

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI
ZBORNİK RADOVA



**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI**

Izdavač:

Građevinski fakultet u Rijeci, Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

Za izdavača:

Ivana Štimac Grandić, dekanica

Glavna i odgovorna urednica:

Adriana Bjelanović

Izdavački savjet:

Nana Palinić Silvija Mrakovčić
Vanja Travaš Mladen Bulić

Urednički odbor:

Gojko Balabanić Boris Podobnik
Diana Car-Pušić Dragan Ribarić
Aleksandra Deluka-Tibljaš Goran Volf
Svjetlan Feretić Neira Torić Malić
Vedran Jagodnik Vanja Travaš
Nana Palinić

Tehnički urednik:

Filip Horvat

Lektorica:

Istočnica Babić

Adresa Uredništva:

Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

GRAFIČKO rješenje omota:

Alen Karlović Adriana Bjelanović

Tisak:

3 Dreams d.o.o.

Naklada:

150 primjeraka

*Izdanje sufinancirano sredstvima Hrvatskih voda
za doprinos publiciranju u području gospodarenja vodama*

**ISSN 2584-6159 (Online)
0350-8552 (Tisak)**

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI

ZBORNIK RADOVA

KNJIGA XIX

Rijeka, 2016.

GRAĐEVINSKI FAKULTET SVEUČILIŠTA U RIJECI**ZBORNİK RADOVA
KNJIGA XIX****Autori radova:**

Nataša ATANASOVA

Anton BABIĆ

Nina ČEH

Ivan DRAŽIĆ

Marko FRANKOVIĆ

Tomislav FRANKOVIĆ

Lidija GROS

Stjepan KOMLJENOVIC

Nino KRVAVICA

Saša LALOŠ

Jure LISAK

Iva MRAK

Nermina MUJAKOVIĆ

Nevenka OŽANIĆ

Gabrijel PEROLI

Ernesto ROSANDA

Dragan RIBARIĆ

Ivana SUŠANJ

Srđan ŠKUNCA

Goran VOLF

Elvis ŽIC

Autori priloga:

Adriana BJELANOVIĆ

Ivana ŠTIMAC GRANDIĆ

Nevenka OŽANIĆ

Mladen BULIĆ

Gordan JELENIĆ

PREDGOVOR

U devetnaestoj knjizi Zbornika radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci objavljeno je deset znanstvenih i stručnih radova nastavnika i studenata Fakulteta te drugih znanstvenika i stručnjaka iz područja djelatnosti Fakulteta. U četiri rada, napisana u koautorstvu studenata završnih godina Preddiplomskih studija (sveučilišni i stručni) i Diplomskog sveučilišnog studija Građevinarstva i njihovih mentora, prikazani su rezultati studentskih diplomskih i završnih radova, jedan koautorski rad obrada je teme seminarskog rada, a dva rada iz područja matematike koautorsko su djelo studenata Poslijediplomskog doktorskog studija i njihove predmetne nastavnice. Četiri rada proizašla su iz suradnje djelatnika i vanjskih suradnika Fakulteta, stručnjaka iz lokalne gospodarske zajednice. U četiri od navedenih deset radova obrađene su teme vezane uz laboratorijska ispitivanja i korištenje opreme dvaju laboratorija Fakulteta nabavljene sredstvima iz projekta RISK (Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci) kojeg su sufinancirali Europski fond za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta RH.

Radovi sadržavaju zamjetan udio rezultata koji ranije nisu bili objavljeni, a upućuju na postojeće znanje i teme spojive s područjima djelatnosti, misije i vizije Fakulteta. U ovom izdanju Zbornika predstavljena su četiri rada iz područja hidrotehnike, dok su područja temeljnih tehničkih znanosti, arhitekture i urbanizma, te prirodnih znanosti zastupljena s po dva rada. Ujednačeni broj publiciranih radova i zastupljenost područja ukazuju na kontinuirani interes autora za objavljivanjem radova u Zborniku. To potvrđuje da Zbornik ispunjava temeljnu svrhu izdavanja, da omogućava objavljivanje radova studentima završnih godina naših Sveučilišnih i Stručnih studija i studentima Poslijediplomskog doktorskog studija, u koautorstvu s njihovim mentorima i predmetnim nastavnicima, ne isključujući samostalne i koautorske radove nastavnika, doktoranata, vanjskih suradnika Fakulteta, drugih znanstvenika sa Sveučilišta u Rijeci i stručnjaka iz gospodarstva i bliže društvene zajednice, te da potiče mlade kolege na stjecanje vještina pisanja i uređivanja radova i motivira ih za bavljenje istraživačkim radom.

Knjiga XIX, ovogodišnje izdanje Zbornika, slijedi sadržaj i svrhu izdavanja svih prethodnih. Dopunjena je novom cjelinom, a ona tematski i formom upućuje na izdvojene događaje i osobe koji su u godini izdavanja Zbornika

obilježili djelatnost Fakulteta te su zato značajni za njegovu vidljivost i prepoznatljivost u znanstvenom okruženju i društvenoj zajednici.

Zbornik je i ove godine tiskan u crno-bijeloj tehnici, a cjelokupni tekst, uz originalne ilustracije u boji, dostupan je i na priloženom CD-u. Poput svih prethodnih, i ovo će se izdanje Zbornika moći preuzeti s mrežne stranice Izdavačke djelatnosti Fakulteta <http://www.gradri.uniri.hr/hr/izdavacka-djelatnost/zbornik-radova.html>, ali je istovremeno i prvo koje će široj javnosti biti dostupno na Hrčku, portalu znanstvenih časopisa Republike Hrvatske.

Svaki rad u ovogodišnjem izdanju recenziralo je dvoje znanstvenika ili stručnjaka iz odgovarajućeg područja, djelatnika Sveučilišta u Rijeci, Građevinskih fakulteta i drugih visokoobrazovnih institucija, sastavnica ostalih Sveučilišta u RH, te priznati stručnjaci iz lokalne i šire akademske i gospodarske zajednice. Iz baze od trideset i pet znanstvenika i stručnjaka odabrano je dvadeset recenzenata, a njih osmoro su djelatnici Fakulteta u znanstveno-nastavnom zvanju.

Sukladno dosadašnjoj praksi, primjenjuje se klasifikacija radova prema Univerzalnoj decimalnoj klasifikaciji (UDK). Pet radova u ovogodišnjem izdanju kategorizirani su kao znanstveni radovi, a drugih pet kao stručni.

Ovo izdanje lektorirala je prof. Istočnica Babić, umirovljena dugogodišnja djelatnica Fakulteta, kojoj dugujem zahvalnost zbog kompetentno i savjesno odrađenog zadatka. U završnoj provjeri zbog otklanjanja nehotičnih pogreški sudjelovalo je deset asistenata i poslijedoktoranada, na čemu im zahvaljujem.

Na kraju Predgovora želim zahvaliti svim autorima radova i recenzentima koji su uložili svoje vrijeme, znanje i trud u pisanje i recenziranje radova. Zahvaljujem na suradnji i svim članovima Uredničkog odbora koji su vrlo aktivno sudjelovali u cijelom procesu pripreme i izrade Zbornika, davali prijedloge i donosili odluke koji su značajan doprinos kvaliteti ovog izdanja i povećanju vidljivosti Zbornika kao vrijedne publikacije Fakulteta. Također, zahvaljujem tehničkom uredniku Filipu Horvatu na vremenu i trudu kojeg je uložio ne bi li i ovo izdanje ispunilo tehničke i estetske standarde kakve su dosegli prethodni. Posebno mu zahvaljujem na značajnom angažmanu i stručnom doprinosu u povećanju vidljivosti Zbornika.

Glavna i odgovorna urednica Knjige XIX

Adriana Bjelanović

SADRŽAJ

Gabrijel PEROLI, Nino KRVAVICA Pojednostavnjeni računalni model Morskih orgulja u Zadru.....	9
Goran VOLF, Nataša ATANASOVA Procjena učinkovitosti rada uređaja za pročišćavanje otpadnih voda upotrebom alata strojnog učenja.....	25
Stjepan KOMLJENOVIC, Elvis ŽIC, Saša LALOŠ Eksperimentalna istraživanja na fizikalnom modelu Peltonove turbine.....	37
Ivana SUŠANJ, Ernesto ROSANDA, Nevenka OŽANIĆ Analiza promjene koeficijenta otjecanja tijekom godine na slivu Slani Potok.....	53
Lidija GROS, Dragan RIBARIĆ Usporedba analitičkog i numeričkog proračuna vitkih ploča za međudjelovanja sila u ravnini i okomito na ravninu modela.....	69
Anton BABIĆ, Dragan RIBARIĆ Eksperimentalno određivanje tlačne sile mjerenjem vlastite frekvencija štapa.....	85
Iva MRAK, Marko FRANKOVIĆ, Jure LISAK Analiza procesa planiranja i projektiranja uređenja prostora javne namjene – groblje u Općini Baška.....	101
Srđan ŠKUNCA U prigodi 70. obljetnice povezivanja grada Rijeke i Sušaka – o mogućim izvorištima projekta izgradnje riječkog "Tromostovlja".....	117
Nina ČEH, Ivan DRAŽIĆ, Nermina MUJAKOVIĆ Gauss – Legendre – Radauova i Gauss – Legendre – Lobattova numerička integracija.....	133

Tomislav FRANKOVIĆ, Nermina MUJAKOVIĆ Rješenje Poissonove parcijalne diferencijalne jednađbe primjenom Greenove funkcije.....	147
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------

FAKULTETSKI GODIŠNJAK

Objavljene knjige.....	163
Obranjeni doktorski radovi.....	167
Počasna zvanja i titule.....	171
Nagrade i priznanja djelatnicima i studentima.....	173
Umirovljeni profesori.....	177
Novi znanstveno-nastavni djelatnici.....	179
IN MEMORIAM.....	189

POJEDNOSTAVNJENI RAČUNALNI MODEL MORSKIH ORGULJA U ZADRU

A SIMPLIFIED COMPUTATIONAL MODEL OF THE SEA ORGAN IN ZADAR

Gabrijel Peroli*, Nino Krvavica**

Sažetak

U ovom su radu analizirane građevinske karakteristike te hidraulički i akustički aspekti Morskih orgulja u Zadru. U tu svrhu razvijen je pojednostavnjeni računalni model koji se sastoji od dvodimenzijskog modela gibanja morske površine te algoritma za transformaciju vremenske serije oscilacija morske površine u zvučni MIDI zapis s tonovima odgovarajuće frekvencije, trajanja i jakosti. Usto je analizirana i vjetrovalna klima zadarskog akvatorija te su definirani relevantni valni parametri. Kako bi se procijenile mogućnosti računalnog modela Morskih orgulja, prikazana su dva primjera za različite smjerove i visine valova.

Ključne riječi: morske orgulje, Zadar, spektar morskih valova, računalni model, MIDI zvuk

Abstract

This paper analyses the construction characteristics as well as the hydraulic and acoustical aspects of the Sea Organ in Zadar. A simplified computational model was developed for this purpose, by combining a two-dimensional model for generating surface waves and an algorithm for transforming the time series of sea-surface oscillations into a MIDI sound of a corresponding frequency, duration and intensity. Furthermore, the wind-wave climate in the Zadar channel was analysed to define the relevant wave parameters. Two examples for different wave directions and heights are presented to assess the performance of the proposed computational model.

Key words: sea organ, Zadar, sea wave spectrum, computational model, MIDI sound

* Građevinski fakultet sveučilišta u Rijeci, R. Matejčić 3, Rijeka

E-mail: gabrijel.peroli@student.uniri.hr

** Građevinski fakultet sveučilišta u Rijeci, R. Matejčić 3, Rijeka

E-mail: nino.krvavica@gradri.uniri.hr

1. Uvod

Na sjeverozapadnom dijelu obale Zadarskog poluotoka, ranije zapuštena, ali potencijalno atraktivnu zonu, danas je zamijenio novi javni prostor koji se smatra jednim od uspješnijih primjera modernoga urbanog planiranja. Na mjestu gdje se dodiruju more, kopno i sunce izgrađene su Morske orgulje, multidisciplinarno djelo akademika Nikole Bašića. Ova arhitektonsko-akustična instalacija dovršena je i otvorena za javnost početkom 2005. godine, a do danas je dobila velik broj respektabilnih arhitektonskih nagrada, ali i priznanja ostalih struka [1].

