, br. 51: 74-92, 2014.
- [2] Škec, L., Jelenić, G., Analysis of a geometrically exact multi-layer beam with a rigid interlayer connection, *Acta Mechanica*, br. 225(2): 523-541, 2014..
- [3] Reissner, E., On one dimensional finite-strain beam theory; the plane problem, *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, br. 23: 795-804, 1972.
- [4] CEB-FIP Model Code 1990 Design Code, Comité Euro-Internacional du Béton, Thomas Telford Ltd, London, 1993.
- [5] Eligehausen, R., Popov, E.P., Bertero, V.V., Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitations, Report No. UCB/EERC 83-23, University of California, Berkeley, 1983.
- [6] Yankelevsky, D.Z., Jabareen, M., Abutbul, A.D., One-dimensional analysis of tension stiffening in reinforced concrete with discrete cracks, *Engineering Structures*, br. 30: 206-217, 2008.

-
- [7] Gilbert, R.I., Nejadi, S.I., An experimental study of flexural cracking in reinforced concrete members under short term loads, UNICIV Report br. R-434, 2004.
- [8] Jelenić, G., Papa, E., Exact solution of 3D Timoshenko beam problem using linked interpolation of arbitrary order, *Archive of Applied Mechanics*, br. 81: 171-183, 2011.
- [9] Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.-E., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, br. 6: 773-782, 1976.

SUVREMENI PRISTUP U PROJEKTIRANJU REŠETKASTIH DRVENIH SUSTAVA POVEĆANE POŽARNE OTPORNOSTI

CONTEMPORARY APPROACH TO DESIGN OF TIMBER TRUSS SYSTEMS OF INCREASED FIRE RESISTANCE

Adriana BJELANOVIĆ*, Karlo ŠIMIĆ**

Sažetak

Metode proračuna, načela i pravila propisani normom HRN EN 1995-1-2 na koju upućuju odredbe Tehničkog propisa za drvene konstrukcije zasnovani su na rezultatima istraživanja ponašanja i tehnika za "poboljšanje" ponašanja drva u požaru, odnosno primjenu pasivnih mjera zaštite s ciljem povećanja požarne otpornosti elemenata i spojeva. Na primjeru drvene krovne konstrukcije s rešetkastim glavnim nosačima suvremene izvedbe, u ovom su radu prikazani rezultati koje na proračun požarne otpornosti ima primjena ove norme za projektiranje drvenih konstrukcija izloženih djelovanju požara i normi na koje ona upućuje. Prikazane su razlike koje po elemente i spojeve konstrukcije proračunate za izloženost običnoj temperaturi donosi proračun na djelovanje nazivnog požara. Navedene su smjernice za projektiranje i izvedbu spojeva koje, poboljšavajući ponašanje u požaru, povoljno utječu i na pouzdanost cijele konstrukcije pri izloženosti normalnoj temperaturi. Obrazloženi su i postupci primjenom kojih se požarna otpornost priključaka i cijelog rešetkastog sustava može povećati, odnosno produljiti vrijeme u kojem će konstrukcija zadržati projektiranu mehaničku otpornost i stabilnost.

Ključne riječi: *drvo, mehanička otpornost i stabilnost, mehanizam pougljenjenja, požar i poboljšanje požarne otpornosti drvenih konstrukcija, suvremene rešetke*

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: adriana.bjelanovic@gradri.hr

** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: karlo.simic@gmail.com

Abstract

In the part dealing with the fulfilment of the essential fire protection requirement, the provisions of Technical regulations for timber structures refer to the standard HRN EN 1995-1-2 for the design of timber structures in fire. Methods of the design, principles and rules given in this standard are based on the results of intensive research of the behaviour of the timber in case of fire and techniques to "improve" such behaviour. Most of these techniques are actually related to the application of a passive protection aimed at increasing the fire resistance of elements, connections and the parts of the timber structure. Using the example of timber roof structure with contemporary truss main girders exposed to the nominal fire, this paper presents the results of the design of fire resistance in accordance with this norm and all other norms to which it refers. Differences between the results of verification of the mechanical resistance of the elements and connections for both cases, for exposure to the nominal fire and to the normal temperature, are also shown. Some recommendations and guidelines for the design and performance of connections that, by improving their behaviour in a fire, also have a favourable influence on the reliability and robustness of the whole structure during its exposure to normal temperature are presented together with procedures that, if applied, can significantly increase the fire resistance of connections and thus prolong the time in which the whole structure retains the designed mechanical resistance and stability.

Key words: *timber, mechanical resistance and stability, charring mechanism, fire and improving of the fire resistance of timber structures, contemporary trusses*

1. Uvod

U našem su mentalitetu uvriježene predrasude o povećanoj opasnosti od požara pri primjeni drva u graditeljstvu i slabijoj požarnoj otpornosti drva u usporedbi s drugim građevinskim materijalima. Istovremeno, raširena primjena drva u graditeljstvu mnogih europskih država upućuje na zaključak kako se ponašanje drva u požaru ne smatra posebno opasnim. Suvremeni trend održive, ekološke i energetske učinkovite gradnje u sprezi s razvojem konstrukcijskih rješenja zasnovanih na novim materijalima i proizvodima od drva/na osnovi drva i inovativnim tehnikama spajanja, drvnu gradnju pozicionira znatno bolje nego do sada. Vraćanje drva u zonu interesa projektanta (i investitora), potaknulo je i zamah istraživanja u području mehanizama sagorijevanja i ponašanja drva u požaru, ali i tehnika za sprečavanje i/ili usporavanje gorenja. Rezultati istraživanja su usmjereni na zakonodavne sustave i norme koji reguliraju primjenu drva u raznim područjima graditeljstva. Odredbe Tehničkog propisa za drvene konstrukcije [1] propisuju primjenu norme HRN EN 1995-1-2 [2] onda kad se za drvenu konstrukciju zahtijeva poseban dokaz otpornosti na djelovanje požara. Metode proračuna, načela i pravila u normi zasnovani su produbljenim znanjima o ponašanju drva u požaru i tehnikama za "poboljšanje" ponašanja u uvjetima požara, tj. primjeni pasivne zaštite koje povećavaju otpornost na požar,

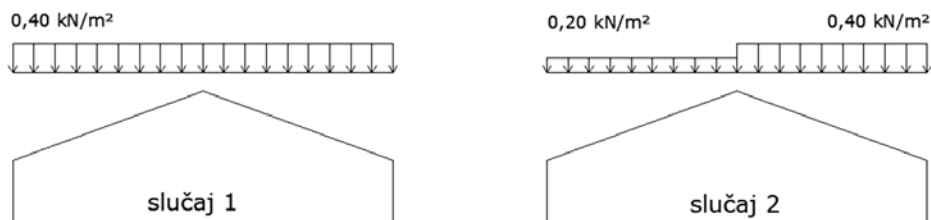
odnosno produljuju vrijeme u kojem elementi, priključci i dijelovi drvene konstrukcije zadržavaju mehaničku otpornost i stabilnost projektiranu prema normi HRN EN 1995-1-1 [3], za izloženost normalnoj temperaturi. Iako primjena norme [2], kao osnovnog proračunskog alata za ispunjenje dijela bitnog zahtjeva zaštite od požara donosi opsežnije zadaće, ona, kao jamstvo sigurnosti i pouzdanosti konstrukcije, istovremeno pridonosi i promociji drva šireći područje njegove primjene u graditeljstvu. Norma se zasniva na poznavanju fenomena požara, ponašanja drva u požaru i njegove prirodne požarne otpornosti, razumijevanju mehanizma pougljenjenja, kemijskih i fizičkih procesa tijekom požara i prepoznavanju povoljnih učinaka pasivne zaštite, pa je pregled tih važnih činitelja otpornosti drvenih konstrukcija izloženih požaru neizostavan uvod onom dijelu rada koji se bavi ciljanom primjenom norme u ispunjavanju dijela bitnog zahtjeva zaštite od požara.

Tema požarne otpornosti interesantna je iz dva razloga: prvi je relativno skromna zastupljenost u literaturi (sadržajem i primjerima), a drugi, i važniji, jest da se prvi put normira područje projektiranja drvenih konstrukcija na djelovanje požara. Primjer konstrukcije s rešetkastim [4] glavnim nosačima na kojem će se prikazati ciljana primjena norme nije slučajno izabran. Rešetkasti nosači su ogledni primjer važnosti izbora tehnike spajanja i izvedbe spojeva u optimizaciji glavnog nosivog sustava. Ispunjavajući svoje dvije temeljne funkcije, nosivost i duktilnost, upravo su spojevi predmet racionalizacije suvremenih rešetkastih sustava. Naime, osim što izvedba priključaka elemenata utječe na krutost cijelog sustava, gabariti spojeva elemenata rešetki u pravilu značajnije utječu na presjek spojenih elemenata od proračuna graničnih stanja tih istih elemenata.

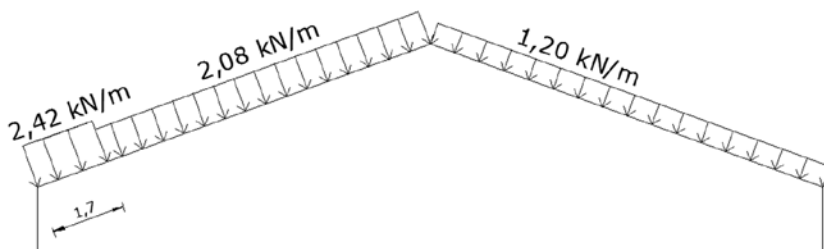
2. Drveno krovište s rešetkastim glavnim nosačima

2.1. Osnovni podaci o konstrukciji i pristupu u proračunskoj analizi

Drvena krovna konstrukcija je projektirana za lokaciju u gradu Rijeci i natkriva grijani prostor (razvrstana je u razred uporabe 1 konstrukcija). Oslonjena je na armirano betonske zidove, tlocrtnog je gabarita 18,0 m x 32,0 m i visine u sljemenu 8,28 m. Krovna konstrukcija s devet (9) glavnih rešetkastih nosača na pravilnim osnim rasterima od 4,0 m je prostorno stabilizirana dvama rešetkastim spregovima koji prihvaćaju i horizontalno opterećenje vjetrom. Rešetkasti glavni nosači su trokutaste geometrije, pojasevi su od homogenog lijepljenog lameliranog drva prosječne kvalitete (GL24h), a dijagonalna ispuna od cjelovitog drva razreda čvrstoće C24. Rešetke su predgotovljeni sklopovi, a priključci izvedeni dvjema čeličnim pločama debljine 2 mm utorenim su po širini presjeka [4] i predbušenim dvoreznim čavlima 4,0 x 80 mm mimoilaznog rasporeda (prstenasti čavli s narezom duljine 60 mm, tj. 75% duljine trupa). Iako se ovaj rad bavi samo proračunskim analizama glavnih rešetkastih



Slika 1. Modeli opterećenja snijegom dvostrešnog krova [4, 5]



Slika 2. Proračunska opterećenja vjetrom poprečnog smjera [4]

nosača, provjere ispunjavanja zahtjeva mehaničke otpornosti i stabilnosti (pri izloženosti normalnoj temperaturi) i ispunjavanje dijela bitnog zahtjeva zaštite od požara (pri izloženosti nazivnom požaru) provedene su i za ostale elemente drvene krovne konstrukcije, za sekundarne elemente i ispunu spregova (elementi koji su od cjelovitog drva razreda čvrstoće C24). U analizi djelovanja su primijenjene norme na koje upućuje norma niza HRN EN 1995 za projektiranje drvenih konstrukcija, pa je analiza kratkotrajnih djelovanja snijega i vjetra provedena prema normama HRN EN 1991-1-3 [5] i HRN EN 1991-1-4 [6] i njihovim nacionalnim dodacima. Razmatrani slučajevi tih opterećenja su prikazani na Slikama 1 i 2 [4].

Karakteristična opterećenja snijegom na krovu kuta nagiba 20° (slika 1), $s_{1,k} = 0,4 \text{ kN/m}^2$, i $s_{2,k} = 0,2 \text{ kN/m}^2$ proračunata su za opterećenje snijegom na tlu u području priobalja i otoka, $s_k = 0,5 \text{ kN/m}^2$, faktor oblika $m_1 = 0,8$ i jedinične faktore temperature i izloženosti, C_t i C_e . Jednoliko raspodijeljena karakteristična opterećenja rešetkastog nosača snijegom su $Q_{s1,k} = 1,6 \text{ kN/m}$ i $Q_{s2,k} = 0,8 \text{ kN/m}$. Izdvojeni prikaz karakterističnog opterećenja glavnih nosača su proračunani iz odgovarajućih pozitivnih rezultatnih tlakova vjetra poprečnog smjera prikazan je na Slici 2. Detaljna analiza djelovanja vjetra može se pronaći u [4].

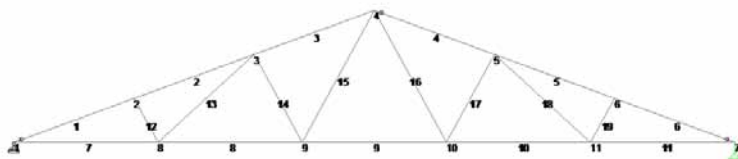
2.2. Zahtjev mehaničke otpornosti i stabilnosti rešetkastog nosača

2.2.1. Granično stanje nosivosti prema normi HRN EN 1995-1-1

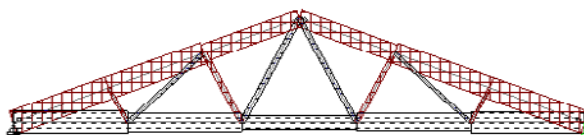
Statička analiza modela rešetkastog glavnog nosača trokutaste ispune je provedena u programskom paketu Staad.pro [7] za osnovnu [8] proračunsku kombinaciju (stalne i prolazne proračunske situacije). Zbog izvedbe spoja i izbora spajala svi elementi rešetke su jednodijelni i iste širine, $b = 140$ mm. Dijagonalna ispuna od cjelovitog drva razreda čvrstoće C24, visine $h = 140$ mm se poluzglobno priključuje na pojasnice rešetke koje su od homogenog laminata prosječne nosivosti (razred čvrstoće GL24), a visine su im $h_g = 240$ mm (gornjoj) i $h_d = 200$ mm (donjoj). Veza kontinuiranih pojasnica rešetkastog nosača u sljemenu je zglobna, a zglobni su i oslonci rešetke na potkonstrukciju (Slika 3). Karakteristična su opterećenja snijega i vjetera u proračunskoj kombinaciji navedena ranije, a karakterističnom stalnom djelovanju, $G_k = 1,5$ kN/m pridodana je vlastita težina rešetke proračunana u računalnom paketu za odabrane presjeke i gustoću materijala pojasnica i ispune ($r_k = 380$ kg/m³ i $r_k = 350$ kg/m³).

Grafički i u mjerilu, na Slici 4 je prikazana raspodjelu osnih sila u elementima trokutaste rešetke (crvenim su označene tlačne, a plavim vlačne sile) Najveće su vrijednosti osnih sila u pojasnicama 128 kN i 120 kN, a vrijednosti za ispunu ne prelaze 30 kN. Iskoristivosti presjeka i elemenata u provjerama otpornosti / stabilnosti, za pojaseve ne prelaze 60% (za kombinirano naprezanje osnim silama i na savijanje), odnosno 12%, za ispunu.

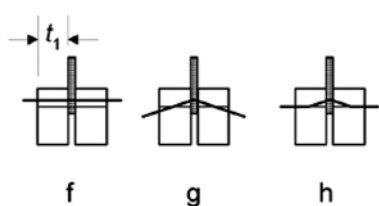
Slika 5 prikazuje mehanizme sloma (načine otkazivanja) primijenjenog tipa spoja s dvoreznim čavlima i kombinacijom vanjsko drvo – središnja čelična ploča. Simbol t_1 je manja između vrijednosti debljine vanjskog drva u spoju i dubine prodora spajala u drvo iza čelične ploče (zadnje posmične ravnine spajala), pa je $t_1 = 36$ mm < 80 mm – 38 mm = 42 mm [4].



Slika 3. Model rešetke za analizu u računalnom paketu Staad.pro [4]



Slika 4. Prikaz raspodjele osnih sila – pojasnice i ispuna rešetke [4]



Legenda:

- f slom u osnovnom materijalu (drvo) dostizanjem čvrstoće po oplošju rupe
- g slom u spajalu kombiniran sa slomom u drvu od mjesta razvoja plastičnog zgloba
- h slom u spajalu (plastifikacija) s pratećim slomom drva između plastičnih zglobova

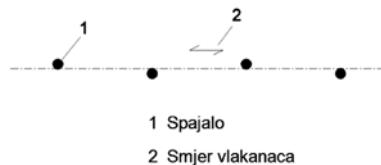
Slika 5. Mehanički slomi u spoju drvo – utorena čelična ploča [3]

Razmak ^{a)}	k_{ef} ^{b)}
$a_1 \geq 14d$	1,00
$a_1 = 10d$	0,85
$a_1 = 7d$	0,70
$a_1 = 4d$	0,50

a) Za međuvrijednosti razmaka dopušta se linearno interpolirati k_{ef}
 b) Za ugradnju spajala s predbušenjem

a)

b)



Slika 6. Utjecaj rasporeda spajala na proračunski broj spajala u redu [3]:

- a) faktor k_{ef} u proračunu efektivnog broja spajala u jednom redu,
- b) izmaknuti raspored za proračun sa stvarnim brojem spajala u jednom redu, tj. $k_{ef} = 1$

Proračun nosivosti spoja prema normi HRN EN 1995-1-1 temelji se na nosivosti grupe spajala u jednom elementu pa se proračunava na temelju efektivnog broja spajala u jednom redu (ovisno o njihovim razmacima u redu, paralelno s vlaknima, a_1) i broja redova (Slika 6.a).

Efektivni broj spajala u jednom redu, n_{ef} , za proračunsku silu paralelnu s vlaknima treba proračunati prema izrazu (1), u kojem je n stvarni broj spajala u redu, a vrijednosti faktora k_{ef} treba odrediti prema Slici 6.a, za stvarne razmake spajala u tom redu, a_1 .

$$n_{ef} = n^{k_{ef}} \quad (1)$$

Raspored s najmanjim međusobnim razmacima spajala u istom redu ($a_{1,min} = 0,7 \times 5d = 35$ mm, za kut sile $\alpha = 0^\circ$ prema vlaknima) smanjuje gabarite spoja (time i visinu presjeka), ali značajno smanjuje i proračunski (efektivni) broj spajala u odnosu na stvarni. S druge strane, proračunska nosivost grupe spajala koja treba prihvatiti proračunsku silu u spoju raste s povećanjem međusobnog razmaka spajala u istom redu (raste faktor k_{ef}), a efektivni se broj spajala približava stvarnom broju. Primijeni li se raspored spajala s izmicanjem spajala u redu za promjer d spajala od linije reda (Slika 6.b), efektivni se broj spajala izjednačava sa stvarnim brojem.

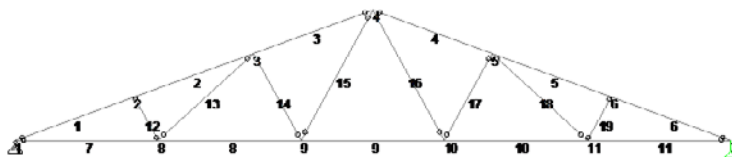
Podrazumijeva se provjeru utjecaja rasporeda spajala na visinu presjeka zbog zahtjeva na udaljenost krajnjih redova od rubova; od opterećenog ruba, $a_{4,t} \geq a_{4,t,\min}$ i od neopterećenog ruba, $a_{4,c} \geq a_{4,c,\min}$, gdje je za odabrana spajala promjera $d = 4,0 \text{ mm} < 5,0 \text{ mm}$: $a_{4,c,\min} = 0,7 \cdot 3d \leq a_{4,t,\min} = 0,7 \cdot (3 + \sin \alpha) \cdot d$. Faktorom 0,7 smiju se smanjiti svi razmaci spajala u spojevima drvo – čelična ploča [3]. Iskorištenje nosivosti spojeva [4] proračunanih prema normi HRN EN 1995-1-1, s efektivnim brojem spajala i bez izmicanja spajala za d od linije reda (Slika 6.b), prosječno iznosi od 70% do 80%. Detaljniji se podaci o proračunu nosivosti spojeva mogu pronaći u [4].

2.2.2. Granično stanje uporabljivosti i utjecaj modeliranja priključaka

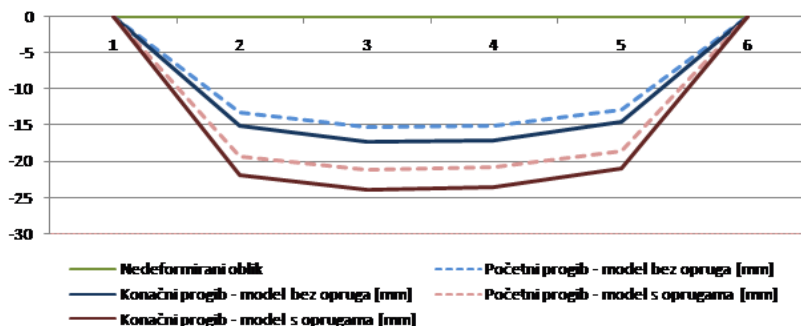
Provjera progiba je provedena na dva modela rešetkastog nosača: u prvom su priključci ispune na pojasnice poluzglobni (Slika 3), a u drugom su elastično-popustljivi (Slika 7). Krutost priključka C (opruge), prema izrazu (2), ovisi o izvedbi spoja i izboru spajala, a definiraju je modul klizanja spajala, K_{ser} , reznost spajala, s i proračunski (efektivni) broj spajala, n_{ef} :

$$C = K_{\text{ser}} \cdot s \cdot n_{\text{ef}} \quad (2)$$

$$K_{\text{ser}} = \rho_k^{1,5} \cdot d / 23 = 1139 \text{ N/mm}. \quad (3)$$



Slika 7. Model rešetke s elastično popustljivim priključcima ispune [4]



Slika 8. Početni i konačni progibi – rezultati analize različitih modela [4]

Modul klizanja spajala K_{ser} je proračunan prema izrazu (3) gdje simbol r_k označava karakterističnu gustoću drva (C24), u kg/m^3 , a d promjer spajala, u mm, pa C varira od 36,4 kN/mm do 218,7 kN/mm [4].

Na Slici 8 prikazana je usporedba učinaka primjene različitih modela na progibe. Početni progibi su proračunani za karakterističnu proračunsku kombinaciju [8]. Konačni progibi, uzimajući u obzir i puzanje, proračunani su u skladu s izmjenama nazovistalne kombinacije [3]. Provedena analiza modela s oprugama pokazuje cca 35% veće progibe (u dijagramu na Slici 8 ih prikazuju dvije donje linije) u odnosu na progibe iz analize modela s poluzglobnim priključcima (u dijagramu na Slici 8 ih prikazuju dvije gornje linije) u kojem je zanemaren utjecaj klizanja na popustljivost priključka.

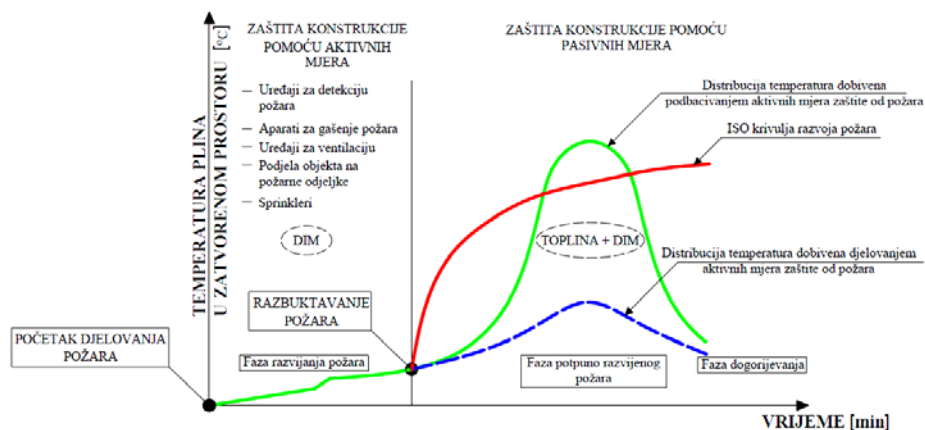
2.3. Dio bitnog zahtjeva zaštite rešetkastog nosača od požara

2.3.1. Fenomen požara i ponašanje drva u uvjetima požara

Požar je fenomen silovitog zapaljenja koje je nekontrolirano, neželjeno i prouzročeno slučajnim doprinosom energije. Nepredvidivost njegova nastanka, kombinirana sa zapaljivošću drva, najveća je kočnica primjeni drva u graditeljstvu (posebno stanogradnji). Razvijanje plamena je osnovni način širenja požara, a na Slici 9 su, zajedno s četiri faze "stvarnog požara" prikazani i postupci zaštite primjereni pojedinim fazama [4, 9].

U fazi nastanka požara nije jednostavno ni opisati ni vrednovati (nema normiranih postupaka) ponašanje bilo kojeg materijala. Fazu ili "točku" razbuktavanja požara (engl. "*flash-over*" ili "vatreni skok", zapravo točka s koje nema povratka) za drvo obično definira temperatura $200^\circ - 220^\circ \text{C}$. U fazi punog požara (potpuno razvijeni požar) on zahvaća sve zapaljive tvari, a "materijal" mora u zahtijevanom vremenu imati sposobnosti zadržavanja nosivosti i ograničenja požara na područje nastanka kako širenje plamena ili vrelih plinova ne bi izazvalo prijenos požara i/ili prekomjerne topline na susjedna područja. Neprecizno je povezivati otpornost na požar [10] samo s materijalom jer sposobnost odupiranja punom požaru može imati samo pojedini dio konstrukcije, a nikako materijal i/ili proizvod (razvrstavaju se prema reakciji na požar), a na ponašanje elemenata utječu i drugi činitelji poput visine konstrukcije, uvjeta oslanjanja, rasporeda opterećenja i sl.

U fazi punog požara dolazi do zapaljenja svih gorivih tvari (zbog velike količine proizvedene topline raste temperatura, smanjuje se disperzija vlage i snažno je toplinsko isijavanje u okolinu zbog visoke temperature pregrada, tj. zidova i stropova), a trajanje ove faze ovisi o masi "goriva" i doprinosu podrživača gorenja. Temperature koje premašuju i 900°C , rastu do uspostavljanja toplinska ravnoteže između opožarene i vanjske okoline. Zato je ova faza požara i najopasnija, s izglednim širenjem na susjedna područja (npr. širenjem plamena kroz otvore), a prate je moguća oštećenja



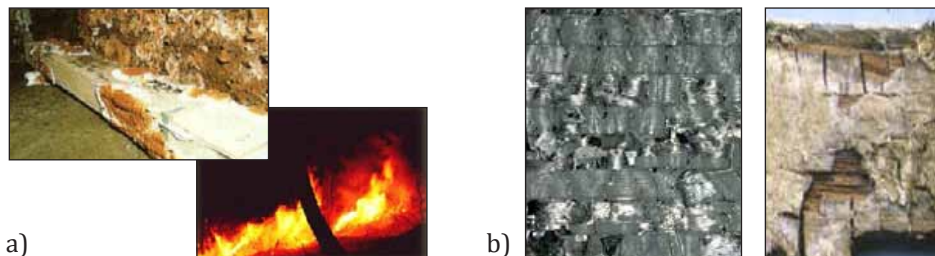
Slika 9. Faze stvarnog požara i krivulja temperatura – vrijeme [4, 9]

(nekonstrukcijskih elemenata), otkazivanja (elementi i dijelovi) ili rušenje cijele konstrukcije. Istovremeno, ponašanje materijala je u ovoj fazi požara predvidivo i može se vrednovati. Faza dogorijevanja (hlađenja) također ima potencijal razbuktavanja (vatra “tinja”). Razgraničenje postupaka zaštite na postupke aktivne (djelokrug požarnog inženjerstva) i pasivne mjere (djelokrug primjene normi) prikazane su na Slici 9.

2.3.2. Ponašanje drva u požaru i mehanizam sagorijevanja

Uzrok gorenja je toplinska razgradnja drvene tvari, a razlog zapaljivosti je kemijski sastav drva u kojem prevladavaju ugljik, vodik i kisik. Molekule celuloze sadrže količinu kisika dovoljnu za gorenje bez vanjskih utjecaja (npr. zraka i kisika kao inhibitora). U mehanizmu sagorijevanja prevladava piroliza ili suha destilacija hemiceluloze (šećeri velike molekularne težine) koja stvara kiseline topive u vodi, drveni katran (mješavina tvari netopivih u vodi taloženih ispod kiseline i plinova koji su zapaljivi i ne kondenziraju), i čvrsti ostatak, drveni ugljen [10]. Toplinski odziv nastaje izlaganjem drva izvoru topline, ovisno o prisutnosti zraka koji izaziva oksidaciju plinova i ugljena te proizvodi energiju dovoljnu za uništenje tvari u svim zapaljivim spojevima. Podrživača gorenja i difuzije plinovitih proizvoda pirolize ima i ispod površine čije su morfološke promjene (Slika 10) posljedica kemijskih fenomena toplinske razgradnje drvene tvari i nije slučajno da pougljenjeni sloj izgledom podsjeća na posljedice napada gljivica koje razaraju celulozu.

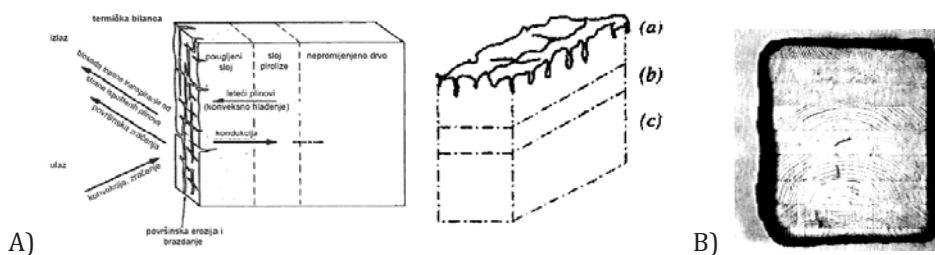
Napredak sagorijevanja uzrokuje nastanak drvnog ugljena koji donekle štiti unutrašnju masu od toplinskog napada, ali zbog svoje morfologije (duboke brazde i istake) omogućava izmjenu plinova između okoline i površine gorućeg materijala (Slike 10 i 11). Nepovratni fenomeni počinju pri temperaturi iznad



Slika 10. Oštećenja zbog biotičkih uzroka i požara i prikazi površina [10]:

a) Usporedba razaranja biotičkim faktorima i požarom.

b) Pougljenjena i površina napada gljiva



Slika 11. Fizikalni procesi, promjene i tipična slika presjeka u požaru [10]:

A) Fizikalni procesi i promjene presjeka u požaru: a) pougljenjeni sloj, b) sloj pirolize i

c) nepromijenjeno drvo presjeka, B) Opožareni presjek i sloj ugljena

170°C, a prate ih izmjene strukture celuloze i proizvodnja zapaljivih plinova pirolize koji pridonose širenju požara. Po ulasku u “flash-over” fazu, leteće se čestice (posljedica sagorijevanja) kreću prema vanjskoj površini hladeći ugljen. Zbog učinka refleksije nastaje nazovi-stalna situacija, uspostavlja se ravnoteža između gubitka tvari na površini i povlačenja nepromijenjenog drva. Ovisno o vrsti drva i drvnog proizvoda, sve se odvija brzinom pougljenjenja od 0,6 – 0,8 mm/minuti. U sloju pirolize, između pougljenenog sloja i nepromijenjenog drva presjeka, drvena tvar je kemijski promijenjena, no ne i potpuno razgrađena (Slika 11).

Za razliku od osjetnog smanjenja mehaničkih svojstva metala pri povišenim temperaturama, drvo gubi presjek. Za proračun drvenih konstrukcija na djelovanje požara zato je zanimljiv samo temperaturom neizmijenjen dio presjeka, tj. preostali presjek ispod sloja pougljenjenja i pirolize u kojem nema promjene temperature i mehaničkih svojstava (Slika 11). Geometrijska mu svojstva ovise o brzini pougljenjenja (manja je od brzine prirasta temperature u metalima) temeljem koje se određuje smanjenje početnog presjeka drva za proračunsku dubinu pougljenjenja. Zbog poznavanja ovog fenomena, u nekim se požarnim scenarijima može relativno točno odrediti vrijeme od trenutka zapaljenja do sloma i na njima se zasniva *metoda smanjenja presjeka*. Promjena

fizikalnih i mehaničkih svojstva je sporedna, a smanjena nosivost elementa je posljedica slabljenja ploština presjeka sagorijevanjem. Ponašanje drva u uvjetima punog požara zato je u potpunosti predvidivo [10]. Sloj ugljena ima za oko 40% (50%) manju toplinsku provodljivost u odnosu na drvo okomito na vlakna (paralelno s vlaknima), što je osnovni uzrok njegova izolacijskog učinka koji usporava zagrijavanje unutrašnjosti opožarenog presjeka (Slika 11).

Površina, opseg, ploština presjeka i veličina elementa značajno utječu na ponašanje drva u požaru. Zapaljivost (sagorijevanje) ovisi o omjeru ploštine i volumena: povećavaju ga oštri rubovi i hrapavost površine čiji je učinak zato nepovoljan, a s njime raste i brzina širenja požara. Raspucalost drva povećava agresivnost požara, pa se lijepljeno lamelirano drvo (bez napuklina) smatra manje zapaljivim od cjelovitog drva. Vrijeme koje treba proteći do sagorijevanja i širenja požara ovisi o gustoći: drvo veće gustoće će se kasnije zapaliti. Sadržaj vlage u drvu nema velik utjecaj na ponašanje u požaru jer je u ugrađenom drvu relativno nizak (u granicama od 8% do 15%), a slobodna voda isparava već u fazi nastanka požara [10].

2.3.3. Projektiranje drvenih konstrukcija izloženih djelovanju požara

Norma HRN EN 1995-1-2 se bavi projektiranjem drvenih konstrukcija za izvanrednu situaciju izloženosti požaru, a primjenjuje se zajedno s normama HRN EN 1995-1-1 (opća djelovanja) i HRN EN 1991-1-2:2002 (toplinska djelovanja) i zasnovana je na osnovama proračuna konstrukcija i općim načelima iz norme HRN EN 1990:2002. Utvrđuje samo razlike ili daje dopune proračuna za uobičajene temperature (do 60^o C, primjena norme HRN EN 1995-1-1). Bavi se samo pasivnim metodama požarne zaštite, a primjenjuje se na one konstrukcije zgrada za koje se zahtijeva ispunjavanje nekih funkcija pri izloženosti [2]:

- sprečavanje preranog rušenja konstrukcije (nosiva funkcija),
- ograničenje širenja požara (razdjelna funkcija) i prekomjerne topline (izolacijska funkcija) izvan označenih područja.

Načela, zahtjevi i pravila konstrukcijskog proračuna zgrada izloženih požaru uključuju *zahtjeve sigurnosti, postupak proračuna i proračunska pomagala* uzimajući u obzir navedene funkcije i razine ponašanja. Metode proračuna se primjenjuju na normirane proizvode na koje norma upućuje.

Zahtjevi sigurnosti

Norma je namijenjena projektantima, izvođačima, nadležnim upravnim tijelima i investitorima za utvrđivanje posebnih zahtjeva. Opća svrha požarne zaštite je ograničenje požarnog rizika za osobe, društvo, imovinu u susjedstvu i izravno izloženu imovinu. Bitan zahtjev zaštite od požara definiran prema Direktivi za građevinske proizvode 89/106 EZ, može se postići različitim

strategijama požarne sigurnosti u europskim državama, poput dogovornih požarnih scenarija (nazivni požari) ili “prirodnih” [10] (parametarskih) požarnih scenarija, uključujući pasivne i/ili aktivne mjere požarne zaštite. Zahtijevane funkcije i razine ponašanja zato se smiju odrediti kao nazivne (normirane) požarne otpornosti koje propisuju nacionalni požarni propisi, ili upućivanjem na inženjerski pristup požarnoj sigurnosti u ocjeni pasivnih i aktivnih mjera. Norma ne razmatra dodatne zahtjeva podložne specifikacijama nadležnih upravnih tijela (npr. ugradnja i održavanje sprinklerskih sustava, uvjeti za uporabu zgrade ili požarnog odjeljka, uporaba i održavanje odobrenih izolacijskih i premaznih materijala).

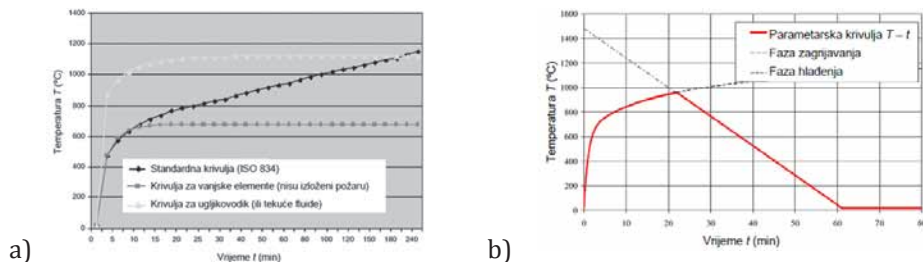
Postupak proračuna

Potpuni analitički postupak proračuna konstrukcije na djelovanje požara uzima u obzir ponašanje konstrukcijskoga sustava pri povišenim temperaturama, potencijalnu izloženost toplini i povoljne učinke aktivnih sustava požarne zaštite, te nesigurnosti povezane s tim trima obilježjima i važnost konstrukcije (posljedice otkazivanja). U propisanom se pristupu nastanak toplinskih djelovanja zasniva na nazivnom požaru. Na ponašanju zasnovani ili inženjerski pristup požarnoj sigurnosti upućuje na toplinska djelovanja zasnovana na fizikalnim i kemijskim parametrima [2], odnosno parametarskom požaru.