Iako su u procesu planiranja, projektiranja i izvedbe Morskih orgulja, konzultirani vrhunski hrvatski stručnjaci iz područja hidraulike i akustike, ovaj je pothvat uglavnom proveden eksperimentalno, bez detaljnih modelskih analiza i proračuna (Bašić, osobna korespondencija). Iz navedenih postavki proizašao je i glavni cilj ovog rada, a to je istražiti hidrauličke i akustičke aspekte Morskih orgulja. U tu svrhu razvijen je pojednostavnjen računalni model gibanja morske površine i generiranja zvuka.

2. Opće značajke Morskih orgulja u Zadru

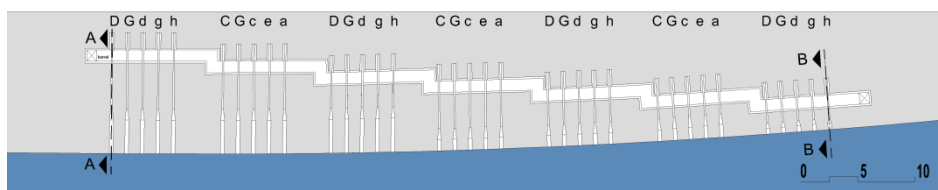
2.1. Urbanističko-arhitektonski aspekti

U ljetnim mjesecima, kada Zadar živi punim plućima, novi javni prostor na sjeverozapadu poluotoka u znatnoj je mjeri preusmjerio posjetitelje izvan povijesne jezgre (Slika 1). Izgradnjom Morskih orgulja i Pozdrava suncu stvorena je jedna nova i šira priča, u kojoj se manifestira povezanost tradicionalnog i suvremenoga [1]. Cijeli je pothvat u velikoj mjeri prihvaćen s pozitivnim komentarima, što svakako predstavlja poticaj daljnjem razvoju i možda nekim novima, sličnim idejama na ovom prostoru.

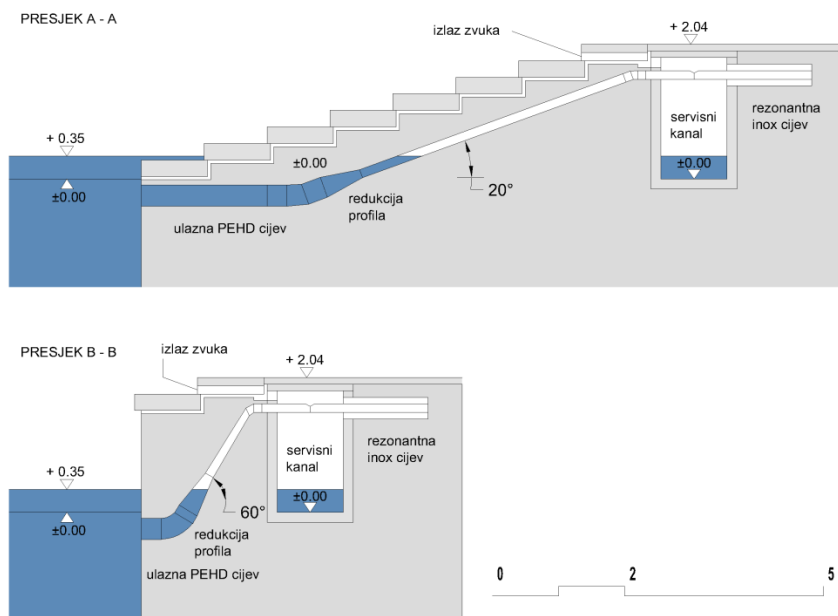


Slika 1. Fotografije Morskih orgulja u Zadru tijekom dvije različite vjetrovalne situacije [1]

Morske orgulje izvedene su rekonstrukcijom obalnog zida zadarske rive i njegovim preoblikovanjem u stepenasti oblik koji se simetrično spušta i spaja s morem (Slika 1). Cijeli je kompleks ukupne duljine 75 metara i podijeljen je u 7 jasno definiranih segmenata [1]. U svakom segmentu postavljeno je po 5 polietilenskih (PE) cijevi, koje u glazbenom smislu predstavljaju precizno ugođena svirala (Slika 2). Razmak između cijevi unutar svakog segmenta iznosi 1,5 m, dok je razmak između cijevi dvaju susjednih segmenata približno 4,5 m [1]. Na taj je način postignuto da posjetitelji, neovisno o svom položaju, mogu maksimalno čuti zvuk iz dva susjedna segmenta. Kota je vrha obalnog zida +2,04 m n. m., dok srednja razina mora iznosi +0,35 m n. m. [1]. S morske su strane ulazi u cijevi postavljeni ispod srednje razine mora kako bi, imajući u vidu svakodnevne oscilacije plime i oseke, cijevi uvijek bile uronjene (Slika 3).



Slika 2. Tlocrtna dispozicija Morskih orgulja, prema [1]



Slika 3. Dva karakteristična poprečna presjeka Morskih orgulja, prema [1]

2.2. Hidraulički aspekti

Cijevni sustav morskih orgulja sastoji se od ukupno 35 cijevi različitih promjera i duljina. Svaka pojedinačna cijev izvedena je u tri segmenta (Slike 3 i 4):

- Ulazni dio izveden je od PE cijevi većeg promjera, postavljene vodoravno ispod razine mora.
- Središnji dio izveden je također od PE cijevi, ali manjeg promjera, koja se uzdiže ukoso prema obali.
- Završni dio izveden je od pravokutne inox cijevi s labiumom, koja je položena vodoravno, a izvedena je tako da proizvede zvuk određene frekvencije.



Slika 4. Dijelovi cijevnog sustava Morskih orgulja: lijevo, PE potopljene cijevi [1] i desno, inox akustične cijevi [2]

Morske orgulje koriste energiju mora kako bi proizvele zvuk. Princip je njihova rada ovaj: vjetar, plovila te plima i oseka generiraju valove koji uzrokuju vertikalno gibanje morske površine ispred obalnog zida; gibanje mora pokreće masu vode unutar cijevi, koja dalje potiskuje zrak kroz otvor u akustičnoj cijevi (labiumu). U posebno projektiranom prostoru ispod kamenih obloga stvara se zvuk koji do posjetitelja dopire kroz otvore u kamenu. Na taj je način prirodi u potpunosti prepušteno da silinom valova nošenih vjetrom i morskim strujama zadarskog akvatorija određuje dinamiku i jakost zvuka.

2.3. Akustički aspekti

U akustičnom smislu cijevi koje se nalaze unutar spomenutih sedam segmenata stvaraju tonove dvaju harmonično srodnih durskih akorda: G-dura i C-dura s dodanom sekstom (Slika 2). Svi tonovi pripadaju velikoj ili maloj skali, odnosno odgovaraju frekvencijama u rasponu od 60 do 250 Hz

(note C2 do H3) [3]. Kao i cijeli prostor tako i melodija prati tradiciju podneblja, odnosno tonovi se podudaraju s muškim dalmatinskim klapskim pjevanjem, koje zvuči vrlo umirujuće čak i u ekstremnim okolnostima nailaska fronte valova paralelno sa zidom [3].

Kako je već navedeno, zvuk orgulja dopire kroz otvore na šetnici (Slika 5). Većina tih zvukova ne čuje se samo na uskome priobalnom području već i u obližnjim parkovima i javnim prostorima. U obzir se moraju uzeti i ekstremniji vremenski uvjeti, pri kojima jak vjetar i veći valovi često uzrokuju snažniji zvuk, koji se širi i dalje od uskoga obalnog pojasa i koji može ometati svakodnevnost građana. Pri projektiranju ove građevine procijenjeno je da će zvuk dopirati do kuća udaljenih 55 metara od Morskih orgulja te da jakost zvuka neće nadmašiti 35 dBA u 90% vremena [3]. Kroz određeno razdoblje planira se pratiti utjecaj zvuka na okolinu. U slučaju mogućih smetnji predviđena su tri rješenja: smanjenje hidrauličkog tlaka na ulazu u cijevi, prigušenje za određeni postotak na otvorima ili prigušenje u unutrašnjosti sustava [3].



Slika 5. Gornji i bočni otvori za zvuk Morskih orgulja [1]

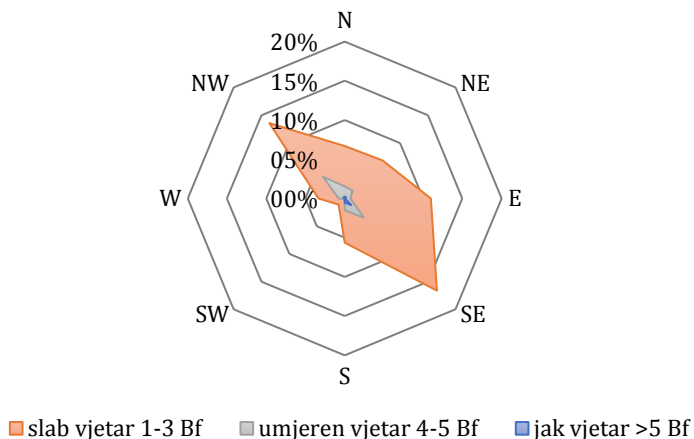
2.4. Vjetrovalna klima zadarskog akvatorija

Vjetar je jedna od važnijih komponenti koja utječe na funkcionalnost Morskih orgulja. Iz tog razloga analizirana je vjetrovalna klima prema meteorološkim podacima s postaje Zadar u razdoblju 1961. – 1990. [4] i novijem kraćem periodu 1991. – 2005. [5] tako da je fokus stavljen na ljetni period kada se Morske orgulje najčešće i posjećuju.

Prosječna godišnja ruža vjetrova (1961. – 1990.) ukazuje da dominantan vjetar puše iz jugoistočnog smjera (jugo) s učestalosti od 21,3%. Sljedeći dominantan smjer vjetra je NE s ukupnom učestalosti od 17,7% te E smjer s učestalosti od 11,8%. Tijekom godine prevladavaju slabi vjetrovi (64%) i tišina (20%), a jak se vjetar rijetko pojavljuje (Slika 6). Vrlo je slična situacija u jesenskom i zimskom razdoblju, kada također dominira SE smjer, a izuzetak je samo veća učestalost vjetrova iz NE smjera (bura) te manji broj dana s tišinom [4].

Ljeti je situacija bitno drukčija. Dominantan vjetar, prema ljetnoj ruži vjetrova (1991.-2005.), dolazi iz sjeverozapadnog smjera (NW) s učestalosti od 16,2% [5]. Iz tog smjera puše maestral, najčešće slab osvježavajući vjetar koji puše s mora na kopno u popodnevnim satima. Sljedeći dominantan smjer sličan je prvome po svojim karakteristikama i dolazi iz susjednoga WNW smjera, i to s učestalosti od 11,1%. Vjetrovi navedenih dvaju smjerova, NW i WNW, zajedno imaju učestalost od 40,0%, pa će se u daljnjoj analizi razmatrati zajedno kao vjetrovi iz IV. kvadranta. Ne treba zanemariti ni vjetrove koji pušu iz smjerova E-SSE s ukupnom učestalosti od 30,0%, koji će se također razmatrati u predmetnim analizama, i to kao vjetrovi iz II. kvadranta. Na ovom području ljeti najčešće pušu slabi vjetrovi, dok maestral često doseže umjerenu jakost. Jaki su vjetrovi rijetki, a pušu najčešće iz smjerova od E do SSE.

Zadar: godišnja ruža vjetrova (1961.-1990.)



Slika 6. Godišnja ruža vjetrova za Zadar za razdoblje 1961. – 1990, prema [4]

Kako bi se provela kratkoročna prognoza valova za dominantne smjerove vjetrova, proračunata je efektivna duljina privjetrišta za vjetrove iz II. i IV. kvadranta te odgovarajući valni parametri. Kao što je već navedeno, u ljetnom periodu na ovom području pušu vrlo slabi vjetrovi, no za stvaranje valova na morskoj površini relevantni su umjereni vjetrovi ($v = 5,5 - 7,9$ m/s) i umjereni jaki vjetrovi ($v = 8,0 - 10,7$ m/s). Na osnovi izračunatih podataka o duljini privjetrišta i brzini vjetra te uz pomoć Gröen-Dorresteinova dijagrama, procijenjene su značajne visine valova H_s i periodi valova T_s (Tablica 1). Privjetrište za NW smjer duže je od privjetrišta za SE smjer ($F = 12,8$ km u odnosu prema 7,1 km), zbog čega su i značajne visine valova nešto niže za SE u odnosu prema NW smjeru. Za umjerene vjetrove očekuju se značajne valne visine 0,4 – 0,65 m iz NW smjera, odnosno 0,35 – 0,55 m iz SE smjera. Za umjereni jaki vjetrove, s druge strane, očekuju se značajne valne visine 0,65 – 0,9 m iz NW smjera, odnosno 0,55 – 0,75 m iz SE smjera. Pritom odgovarajući značajni valni periodi variraju između 1,8 i 2,9 s.