Normirani ili nazivni požar opisuje požarnu situaciju u kojoj promjenu temperature u vremenu, vrijeme, određuje srednja teorijska krivulja za temperaturu plina u požarnom odjeljku, $Q_g = 345 \log_{10}(8t+1) + 20$ [2]. Njome je poboljšana krivulja prema normi ISO 834 (slika 12) i određuje se ispitivanjem u požarnoj peći, u skladu s normom HRN EN 1363-1. Elementi moraju ispuniti kriterije R (mehanička otpornost), E (cjelovitost) i/ili I (izolacijski učinak) prema definiranim zahtjevima ispunjenja kriterija [2]:

- za razdjelnu funkciju samo kriterij E (kriterij I samo prema posebnom zahtjevu)
- za nosivu funkciju samo kriterij R
- za razdjelnu i nosivu funkciju kriteriji R i E (kriterij I samo prema posebnom zahtjevu)

Parametarski požar opisuje situaciju prirodnog požara u kojoj ovisnost temperature u vremenu određuju parametarske krivulje (Slika 12) čija je metodologija određivanja navedena u dodatku A norme HRN EN 1992-1-2. Reakcija na požar opisuje razinu sudjelovanja zapaljivog materijala i ovisi o intenzitetu i trajanju djelovanja iz izvora topline kojem je izložen. Razmatranje izloženosti požaru primjenjuje metodu faktora otvora, a razvoj temperature u vremenu opisuje nizom fizikalnih parametara (npr. požarno opterećenje, toplinska i geometrijska svojstva požarnog odjeljka uključujući i otvore, itd.). Nosivu funkcija treba održati ili tijekom cijelog trajanja požara (uključujući



Slika 12. Toplinska djelovanja – nazivni i parametarski požar [11]:

- a) Normirane krivulje temperatura – vrijeme,
b) Parametarska krivulja temperatura – vrijeme

i fazu hlađenja) ili u propisanom vremenu, a provjera razdjelne funkcije uključuje i granični porast temperature tijekom faza zagrijavanja i hlađenja [2]. Pristup je proračunski zahtjevan i primjeren projektiranju složenijih (i/ili viših) konstrukcija [10], ali i vrlo djelotvoran, posebno onda kad su u projekt požarne otpornosti konstrukcije uključeni i eksperti iz područja požarnog inženjerstva.

2.3.4. Primjena norme u proračunu otpornosti elemenata rešetkastog glavnog nosača iz poglavlja 2.1 na djelovanje nazivnog požara

Ispunjavanje dijela bitnog zahtjeva zaštite od požara se za proračunski model konstrukcijskog sustava definira izrazom (4) u kojem simboli $E_{d,fi}$ i $R_{d,t,fi}$ opisuju proračunske vrijednosti učinka djelovanja (prema normi HRN EN 1991-1-2) i odgovarajuće otpornosti (u vremenu t izloženosti požaru):

$$E_{d,fi} \leq R_{d,t,fi}. \quad (4)$$

Za izvanrednu kombinaciju djelovanja [8] i koeficijente kombinacije $y_{1,1} = 0,2$ (za vodeće promjenjivo djelovanja snijega ili vjetra) i $y_{2,i} = 0$ (za prateće promjenjivo djelovanje vjetra ili snijega) te s proračunskim izvanrednim djelovanjem $A_d = 0$, u proračunu za izloženost požaru, učinak djelovanja definira sljedećim izrazom:

$$E_{d,fi} = G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}. \quad (5)$$

Primjenjujući pojednostavnjenu (zamjensku) metodu [2], proračunski se učinak djelovanja pri izloženosti požaru, $E_{d,fi}$, proračunava prema izrazu (6) u kojem se faktorom n_{fi} smanjuje učinak proračunskog djelovanja E_d (proračunava se iz osnovne proračunske kombinacije) pri izloženosti normalnoj temperaturi (do 60° C). Faktor smanjenja / pretvorbe n_{fi} treba odrediti iz izraza (7) [8] i dijagrama na Slici 13 [2]:

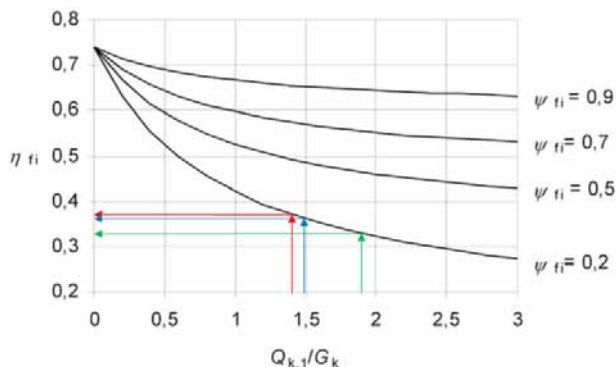
$$E_{d,fi} = \eta_{fi} E_d, \quad (6)$$

$$\eta_{fi} = \frac{G_k + \psi_{fi} Q_{k,1}}{\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}} = \frac{G_k + \psi_{fi} Q_{k,1}}{1,35 G_k + 1,5 Q_{k,1}} \quad (7)$$

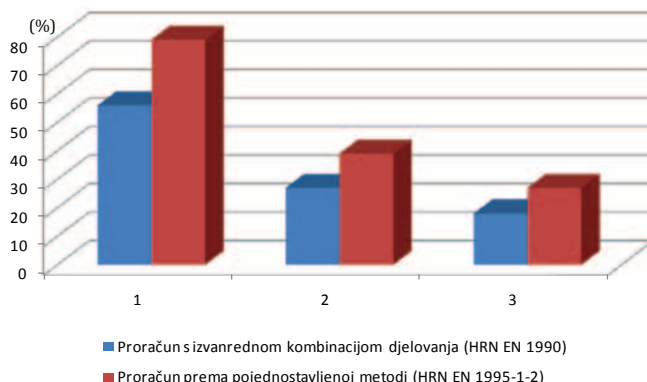
Za različite omjere karakterističnih djelovanja, vodećeg promjenjivog i stalnog, $Q_{k,1}$ i G_k , i koeficijent kombinacije u izvanrednoj požarnoj situaciji, $\psi_{fi} = 0,2$ su proračunate vrijednosti faktora pretvorbe. Kako je prikazano na Slici 13, faktor pretvorbe dostiže najveću vrijednost ($h_{fi} = 0,38$) za omjer $Q_{k,1}/G_k = 1,37$ proračunan za donju pojasnicu rešetkastog glavnog nosača (odgovarajući omjeri za ispunu i gornju pojasnicu su 1,89 i 1,39). Budući da je vrijednost faktora h_{fi} nacionalno prihvaćeni parametar [2] i ne smije biti manji od 0,4 ($h_{fi,min} = 0,4 > h_{fi} = 0,38$), daljnji je proračun [4] svih elemenata glavnog nosača proveden s proračunskim faktorom pretvorbe, $h_{fi} = 0,4$.

Primjena pojednostavnjene metode koju kao zamjenu dopušta norma HRN EN 1995-1-2 upućuje na postupak na strani sigurnosti. Na Slici 14 su prikazane razlike između učinaka proračunskih djelovanja proračunanih primjenom dvaju različitih pristupa. Razlike su vidljive na primjeru proračunanih postotaka iskorištenja otpornosti (ordinata na dijagramu) u provjerama otpornosti presjeka elemenata rešetkastog glavnog nosača izloženog 30-minutnom požaru ($t = 30$ min, R30). Oznake 1 i 2 (apscisa na dijagramu) odnose se na gornji i donji pojas, a 3 označava elemente ispuhe.

Dijagramom toka (Slika 15) proračuna požarne otpornosti elemenata konstrukcijske se pojednostavnjuje snalaženje u sadržaju (poglavljima i pravilima) norme, a prikazom na Slici 16 povezuje normirani proračunski pristup s ponašanjem drvenog presjeka u požaru. Dijagrami toka na slikama 15 (za elemente) i 19 (za spojeve) prikazuju opći tijek proračuna sukladno normi HRN EN 1995-1-2, uključujući i primjenu pasivne zaštite (npr. obloge pločama od/na osnovi drva i/ili gipsanih ploča) [4]. Brojčane oznake u dijagramima označavaju odgovarajuće točke u normi [2].



Slika 13. Promjene vrijednost faktora smanjenja / pretvorbe, h_{fi} [2, 4]



Slika 14. Usporedba postotaka iskorištenja otpornosti elemenata prema normama HRN EN 1990 i HRN EN 1995-1-2 [4]

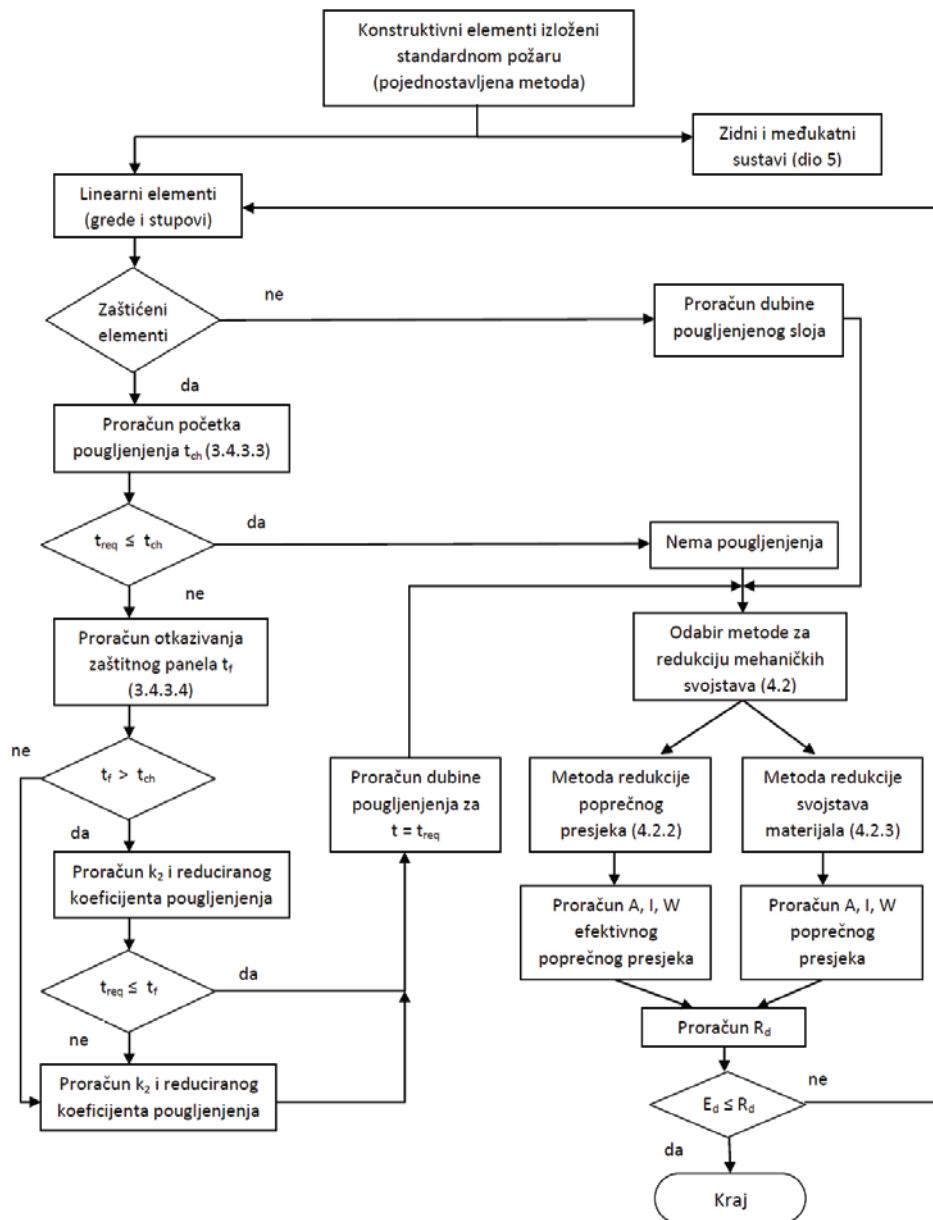
Na primjeru rešetkastog glavnog nosača pokazan je tijekom proračuna za dužne konstrukcijske elemente i spojeve s vanjskim drvenim elementima bez početne (pasivne) zaštite drvenih elemenata (čelične dijelove spojeva štiti drvo). Dubine pougljenjenja su proračunane za brzine pougljenjenja cjelovitog i lijepljenog lameliranog drva i vrijeme izloženosti nazivnom požaru, a mehanička svojstva drva smanjena izborom metode smanjenja presjeka [4]. Brzine pougljenjenja (stvarne i zamišljene) su različite za površine nezaštićene tijekom izloženosti požaru i za početno zaštićene površine, prije i nakon otkazivanja zaštite [2].

U skladu s opisanim ponašanjem drva u požaru (Slika 11), definiraju se preostali presjek i proračunski presjek neizmijenjenih svojstava (Slika 16). Dubina pougljenjenja je razmak od vanjske početne površine elementa do položaja linije pougljenjenja. Proračunski presjek ne uključuje sloj pirolize (vidljiva je na obje slike) jer se pretpostavlja da u tom sloju debljine $k_0 d_0$ ($s d_0 = 7 \text{ mm}$ i s faktorom za početno nezaštićene površine, $k_0 = 1$ za $t \geq 20 \text{ min}$ i $k_0 = t/20$, za $t < 20 \text{ min}$) materijal nema čvrstoće i krutosti te da u sloju ispod njega nema promjene mehaničkih svojstava materijala [2, 10]. Proračunski presjek se može odrediti (Slika 16) na osnovi stvarne dubine pougljenjenja, $d_{\text{char},0}$ (kojom se uzima u obzir zaobljenja uglova) ili na osnovi zamišljene dubine pougljenjenja, $d_{\text{char},n}$, njima odgovarajućih brzina pougljenjenja i potrebnog vremena izloženosti požaru, t [2, 4].

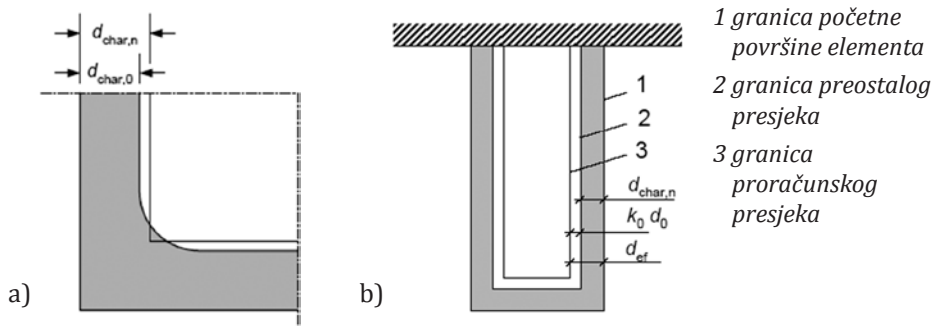
U ovom se proračunskom primjeru [4] primijenila opcija određivanja proračunskog presjeka (Slika 16) sa zamišljenom dubinom pougljenjenja prikazana izrazima (8) i (9).

$$d_{\text{ef}} = d_{\text{char},n} + k_0 d_0 \quad (8)$$

$$d_{\text{char},n} = \beta_n t \quad (9)$$



Slika 15. Dijagram toka – proračun otpornosti elemenata na požar [4]



Slika 16. Dubine pougljenjenja, početni, preostali i proračunski presjek [2]:
 a) Izloženost požaru s jedne strane i definicije dubina pougljenjenja,
 b) Definicije granica početnog, preostalog i proračunskog poprečnog presjeka

U skladu s [2], vrijednosti zamišljenih brzina pougljenjenja kojima se uzima u obzir učinak zaobljenja uglova i pukotina su $b_n = 0,7$ mm/min, za lijepljeno lamelirano drvo i $b_n = 0,8$ mm/min za cjelovito. U Tablici 1 su navedene odgovarajuće proračunske dubine pougljenjenja [4]. Potrebnu požarnu otpornost (R30) definira vrijeme izloženosti požaru, $t = 30$ min. Proračunske čvrstoće materijala u proračunu rešetkastog glavnog nosača su navedene u Tablici 2 i proračunane prema izrazima od (10) do (13).

Tablica 1. Proračunske dubine pougljenjenja

Vrijeme izloženosti požaru, t (min)	Proračunska zamišljena dubina pougljenjenja, $d_{char,n}$ (mm)	
	Cjelovito drvo	Lijepljeno lamelirano drvo
15	12	10,5
30	24	21
45	36	31,5
60	48	42

Tablica 2. Proračunske vrijednosti svojstva čvrstoće materijala [4]

Proračunske čvrstoće (N/mm ²)	Proračun pri normalnoj temperaturi (do 60° C)			Proračun za izloženost nazivnom požaru		
	oznaka	C24	GL 24h	oznaka	C24	GL 24h
Savijanje	$f_{m,d}$	16,6	16,6	$f_{m,20}$	30,0	27,6
Oсни vlak	$f_{t,0,d}$	9,7	12,7	$f_{t,0,20}$	17,5	19,0
Oсни tlak	$f_{c,0,d}$	14,5	16,6	$f_{c,0,20}$	26,3	27,6
Okomiti tlak	$f_{c,90,d}$	1,7	1,4	$f_{c,90,20}$	6,6	3,1
Posmik	$f_{v,d}$	1,7	1,4	$f_{v,20}$	3,1	3,1

Proračunska mehanička svojstava u provjerama mehaničke otpornosti su proračunana prema sljedećim izrazima [4, 2]:

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \frac{f_{20}}{\gamma_{M,fi}} \quad (10)$$

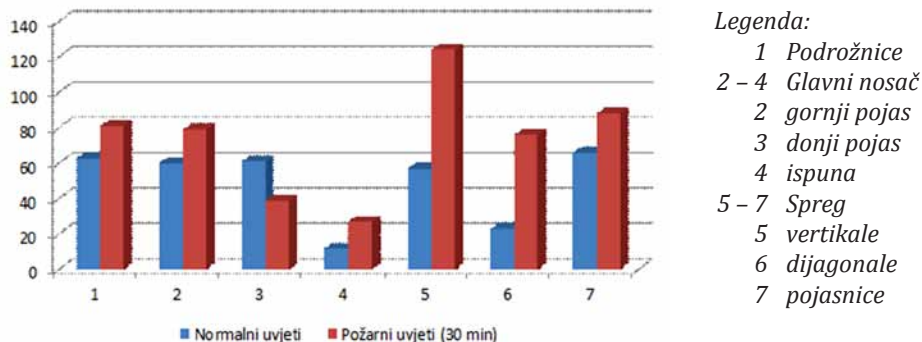
$$S_{d,fi} = k_{mod,fi} \frac{S_{20}}{\gamma_{M,fi}} \quad (11)$$

$$f_{20} = k_{fi} f_k \quad (12)$$

$$S_{20} = k_{fi} S_{05} \quad (13)$$

Simboli $f_{d,fi}$ i $S_{d,fi}$ su proračunske čvrstoće i svojstvo krutosti (moduli elastičnosti ili posmika, $E_{d,fi}$ ili $G_{d,fi}$) u požaru. Simboli f_{20} i S_{20} odgovarajuće 20%-tne fraktile za uobičajenu temperaturu, S_{05} je 5%-tna fraktila svojstva krutosti, a f_k karakteristična čvrstoća. Parcijalni koeficijent sigurnosti za drvo u požaru i faktor izmjene svojstava za početno nezaštićene površine za metodu smanjenja presjeka su jedinični ($g_{M,fi} = 1$ i $k_{mod,fi} = 1$). Faktori k_{fi} su 1,25 za cjelovito drvo i 1,15 za lijepljeno lamelirano drvo.