Tablica 1. Kratkoročna prognoza valnih parametara za slabe i umjerene vjetrove iz II. i IV. kvadranta

Kvadrant i glavni smjer vjetra		Privjetrište F (km)	Umjeren vjetar $v = 5,5 - 7,9$ m/s		Umjereni jaki vjetar $v = 8,0 - 10,7$ m/s	
			H_s (m)	T_s (s)	H_s (m)	T_s (s)
II.	SE	7,1	0,35 – 0,55	1,8 – 2,2	0,55 – 0,75	2,2 – 2,5
IV.	NW	12,8	0,4 – 0,65	2,3 – 2,7	0,65 – 0,9	2,7 – 2,9

3. Računalni model

Analiza građevinskih, hidrauličkih i akustičnih elemenata Morskih orgulja provedena je s ciljem da dobivena saznanja posluže kao ulazni parametri za izradu modela koji bi simulirao rad orgulja. Metodologija izrade ovoga integriranog modela sastoji se od dva ključna dijela: (i) izrade modela gibanja morske površine te (ii) izrade modela generiranja zvuka ovisno o dinamici morske površine. Model je u potpunosti izrađen u MATLAB programskom okruženju [6].

3.1. Model gibanja morske površine

Kako bi se što realnije opisala stohastička narav gibanja morske površine, koristio se spektralni pristup generiranju vjetrovnih valova. Naime, navedeni pristup temelji se na ideji kako se gibanje površine mora $\eta(x, y, t)$ na bilo kojoj točki u horizontalnoj ravnini x - y i u vremenu t može opisati kao superpozicija diskretnih spektralnih komponenti [7], pri čemu je svaka komponenta spektra zapravo jedan harmonijski (linearni) val koji se može opisati općom jednadžbom [7]:

$$\eta(x, y, t) = A \cos(\omega t - k(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) + \alpha), \quad (1)$$

gdje je A amplituda vala, k je valni broj, α kut faznog pomaka vala te θ kut napredovanja vala u globalnome koordinatnom sustavu. Funkcija spektralne gustoće (u nastavku valni spektar) $S(\omega)$ definiran je za različite kružne frekvencije $\omega = 2\pi f$. U praksi postoji nekoliko valnih spektara koji se često koriste za morske valove, npr. Pierson-Moskowitz ili JONSWAP [7]. U ovom slučaju, odabran je Tabainov valni spektar, koji je definiran ovim izrazom [8]:

$$S(\omega) = 0,862 \frac{0,0135g^2}{\omega^5} e^{\frac{5,186}{H_s^2 \omega^4}} \gamma^{p(\omega)}, \quad (2)$$

gdje je g ubrzanje sile teže, H_s značajna visina vala, a γ parametar širine spektra (preporuka je za Jadransko more $\gamma=1,63$). Tabainov spektar odabran je jer se smatra najpreciznijim u opisivanju morskih valova u Jadranskome moru. Funkcija koja se nalazi u eksponentu parametra γ definirana je ovim izrazom [8]:

$$p(\omega) = e^{\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma(\omega)^2 \omega_p^2}}, \quad (3)$$

gdje je $\sigma(\omega)$ parametar oblika spektra koji ovisi o vršnoj kružnoj frekvenciji ω_p , a koji su definirani ovim izrazima [8]:

$$\sigma(\omega) = \begin{cases} 0,08 & \text{za } \omega \leq \omega_p \\ 0,10 & \text{za } \omega > \omega_p \end{cases} \quad \text{i} \quad \omega_p = 0,32 + \frac{1,8}{H_s + 0,6}. \quad (4)$$

Na taj je način valni spektar $S(\omega)$ definiran samo jednim parametrom – značajnom visinom vala H_s .

Jednom kada je poznat $S(\omega)$, može se odrediti i sintetički generiran valni profil $\eta(x, y, t)$. Amplitude pojedinih faznih komponenti mogu se odrediti direktno iz zadanog spektra s pomoću jednadžbe $A(\omega) = \sqrt{2S(\omega)\Delta\omega}$ [7]. U praktičnoj se primjeni valni spektar diskretizira konačnim brojem inkremenata N definiranih korakom $\Delta\omega = \omega_{max}/N$, tako da se ω_{max} odredi iz uvjeta $S(\omega_{max}) \approx 0$. Na taj način superpozicijom linearnih valova definiranih izrazom (1) generirani valni profil može se opisati sumom pojedinih spektralnih komponenti, tj. linearnih valova [7]:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^N A(\omega) \cos[\omega_i t - k_i(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) + \alpha_i], \quad (5)$$

gdje indeks i označava pojedinu spektralnu komponentu. Stohastička narav faznog pomaka određena je parametrom α_i , koji se za svaku komponentu definira slučajnim odabirom iz domene s granicama 0 i 2π [9]. Valni broj k_i pojedine komponente može se odrediti iz izraza $\omega_i^2 = gk_i \tanh(k_i h)$, gdje je h dubina mora [7]. Pošto je prethodno navedeni izraz nelinearan i zahtijeva primjenu iterativnih metoda (npr. bisekcija ili Newton-Raphson), u praksi je jednostavnije koristiti eksplicitnu jednadžbu [10]:

$$k_i = \frac{\omega_i^2}{g} \left[1 - e^{-(\omega_i \sqrt{h/g})^{5/2}} \right]^{-2/5}. \quad (6)$$

Kako bi se dodatno uključila i varijabilnost kuta napredovanja valova, spektar $S(\omega)$ korigira se množenjem funkcijom raspodjele kuta napredovanja $D(\theta)$, koja je definirana ovim izrazom [11]:

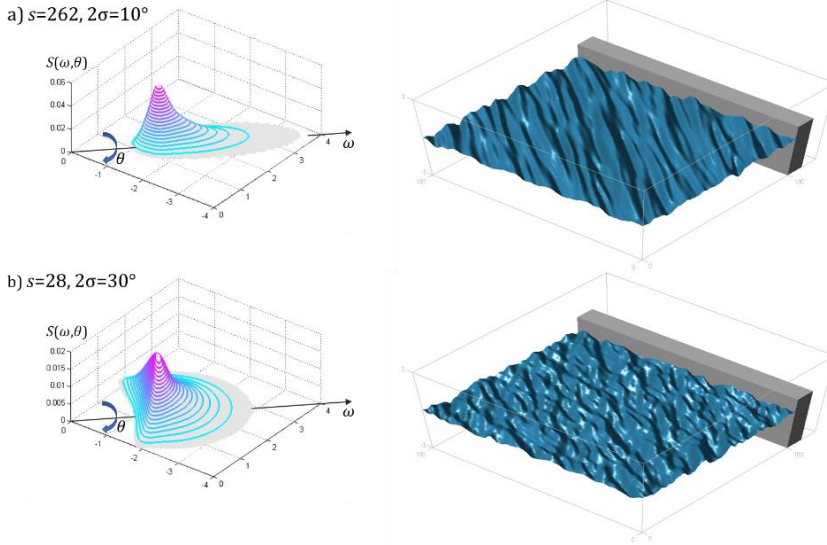
$$D(\theta) = C \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right), \quad (7)$$

gdje je $C = \Gamma(s + 1) / [\Gamma(s + 1/2) 2\sqrt{\pi}]$, $\Gamma(s)$ je Gama funkcija, s je parametar koji definira širinu raspodjele, a $\theta - \theta_0$ je relativni kut odmaka od dominantnog kuta napredovanja valova θ_0 . Uzimanjem u obzir varijabilnosti kuta napredovanja, amplituda pojedinoga harmonijskog vala određuje se prema izrazu $A(\omega, \theta) = \sqrt{2S(\omega)D(\theta)\Delta\omega\Delta\theta}$, a (5) u konačnom obliku glasi [7]:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M A(\omega_i, \theta_j) \cos \left[\omega_i t - k_i \left(x \cos(\theta_j) + y \sin(\theta_j) \right) + \alpha_{i,j} \right]. \quad (8)$$

Navedeni pristup može se i dalje proširiti kako bi se odredile relevantne kinematičke veličine na proizvoljnoj dubini [12], no u tom je slučaju dovoljno definirati vertikalne pomake. Na Slici 7 prikazan je 2D spektar valova, koji uključuje i varijabilnost kuta napredovanja valova, te generirana

površina mora za $H_s = 0,5$ m i dva različita s broja, koji odgovaraju rasponu kutova $\pm 10^\circ$ i $\pm 30^\circ$ oko glavnog smjera napredovanja $\theta_0 = 45^\circ$.



Slika 7. Dvodimenzijski spektar valova i sintetički generirana površina mora za $H_s = 0,5$ m i dva različita s faktora, koji odgovaraju rasponu kutova $\pm 10^\circ$ i $\pm 30^\circ$ oko glavnog smjera napredovanja $\theta_0=45^\circ$

3.2. Konceptualni model generiranja zvuka

Model generiranja zvuka temelji se na tri osnovne pretpostavke:

- I. Frekvencija tona ovisi jedino o geometriji inox cijevi, ali jakost i trajanje zvuka proporcionalni su brzini zraka na izlazu iz cijevi.
- II. Brzina zraka na izlazu iz cijevi proporcionalna je oscilaciji vode unutar cijevi, a zrak izlazi tijekom izdizanja razine vode i obrnuto.
- III. Amplituda i period oscilacije vode unutar cijevi proporcionalni su amplitudi i periodu oscilacije morske površine neposredno ispred ulaza u cijev (linijski su gubici u cijevnom sustavu zanemarivi, a lokalni gubici ponajprije mogu utjecati na pomak u fazi te na apsolutnu vrijednost amplitude)

U skladu s navedenim pretpostavkama izrađen je pojednostavnjeni model generiranja *Musical Instrument Digital Interface* (MIDI) zvučnog zapisa [13]. MIDI zapis određen je s pet parametra: kanalom, vremenom početka tona, vremenom završetka tona, MIDI brojem (kreće se u rasponu

od 21 do 108 i odgovara pojedinim notama u rasponu od osam oktava, odnosno frekvenciji zvuka) i MIDI brzinom (kreće se u rasponu od 0 do 127 i odgovara jakosti zvuka).

Prvi korak sastoji se od proračuna vrijednosti $\eta_j(t) = \eta(X_j, Y_j, t)$ iz (8), na koordinatama X_j, Y_j , koje odgovaraju tlocrtnoj poziciji ispred svake pojedine cijevi, gdje indeks j označava redni broj cijevi. Kako bi se definirala brzina i smjer pomaka razine vode, potrebno je izračunati diskretnu vremensku derivaciju pomaka:

$$\frac{d\eta_j(t)}{dt} \approx \frac{\eta_j(t+\Delta t) - \eta_j(t)}{\Delta t}, \quad (9)$$

gdje je Δt vremenski korak.

Pod pretpostavkom da se zvuk stvara samo tijekom izlaska zraka, tj. izdizanja vode u cijevi, možemo smatrati da nultočke (9) odgovaraju vremenu početka i završetka tona. Maksimalna vrijednost (9) između dvije nultočke predstavlja relativnu vrijednost jakosti zvuka (MIDI brzina). Pritom, frekvencija tona (MIDI broj) definirana je unaprijed zadanom vrijednosti za svaku pojedinu cijev (Slika 3). Na taj način vremenska serija oscilacija morske površine transformirana je u $K \times 5$ matricu, gdje svaki redak $k = 1..K$ odgovara pojedinom segmentu pozitivnih vrijednosti (9), a svaki stupac odgovara jednom od ranije navedenih pet MIDI parametara. Konačno, MIDI matrica transformirana je u MIDI datoteku s pomoću MATLAB funkcija *matrix2midi* i *writemidi* [14].

4. Rezultati

Kako bi se prikazale mogućnosti predloženog modela te analizirao utjecaj dinamike valova na zvuk morskih orgulja, u nastavku su prikazana dva primjera za različite smjerove i visine valova. U prvom se slučaju razmatrala tipična ljetna situacija, kada iz NW smjera puše maestral umjerene jačine. U drugom slučaju razmatra se umjereno jak vjetar iz SE smjera.