Na Slici 17 prikazana je usporedba iskorištenja otpornosti presjeka i stabilnosti elemenata za analize pri izloženosti normalnoj temperaturi (proračun prema normi HRN EN 1995-1-1, za stalnu proračunsku situaciju) i za izloženost požaru (proračun prema normi HRN EN 1995-1-2, za izvanrednu proračunsku situaciju). Usporedba se odnosi na sve proračunane elemente i dijelove krovne konstrukcije. Vidljivo je da presjek področnica koje su istovremeno i vertikalne rešetkastog sprega zahtijeva povećanje dimenzija u uvjetima 30-minutnog požara. Detaljniji se podaci mogu pronaći u [4].



Slika 17. Usporedba postotka iskorištenja presjeka elemenata krovne konstrukcije u normalnim i požarnim uvjetima [4]

2.3.5. Primjena norme u proračunu otpornosti spojeva rešetkastog glavnog nosača na djelovanje nazivnog požara

Otpornost spojeva je važan pokazatelj otpornosti cijele konstrukcije na djelovanje požara. U suvremenim se spojevima kombiniraju materijali različite reakcije na požar i različitog ponašanja u požaru, a spajala su čelična. Norma se bavi simetričnim trodijelnim spojevima s moždanicima i bočno opterećenim štapastim spajalima i spojevima s osno opterećenim vijcima za drvo. Pojednostavnjena pravila proračuna [2] su različita za spojeve s početnom zaštitom (npr. obloge od gipsanih ploča ili ploča od drva / na osnovi drva) i bez nje. Kad su čelični dijelovi spojeva vanjski elementi (Slika 18), njihovu požarnu otpornost treba proračunati prema normi HRN EN 1993-1-2 i u skladu s tom normom odabrati odgovarajuću početnu zaštitu (zaštitni materijal obloge, premaz ili silikatna pjena).

Tijek proračuna požarne otpornosti spojeva prikazan je na Slici 19. Pravila i metode proračuna navedeni u normi [2] odnose se na spojeve čija požarna otpornost ne prelazi R60.

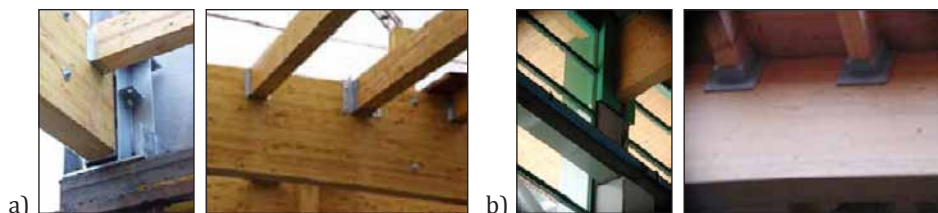
Na spojeve se primjenjuju proračunske mehaničke otpornosti $R_{d,t,fi}$ u požarnoj situaciji (sposobnosti nosivosti), proračunane prema sljedećem izrazu i s faktorom pretvorbe $h = 0,2$ za čavle kao spajala [2, 4]:

$$R_{d,t,fi} = \eta \frac{R_{20}}{\gamma_{M,fi}} \quad (12)$$

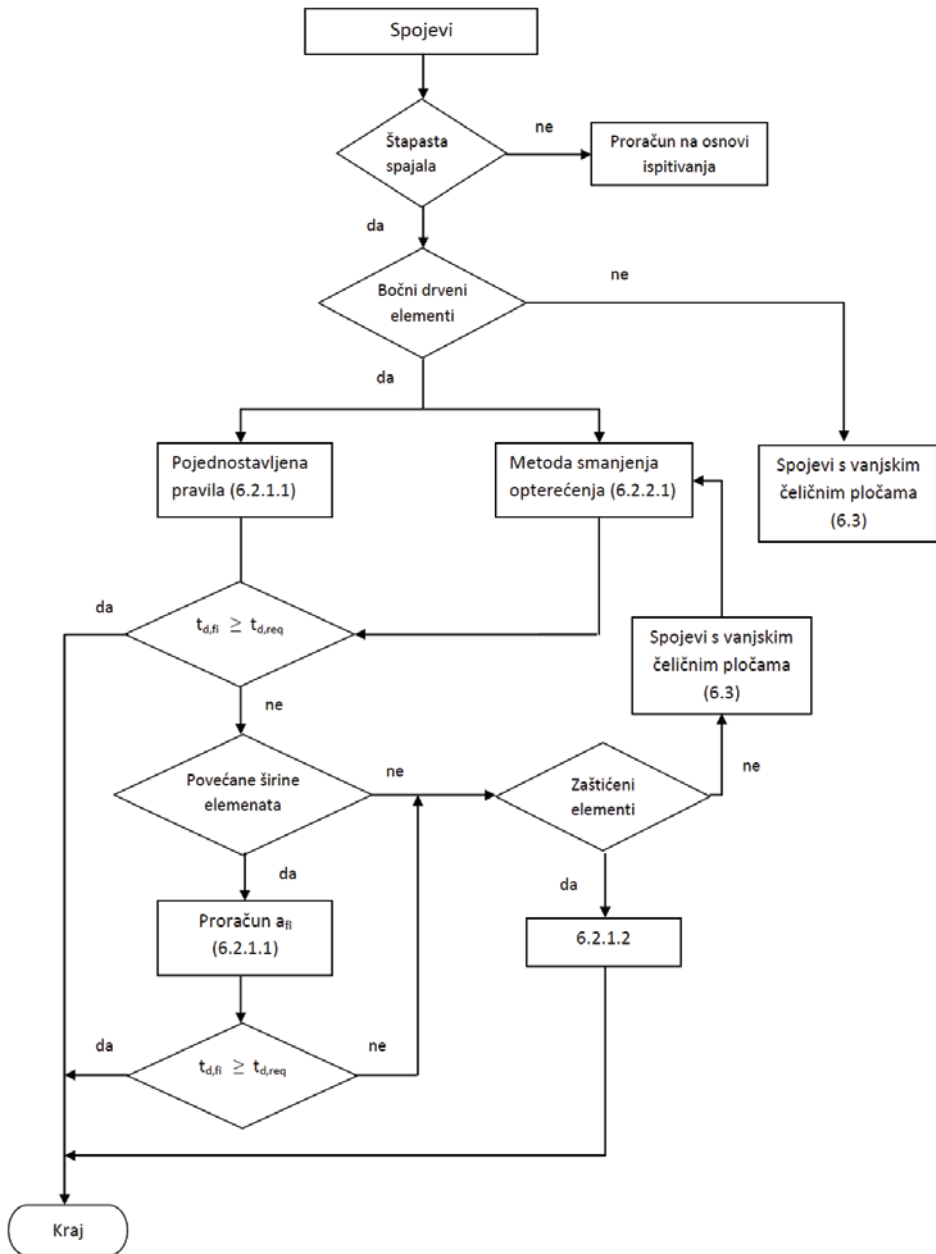
Simbol R_{20} u izrazu "(12)" je odgovarajuća 20%-tna fraktila mehaničke otpornosti pri uobičajenoj temperaturi (bez učinaka trajanja opterećenja i sadržaja vlage, s $k_{mod} = 1$) koja se proračunava prema sljedećem izrazu [2]:

$$R_{20} = k_{fi} R_k \quad (13)$$

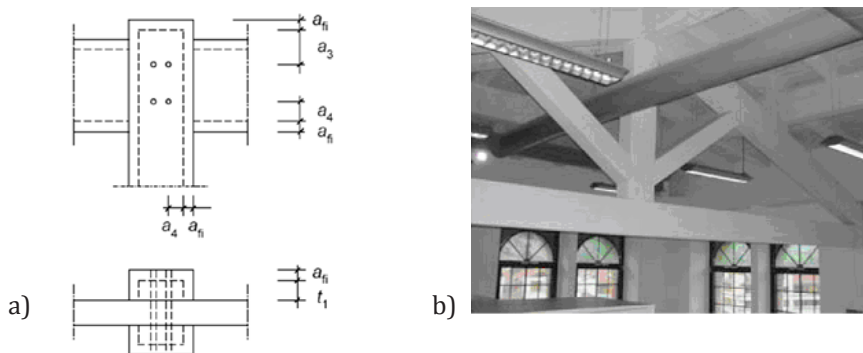
gdje je R_k karakteristična mehanička otpornost spoja izloženog normalnoj temperaturi, ne uzimajući u obzir učinke trajanja opterećenja i sadržaja vlage (s $k_{mod} = 1$), a faktor $k_{fi} = 1,15$ za spojeve elemenata rešetkastog glavnog nosača u kojima su spajala bočno opterećena i drvo je vanjski element spoja [2]. Detaljni podaci za sve spojeve mogu se pronaći u [4].



Slika 18. Primjeri spojeva s vanjskim čeličnim elementima – početna zaštita omogućava dostizanje otpornosti R60:
a) početno nezaštićeni spojevi, b) početno zaštićeni spojevi [10]



Slika 19. Dijagram toka – proračun otpornosti spojeva na požar [4]



Slika 20. Spojevi s vanjskim drvenim elementima veće požarne otpornosti [2]:

a) Definicija a_{fi} za postizanje požarne otpornosti spoja R30,

b) Primjer spoja požarne otpornosti R60, s 2 a_{fi} [10]

Vrijeme izloženosti požaru u kojem početno nezaštićen spoj s bočnim drvenim elementima može zadržati sposobnost nosivosti, $t_{d,fi}$, ne prelazi 15 min (izuzetak su spojevi trnovima, s $t_{d,fi} = 20$ min). Ova je vrijednost posljedica debljine vanjskog drvenog elementa spoja i primjene spajala malog promjera ("sitna" spajala, npr. čavli i/ili vijci za drvo). Kako je to prikazano na Slici 20.a, požarna se otpornost ipak može poboljšati (ne prelazeći vrijeme $t_{d,fi} = 30$ min), povećanjem sljedećih dimenzija za a_{fi} : debljine i širine bočnih drvenih elemenata (t_1) i udaljenosti spajala od krajeva (a_3) i rubova (a_4) elemenata.

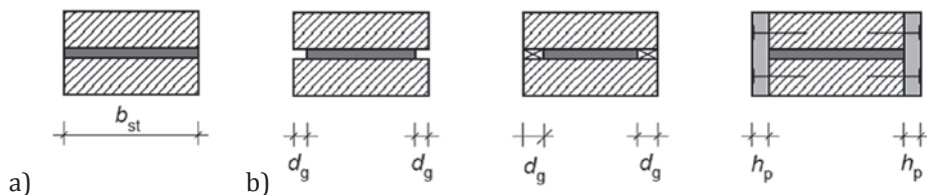
Učinak dodatnog povećanja dimenzija za a_{fi} u početno nezaštićenom spoju s bočnim drvenim elementima definira sljedeći izraz [2]:

$$a_{fi} = \beta_n \cdot k_{flux} \cdot (t_{req} - t_{d,fi}) \quad (14)$$

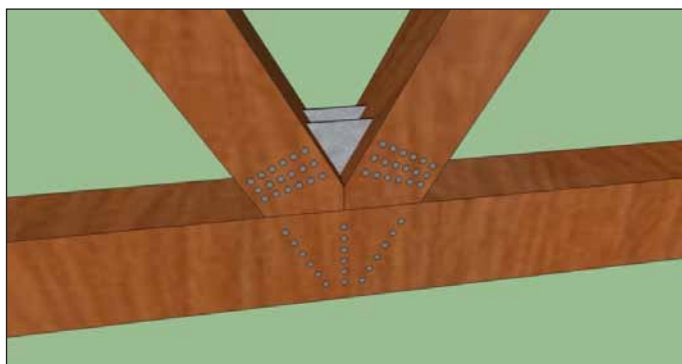
gdje su novi simboli i njihove vrijednosti sljedeće: $k_{flux} = 1,5$ je faktor kojim se uzima u obzir povećani protok topline kroz spajalo, $t_{req} = 30$ min je zahtijevano vrijeme za požarnu otpornost (R30), a $t_{d,fi} = 15$ min je vrijeme za požarnu otpornost R15 nezaštićenog spoja prema normi HRN EN 1995-1-2, za spojeve s čavlima promjera većeg od 2,8 mm [4]. Na Slici 20.b je primjer spoja s vanjskim drvenim elementima u kojem je dvostrukim uvećanjem a_{fi} ($2a_{fi}$) dostignuta požarna otpornost R60 (masivni presjek i "uvučena" spajala). Slika 21 prikazuje nezaštićene i početno zaštićene spojeve s utorenim čeličnom pločom.

Spojevi u rešetkastom glavnom nosaču izvedeni su s utorenim čeličnim pločama čija je visina od 140 mm jednaka visini drvenog presjeka što je i najmanja visina presjeka elemenata priključka [4].

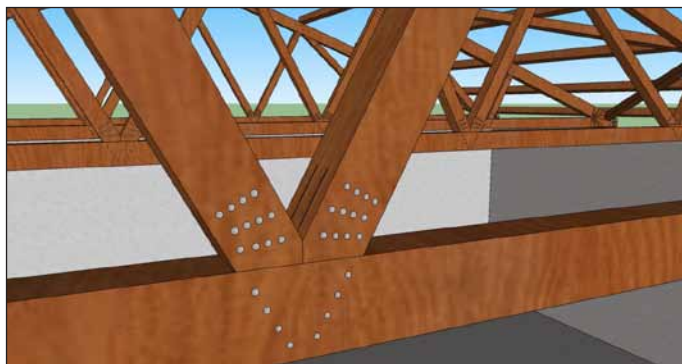
S obzirom da čelične ploče nisu upuštene u odnosu na rubove presjeka i rubovi im nisu dodatno zaštićeni, (Slika 21), time je ispunjen i zahtjev na



Slika 21. Zahtjevi na visinu i rubove čeličnih ploča u drvenom presjeku [2]:
a) Nezaštićeni rubovi, b) Zaštita rubova – procjepi, dodatne trake i obloge



Slika 22. Nepovoljno rješenje priključka ispune na donji pojas [4]



Slika 23. Izmjena priključka zbog povećanja požarne otpornosti na R30 [4]

najmanju dimenziju čeličnih ploča, $b_{st} \geq 120$ mm želi li se postići požarna otpornosti R30 [2, 4].

Slika 22 prikazuje priključak ispune na donji pojas rešetkastog nosača koji zadovoljava proračun za normalnu temperaturu, ali nije povoljno rješenje pri izloženosti požaru. Iako spoj s rezervom od prosječno 31% (za štapove

ispune), odnosno 23% (za pojas) zadovoljava provjeru otpornosti za izloženost normalnoj temperaturi, zbog gustog rasporeda i minimalnih razmaka od krajeva i rubova elementa postiže tek minimalnu požarnu otpornost (R15) [4]. Istake čeličnih ploča (izvan drvenih presjeka) su dodatno nepovoljne i zahtijevale bi razmatranje požarne otpornosti u skladu s normom HRN EN 1993-1-2. Poboljšanim rješenjem, prikazanim na Slici 23, primjenjujući povećanje dimenzija za a_{fi} i zaštitu čeličnih ploča drvom (bez istaka čeličnih ploča), spoj postiže požarnu otpornost R30 [4].

Povećanje razmaka (u odnosu na najmanje dopuštene) i prilagodba rasporeda spajala ima povoljan utjecaj i na otpornost pri izloženosti normalnoj temperaturi i na robusnost nosača.

3. Zaključak

Primjer jednostavne konstrukcije drvenog krova izabran je s namjerom isticanja dviju činjenica ključnih za projektiranje drvenih konstrukcija: jedna je utjecaj tehnike spajanja elemenata i izbora spoja na optimalno rješenje nosivog sustava, a druga je povezanost svojstava materijala i njegova ponašanja s načinom proračuna koja je izuzetno važna pri izloženosti požaru i zato je u radu pregledno izložena. Rešetke su ogledni primjer nosivog sklopa u kojem su upravo spojevi činitelji krajnjeg rješenja. Predgotovljena izvedba, primijenjena u ovom primjeru, osigurava veliku nosivost i omogućava povoljan omjer utroška materijala i opterećenja (mali presjeci elemenata prihvaćaju relativno velike sile). Pokazano je da utjecaj podatljivosti priključaka ne bi trebalo zanemariti, čak ni onda kad raspon nosača nije velik, a spajala su relativno malo popustljiva. Osim u provjeri progiba (kako je u ovom primjeru pokazano), utjecaj klizanja elemenata u priključku trebalo bi uzeti u obzir i u graničnom stanju nosivosti. Utjecaj rješenja spojeva pokazao se bitnim u analizama glavnog nosača provedenim za oba temperaturna režima (izloženost normalnim temperaturama i nazivnom požaru). Razmaci spajala i raspored su najvažniji činitelj nosivosti spoja pri izloženosti normalnoj temperaturi, a pokazali su se ključnim i u proračunu otpornosti na požar. Pokazano se da spoj koji početnu pasivnu zaštitu nema (tj. izostaje odgoda početka sagorijevanja) ipak može dostići požarnu otpornost R30, odnosno promjena rasporeda i razmaka spajala sasvim dovoljna za odolijevanje 30-minutnom požaru. Pokazano se i da primjena pojednostavnjenog postupka proračuna opterećenja, umjesto s izvanrednom kombinacijom djelovanja, u uvjetima nazivnog požara daje konzervativnije rezultate (na strani su sigurnosti). Rešetkasti sustavi, iako projektantski nisu zahtjevna zadaća, otvaraju brojne mogućnosti daljnjih istraživanja u području pouzdanosti i robusnosti npr., a ponašanje u požaru, pogotovo priključaka, može pritom biti vrlo interesantna tema.

Literatura

- [1] Tehnički propis za drvene konstrukcije, NN 121/07, Zagreb, 2007.
- [2] HRN EN 1995-1-2: Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija – Dio 1-2: Opća pravila – projektiranje drvenih konstrukcija na djelovanje požara, Hrvatski zavod za norme (HZN), Zagreb, 2013.
- [3] HRN EN 1995-1-1: Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija – Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade, HZN, Zagreb, 2013.
- [4] Šimić, K., Projekt rešetkastog krova prema normi HRN EN 1995 s provjerom otpornosti na djelovanje požara, *Diplomski rad*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2012.
- [5] HRN EN 1991-1-3: Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-3: Opća djelovanja – Opterećenje snijegom, HZN, Zagreb, 2012.
- [6] HRN EN 1991-1-4: Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja – Opterećenje vjetrom, HZN, Zagreb, 2012.
- [7] STAAD.Pro, Bentley Academic Select Product, Bentley Systems, 2011.
- [8] HRN EN 1990: Eurokod 0: *Osnove projektiranja konstrukcija*, HZN, Zagreb, 2012.
- [9] Boko, I., Peroš, B., Torić, N.: Pouzdanost čeličnih konstrukcija u požaru, *Građevinar* vol. 62/V: 389 – 400, Zagreb, 2010.
- [10] Bjelanović, A.: Ponašanje drva i drvenih konstrukcija u požaru i otpornost na djelovanje požara, *Presjek*, vol. XI/3: 105 – 120, Zagreb, 2011.
- [11] Purksis, J. A.: *Fire Safety Engineering Design of Structures*, Second Edition, Elsevier, Oxford, 2007.
- [12] HRN EN 1991-1-2: Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-2: Toplinska djelovanja, Hrvatski zavod za norme (HZN), Zagreb, 2012.

MOSTOVI U GORNJEM TOKU RJEČINE

BRIDGES IN THE RJEČINA RIVER UPPER STREAM

Ivana ŠTIMAC GRANDIĆ*, Lucija KUŽELIČKI*

Sažetak

Rad sadrži pregled mostova u gornjem toku Rječine koji je dio opsežnog istraživanja povijesne i tehničke dokumentacije o mostovima na Rječini i Mrtvom kanalu. U radu je usvojen prostorni koncept prezentacije mostova, tj. mostovi su opisani redoslijedom od izvora prema ušću. Cilj rada je iznijeti prikupljene povijesne i tehničke podatke, kao i prikazati dio obilne fotodokumentacije prikupljene iz literature i na terenu o postojećim mostovima, kao i o mostovima koji više ne postoje, ali o njima postoje podaci u literaturi i/ili ostaci uz korito rijeke.

Ključne riječi: mostovi, vodotok Rječina, gornji tok

Abstract

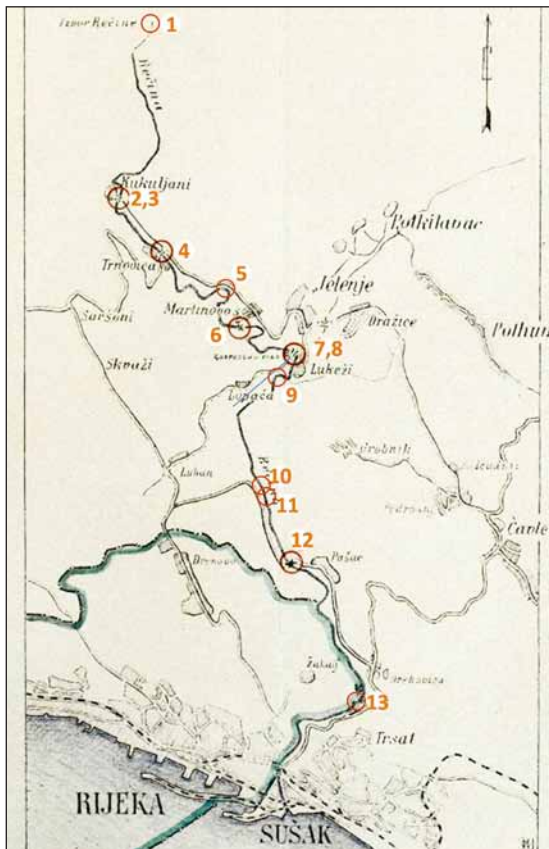
This paper presents an overview of bridges in the upper stream of the river Rječina which is a part of an extensive research dealing with historical and technical documentation of the bridges over Rječina and Mrtvi kanal. The paper adopts the spatial concept of presentation; the bridges are described one by one downstream from the spring. The aim of this paper is to present the collected historical and technical data and show a part of the abundant photographic documentation gathered from the literature as well as on site. This paper includes both the existing bridges as well as the bridges that no longer exist but are mentioned in the literature or their remains are still to be seen by the riverbed.

Key words: bridges, Rječina river, upper stream

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, Rijeka
E-mail: ivana.stimac@gradri.hr; lucija134@yahoo.com

1. Uvod

Područje oko Rječine nastanjeno je još u prapovijesti. Nije poznato je li bilo pokušaja premošćivanja ove rijeke u Starome vijeku niti kada se pojavljuju prvi srednjovjekovni mostovi. U vrijeme kada još nije bilo izgrađenih mostova, ljudi bi u sušnije doba godine koristili prirodne plicake ili vodene prolaze koje je bilo moguće pregaziti pješice ili jašući na životinji. Sudeći prema dokumentima, u gornjem su toku Rječine nekada postojala tri takva gaza za ljude i stoku [1, 2]. Duž toka Rječine u povijesti se nalazio niz mlinova i nekoliko tvornica za čiji je rad bilo potrebno izgraditi posebni sustav jazova, jaraka i vodenih ustava te osigurati prijelaz s jedne na drugu obalu mostovima koje su zajednički održavali stanovnici obalnih naselja. Premda mnogi autori smatraju da je prvi most preko Rječine izgrađen 1601. godine u njenom donjem toku, prvi zapis o mostovima u gornjem toku Rječine datira iz 16. stoljeća a u njemu se spomije drveni most kod mjesta Grohovo [2, 3].



- 1 - most na izvoru Rječine
- 2 - pješački most u Kukuljanima
- 3 - cestovni most u Kukuljanima
- 4 - most u Trnovici
- 5 - most u Martinovom Selu
- 6 - most Luke
- 7 - pješački most u Lukežima
- 8 - cestovni most u Lukežima
- 9 - ostatci mosta Drastin
- 10 - most Valići
- 11 - most Grohovo
- 12 - most Pašac
- 13 - ostatci mosta Žakalj

Slika 1. Prikaz lokacija mostova na povijesnoj karti Rijeke i Grobinštine [4]

Početak 18. stoljeća je zabilježeno da su riječki isusovci postavili kip sv. Ivana Nepomuka na mostu između mjesta Lukeži i Gospodskog sela [3]. U pisanim izvorima često su prvi spomeni o nekom mostu da je stradao ili srušen u poplavama koje su se često događale, a iznimne poplave su zabilježene 1852., 1883. i 1898. godine [4]. Krajem 19. stoljeća u gornjem toku Rječine postojali su mostovi u Kukuljanima, Trnovici, Martinovom Selu, Lukežima, Grohovu i Valićima te most kod žakaljskog mlina [4]. Većina mostova srušena je u nekoj od poplava, nakon toga rekonstruirana, potom srušena tijekom Drugog svjetskog rata, a nakon rata ponovno izgrađena. Na Slici 1 prikazane su lokacije mostova koji su dio ovog rada.

2. Most na izvoru Rječine

Prema iskazima lokalnih stanovnika može se pretpostaviti je da je prvi most na izvoru Rječine sagrađen 1908. godine u vrijeme kad je izvor Rječine kaptiran za potrebe vodoopskrbe Sušaka. Nije poznato koliko je prvi most trajao i kako je srušen, međutim, godine 1929. otvoren je novi most izgrađen prema nacrtu učitelja Milana Brozovića iz Delavske škole i uz potporu domaćih dobrotvora, a na inicijativu Hrvatskog planinarskog društva Učka iz Kastva. Glavni izvođač radova bio je Niko Pletenac, zametski poduzetnik [2].

Današnji čelični most konstrukcijskog sustava razupore (Slika 2), najvjerojatnije je treći most na toj lokaciji, no nije poznato kada je izgrađen niti je o njemu pronađena tehnička dokumentacija.



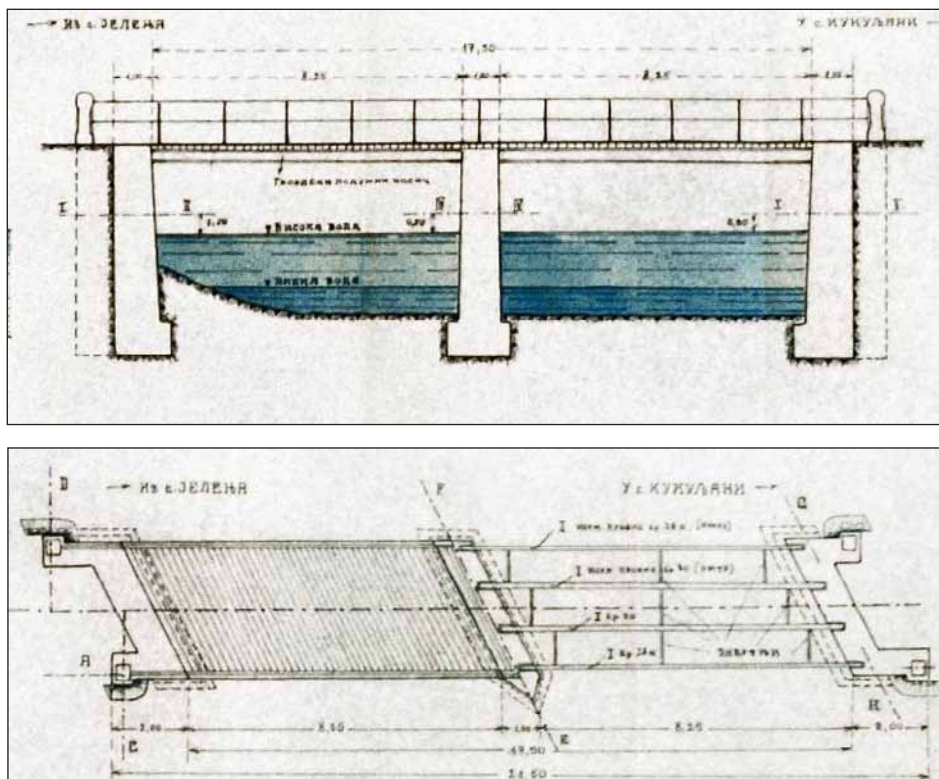
Slika 2. Most na izvoru Rječine, travanj 2011. [4]

3. Mostovi u mjestu Kukuljani

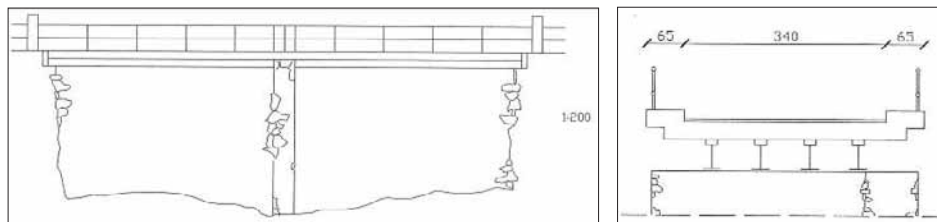
3.1. Cestovni most u mjestu Kukuljani

U studenom 1883. nabujala Rječina srušila je most kod mjesta Kukuljani kojeg su nekoliko godina prije sagradili mještani. Inženjer Bujić iz Voloskog izradio je nacrt novoga mosta 1908. godine, no novi most nije izgrađen zbog prevelikih troškova. Na ostacima strušenog mosta, umjesto novog, izgrađen je privremeni most s čeličnim uzdužnim nosačima i drvenim kolnikom. Prema članku iz sušačkog Novog lista 1925. godine, tamošnji seljaci se još uvijek susreću s problemima zbog neadekvatnog mosta [2]. U Državnom arhivu u Rijeci čuvaju se nacrti staroga mosta preko Rječine u mjestu Kukuljani (Slika 3).

Današnji most (Slike 4 i 5) je izveden preko dva raspona (vjerojatno na stupovima i upornjacima prijašnjeg mosta), svaki dužine 8,5 m. Osnovni nosivi sustav čine četiri valjana čelična nosača I-presjeka (NPI-24) s kolničkom pločom od armiranog betona. Poprečna os tlocrta mosta zatvara kut od 30° u odnosu na korito Rječine. Ukupna korisna širina mosta iznosi 4,7 m (Slika 4) [6].



Slika 3. Dio nacrti starog mosta u mjestu Kukuljani
(gore: uzdužni presjek, dolje: tlocrt) [5]



Slika 4. Šema današnjeg mosta [6]



Slika 5. Cestovni most u Kukuljanima, siječanj 2011. [4]

3.2. Pješački most u mjestu Kukuljani

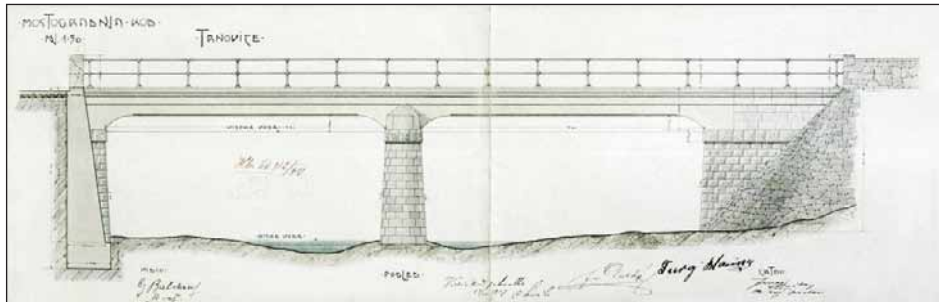
Pješački most u mjestu Kukuljani smješten je nekoliko stotina metara nizvodno od cestovnog mosta u Kukuljanima i služi za prilaz poljoprivrednim površinama (Slika 6). Konstrukcija mosta je čelična, okvirnog sustava razupore i nije pronađena njena tehnička dokumentacija, niti je poznato kada je most sagrađen.



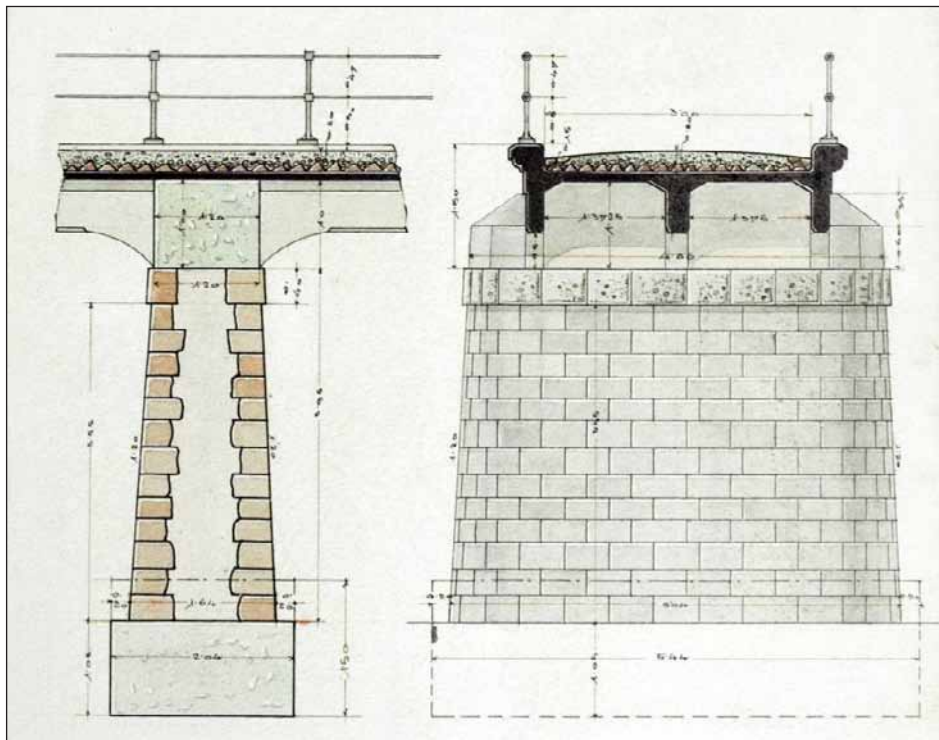
Slika 6. Pješački most u Kukuljanima, siječanj 2011. [4]

4. Most Trnovica

Između 1095. i 1907. godine, stari ruševni drveni most stradao u poplavi 1898. godine zamijenjen je novom armiranobetonskom rasponskom konstrukcijom položenom na kamene potpornje. Most je izgrađen po nacrtima kraljevskog inženjerskog pristava Jurja Chvale iz Sušaka [2]. U Državnome arhivu u Rijeci čuvaju se nacrti mosta kod Trnovice (Slike 7 i 8). Most je srušen u Drugom svjetskom ratu.



Slika 7. Pogled na most Trnovica, nacrt iz 1905. godine [7]



Slika 8. Poprečni (lijevo) i uzdužni (desno) presjek središnjeg stupa i rasponske konstrukcije mosta Trnovica, nacrt iz 1907. godine [7]



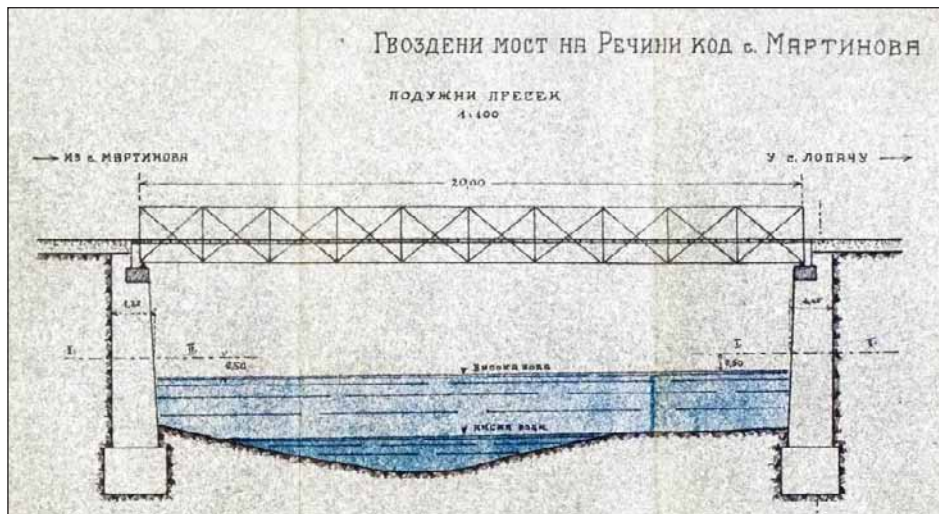
Slika 9. Most Trnovica, svibanj 2011. godine [4]

Današnji most (Slika 9) nalazi se na tom mjestu od 1966. godine kada je je s jedne lokacije u području Dalmacije kompletna čelična konstrukcija skinuta i prenijeta na današnju lokaciju kod Trnovice. Tada su konstrukcija i potpore mosta popravljene i prilagođene novonastalim uvjetima. Glavna rasponska konstrukcija sastoji se od dva čelična rešetkasta nosača u zakivanoj izvedbi s kolnikom u donjem pojasu. Ploču kolnika čini armiranobetonska ploča oslonjena na sekundarne uzdužne čelične nosače presjeka INP 28. Prijenos opterećenja s kolničke konstrukcije na glavne rešetkaste nosače ostvaren je poprečnim nosačima izrađenim od NPI 55 [6].