4.1. Primjer 1: Valovi generirani umjerenim maestralom

U ovom primjeru simuliran je rad Morskih orgulja valovima iz NW smjera generiranih vjetrom umjerene jačine. Gibanje morske površine generirano je s obzirom na valove opisane Tabainovim spektrom, uz glavni smjer napredovanja $\theta_0 = 45^\circ$ (pri čemu je 0° normala na obalni zid), raspon kutova $\pm 20^\circ$ i značajnu visinu vala $H_s = 0,5$ m (Tablica 1).

Slika 8a prikazuje segment 40 sekundi generirane vremenske serije oscilacija morske površine neposredno ispred ulaza u najkraću cijev

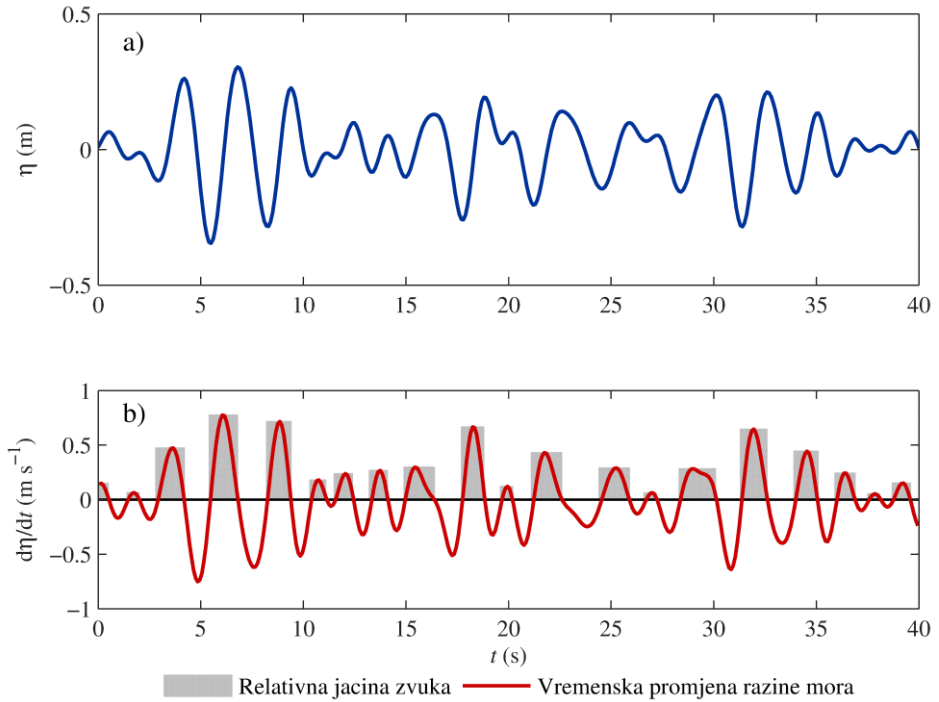
Morskih orgulja (Slika 3b). Statistička analiza (*zero-up*) cijeloga 5-minutnog zapisa ukazuje na značajnu visinu vala $H_s = 0,51$ m i maksimalnu visinu vala $H_{max} = 0,78$ m. Vremenska promjena razine mora, na istim koordinatama i za isti vremenski segment, prikazana je na Slici 8b zajedno s relativnom jakosti i trajanjem zvuka.

Slika 9 prikazuje odgovarajući MIDI zapis svih deset cijevi iz susjedna dva segmenta. Svaki pojedini ton opisan je odgovarajućom notom (velika slova odgovaraju oktavi C2-H2, a mala slova oktavi C3-H3) te trajanjem i jakosti zvuka.

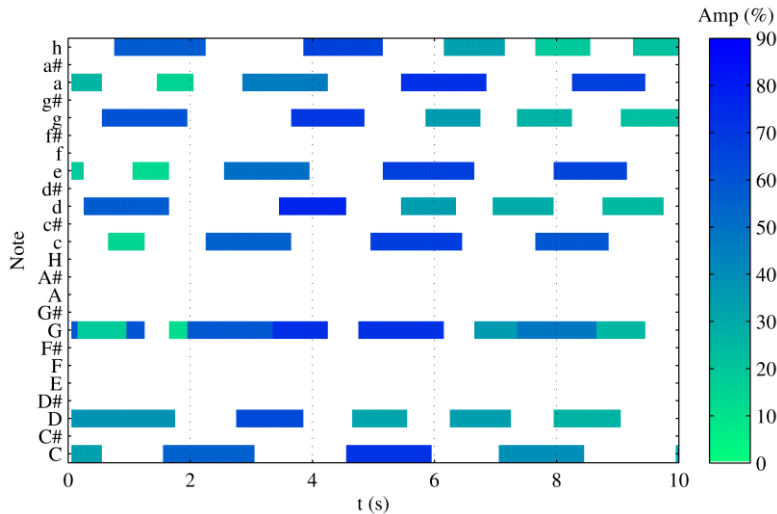
4.2. Primjer 2: Valovi generirani umjereno jakim jugom

Rad Morskih orgulja simuliran je i za slučaj djelovanja valova iz SE smjera generiranih umjereno jakim vjetrom. Gibanje je morske površine također generirano s obzirom na valove opisane Tabainovim spektrom, uz glavni smjer napredovanja $\theta_0 = -60^\circ$, raspon kutova $\pm 20^\circ$ i značajnu visinu vala $H_s = 0,7$ m (Tablica 1).

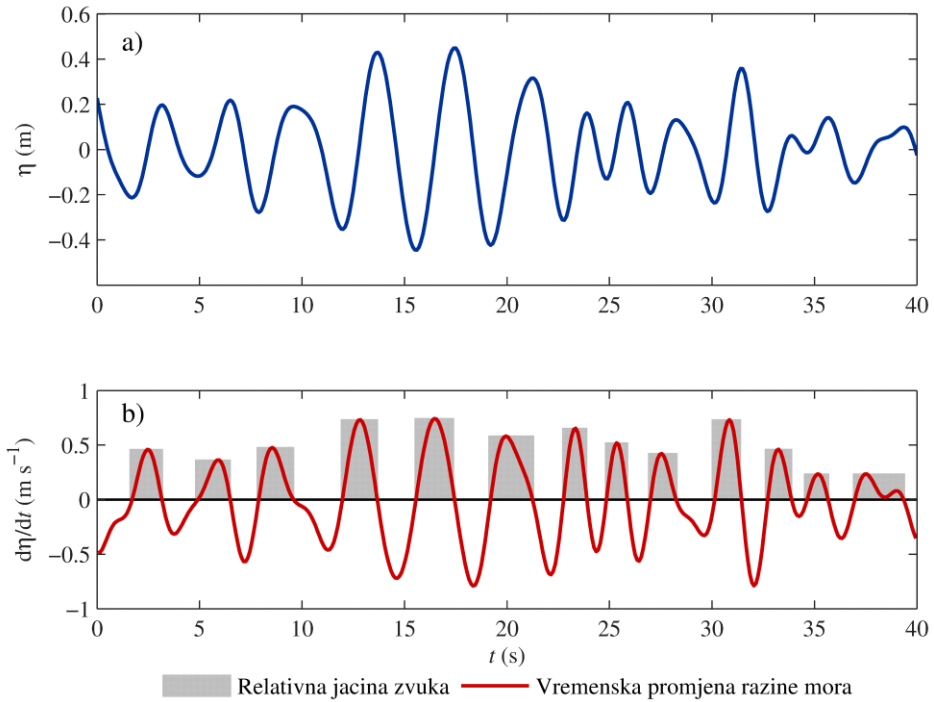
Slika 10a prikazuje segment 40 sekundi generirane vremenske serije oscilacija morske površine neposredno ispred ulaza u najkraću cijev Morskih orgulja (Slika 3b). Statistička analiza (*zero-up*) cijeloga 5-minutnog zapisa ukazuje na značajnu visinu vala $H_s = 0,73$ m i maksimalnu visinu vala $H_{max} = 1,06$ m. Vremenska promjena razine mora na istim koordinatama i za isti vremenski segment, prikazana je na Slici 10b zajedno s relativnom jakosti i trajanjem zvuka. Slika 11 prikazuje odgovarajući MIDI zapis deset cijevi iz susjedna dva segmenta.



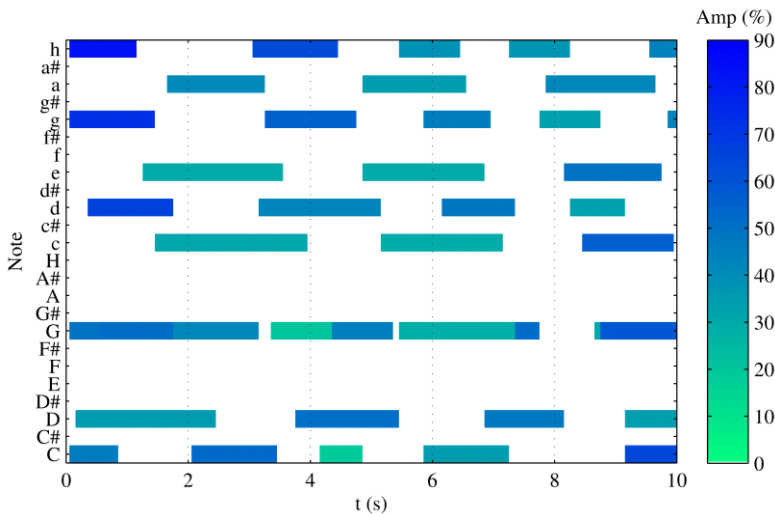
Slika 8. Primjer 1: a) oscilacije razine mora ispred ulaza u cijev, b) vremenska promjena razine mora i odgovarajuća relativna jakost zvuka



Slika 9. Primjer 1: prikaz generiranog MIDI zvučnog zapisa deset cijevi iz susjedna dva segmenta



Slika 10. Primjer 2: a) oscilacije razine mora ispred ulaza u cijev, b) vremenska promjena razine mora i odgovarajuća relativna jakost zvuka



Slika 11. Primjer 2: prikaz generiranog MIDI zvučnog zapisa deset cijevi iz susjedna dva segmenta

5. Diskusija i zaključak

Predloženi model dao je očekivane rezultate; dinamika zvučnog zapisa uspješno prati dinamiku mora. Naime, kraći valovi rezultiraju kraćim trajanjem tona, dok strmiji valovi rezultiraju tonovima veće jakosti i obrnuto. Primjetan je utjecaj i smjera valova, pa tako valovi iz NW smjera rezultiraju melodijom uzlaznih tonskih nizova (Slika 9), dok valovi iz suprotnog SE smjera rezultiraju melodijom silaznih tonskih nizova (Slika 11). Kut nailaska valova također utječe na dinamiku zvučnog zapisa; naime, okomitiji valovi rezultiraju većim preklapanjem tonova različitih frekvencija.

Treba napomenuti da, iako je uzeta u obzir stohastička narav valovanja, a geometrija je temeljna na realnima tehničkim podacima izvedenih Morskih orgulja, u ovom radu prikazan je preliminarni model koji se temelji na mnogim pretpostavkama i pojednostavnjenjima. Unatoč tome, kvalitativna usporedba snimljenih zvučnih zapisa Morskih orgulja [15] s generiranim MIDI zapisom [16] već i sada ukazuje na zadovoljavajuće poklapanje.

Računalni se model uskoro planira unaprijediti, a pojedini se algoritmi planiraju modificirati kako bi vjerodostojnije odražavali fizikalnu narav hidrauličkih i akustičkih procesa. Pritom se ponajprije misli na uključivanje dodatnog među-koraka, tj. jednodimenzijskoga numeričkog modela oscilacije vodnih masa u cijevima. Usto se planira integrirati kompleksniji model gibanja morske površine, koji uključuje i procese deformacije valova: refleksiju, oplićavanje i refrakciju. Također, kako bi se procijenila vjerodostojnost takvog modela, planira se provesti evaluacija zasnovana na usporedbi s fizikalnim modelom.

Zaključno, numerički model tog tipa dovoljno je poopćen da bi se mogao koristiti u idejnim fazama planiranja sličnih „instrumentalnih“ obalnih konstrukcija. Naime, model omogućuje simulaciju zvuka koji generiraju morske orgulje te procjenu utjecaja lokacije, valnih karakteristika ili odabira rasporeda cijevi na konačnu melodiju.

Zahvala. Zahvaljujemo akademiku Nikoli Bašiću i djelatnicima Marinaprojekta d.o.o. na pruženoj podršci i dostavljenim podacima o Morskim orguljama.

Literatura

- [1] Bašić Stelluti, B.; Mattioni, V. 2011. *Morske orgulje i Pozdrav suncu*. Marinaprojekt d.o.o. Zadar.

- [2] *Grad Zadar: Morske orgulje na čišćenju i ugodavanju*. <http://www.grad-zadar.hr/vijest/opce-vijesti-28/morske-orgulje-na-ciscenju-i-ugodavanju-3326.html> (pristupljeno 17. 2. 2017.).
- [3] Stamać, I. 2005. Acoustical and musical solution to wave driven sea organ in Zadar, *2nd Congress of Alps-Adria Acoustics Association and 1st Congress of Acoustical Society of Croatia*. 203-206. Opatija. Hrvatska.
- [4] Kraljev, D.; Gajić-Čapka, M. 1995. *U okrilju sunca i mora – klimatološka monografija Zadra*. Zadiz. Zadar.
- [5] *Vjetrovalna klima za potrebe glavnog projekta TT Zadar*. 2007. Hydroexpert d.o.o. Zagreb.
- [6] *MATLAB 2010b*. The Mathworks, Inc. Natick. Massachusetts. SAD.
- [7] Holthuijsen, L.H. 2007. *Waves in Oceanic and Coastal Waters*. Cambridge University Press. Cambridge. UK.
- [8] Tabain, T. 1997. Standard Wind Wave Spectrum for the Adriatic Sea Revisited (1977-1997), *Brodogradnja*, br. 45. 303-313.
- [9] Goda, Y. 1988. Statistical variability of sea state parameters as a function of a wave spectrum, *Coastal Engineering in Japan*. JSCE, br. 1. 39-52.
- [10] Guo, J. 2002. Simple and explicit solution of wave dispersion equation. *Coastal Engineering*, br. 2. 71-74.
- [11] Longuet-Higgins, M.S.; Cartwright, D.E.; Smith, N.D. 1963. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy. *Ocean Wave Spectra*. Prentice-Hall, Inc. Easton. Maryland. 111-132.
- [12] Travaš, V.; Krvavica, N. 2014. Spektralni i monokromatski pristup definiranju hidrodinamičkog opterećenja na vertikalne pilote. *Hrvatske vode*, br. 87. 13-22.
- [13] Rohstein, J. *MIDI: A Comprehensive Introduction*. A-R Editions. Madison. Wisconsin.
- [14] Schutte, K. *MATLAB and MIDI*. <http://kenschutte.com/midi>, (pristupljeno 17. 2. 2017.).
- [15] *Zadar Sea Organ*. <https://www.youtube.com/watch?v=n86pF-wQKrw>, (pristupljeno 10. 4. 2017.).
- [16] *Computational model for the Sea Organ in Zadar, Croatia*. <https://www.youtube.com/watch?v=HzbhLXo9zK0>, (pristupljeno 10. 4. 2017.).

PROCJENA UČINKOVITOSTI RADA UREĐAJA ZA PROČIŠĆAVANJE OTPADNIH VODA UPOTREBOM ALATA STROJNOG UČENJA

PERFORMANCE ASSESSMENT OF WASTEWATER TREATMENT PLANT WITH MACHINE LEARNING TOOLS

Goran Volf*, Nataša Atanasova**

Sažetak

Uređaji za pročišćavanje otpadnih voda (UPOV) s aktivnim muljem su dinamični i složeni sustavi čije se upravljanje može poboljšati primjenom različitih pristupa modeliranju i predviđanja njihova rada. U ovom radu je korišten alat strojnog učenja (modelska stabla) za izradu modela koncentracije kemijske potrošnje kisika (KPK) na izlazu pročišćene otpadne vode iz UPOV-a s aktivnim muljem. Za modeliranje su korišteni mjereni podaci na ulazu i izlazu otpadne vode iz UPOV-a. U izradi modela koncentracije KPK su korišteni programski alat Weka i algoritam za izradu modelskih stabala M5P. Model dobiven alatom strojnog učenja ima veliku opisnu moć i koeficijent korelacije te se zato može primijeniti u modeliranju koncentracije KPK. Time se u ovom radu ukazuje i na prednosti primjene alata strojnog učenja u izradi modela UPOV-a.

Ključne riječi: uređaj za pročišćavanje otpadnih voda s aktivnim muljem, strojno učenje, modelska stabla, modeliranje, KPK

Abstract

Wastewater treatment plants (WWTPs) with activated sludge are complex and dynamic systems whose management can be improved by using different modelling and prediction approaches to their work. A machine learning tool for the development of model trees was used in this paper in order to develop a model for chemical oxygen

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka

E-mail: goran.volf@gradri.uniri.hr

** LEQUEA, Univeristy of Girona, Carrer Pic de Peguera 15, 17003 La Creutea, Giroana, Spain

E-mail: natasa.atanasova@udg.edu

demand (COD) in the wastewater effluent from the WWTP with activated sludge. The data measured in both the influent and the effluent of WWTP were used for modelling. For the COD model the machine learning tool Weka and the algorithm for the development of model trees M5P were used. The obtained model has a high descriptive power and correlation coefficient and thus can be used for modelling purposes. Also, the purpose of this paper is to show the benefits of using machine learning tools for developing WWTP models.

Key words: *wastewater treatment plant with activated sludge, machine learning, model trees, modelling, COD*

1. Uvod

Biološka obrada otpadne vode s aktivnim muljem u današnje je vrijeme jedan od najzastupljenijih tehnoloških procesa na uređajima za pročišćavanje otpadnih voda (UPOV-a) zbog svojih mogućnosti, ekonomičnosti i efikasnosti. Dvije glavne komponente ovog procesa čine aeracijski bazen, odnosno bioreaktor i sekundarni, odnosno naknadni taložnik [1].

Biološka obrada otpadne vode sastoji se od složenih fizikalnih, kemijskih i bioloških procesa kojima se organska tvar, dušik i fosfor uklanjaju iz otpadne vode. Za uspješno pročišćavanje otpadne vode potrebne su odgovarajuće koncentracije te uvjeti za rast mikroorganizama koji se moraju postići u bioreктору [1].

Zbog složenosti i osjetljivosti procesa pročišćavanja teško je kontinuirano održavati optimalne radne uvjete u samom UPOV-u. Samim time modeliranje postaje vrlo koristan i često korišten alat za simulaciju i kontrolu rada UPOV-a. Za modeliranje UPOV-a koriste se obično matematički modeli (npr. modeli aktivnog mulja; eng. *Active sludge models* - ASM; [2]). U ovom radu za modeliranje UPOV-a korišten je alat strojnog učenja Weka [3], odnosno algoritam za izradu modelskih stabala. Za modeliranje UPOV-a do sada su korišteni različiti alati i metode, kao što su npr. statistički modeli [4, 5, 6], ekspertni sustavi [5, 7, 8], pristupi temeljeni na bazama znanja [9], neuronske mreže [5, 10, 11, 12, 13], hibridni pristupi [14, 15, 16, 17] te različite vrste strojnog učenja [5, 12, 18, 19, 20, 21].

Svrha je modela izrađenog upotrebom metode strojnog učenja u ovom radu modelirati koncentraciju kemijske potrošnje kisika (KPK) na izlazu otpadne vode iz uređaja. Vrijednosti KPK na izlazu iz uređaja smatraju se najboljim pokazateljima kvalitete rada uređaja, odnosno zaostalog organskog opterećenja, te se time ukazuje i na uspješnost samog procesa pročišćavanja [4, 22, 23]. Zbog toga se navedena varijabla definira kao promatrana izlazna veličina koja najbolje ukazuje na stanje procesa, te kao

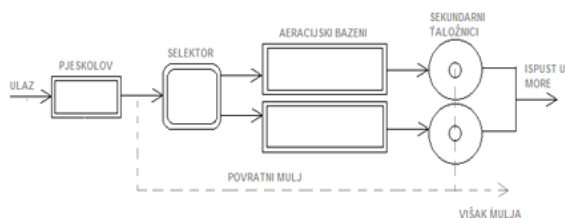
varijabla čiju se dinamiku želi objasniti i predvidjeti modelom strojnog učenja. Upotreba modela bi omogućila predviđanje vrijednosti KPK, a u slučajevima kad ta premaši dopušteno ograničenje propisano Pravilnikom o graničnim vrijednostima emisija otpadnih voda [24] bi omogućila i pravovremenu reakciju kojom bi se smanjila na prihvatljivu razinu [4].

Zato je cilj ovog rada, ne samo modelirati koncentraciju KPK na izlazu iz UPOV-a primjenom strojnog učenja, nego i ukazati na neke od prednosti modeliranja alatima strojnog učenja.

2. Uređaj za pročišćavanje otpadnih voda

2.1. Opis uređaja

Uređaj modeliran alatom strojnog učenja predstavlja uređaj drugog stupnja pročišćavanja otpadnih voda. Veličina uređaja iznosi 9.500 ekvivalent stanovnika (ES). UPOV se na liniji vode sastoji od mehaničkog predtretmana i drugog stupnja pročišćavanja. Mehanički predtretman sastoji se od grube i fine rešetke te aeriranog pjeskolova-mastolova. Drugi stupanj pročišćavanja sastoji se od selektora, aeracijskih bazena i sekundarnih taložnica. Tok je vode na uređaju ovaj: otpadna voda ulazi u kanal u kojemu je uzvodno smještena gruba, a nizvodno i fina rešetka, nakon koje otpadna voda dolazi do aeriranog pjeskolova-mastolova. Nakon toga voda se transportira u selektor, gdje se odvija selekcija mikroorganizama (kontakt biomase s otpadnom vodom). Voda se zatim transportira u aeracijske bioreaktore, gdje se odvija biološko pročišćavanje otpadne vode s aktivnim muljem. Na kraju se mješavina vode i aktivnog mulja transportira u sekundarne taložnice, gdje se flokule aktivnog mulja talože, a pročišćena se voda ispušta u recipijent (more) kroz podmorski ispušt. Dio istaloženog mulja iz sekundarnih taložnica vraća se povratnim tokom nazad u selektor, odnosno aeracijski bioreaktor, kako bi se održala potrebna koncentracija aktivnog mulja za uspješan tretman procesa u aeracijskim bioreaktorima.



Slika 1. Shema toka vode na UPOV-u

2.2. Baza podataka

Podaci korišteni za modeliranje mjereni su na ulazu sirove otpadne vode na UPOV te na samom izlazu pročišćene otpadne vode s UPOV-a. Podaci su prikazani kao srednje vrijednosti tijekom jednog dana, to jest jedan zapis u bazi predstavlja jednodnevnu situaciju operacije UPOV-a. Baza se sastoji od ukupno 718 situacija (dana).

Za nadopunu podataka koji nedostaju u ukupnom skupu podataka korištena je metoda kubne „spline“ interpolacije između izmjerenih vrijednosti.