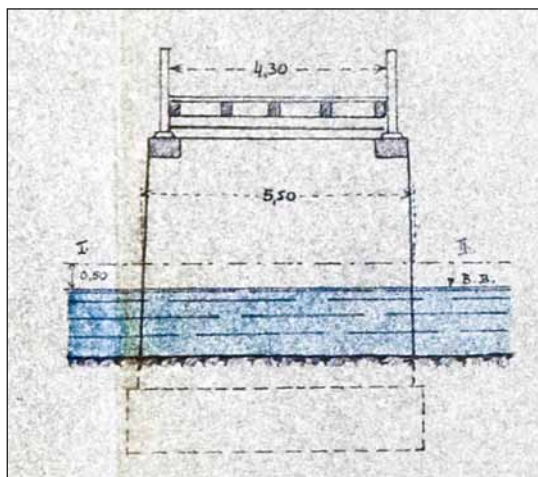
5. Most u Martinovom Selu

1852. godine bujica, koja je porušila većinu mostova na Grobinštini, teško je oštetila most u Martinovom Selu koji se, zahvaljujući solidnoj gradnji i čvrstoći, uspio oduprti razornoj snazi vode. No, budući da nije bio dostatno popravljen, u studenom 1883. godine ga je nabujala Rječina potpuno uništila. Nad ostacima srušenog mosta izgrađen je privremeni drveni most. U ožujku 1890. godine općinski odbornik Ignac Juričić iz Lubarske prijavljuje nadležnim vlastima da je privremeni drveni most u vrlo lošem stanju i opasan za prolaznike. Velika poplava Rječine koja se dogodila zbog čestih proloma oblaka u listopadu 1898. godine potpuno je razrušila most kod Martinovog Sela. Budući da se most nalazio na važnoj cesti koja je povezivala Rijeku sa zaleđem, uspješno je obnovljen već 1899. godine [2].

Obnovljeni most je uzdužnim smjerom jednorasponski čelični rešetkasti konstrukcijski sustav raspona 20 metara s kolničkom konstrukcijom upuštenom između pojaseva rešetkastih nosača (Slike 10 i 11). U Državnom arhivu u Rijeci čuvaju se nacrti mosta u Martinovu Selu iz 1900. godine.



Slika 10. Uzdužni presjek starog mosta u Martinovom Selu [8]



Slika 11. Poprečni presjek starog mosta u Martinovom Selu [8]

Današnji most izveden je preko dva jednaka raspona pojedinačne dužine 10 m (Slika 12). Upornjaci i stup u koritu izgrađeni su od klesanog kamena. Nosivu rasponsku konstrukciju čine dva uzdužna čelična nosača povezana pločom. Ukupna širina mosta iznosi 5,20 m. Izvorno, most je bio izveden s kolnikom širine 2,8 m i obostrano postavljenim hodnicima pojedinačne širine 1,2 m. Dodavanjem asfalta izjednačena je razlika u visini između kolnika i hodnika tako da je sada cijela površina u istoj razini [6].



Slika 12. Most u Martinovom Selu, siječanj 2011. godine [4]

6. Most Luke

Most Luke nalazi na cesti između Trnovice i Martinovog sela i omogućuje povezivanje ceste na lijevoj obali s poljoprivrednim površinama na desnoj obali rijeke (područje Luka, Vrtina i Baštijana) [4]. Most je dvorasponska kontinuirana armiranobetonska ploča. Kolnička površina prilagođena je svrsi mosta, pristupu u polja, pa ne postoje pješačke staze. Dokumentacija o mostu nije pronađena.



Slika 14. Most Luke, pogled niz Rječinu, siječanj 2011. godine [4]



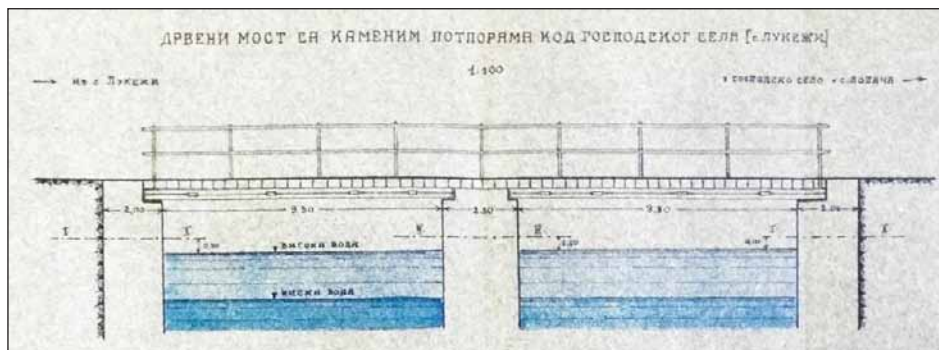
Slika 13. Most Luke, pogled na kolnik, siječanj 2011. godine [4]

7. Mostovi kod mjesta Lukeži

7.1. Cestovni most kod mjesta Lukeži

Između mjesta Lukeži i Gospodskoga sela, u blizini Lucinskoga vira, još u 18. stoljeću postojao je most preko Rječine, tzv. Ivanov most. Most se spominje i sredinom 19. stoljeća. Kao i većinu mostova na Rječini, i ovaj je odnijela bujica 1852. godine.

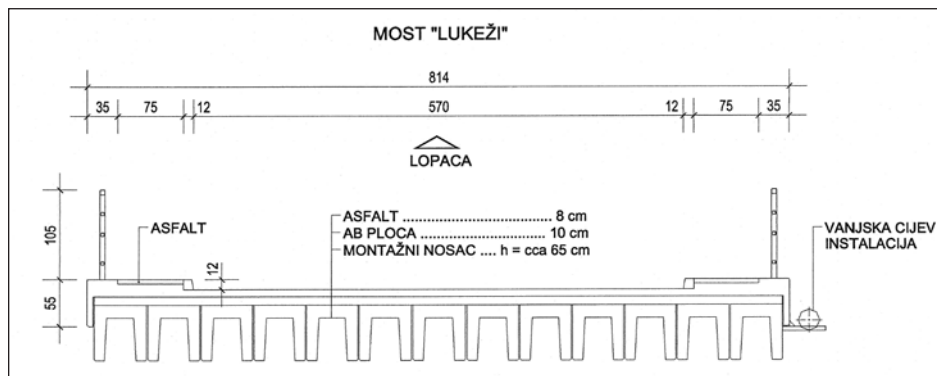
1895. godine pokrenuto je pitanje popravka dotrajalog mosta na Rječini kod Gospodskog sela koji je sagrađen nakon poplave, a koji je zbog velike pogibelji za ljude morao biti privremeno zatvoren za promet. Iste godine građevinske poslove oko uređenja mosta preuzima tamošnji poduzetnik, veleposjednik i trgovac Anton Pessi, no već 1908. godine riječka i sušačka općina o zajedničkim troškom izvode rekonstrukcijske radove na istome mostu. Kolni most u mjestu Lukeži, koji je vodio prema Lopači, srušili su Nijemci nakon kapitulacije Italije [2,9]. U Državnom arhivu u Rijeci čuvaju se nacrti mosta iz 1895. pod nazivom Most Lopača – Sv. Ivan (Slika 15).



Slika 15. Dio nacrti starog cestovnog mosta u Lukežima [10]



Slika 16. Cestovni most u Lukežima, siječanj 2011. godine [4]



Slika 17. Shema poprečnog presjeka današnjeg cestovnog mosta u Lukežima [6]

Na mjestu srušenog mosta izgrađen je provizorni drveni most za povlačenje njemačkih trupa 1944. godine koji je dignut u zrak nakon njemačkog povlačenja. Po završetku rata seljaci sami grade most od drvenih oblica, no i taj je bio kratkoga vijeka; nakon nekoliko godina srušen je u poplavi [11].

Današnji cestovni most izgrađen je tek 1966. godine [11] kao sustav jednostavnih greda preko dva raspona, svaki dužine 11,70 m (Slika 16). Ukupna duljina mosta je 23,90 m. Rasponska konstrukcija sastoji se od 13 montažnih armiranobetonskih nosača pi-presjeka složenih jedan do drugog (bez razmaka) iznad kojih je izbetonirana ploča (Slika 17). Upornjaci i središnji oslonac (stup) su armiranobetonski. Ukupna širina mosta iznosi 8,14 m [6].

7.2. Pješački most kod mjesta Lukeži

Kao i većina pješačkih mostova na Rječini, ovaj most također služi za pristup poljoprivrednim površinama na desnoj obali. O mostu nisu pronađeni nikakvi tehnički podaci. Most je dvorasponska kontinuirana čelična konstrukcija oslonjena na armiranobetonske upornjake i središnji stup (Slika 18).



Slika 18. Pješački most u mjestu Lukeži, travanj 2011. godine [4]



Slika 19. Ostaci upornjaka kraj mjesta Drastin [4]

8. Ostaci na mjestu mosta Drastin

U blizini mjesta Drastin, smještenog na lijevoj obali Rječine, postoje ostaci nekadašnjeg mosta u vidu mjesta na koja se most oslanjao na obalama (Slika 19). O mostu nisu pronađeni drugi podaci.

9. Most Valići

Krajem 19. stoljeća kod mjesta Valići postoji samo neotesana tanka greda prislonjena na dva kamena koja je služila za prijelaz rijeke. Tamošnji seljani zahtijevali su podizanje novog mosta sa željeznim elementima za kojeg se izradio i poseban nacrt [2]. Nije poznato kako je most izgledao, niti se spominje u literaturi, izuzev činjenice da je u listopadu 1898. godine posljednja velika poplava Rječine potpuno razrušila most kod mjesta Valići [2].

Nakon izgradnje brane akumulacijskog jezera Valići, 1968. godine izgrađen je jednorasponski čelični pješački most (Slika 20).



Slika 20. Današnji most Valići, travanj 2011. godine [4]

10. Most Grohovo

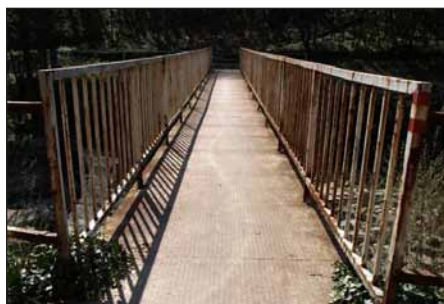
Prvi spomen mosta u blizini Grohova bilježi se 1554. godine kod razmeđenja granica Rijeke i Kastva. Idući spomen mosta kod mjesta Grohovo, na granici riječke općine i grobničke gospoštije, potječe iz sedamnaestog stoljeća. Godine 1668. grofica Katarina Zrinska u jednom proglasu zapovijeda svojim grobničkim podložnicima: „I most, ki je pri Grohovom prvo bil, imaju ga i sada postaviti, i put do njega napraviti.“ [12]. U Državnom Arhivu u Rijeci pronađena je fotografija mosta kod Grohova, rešetkaste natkrite konstrukcije, koji više ne postoji (Slika 21).



Slika 21. Stari most Grohovo na fotografiji [3]



Slika 22. Današnji most Grohovo, travanj 2011. godine [4]



Slika 23. Današnji most Grohovo, travanj 2011. godine [4]

O današnjem mostu nisu nađeni tehnički podaci. Most je pješački, a u konstrukcijskom sustavu, trorasponska čelična konstrukcija je oslonjena na upornjake i betonske stupove u koritu (Slika 22), za razliku od većine mostova u gornjem toku koji su jednorasponski ili dvorasponski. Most je lociran na danas malo korištenom putu koji je pristup brani Valići.

11. Most Pašac

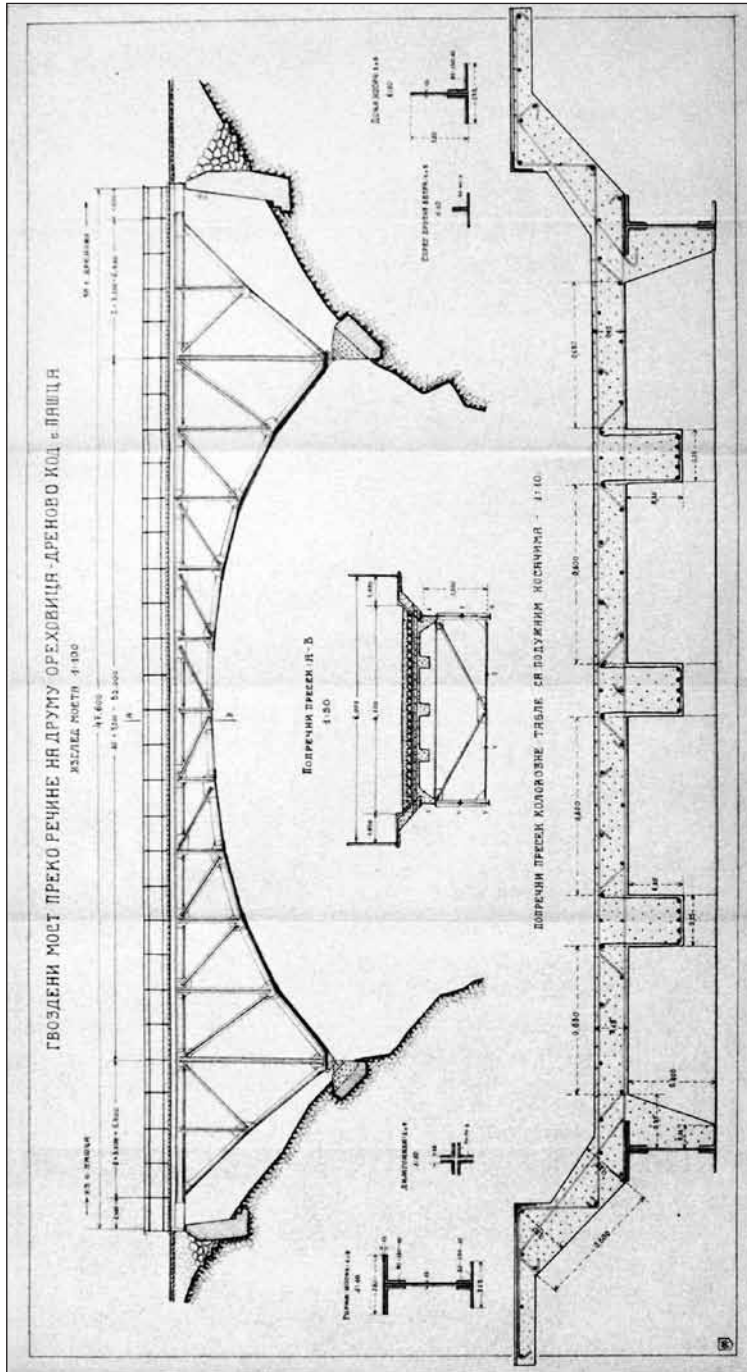
Današnji armiranobetonski lučni most preko Rječine kod mjesta Pašac nalazi se na putu koji povezuje Gornju Orehovicu s Drenovom, a izgrađen je na istom mjestu gdje je 1932. godine bio čelični most koji je srušen u Drugom svjetskom ratu.

I do prve i do druge izgradnje mosta na spomenutoj lokaciji došlo je uslijed specifičnih okolnosti. Prvi most je 1932. godine izgrađen kako bi se stanovnicima Kastva i okolice omogućila kraća veza sa Sušakom, jer su se, da bi izbjegli prelaženje predratne granice sa Italijom, morali služiti zaobilaznim putem preko Jelenja i Čavala koji je bio skoro tri puta duži od onoga koji je vodio preko Rijeke, a na kojem su postojala dva prijelaza granice (Slika 1). Put između Gornje Orehovice i Pašca, koji je već postojao, trebalo je tada samo rekonstruirati, a od Pašca do Drenove izgrađen je potpuno novi put.

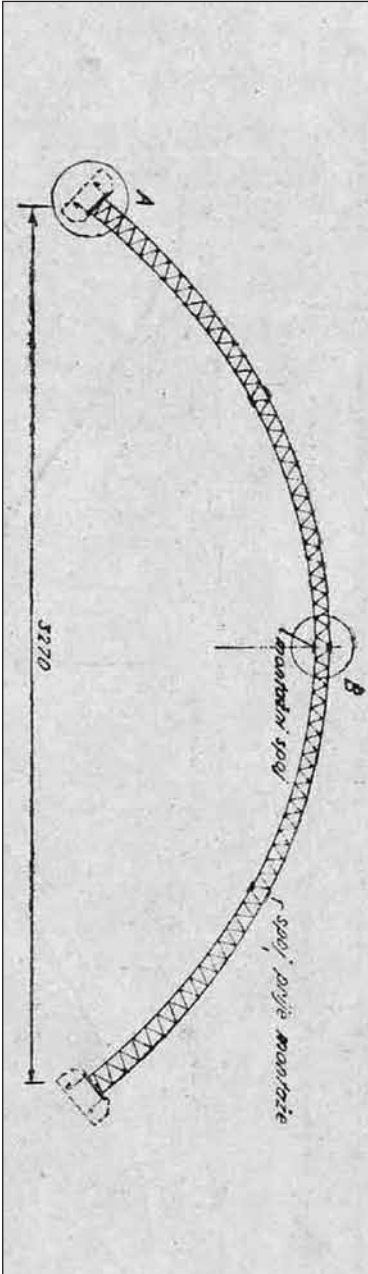
Mada se radi o malenoj građevini ukupne dužine svega oko 58 m, most je interesantan s obzirom na duboki kanjon Rječine na tom mjestu. Visinska razlika od nivelete mosta do dna vodotoka iznosi oko 43 m. Na natječaju za izvedbu predratnog mosta sudjelovalo je čak 8 poduzeća sa ukupno 16 alternativnih idejnih projekata, od kojih je otprilike polovina predviđala čeličnu, a polovina armiranobetonsku konstrukciju.