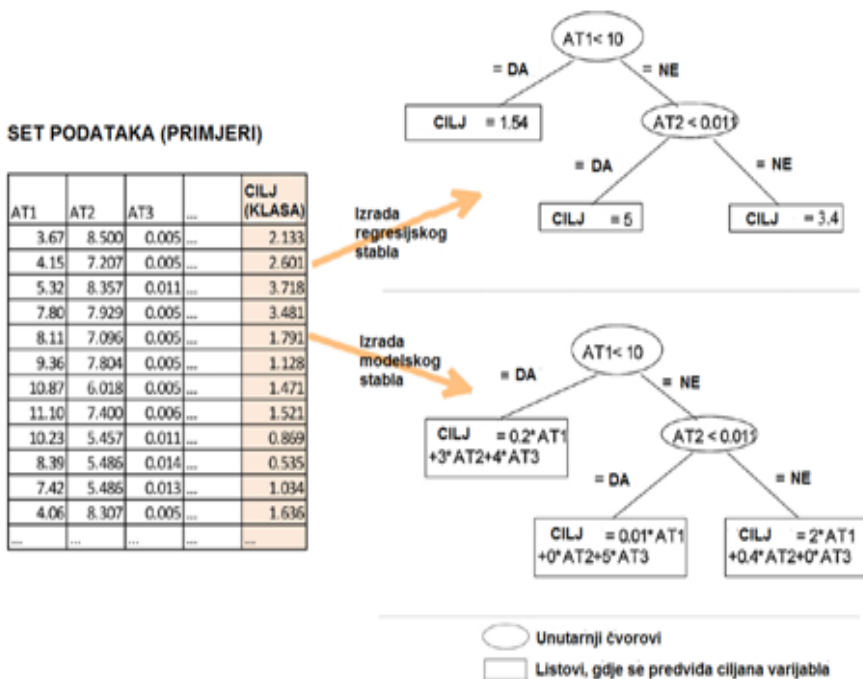
Tablica 1. Mjereni podaci na UPOV-u

Podatak	Opis	Mjerna jedinica	Mjesto uzorkovanja
Q_{ulaz}	Protok na ulazu	m^3/s	Ulaz vode na uređaj
Q_{izlaz}	Protok na izlazu	m^3/s	Izlaz vode iz uređaja
T_{izlaz}	Tempertaura na izlazu	$^{\circ}C$	Izlaz vode iz uređaja
KPK_{ulaz}	Kemijska potrošnja kisika na ulazu	mg/l	Ulaz vode na uređaj
KPK_{izlaz}	Kemijska potrošnja kisika na izlazu	mg/l	Izlaz vode iz uređaja
NH_4-N_{ulaz}	Amonij na ulazu	mg/l	Ulaz vode na uređaj
NH_4-N_{izlaz}	Amonij na izlazu	mg/l	Izlaz vode iz uređaja
SS_{ulaz}	Ukupna suspendirana tvar na ulazu	mg/l	Ulaz vode na uređaj

3. Strojno učenje, regresijska i modelska stabla

Za razliku od jednostavne linearne regresije, koja izračunava jednu jednadžbu za cijeli skup podataka, regresija strukturirana u obliku stabla dijeli skup podataka u nekoliko podskupova na koje se može primijeniti ujednačena vrijednost klase ili pak linearna jednadžba. Podjela na podskupove temelji se na testovima vrijednosti ulaznih atributa, koji se postavljaju kao čvorišta u regresijskom ili modelskom stablu. Prema tome su regresijska i modelska stabla hijerarhijske strukture sastavljene od čvorova i grana, gdje unutarnji čvorovi sadrže testove na ulaznim atributima. Svaka grana unutarnjeg testa odgovara rezultatima testa te su predviđanja za vrijednosti ciljane varijable (klase) pohranjene u listovima stabala koji čine terminalne čvorove u stablu. Listovi u regresijskom stablu

sadrže jednu prosječnu vrijednost za predviđanje klase, dok u modelskom stablu listovi sadrže jednažbu koja predviđa vrijednost ciljane varijable, odnosno klase. Slika 2 prikazuje postupak izrade regresijskih i modelskih stabala.



Slika 2. Primjer izrade regresijskih i modelskih stabala

Jedan je od najčešće korištenih algoritama za izradu regresijskih i modelskih stabala algoritam M5 [25]. Za potrebe eksperimenta u ovom radu korištena je varijacija algoritama M5 pod nazivom M5P, koji je kao takav implementiran u programski paket Weka [3].

Nakon što se od seta podataka za treniranje (učenje) stablo izradi, treba procijeniti i kvalitetu modela, tj. točnost predviđanja. To se može učiniti simulacijom modela na testnom setu podataka te uspoređivanjem predviđenih vrijednosti ciljane varijable sa stvarnim (izmjerenim) vrijednostima podataka. Druga mogućnost je odabir križne validacije (engl. *Cross-validation*), gdje se skup podataka za treniranje podijeli na odabrani broj podskupova (n), svaki se podskup koristi za testiranje, a ostatak ($n-1$)

skupa se koristi treniranje modela. Konačna pogreška je prosjek pogrešaka od svih modela tijekom cjelokupnog postupka izrade modela.

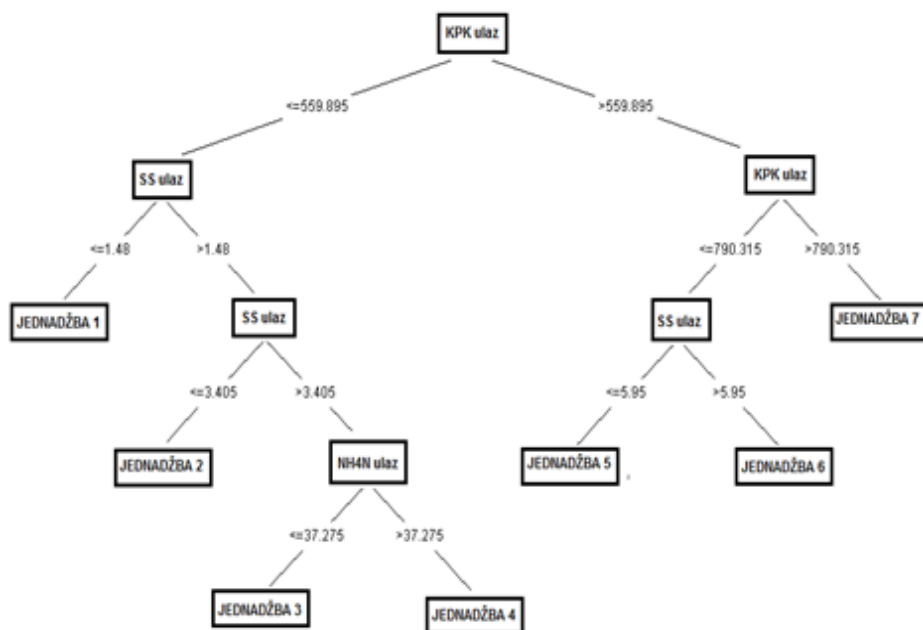
Veličina pogreške između stvarne (mjerene) i predviđene vrijednosti se može izračunati, a između nekoliko poznatih mjera za ocjenu točnosti modela je najznačajniji koeficijent korelacije (R).

4. Postavke eksperimenta

Za eksperiment je korišten algoritam strojnog učenja M5P, implementiran u programski paket Weka [3]. Eksperiment je postavljen tako da omogući izradu model koncentracije KPK na izlazu pročišćene otpadne vode iz UPOV-a. Koncentracija KPK na izlazu iz UPOV-a je definirana kao zavisna varijabla, dok su protok, koncentracija KPK, amonij i ukupne suspendirane tvari na ulazu sirove otpadne vode na UPOV definirane kao nezavisne varijable.

5. Rezultati i diskusija

Svrha modela izrađenog metodom strojnog učenja je predvidjeti promjenu koncentracije KPK na izlazu pročišćene otpadne vode iz UPOV-a primjenom mjerenih varijabli na ulazu sirove otpadne vode na UPOV. Od danog seta podataka (Tablica 1) je izrađen model koncentracije KPK na izlazu iz uređaja (Slika 3). Model se sastoji od ukupno 7 listova i 6 čvorova koji sadrže vrijednosti varijabli mjerenih na ulazu otpadne vode na UPOV (vidjeti Tablicu 1). Svaki od listova sadrži po jednu jednadžbu kojom se proračunava koncentracija KPK na izlazu pročišćene vode iz UPOV-a, ovisno o samoj strukturi stabla. Jednažbe u pojedinim listovima stabala su prikazane u Tablici 2. Koeficijent korelacije R za prikazani model upotrebom križne validacije iznosi 0,64.



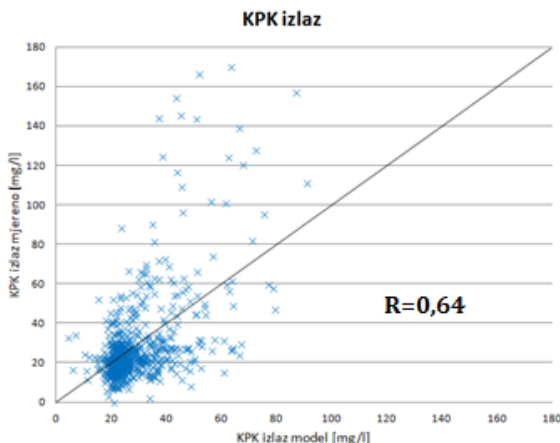
Slika 3. Model koncentracije KPK na izlazu iz UPOV-a

Tablica 2. Jednadžbe modela sa Slike 3 za proračun koncentracije KPK na izlazu iz UPOV-a

Broj jednadžbe	Jednadžba
1	$KPK_{izlaz} = -0,0088 * Q_{ulaz} + 0,0954 * KPK_{ulaz} - 1,0529 * NH_4N_{ulaz} - 0,0215 * SS_{ulaz} + 45,669$
2	$KPK_{izlaz} = -0,0049 * Q_{ulaz} + 0,038 * KPK_{ulaz} - 0,1132 * NH_4N_{ulaz} - 0,0172 * SS_{ulaz} + 20,0079$
3	$KPK_{izlaz} = -0,0006 * Q_{ulaz} + 0,0016 * KPK_{ulaz} - 0,0016 * NH_4N_{ulaz} - 0,0153 * SS_{ulaz} + 20,1564$
4	$KPK_{izlaz} = -0,0006 * Q_{ulaz} + 0,0016 * KPK_{ulaz} - 0,0034 * NH_4N_{ulaz} - 0,0153 * SS_{ulaz} + 23,1117$
5	$KPK_{izlaz} = -0,0009 * Q_{ulaz} + 0,0046 * KPK_{ulaz} + 0,1559 * NH_4N_{ulaz} - 0,0957 * SS_{ulaz} + 24,0748$
6	$KPK_{izlaz} = -0,0009 * Q_{ulaz} + 0,0046 * KPK_{ulaz} + 0,1559 * NH_4N_{ulaz} - 0,0818 * SS_{ulaz} + 17,0162$
7	$KPK_{izlaz} = -0,0009 * Q_{ulaz} + 0,005 * KPK_{ulaz} + 1,3378 * NH_4N_{ulaz} - 0,3479 * SS_{ulaz} - 7,1299$

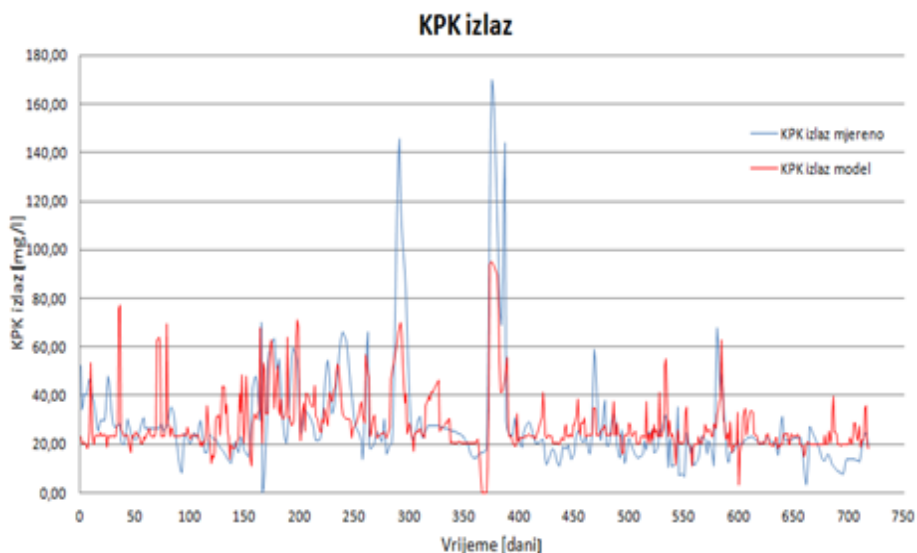
Za predviđanje koncentracije KPK na izlazu iz uređaja treba iz modela prikazanoga na Slici 3 odabrati odgovarajuću linearnu jednadžbu ovisno o vrijednostima pojedinih atributa u čvorovima stabla. Ako je vrijednost KPK_{ulaz} u glavnom čvoru najviše 559,89 mg/l, prelazi se na sljedeći čvor SS_{ulaz} . Ako je vrijednost u čvoru SS_{ulaz} najviše 1,48 mg/l, proračunava se vrijednost KPK_{izlaz} prema jednadžbi 1. Za vrijednosti SS_{ulaz} iznad 1,48 mg/l te u sljedećem čvoru SS_{ulaz} najviše 3,40 mg/l proračunavaju se vrijednosti KPK_{izlaz} prema jednadžbi 2. Za vrijednosti SS_{ulaz} iznad 3,40 mg/l prelazi se na idući čvor NH_4N_{ulaz} , te ako je vrijednost u čvoru najviše 37,27 mg/l, proračunavaju se vrijednosti KPK_{izlaz} prema jednadžbi 3, a u suprotnom prema jednadžbi 4. Za slučajeve kada je u glavnom čvoru vrijednost KPK_{ulaz} iznad 559,89 mg/l, prelazi se na idući čvor KPK_{ulaz} , gdje se za vrijednosti u čvoru iznad 790,31 mg/l proračunavaju vrijednosti KPK_{izlaz} prema jednadžbi 7. Za vrijednosti u čvoru KPK_{ulaz} najviše 790,31 mg/l prelazi se na idući čvor SS_{ulaz} , te se za vrijednosti iznad 5,95 mg/l vrijednost KPK_{izlaz} proračunava prema jednadžbi 6, a u suprotnom prema jednadžbi 5.

Sa Slike 3 može se vidjeti kako koncentracija KPK na izlazu iz UPOV-a najviše ovisi o koncentraciji KPK na ulazu u UPOV (početni čvor), zatim o SS te o NH_4N , dok se protoci (Q) uopće ne pojavljuju u samom stablu, već samo u jednadžbama pojedinih listova. Obradom rezultata modela (Slika 5) veće vrijednosti KPK na izlazu iz UPOV-a daje desna strana modela, odnosno stabla prikazanoga na Slici 3, a manje vrijednosti lijeva strana modela. Prema tome, manje vrijednosti koncentracije KPK na izlazu povezane su s čvorovima u kojima se nalaze SS te NH_4N , a veće vrijednosti s KPK te SS na ulazu u UPOV.



Slika 4. Koeficijent korelacije „R“ između mjerenih i modeliranih vrijednosti koncentracije KPK na izlazu iz UPOV-a

Prikaz izmjerenih i modeliranih vrijednosti koncentracije KPK na izlazu iz UPOV-a vidi se na Slici 4. Usporedba vremenske serije mjerenih i modeliranih vrijednosti koncentracije KPK može se vidjeti na Slici 5. Sa Slike 5 može se također vidjeti dobra prilagodba mjerenih i modeliranih vrijednosti koncentracije KPK, a također se vizualnom inspekcijom može zaključiti da se vršne točke zadovoljavajuće dobro podudaraju.



Slika 5. Usporedba vremenske serije mjerenih i modeliranih vrijednosti koncentracija KPK na izlazu iz UPOV-a

Rezultati provedenog eksperimenta pokazuju da je pri modeliranju korisno primjenjivati različite pristupe. Za ovu i svaku drugu metodu modeliranja upotrebom mjerenih podataka je bitno u bazu podataka uključiti dovoljno različitih situacija iz kojih se algoritam strojnog učenja može naučiti predviđati zavisnu varijablu. Za poboljšanje rezultata modela bilo bi korisno raspolagati s više onih mjerenih parametara na ulazu sirove otpadne vode na UPOV koji utječu na zavisnu varijablu, poput temperature vode, pH, koncentracije klorida (radi li se o UPOV-u u priobalnom području poput ovog koji se razmatra u ovom radu), starosti mulja, povratnog toka mulja, koncentracije otopljenog kisika u aeracijskom bioreaktoru, odnosa F/M (engl. *Food to Mass ratio*) i svih drugih za koje se procijeni da u duljem vremenskom razdoblju mogu značajno utjecati na KPK [1]. Budući da baza podataka koja je korištena u ovom radu sadrži relativno malo ulaznih parametara, točnije predviđanje izlaznih koncentracija KPK iz UPOV-a se ne može očekivati, ali se može ocijeniti kako se dobiveni model ponaša očekivano i daje zadovoljavajuće rezultate.

6. Zaključak

Upotreba metode strojnog učenja za izradu modela iz baza podataka, u ovom radu korištenih modelskih stabala, uspješno je primijenjena za modeliranje UPOV-a, odnosno koncentracije KPK na izlazu pročišćene otpadne vode iz UPOV-a. Dobiveni model je ponajprije jednostavan, razumljiv te relativno točan u predviđanjima koncentracija KPK na izlazu iz UPOV-a.

Za ovakav pristup modeliranju je važno da baza podataka sadrži stvarne vrijednosti atributa i da postoji informacija o vremenu kada su podaci sakupljeni kako bi se u model mogla ukomponirati i dinamika sustava koji se modelira.

Iz ovoga se mogu izdvojiti neke od prednosti upotrebe alata strojnog učenja pri modeliranju, a to su izgradnja opisnih, odnosno modela bijele kutije, koji interpretaciju samih modela olakšava, a uvid u funkcioniranje modela, odnosno sustava koji se modelira, čini model razumljivijim.

Kako je to u ovom radu i prikazano, za jednostavnije i učinkovitije upravljanje UPOV-ima je važno istaknuti prednosti koje u tomu može imati korištenje alata strojnog učenja.

Buduća istraživanju i rad na nadogradnji i poboljšanju točnosti modela usmjerena su na povećanje i obogaćivanje baze podataka koja bi omogućila modeliranje i drugih parametara, poput dušika i fosfora, te bi se samim time mogle otkriti i nove veze te uzorci među podacima.

Literatura

- [1] Henze, M.; Herremoes, P.; Jansen, J.C.; Arvin E. 2002. *Wastewater Treatment-Biological and Chemical Processes*, Third edition. Springer. New York. US.
- [2] IWA Task group on mathematical modelling for design and operation of biological wastewater treatment, *Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3*. 2000. IWA Publishing. London. UK.
- [3] Witten, I.H.; Frank, E. 2000. *Data mining-Practical machine learning Tools and Techniques with Java implementations*. Academic Press.
- [4] Čurlin, M.; Bevetek, A.; Ležajić, Z.; Deverić-Meštrović, B.; Kurtanjek, Ž. 2008. *Modeliranje procesa biološke obrade otpadne vode na komunalnom uređaju grada Velika Gorica*. *Kemija u industriji* 57, 2, 59-67.
- [5] Dürrenmatt, D.J. and Gujer, W. 2011. *Data-driven modeling approaches to support wastewater treatment plant operation*, *Environmental Modelling & Software*, 30, 47-56.
- [6] Razifa, M.; Bagyo Yanuwadib, S.; Rachmansyahb, A.; Belgiawanc, P.F. 2014. *Implementation of Regression Linear Method to predict WWTP cost for EIA: case*

- study of ten malls in Surabaya City*, Procedia Environmental Sciences, 28, 158-165.
- [7] Baeza, J.; Gabriel, D.; Lafuente, J. 1999. *An expert supervisory system for a pilot WWTP*. Environmental Modelling and Software 14, 383-390.
- [8] Roda, I.R.; Comas, J.; Sàncnes-Marré, M.; Cortés, U.; Lafuente, J.; Poch, M. 1999. *Expert system development for a real wastewater treatment plant*. Chemical Industry and Environment III, Proceedings. Kraków, Poland, 653-660.
- [9] Comas, J.; Rodríguez-Roda, I.R.; Sàncnes-Marré, M.; Cortés, U.; Freixó, A.; Arráez, J.; Poch, M. 2003. *A knowledge-based approach to the defloculation problem: integrating on-line, off-line, and heuristic information*, Water Research 37, 2377-2387.
- [10] Belanche, L.I.; Valdes, J.J.; Comas, J.; Roda, I.R.; Poch, M. 1999. *Towards a Model of Input-Output Behaviour of Wastewater Treatment Plants using Soft Computing Techniques*, Environmental Modelling and Software 14, 409-419.
- [11] Zhao, H.; Hao, O.J.; McAvoy, T.J. 1999. *Approaches to modeling nutrient dynamics: ASM2, simplified model and neural nets*. Water Science and Technology 39, 1, 227-234.
- [12] Hong, G.; Kwanho, J.; Jiyeon, L.; Young M.K.; Jong-pyo, P.; Joon, H.K.; Kyung, H.C. 2015. *Prediction of effluent concentration in a wastewater treatment plant using machine learning models*, Journal of Environmental Sciences 32, 90-101.
- [13] Mjalli, F.S.; Al-Asheh, S. and Alfadala, H.E. 2007. Use of artificial neural network black-box modeling for the prediction of wastewater treatment plants performance, Journal of Environmental Management, 83, 3, 329-338.
- [14] Sàncnes-Marré, M.; Cortés, U.; Lafuente, J.; Roda, I.R.; Poch, M. 1996. *DAI-DEPUR: a distributed architecture for wastewater treatment plants supervision*. Artificial Intelligence in Engineering 10, 3, 379-423.
- [15] Grieu, S.; Traoré, A.; Polit, M.; Colprim, J. 2005. *Prediction of parameters characterising the state of a pollution removal biologic process*. Engineering Applications of Artificial Intelligence 18, 559-573.
- [16] Picioreanu, C.; Kreft J.U.; van Loosdrecht, M.C.M. 2004. *Particle-based multidimensional multispecies biofilm model*. Microbiology 70, 5, 3024-3040.
- [17] Picioreanu, C.; van Loosdrecht, M.C.M. 2003. *Use of mathematical modeling to study biofilm development and morphology*. IWA Publishing, University of Manchester (UK).
- [18] Comas, J.; Dzeroski, S.; Gibert, K.; Roda, I.R.; Sanchez-Marre, M. 2001. *Knowledge discovery by means of inductive methods in wastewater treatment data*. AI Communication 14, 45-62.
- [19] Atanasova, N.; Kompore, B. 2002. Uporaba odločitvenih dreves pri modeliranju čistilne naprave za odpadno vodo. Acta hydrotechnica 20, 33, 351-370.
- [20] Kompore, B.; Levstek, M.; Atanasova, N. 2006. *Two approaches to wastewater treatment plant modelling*. Acta hydrotechnica 24, 40, 45-64.
- [21] Manu, D.S. and Thalla, A.K. 2017. Artificial intelligence models for predicting the performance of biological wastewater treatment plant in the removal of

- Kjeldahl Nitrogen from wastewater. Applied Water Science. DOI 10.1007/s13201-017-0526-4.
- [22] Henze, M.; Herremoes, P.; Jansen, J.C.; Arvin E. 2002. *Wastewater Treatment-Biological and Chemical Processes*, Third edition. Springer. New York. US.
- [23] Tchobanoglous, G.; Burton, FL.; Stensel, HD. 2003. *Wastewater Engineering-Treatment and Reuse*. Fourth edition. McGraw-Hill,
- [24] *Pravilnik o graničnim vrijednostima emisija otpadnih voda*. Narodne novine br. 153/09, 63/11, 130/11 i 56/13, 2013, 80/13, 43/14, 27/15, 3/2016.
- [25] Quinlan, J.R.; *Learning with continuous classes*. 1992. Proc. AI'92, 5th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Singapore. In: Adams & Sterling (Editors). World Scientific, 343-348.

EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA NA FIZIKALNOME MODELU PELTONOVE TURBINE

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON THE PHYSICAL MODEL OF THE PELTON TURBINE

Stjepan Komljenović*, Elvis Žic*, Saša Laloš**

Sažetak

U radu je opisan princip rada fizikalnog modela GUNT HM 289, eksperimentalnog uređaja Peltonove turbine izrađenog u Laboratoriju za hidrotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. U sklopu rada na fizikalnome modelu provedena su četiri osnovna eksperimentalna mjerenja: a) određivanje ovisnosti promjene dolazne brzine na lopatice okretnog kola i okretnog momenta o varijabilnosti hidrodinamičkog tlaka, b) određivanje ovisnosti promjena radnog tlaka o varijaciji dolaznog protoka reguliranom s pomoću igličastog ventila, c) definiranje krivulja okretnog momenta, d) određivanje mehaničke i hidrauličke snage i učinkovitosti rada Peltonove turbine ovisne o varijabilnostima radnog tlaka i rotacijske brzine.

Ključne riječi: Peltonova turbina, fizikalni model, hidraulička analiza

Abstract

The paper describes the working principle of the physical model GUNT HM 289, which represents the Pelton turbine experimental device done in the Laboratory for Hydraulic Engineering at the Faculty of Civil Engineering, University of Rijeka. As part of the work on the physical model, four basic measurements were conducted: a) obtaining the changes of the incoming speed on the blades of a rotating wheel and torque depending on the variability of hydrodynamic pressure, b) determining the changes of the operating pressure depending on the variation of the incoming volume flow controlled by a needle valve, c) defining torque curves and d) determining the mechanical and hydraulic power and efficiency of the Pelton turbine depending on the variabilities of operating pressure and rotational speed.