Glavna nosiva konstrukcija predratnog mosta bila je čelična, a kolnik armiranobetonski (Slika 23). Dvije čelične rešetke činile su glavne uzdužne nosače mosta. U glavnome rasponu od 32,0 m rešetkasti nosači bili su izvedeni sa zakrivljenim donjim pojasom, tako da je visina u sredini iznosila 1,50 m, a iznad zglobnih ležajeva 7,00 m. Izvan glavnog rapona, s jedne i druge strane, nalazile su se rešetkaste konzole dužine po 6,40 m i kratki prijelazni nosači na upornjake. Kolnička armiranobetonska rebrasta konstrukcija bila je spregnuta gornjom zonom glavnih uzdužnih nosača. Širina konika iznosila je 4,70 m i nalazila se između glavnih uzdužnih nosača, dok su pješačke staze širine 0,65 m bile konzolno prepuštene izvan glavnih nosača. Ukupna korisna širina mosta između ograda iznosila je 6,00 m. Projektant je bio inženjer Kraljevske uprave Savske banovine Juraj Erega.

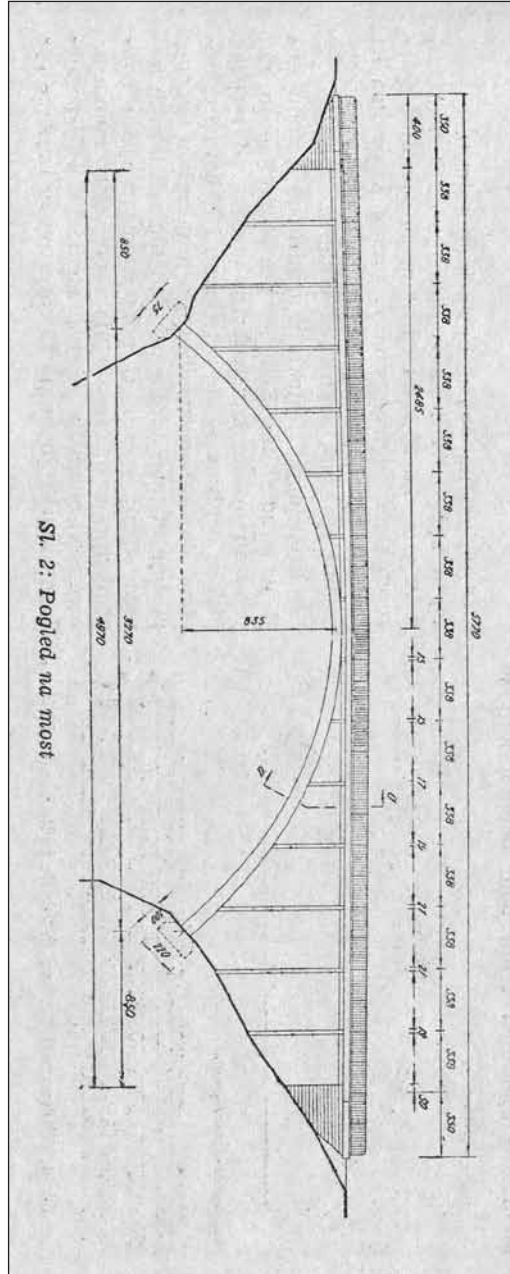
Iako se radilo o laganoj čeličnoj rešetkastoj konstrukciji, predratni most bio je izveden na drvenoj skeli koja je bila izgrađena sve do dna kanjona Rječine [13].



Slika 24. Nacrt starog mosta Pašac [14]



Slika 25. Sadašnji most Pašac – gore: uzdužna dispozicija, dolje: shematski prikaz čeličnih lučnih nosača [12]



Sl. 2: Pogled na most

Za most kod Pašca u Državnom arhivu Rijeke postoji obimna dokumentacija iz 1930. i 1931. godine. Na tim nacrtima most se locira na tzv. banovski put drugoga reda i naziva se „Most Orehovica – Drenova“.

Nakon rata navedena veza potpuno je izgubila svoju prvobitnu svrhu. Obnova mosta ovisila je samo o tome hoće li se naći sredstava za izgradnju mosta na jedinom postojećem lokalnom putu. Uz mnoge ostale važnije objekte, izgledi za to bili su zaista minimalni. Potreba obnove mosta pojavila se tek nakon početka izgradnje hidrocentrale Rječina. Analizama se došlo do zaključka da se izgradnom mosta, a time i osiguranjem najkraće veze sa prometnicom prema Rijeci, može više uštedjeti na transportnim troškovima nego što košta most.

Radovi na izgradnji novoga mosta započeli su u studenome 1959. godine, a završeni su u kolovozu 1960. godine [13]. Glavni projekt predstavlja sintezu dvaju idejnih projekata, onog inženjera Velimira Juračića i drugog Ozrena Sekulića iz Rijekaprojekta [13]. Osnovna nosiva konstrukcija je ukliješteni svod sastavljen od čeličnih rešetkastih nosača ovijenih betonom, čija je debljina 55 cm u tjemenu, a 75 cm na osloncima. Strjelica svoda je 8,35 m, a širina 5,40 m. Konstrukcija ima najmanji raspon svoda koji je dopuštala konfiguracija obala, 32,7 m. Svod se izveo bez skele i bez ikakvog podupiranja (prvo su montirana tri lučna čelična rešetkasta nosača, a zatim su se na njih sa donje strane i postrance postavile montažne ploče od armiranog betona koje su osmišljene kao trajna oplata za naknadno betoniranje). Nosiva konstrukcija kolnika je kontinuirana armiranobetonska ploča jednake debljine od 28 cm na cijeloj širini. Širina kolnika je 5,30 m, a širina pješačkih staza 0,65 m, pa ukupna korisna širina između ograda iznosi 6,30 m. Jedna od zanimljivosti je da su stupovi koji povezuju svod i kolničku konstrukciju različitih debljina iz estetskih razloga (21 cm kod najviših pa do 15 cm kod najnižih stupova). Investitor je bila tvrtka „Kvarnerske elektrane“ iz Rijeke, izvođač „Asfalt“ iz Rijeke, a izradu i postavljanje čelične konstrukcije izvela je „Jugomontaža“, također iz Rijeke [13].



Slika 26. Pogled na sadašnji most Pašac [4]

12. Most Žakalj

Trščani Carlo Ottavio Fontana i Marco Pigazzi godine 1840. dobili su dozvolu za izgradnju cestovnog prilaza od Lujzijane do njihovog mlina u Žaklju, što nije bilo nimalo jednostavno jer je trebalo premostiti kanjon Rječine. Premda su to pokušali učiniti na mjestu gdje su se dvije obale gotovo doticale i gdje je kanjon najuži, imali su silne neprilike o čemu svjedoče „Putositnice“ Antuna Nemčića Gotovinskog (1813.–1844.) nastale 1843. godine, u godinama samog početka djelovanja mlina u Žaklju: „Jedan smeli most, na koji smo s Ludoviceje kroz usku stranputicu došli, premost nas on kraj japage. U skutu ove nalazi se mlin, kog je g. Matković, Rečanin, utemeljio i koji sada na vlastitost g. Fontane spada. – Spomenuti most, jedini put obćenja s ovom glasovitom vodenicom, tek je posle opetovanog pokušenja sagrađen; budući da se je radi neveštih gradilacah do dva puta prie toga srušio bio na štetu vlasnika. – Medjutim ova je šteta bez dvojbe već odavna nadomeštena; i to valjda zajedno i s kamatami.“ [12].



Slika 27. Drveni žakaljski most na povijesnoj razglednici [15]



Slika 28. Željezni žakaljski most [3]



Slika 29. Ostaci upornjaka žakaljskog mosta [4]

Carlo Ottavio Fontana dao je sagraditi 1841. godine drveni most u kanjonu, 34 metra iznad Rječine [3] (Slika 27). Most je kasnije zamijenjen pouzdanijom željeznom konstrukcijom raspona oko 21 m, a širine 4 m, (Slika 28). Most je srušen u vrijeme Drugog svjetskog rata i još je negdje do polovice 50-ih godina 20. stoljeća ležao u kanjonu Rječine [15]. Temelji na koje se most oslanjao još su uvijek vidljivi (Slika 29).

13. Zaključak

U radu je predstavljeno 13 lokacija na kojima se nalaze ili su se nalazili mostovi u gornjem toku Rječine, od izvora do Žaklja. Na 11 lokacija i danas se nalaze mostovi, na dvije mostovi više ne postoje, ali su ostali zapisi, crteži i razglednice ili samo ostaci mosta. Količina podataka o pojedinim mostovima vrlo je različita i ovisi o mnogim čimbenicima, npr. starosti mosta i prometnoj važnosti. Na temelju prikupljene građe može se ustanoviti koji su prometni koridori nekad bili prioritetni na području Grobinštine, a i kako su neke lokacije gubile svoj prometni značaj, kao npr. dio od brane Valići do Pašca nakon izgradnje akumulacije. Na temelju prikupljenih podataka može se također zaključiti da u institucijama u kojima je provedeno istraživanje ne postoji arhiva koja bi objedinila podatke o mostovima na Rječini u tehničkom smislu (od njihovog planiranja, projektiranja, izgradnje i održavanja), ili čuvala izvorne projekte pa je ovaj rad doprinos prikupljanju, objedinjavanju i sistematiziranju podataka o mostovima na Rječini.

Literatura

- [1] Lukežić, I., Mostovi na Rječini, *Sušačka revija* br.14-15, str.67-74, 1996.
- [2] Trkulja, M., *Riječki mostovi / I ponti di Fiume*, Muzej grada Rijeke, 1998.
- [3] Magaš, O. Palinić, N., *Rječina i Zvir: regulacija i revitalizacija*, Državni arhiv u Rijeci, 1999.
- [4] Kuželički, L. *Mostovi na rječini i Mrtvom kanalu*, Diplomski rad, Rijeka, 2011.
- [5] *Kolski most preko Rečine kod sela Kukuljani, Nacrt iz 1908 g.*, Državni arhiv u Rijeci, signatura HR DARI 56 (JU 49), kut. 25
- [6] *Pregled postojećeg stanja mostova i vijadukata na javnim cestama Primorsko – goranske županije*, Županijska uprava za ceste Rijeka
- [7] *Mostogradnja kod Trnovice, Nacrt iz 1905.g.*, Državni arhiv u Rijeci, signatura HR DARI 58 (JU 51), kut. 44
- [8] *Gvozdeni most na Rečini kod sela Martinova, Nacrt iz 1009. g.*, Državni arhiv u Rijeci, signatura HR DARI 58 (JU 51), kut. 44
- [9] Lukežić, A., Ričina: Mostovi i mlinovi na Rječini, *Sušačka revija* br.12, str. 83-86, 1995.
- [10] *Drveni most sa kamenim potporama kod Gospodskog sela (sela Lukeži), Nacrt iz 1895.g.*, Državni arhiv u Rijeci, signatura HR DARI 58 (JU 51), kut. 44
- [11] <http://www.croinfo.net/vijesti-regija/6855-mostovi-na-rjeini-od-davnina-do-danas.html>, pristupljeno 24.09.2013.
- [12] Dmitrović, S., Amerikanski mlin u Žaklju, *Sušačka revija* br.14-15, str. 75-79, 1996.
- [13] Juračić, V., Sekulić, O., Most preko Rječine kod Pašca, *Građevinar* br.9, str. 267-274, 1961.
- [14] *Gvozdeni most preko Rečine na drumu Orehovica-Drenova kod sela Pašca, Nacrt*, Državni arhiv u Rijeci, signatura HR DARI 58 (JU 51), kut. 44
- [15] <http://www.zeljecnice.net/forum/index.php?/topic/5249-stare-razglednice-rijeka-opatija-zagreb-itd/page-2> pristupano u travnju 2011.

BETON S RECIKLIRANIM BETONSKIM AGREGATOM

CONCRETE WITH RECYCLED CONCRETE AGGREGATE

Silvija MRAKOVČIĆ*, Koana MACAN*, Tomislav ŽUŽA*

Sažetak

Recikliranjem građevinskog otpada i ponovnom uporabom za različite namjene smanjuje se potreba za iskorištavanjem prirodnih resursa i rješava se problem odlaganja otpada. Primjena u betonu ograničena je promjenjivom i neujednačenom kvalitetom recikliranog agregata. Jedna od vrsta recikliranog agregata je reciklirani betonski agregat (RBA) koji obično ima veći udio sitnih čestica te veću apsorpciju od prirodnog agregata. Zbog takvog sastava betoni s recikliranim betonskim agregatom imaju nešto manju čvrstoću od betona s prirodnim agregatom.

U radu su prikazana dosadašnja saznanja o betonima s RBA. Provedena su i vlastita istraživanja na betonima s različitim postotnim udjelima RBA spravljenih klasičnom metodom (Normal Mixing Approach - NMA) i metodom miješanja u dvije faze (Two - Stage Mixing Approach - TSMA). Mješavine su projektirane tako da je zadržan konstantan v/c omjer i količina cementa po m³ betona uz variranje udjela recikliranog betonskog agregata. Prema prijašnjim istraživanjima uočen je pad kvalitete betona s višim udjelom recikliranog agregata od 50%, pa su za potrebe ovoga rada izrađeni uzorci s 30% i 50% udjela RBA te referentni uzorci s prirodnim agregatom.

Rezultati provedenog eksperimentalnog istraživanja ukazuju na različit stupanj postignute kvalitete recikliranog betona u odnosu na kvalitetu referentnog betona. Razlika se očituje u vrijednostima konzistencije kod svježeg betona te tlačne čvrstoće očvrstnalog betona. Ipak, rezultati ispitivanja parametara materijala pokazali su da je uporaba ovakvih betona moguća i opravdana.

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: silvija.mrakovcic@uniri.hr

Ključne riječi: beton, reciklirani betonski agregat, TSMA metoda, tlačna čvrstoća, čvrstoća na savijanje

Abstract

Recycling of building waste and its usage for different purposes decreases the need for natural resources exploitation and solves the waste storing problem. In concrete, the usage is limited because of variable and versatile recycled aggregate quality. A type of recycled aggregate is recycled concrete aggregate (RCA) which commonly has larger percentage of small particles and, consequently, larger absorption than natural aggregates. Due to such a composition the concrete with RCA has a little bit lower compressive strength than normal concrete.

This paper presents the state of the art of the concrete with RCA. Some testing procedures have been carried out on the concrete containing different percentage of RCA mixed using normal mixing approach (NMA) or two - stage method approach (TSMA). The mixture proportion calculations were made keeping the w/c ratio and the quantity of cement constant and varying the percentage of RCA. According to the previous experimental study [8] it is found that the concrete with RCA containing more than 50% of it has a lower quality so that in the second phase the samples with 30%, 50% of RCA and referential samples with normal aggregate were made.

The results of the completed experimental study show the difference between the quality of the concrete with recycled concrete aggregate and the referential concrete. There is an obvious difference in obtained compressive strength, as well as in consistency of the concrete with RCA. Nevertheless, the results of the material parameter testing have shown that the usage of such a material can be possible and reasonable.

Key words: concrete, recycled concrete aggregate, TSMA method, compressive strength, bending tensile strength

1. Uvod

Graditeljstvo, jedan od glavnih pokazatelja gospodarskog razvoja, ujedno je i najveći potrošač različitih materijala, a time i veliki proizvođač otpada. Budući da je porasla svijesti o održivoj gradnji pridaje se važnost zbrinjavanju otpada na prihvatljiv način i njegovom recikliranju. Raznim se poticajima i propisima potiče ponovna uporaba recikliranih materijala prilikom gradnje, dok uporabu prirodnih materijala prate ekološke naknade. Prema Strategiji gospodarenja otpadom u Republici Hrvatskoj [1], cilj je uvesti sustave uporabe svih vrsta građevinskog otpada do 80% ukupnih količina te osigurati da se što veće količine građevinskog otpada recikliraju kao novi građevinski materijal koji je ravnopravan s drugim građevinskim materijalom. Prema Pravilniku o gospodarenju građevnim otpadom [2], građevni proizvod nastao materijalnom uporabom građevnog otpada može se ponovo uporabiti u građevne svrhe ukoliko udovoljava normama i uvjetima propisanim posebnim propisom.

Tako se, između ostalog, posvećuje sve veća pažnja uporabi recikliranog agregata dobivenog iz građevinskog otpada ili nastalog rušenjem građevina, jer se pri tome štede prirodni resursi, a istodobno se materijal nastao rušenjem, ne odlaže u okoliš. Norma [3] predviđa upotrebu recikliranog agregata za izradu betona te daje razredbu ovisno o njegovom podrijetlu. Kao dobar nadomjestak prirodnog agregata pokazao se RBA. Beton na bazi recikliranog agregata dobiva se korištenjem recikliranog agregata ili kombinacijom recikliranog i drugih vrsta agregata. Iako se ideja o recikliranju i ponovnoj uporabi betona pojavljuje nakon II. svjetskog rata kada je trebalo očistiti i ponovno izgraditi razorene gradove, tek 70-tih godina prošlog stoljeća preradi građevinskog otpada u svrhu dobivanja recikliranog agregata pridaje se veći značaj. Prva uspješna primjena recikliranog agregata zabilježena je prilikom izgradnje pješačke staze u Iowi, SAD, 1976. godine [4]. Od tada se pojačano provode ispitivanja te grade objekti od betona s recikliranim agregatom.

U ovom je radu analiziran utjecaj određenog udjela RBA na svojstva betona u kojega je ugrađen. Provedena su ispitivanja svojstava betona u svježem i očvrnulom stanju te uspoređeni dobiveni rezultati za betone pripremljene na dva različita načina: uobičajenom metodom pripreme betona (NMA) te metodom miješanja u dvije faze, TSMA metodom.

2. Općenito o betonu s recikliranim betonskim agregatom

Beton s RBA može se miješati, transportirati, ugrađivati i njegovati na isti način kao i obični beton. Isto tako, RBA (Slika 1) treba zadovoljiti sve zahtjeve kao i agregat iz prirodnih nalazišta. Svojstva RBA koja se razlikuju od svojstava agregata iz prirodnih nalazišta su gustoća, apsorpcija vode i udio nečistoća.



Slika 1. Reciklirani betonski agregat

3. Tehnologija proizvodnje recikliranog betonskog agregata

Recikliranje betona nastalog procesom rušenja sastoji se od sljedećih koraka:

- odabir otpadnog materijala,
- drobljenje betonskih blokova,
- uklanjanje onečišćenja,
- miješanje s prirodnim agregatom.

Postrojenja za proizvodnju RBA ne razlikuju se značajno od postrojenja za proizvodnju drobljenog agregata iz prirodnih nalazišta. Proizvodnja RBA započinje rušenjem objekta. Od velikog značaja je selektivno rušenje objekata da bi se reduciralo miješanje raznovrsnog otpada. Na mjestu rušenja usitnjavaju se veliki komadi betona na veličinu od 0,4 m do 0,8 m, što se obično radi hidrauličkim čekićima. Nakon toga se tako usitnjeni materijal dodatno usitnjava u drobilicama.

Zrno RBA dobiveno ovakvim postupkom sastoji se od zrna (ili dijela zrna) prirodnog agregata i cementnog kamena originalnog betona koji ga djelomično ili potpuno obavija. Postojanje starog cementnog kamena koji je manje volumenske mase i veće poroznosti od zrna prirodnog agregata utječe na slabija fizičko-mehaničkih svojstava betona s RBA u odnosu na ona betona spravljenog s prirodnim agregatom.

Postoje i napredne tehnologije recikliranja betonskog agregata pomoću kojih se mogu proizvesti kvalitetna reciklirana zrna agregata jednakih svojstava prirodnim zrnima. Takve metode nemaju, za sada, širu primjenu jer su skuplje i energetski zahtjevnije od tradicionalnih tehnologija, pa dovode u pitanje korist od recikliranja i povoljan utjecaj na okoliš.

4. Svojstva recikliranog betonskog agregata

RBA se sastoji od prirodnog zrna agregata obloženog potpuno ili djelomično slojem cementnog kamena. Fizička i mehanička svojstva RBA zavise o svojstvima te posljedično i o količini prirodnog odnosno cementnog kamena. Naime, poznato je da je cementni kamen koji se nalazi oko prirodnog agregata porozan materijal čija poroznost ovisi o vodocementnom omjeru korištenom prilikom spravljanja betona koji se kasnije reciklira. Postojanje starog cementnog kamena koji je manje volumenske mase i veće poroznosti od zrna prirodnog agregata utječe na slabija fizičko-mehaničkih svojstava betona s RBA u odnosu na ona betona spravljenog s prirodnim agregatom. Količina cementnog kamena u recikliranom agregatu kreće se od 25% do 65% [5] i razlikuje se po pojedinim frakcijama. Sitnije frakcije sadrže veće količine cementnog kamena.

Rezultati kemijske analize provedene u istraživanjima ukazuju kako se u RBA mogu nalaziti i određene količine kloridnih i sulfatnih iona [6]. Prema normi [4], postotak kloridnih otopljenih iona ne bi smio biti veći od 0,15 % za nearmirani beton, 0,06 % za armirani beton i 0,03 % za prednapeti beton.

Upijanje vode je svojstvo po kojem se RBA najviše razlikuje u odnosu na prirodni i zavisi od kvalitete i debljine sloja oko zrna agregata. Upijanje vode krupnog recikliranog agregata kreće se od 3,5% do 10%, a sitnog od 5,5% do 13% dok prirodni riječni i drobljeni agregati imaju upijanje vode oko 1% [7, 8]. Povećano upijanje vode RBA utječe na konzistenciju betona te na trajnost betona prvenstveno zbog manje otpornosti na mraz ili npr. povećane mogućnosti korozije betona uslijed karbonatizacije. Zbog toga se predlaže da se ograniči udio recikliranog agregata na 20-30%. Time bi se osigurao uvjet da upijanje vode ukupne količine agregata bude manje od 5% kako bi se osigurala kvalitetna proizvodnja betona za konstrukcijsku primjenu [9].

Zbog sadržaja cementnog kamena, koji ima manju volumensku masu od zrna prirodnog agregata, volumenska masa betona s recikliranim betonskim agregatom manja je od volumenske mase betona s prirodnim agregatom, u prosjeku za 10% [10]. Prema zahtjevima norme [11], kao i preporukama RILEM-a, za proizvodnju betona se može upotrijebiti samo reciklirani betonski agregat volumne mase u suhom stanju veće od 2000 kg/m^3 .

Otpornost na udar i habanje RBA manja je u odnosu na prirodni agregat, što je posljedica odvajanja i drobljenja poroznog omotača morta oko zrna recikliranog agregata.

5. Tehnologija spravljanja betona s recikliranim betonskim agregatom

5.1. Normalni postupak spravljanja betona s recikliranim betonskim agregatom (NMA)

Prilikom normalnog postupka miješanja betona u miješalicu se najprije doziraju sve čvrste komponente betonske mješavine, a zatim voda nakon čega miješanje traje približno 120 s.

5.2. Metoda s dvije faze miješanja (TSMA)

Ova je tehnologija miješanja betona s RBA razvijena radi poboljšanja kvalitete takvog betona. Prema TSMA proces spravljanja betona dijeli se u tri faze u kojima se potrebna voda dodaje u dva dijela. U prvoj se fazi pripreme miješa sam agregat 60 s pa se dodaje prva polovica vode te nastavi miješanje još 60 s. Nakon toga dodaje se cement uz miješanje od 30 s, što dovodi do stvaranja tankog sloja cementne kaše na površini recikliranog agregata.

Cementna kaša ulazi u pore starog cementnog kamena popunjavajući stare pukotine i praznine. U trećoj fazi miješanja dodaje se preostala voda i sve se miješa još 120 s.

6. Svojstva betona s RBA

Istraživanja pokazuju da vlažnosti agregata utječe na konzistenciju i tlačnu čvrstoću betona. U okviru istraživanja [12] autori su koristili reciklirane agregate različitih stanja vlažnosti. Potpuno suh RBA osušen do stalne mase, agregat sušen na zraku i zasićeno površinski suh agregat. U svim mješavinama zadržan je isti v/c omjer te je mjerena konzistencija mješavine i tlačna čvrstoća. Prema rezultatima istraživanja zaključeno je da je najpoželjnije stanje vlažnosti RBA suho stanje u kojemu se nalazi agregat nakon sušenja na zraku. Beton proizveden s ovakvim agregatom kroz vrijeme je održavao najsličniju konzistenciju (početna je iznosila 125 mm) kao i beton od 100 % prirodnog agregata, a postizao je i veću tlačnu čvrstoću od betona spravljenih s RBA u ostalim stanjima vlažnosti.

Struktura betona koji je spravljen s recikliranim agregatom vrlo je kompleksna. Naime, takav beton posjeduje tri vrste kontaktnih zona, prve dvije između recikliranog agregata ili prirodnog agregata i nove cementne paste (nova kontaktna zona), treću između recikliranog agregata i starog cementnog kamena (stara kontaktna zona).

Skupljanje recikliranog betona je 40-60 % veće nego kod običnog betona. Skupljanje raste s povećanjem udjela RBA. To je posljedica zaostataka starog cementnog kamena i zbog toga povećanog upijanja vode te posljedično većeg v/c omjera u odnosu na obični beton [6].

Beton s RBA pokazuje dobru otpornost na habanje, čak i bolju od betona s vapnenačkim agregatom, što se može objasniti boljom prionjivosti cementne paste i recikliranog agregata.

7. Eksperimentalno ispitivanje betona s RBA

7.1. Komponente betona s RBA vlastite recepture

Agregat

Pri izradi mješavina betona upotrijebljen je prirodni agregat (drobljeni vapnenac) i RBA. Prirodni drobljeni vapnenac proizveden je u kamenolomu Garica na otoku Krku. Korišteni RBA dobiven je drobljenjem betonskih kocki C 30/37, koje su se ispitivale kao uzorci za kontrolu tlačne čvrstoće u proizvodnom pogonu betona tvrtke GP Krk. Drobljeni je RBA naknadno prosijan na potrebne frakcije. Pri izradi mješavina korištene su, ovisno

o projektu sastava, frakcije 0-4, 4-8 i 8-16 prirodnog i RBA, tako da se granulometrijske krivulje za pojedine mješavine međusobno razlikuju. U laboratoriju Građevinskog fakulteta u Rijeci ispitana su potrebna svojstva obje vrste agregata (Tablica 1).

Tablica 1. Fizikalni parametri prirodnog drobljenog agregata

	šljunak (frakcije 4-8, 8-16)	pijesak (frakcija 0-4)
Gustoća, (g/cm³)	2,74	2,71
Volumenska masa suhog, (g/cm³)	2,70	2,65
Volumenska masa ZPS, (g/cm³)	2,71	2,68
Poroznost, %m	1,46	3,36
Apsorbirana voda, %m	0,54	1,27
Vlažnost, %m	4,80	18,90

Tablica 2. Fizikalni parametri RBA

	šljunak (frakcije 4-8, 8-16)	pijesak (frakcija 0-4)
Gustoća, (g/cm³)	2,70	2,61
Volumenska masa suhog, (g/cm³)	2,33	2,21
Volumenska masa ZPS, (g/cm³)	2,47	2,36
Poroznost, %m	13,92	15,04
Apsorbirana voda, %m	6,18	6,47
Vlažnost, %m	10,30	27,44

Cement

Pri izradi mješavina procjednog betona korišten je miješani portlandski cement proizvođača Našicecement d.d. CEM 42,5 (S-V)-A-M razreda tlačne čvrstoće 42,5 N/mm². Ovaj cement sadrži 80% klinkera i 20% dodataka kombinacije zgre visokih peći, silicijskog letećeg pepela te gipsa kao regulatora vezanja.

Voda

Prilikom pripravljanja mješavina betona s RBA upotrijebljena je pitka voda iz vodovoda, pa nisu bila potrebna dodatna ispitivanja kvalitete. Vodocementni omjer bio je 0,55.

7.2. Izrada mješavina i uzoraka betona s RBA i referentnih mješavina

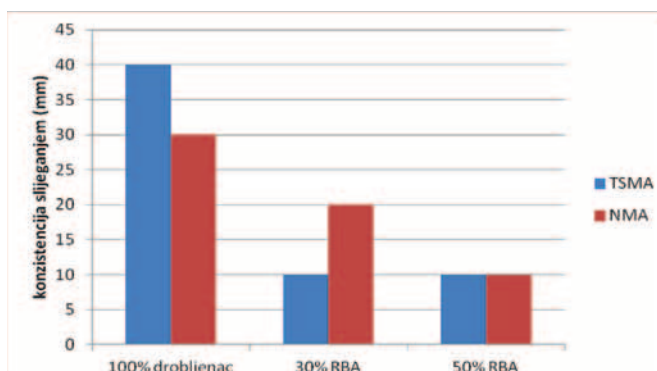
Sve su mješavine betona izrađene u Laboratoriju za materijale Građevinskog fakulteta u Rijeci. Napravljeno je ukupno šest mješavina od kojih su tri pripremljene NMA metodom (slovo N u oznaci mješavine) i tri TSMA metodom (slovo T u oznaci mješavine), (Tablica 3). Mješavine pripremljene s određenim postotkom RBA imaju na prvom mjestu oznake slovo R kojemu slijedi brojka koja označava postotak udjela RBA. Od svake su mješavine izrađena po 3 uzorka što čini ukupno 18 uzoraka standardnih kocki dimenzija 150x150x150 mm koji su se kasnije koristili za ispitivanje tlačne čvrstoće betona.

Tablica 3. Mješavine betona za eksperiment

OZNAKA MJEŠAVINE	v/c	PRIRODNI AGREGAT	RBA
N	0,55	100%	
T	0,55	100%	
R30N	0,55	70%	30%
R30T	0,55	70%	30%
R50N	0,55	50%	50%
R50T	0,55	50%	50%

7.3. Ispitivanje konzistencije svježeg betona s recikliranim betonskim agregatom

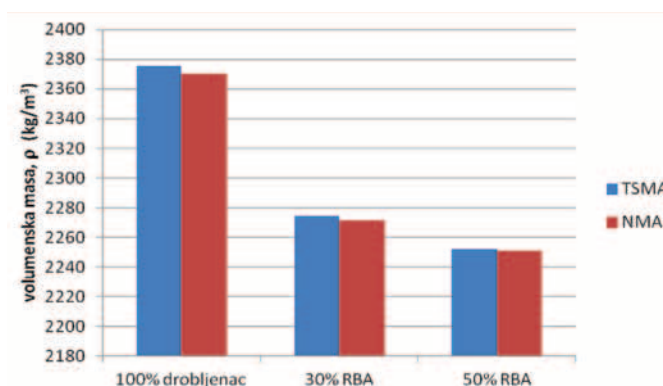
Nakon pripreme betona na svježim je uzorcima betona s RBA ispitana konzistencija slijeganjem prema [13]. Sve su mješavine zadovoljile razred slijeganja S1. Rezultati ispitivanja prikazani su s pomoću dijagrama na Slici 2.



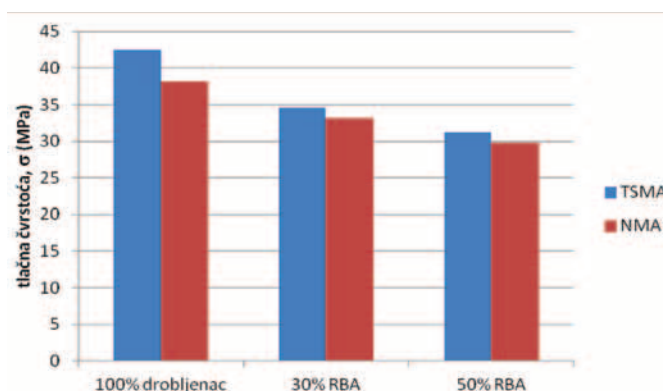
Slika 2. Konzistencija slijeganjem

7.4. Ispitivanje tlačne čvrstoće betona s recikliranim betonskim agregatom

Tlačna je čvrstoća ispitana na uzorcima oblika kocke dimenzija 15x15x15 cm, prema normi [14], u laboratoriju tvrtke Goran graditeljstvo d.o.o. na Kukuljanovu. Ispitivanje uzoraka kocki izvršeno je nakon što su njegovani 28 dana u uvjetima vlažnosti od 98%. Prije samoga ispitivanja, prema normi [15], izvršeno je detaljno mjerenje svih dimenzija poprečnog presjeka uzoraka. Dimenzije uzoraka mjerene su mehaničkim pomičnim mjerilom, a masa digitalnom vagom. Odstupanja dimenzija ispitnih uzoraka od nazivnih dimenzija bila su u granicama dozvoljenih odstupanja. Na osnovi izmjera izračunata je volumenska masa svakog pojedinog uzorka, a srednje su vrijednosti tako izračunatih masa prikazane s pomoću dijagrama na Slici 3. Sve su vanjske površine ispitivanih uzoraka bile potpuno suhe za vrijeme određivanja tlačne čvrstoće. Rezultati ispitivanja tlačne čvrstoće prikazani su s pomoću dijagrama na Slici 4. Za svaku su mješavinu prikazane srednje vrijednosti rezultata ispitivanja (kg/m^3).



Slika 3. Volumenska masa uzoraka betona



Slika 4. Tlačna čvrstoća uzoraka betona

8. Zaključak

Iz analize rezultata vlastitog eksperimentalnog ispitivanja svojstava svježeg i očvrstnalog betona s drobljenim prirodnim agregatom, kombiniranim s RBA različitih udjela u mješavinama, može se zaključiti sljedeće:

- Povećanjem udjela RBA smanjuje se volumenska masa betona radi većeg udjela starog cementnog kamena koji je zaostao na zrnima RBA.
- Tlačna se čvrstoća betona smanjuje povećanjem udjela RBA.
- Beton s RBA pripremljen TSMA metodom daje beton veće tlačne čvrstoće, iako mu je volumenska masa neznatno veća od one betona pripremljenog NMA metodom.

Na osnovi prethodnih istraživanja ustanovljeno je da betoni s udjelom RBA većim od 50% pokazuju značajniji pad tlačne čvrstoće, što ne bi opravdavalo njihovu konstrukcijsku primjenu u zamjenu za normalne betone. Upotreba betona s udjelom RBA manjim od 50% mogla bi zadovoljiti zahtjeve.

Zahvala. Autori zahvaljuju tvrtki GP Krk na doniranom agregatu, tvrtki Goran graditeljstvo d.o.o. na provedbi ispitivanja tlačne čvrstoće uzoraka te laborantu, gosp. Davorinu Šporeru na pomoći tijekom provođenja eksperimentalnog dijela rada.

Literatura

- [1] Hrvatski sabor, Strategija gospodarenja otpadom Republike Hrvatske, Zagreb, 2005.
- [2] Ministarstvo zaštite okoliša, prostornog uređenja i graditeljstva, Pravilnik o gospodarenju otpadom, Zagreb, 2008.
- [3] HRN EN 12620:2013: Agregati za beton, Hrvatski zavod za norme, 2013.
- [4] Hanson, T.D., *100 Years of Concrete Pavements in Iowa*, Final report for MLR 07-01, Office of Materials Highway Division Iowa Department of Transportation, 2009.
- [5] Florea, M.V.A., Brouwers, H.J.H.: The influence of crushing method on recycled concrete properties, *Advances in Cement and Concrete Technology in Africa*, pp. 1041 - 1050
- [6] Larranaga, M.E.: 2005 Experimental study on microstructure and structural behaviour of recycled aggregate concrete, Doctoral Thesis, Barcelona, 2004.
- [7] Zaharieva, R., Buyle-Bodin, F., Skozylas, F., Eirquin, E.: Assesment of the surface permeation properties of recycled aggregate concrete, *Cement and Concrete Composites*, 25 (2), pp. 223 - 232, 2003.

- [8] T. Žuža. *Betoni s recikliranim betonskim agregatom*. Diplomski rad, Rijeka, 2012.
- [9] *Use of Recycled Aggregates in Construction, Cement Concrete and Aggregates Australia*, 2008.
- [10] K. Macan. *Beton s recikliranim betonskim agregatom spravljen TSMA metodom*. Diplomski rad, Rijeka, 2013.
- [11] HRN EN 1097-6:2008: Ispitivanje mehaničkih i fizikalnih svojstava agregata--6. dio: Određivanje gustoće i upijanja vode, Hrvatski zavod za norme, 2008.
- [12] Tam, V.W.Y, Tam, C.M: *Diversifying Two - Stage Mixing Approach (TSMA) for Recycled Aggregate Concrete: TSMAS and TSMAsc*, *Construction and building materials*, 22, pp. 2068 - 2077, 2008.
- [13] HRN EN 12350-2:2009: Ispitivanje svježeg betona - 2. dio: Ispitivanje slijeganjem, Hrvatski zavod za norme, 2009.
- [14] HRN EN 12390-3:2009/Ispr.1:2012: Ispitivanje očvrsloga betona - 3. dio: Tlačna čvrstoća ispitnih uzoraka, Hrvatski zavod za norme, 2012.
- [15] HRN EN 12390-1:2012: Ispitivanje očvrsnuloga betona - 1. dio: Oblik, dimenzije i drugi zahtjevi za uzorke i kalupe, Hrvatski zavod za norme, 2012.