Key words: Pelton turbine, physical model, hydraulic analysis

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka

E-mail: stjepan.komljenovic@student.uniri.hr; elvis.zic@uniri.hr

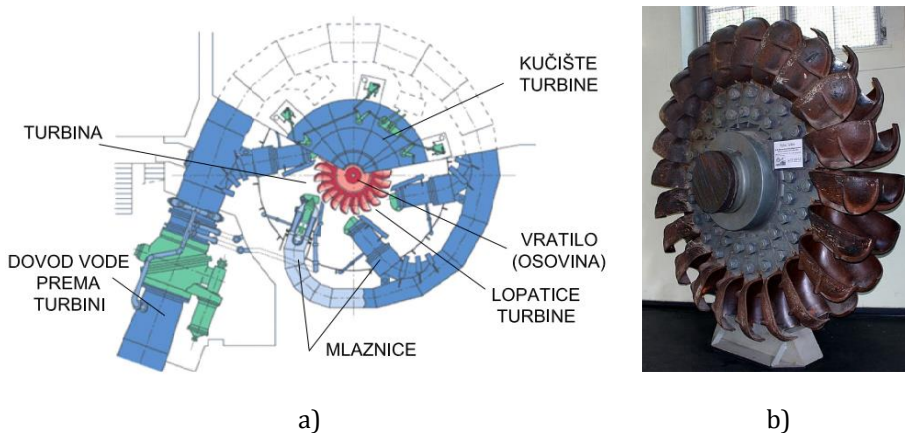
** Strojarski fakultet u Banja Luci, Bulevar vojvode Petra Bojovića 1A, 78000 Banja Luka

E-mail: sasa.lalos@unibl.rs

1. Uvod

Turbina predstavlja rotacijski motor koji izdvaja energiju iz tekućine ili protoka zraka i pretvara u koristan rad [3,7]. Najjednostavniji oblici turbina imaju jedan pomični dio (s 12-40 lopatica), a to je vratilo ili bubanj s lopaticama. Svaka je lopatica oštrim bridom podijeljena u dva jednaka ovalna dijela. Rotor turbine može biti postavljen na horizontalno ili vertikalno vratilo (osovinu), na kojemu mogu biti postavljeni jedan ili dva rotora. Postavljanje više rotora na vertikalno vratilo zahtijeva pažljivu konstrukciju kako gornji rotor ne bi hidrodinamički narušavao rad donjeg rotora. Protok tekućine djeluje na lopatice tako da se okreću i daju energiju rotacije na rotor. Rani su primjeri turbina vjetrenjače i vodeni mlinovi [1,4]. Najznačajniji predstavnici turbina koji koriste vodu kao fluid jesu: Peltonova turbina (vrsta impulsne vodene turbine), Francisova turbina (najčešće korištena turbina u praksi), Kaplanova turbina (varijacija Francisove turbine) te Voithova vodena turbina.

Peltonova je turbina vodna turbina koja se koristi velikim padovima (preko 200 m) i manjim protocima vode, a u odnosu prema ostalim turbinama ima najveći stupanj učinkovitosti (Slika 1). Ona nije potopljena u vodi, već se lopatice okreću u zraku. Maksimalna je proizvedena snaga turbine oko 200 MW [2]. Izumio ju je Lester Allan Pelton 1878. godine sasvim slučajno, promatrajući vodeničko kolo kojemu je osovina ispala iz ležaja i lagano se nagnula. Zbog udaranja mlaza vode malo sa strane u lopatice vodeničko kolo počelo se brže okretati nego prije. Promatrajući tu pojavu Pelton je shvatio da će dobiti bolje rezultate ako postavi mlaz vode koji udara sa strane, čime voda napušta lopatice ne sudarajući se s nadolazećim mlazom vode.

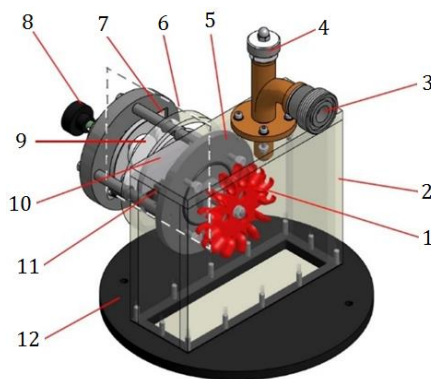


Slika 1. a) tlocrt ugradnje Peltonove turbine, b) stara Peltonova turbina iz hidroelektrane Walchensee, Njemačka [2]

Peltonova je turbina glavni predstavnik turbina slobodnog mlaza ili akcijskih turbina [1,2]. Geometrija je lopatica tako podešena da se one okreću s pola brzine mlaza vode, te se iskorištava gotovo sva količina gibanja mlaza vode (Slika 1).

2. Opis fizikalnog modela

Fizikalni model HM 289 predstavlja demonstratorski eksperimentalni uređaj Peltonove turbine kao dio uređaja firme GUNT koji se opskrbljuje vodom, a nalazi se u Praktikumumu za hidrotehniku u sklopu Laboratorija za hidrotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci (Slika 2). Model je opremljen elektroničkim sensorima koji se baziraju na mjerenju i prikupljanju podataka, te je omogućeno računalno upravljanje sensorom. Prilikom rada na modelu sva se mjerenja mogu prikazivati grafički i tablično, odnosno mjerne se fizikalne veličine mogu pohraniti posebnim programom [5]. Za nesmetani rad na modelu HM 289 potrebno je instalirati radnu jedinicu HM 290, koja služi za napajanje i dovod vode na lopatice turbine te računalo korisnika. Radna jedinica HM 290 sastoji se u pravilu od pokretača s kočnicama montiranim na prirubnice, priključka za crijevo i osnovnog stanka. Brzina i okretni moment mjere se pri samom radu turbine. Opskrbni tlak i količina protoka mjere se direktno na radnoj jedinici HM 290 [5].

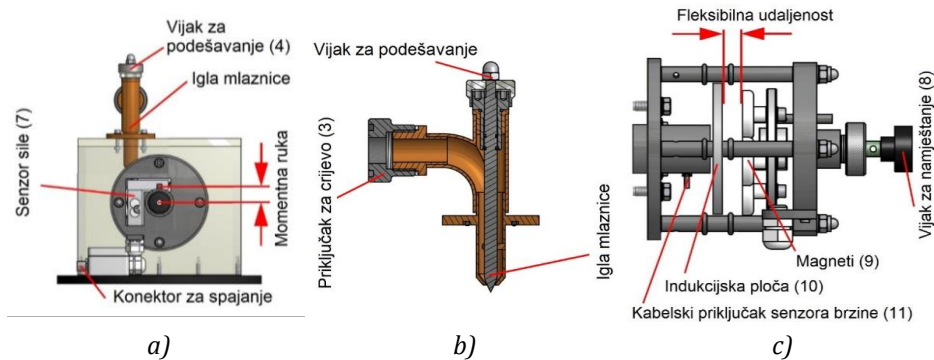


Slika 2. Fizikalni model HM 289 Peltonove turbine [5]

1 – rotor, 2 – prozirno kućište, 3 – priključak crijeva za dovod vode, 4 – vijak za podešavanje igle mlaznice, 5 – prirubnica s ležajevima za osovinu rotora, 6 – jedinica za kočenje u skladu s metodom vrtložnih struja, 7 – senzor sile, 8 – vijak za podešavanje momenta kočenja, 9 – magneti, 10 – indukcijska ploča s crnim / bijelim bojama, 11 – senzor brzine (optički), 12 – osnovna ploča za montažu na radnu jedinicu HM 290

Karakteristične krivulje i operativne točke mogu se zabilježiti tako da se korištenjem kočnice omogući odstupanje (promjena) momenta kočenja, odnosno da se korištenjem igle ventila smanji (regulira) količina protoka. Fizikalni model HM 289 za proizvodnju energije dizajniran je tako da se postavlja na vrh radne jedinice HM 290, te oni zajedno u potpunosti čine funkcionalnu jedinicu (Slika 2).

Turbinska jedinica za napajanje prikazana na Slici 3 sastoji se od pokretača (rotora) Peltonove turbine (1), priključka za crijevo (3), jedinice za kočenje (6) sa senzorom za mjerenje sile (7) i senzora za brzinu (11). Sve komponente nalaze se na stabilnoj osnovnoj ploči (12), koja se nalazi na spremniku radne jedinice HM 290 i pričvršćena je s dva vijka. Voda se opskrbljuje s pomoću radnog tlaka, te se količina protoka mjeri s pomoću jedinica za napajanje.



Slika 3. a) bočni pogled fizikalnog modela HM 289, b) presjek kroz iglu mlaznice, c) pogled na jedinicu za kočenje (modificirano prema [5])

Turbina se sastoji od dvije glavne komponente:

- transparentnoga turbinskog kućišta (2), koje sadrži kružni rotor turbine (tzv. okretno kolo) (1). On je montiran na osovinu okretnog kola koji je vođen od ležaja prema pribornici (5). Voda prolazi kroz otvoreno dno transparentnoga turbinskog kućišta direktno u spremište jedinice za napajanje, koja se nalazi ispod kućišta. Voda teče kroz mlaznicu i dolazi na rotor tangencijalno, Slika 3b). Mlaznica može biti postavljena vertikalno s pomoću vijka za podešavanje (4). To omogućava kontroliranje mlaznice te osigurava protok vode. Ono ima utjecaja na proizvodnju snage koju daje turbina.
- okretno strujne jedinice koja se koristi fiksnim magnetima da inducira struju u rotirajućim pločama (10), Slika 3c). Te struje proizvode dodatno magnetsko polje, koje djeluje zajedno s vanjskim magnetskim poljem, generirajući moment kočenja. Indukcijska struja zagrijava induksijsku ploču. Indukcija se odvija samo onda kada se induksijska ploča kreće u

odnosu prema magnetima. Učinak kočenja određen je snagom vanjskoga magnetskog polja. Vijak za podešavanje koristi se za promjenu vanjskoga magnetskog polja promjenom udaljenosti magneta od indukcijske ploče. Sila kočenja mjeri se s pomoću senzora za mjerenje sile (7). Optički senzor (11) mjeri brzinu na reflektirajućoj podlozi na stražnjoj strani indukcijske ploče (10), Slika 3c). Signali se iz senzora za mjerenje sile i optičkog senzora prenose priključnim kablovima.

2.1. Temeljna fizikalna načela

Temeljna načela rada Peltonove turbine zasnivaju se na dobro poznatim principima zakona očuvanja, a to su jednadžba kontinuiteta (maseni protok dm/dt , koji teče kroz sustav, ostaje konstantan), zakon održanja količine gibanja (količina gibanja I jednaka je umnošku mase m i brzine c) te zakon održanja kinetičke energije (Bernoullijeva jednadžba). Bernoullijeva jednadžba omogućava cjelovito razumijevanje strojeva za proizvodnju energije putem vodnih količina jer povezuje energije prisutne u protoku. Kod Peltonove turbine razlikujemo:

1. hidrauličku energiju:

$$E_{hyd} = p * V, \quad (1)$$

pri čemu su p statički tlak, [Pa] i V volumen fluida, [m³].

2. potencijalnu energiju:

$$E_{pot} = m * g * h,, \quad (2)$$

pri čemu je g gravitacijsko ubrzanje, [m/s²], h visina stupca kapljevine (fluida), [m] i m masa fluida, [kg].

3. kinetičku energiju:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * m * c^2, \quad (3)$$

za brzinu toka c , [m/s]. Sve su te zakonitosti detaljno opisane u radovima [5,8], pa se ovdje neće dodatno iznositi. Rad W u fizikalnom se smislu izvodi kada sila F djeluje po određenom putu s ($W = F * s$). U turbini stacionarno vođeno okretno kolo osigurava dotok vode na lopatice rotora. Sila djeluje na lopatice rotora u smjeru kretanja, a rad se obavlja dok se rotor okreće. Ako se preneseni rad W kod Peltonove turbine podijeli s masom tekućine m , dobiva se specifični rad:

$$Y = \frac{W}{m}. \quad (4)$$

Specifični se rad može primijeniti za definiranje pojedinog oblika brzinske visine $h = \frac{Y}{g}$, pri čemu je h kinetički oblik visine fluida, [m]. Nadalje, snaga P definirana je kao rad W (ili energija E) u jedinici vremena t :

$$P = W/t = E/t, \quad (5)$$

ili sila na putu kroz određeni vremenski inkrement. Ključni je izračun snage vezane za Peltonovu turbinu električna energija P_{el} :

$$P_{el} = U * I, \quad (6)$$

pri čemu je U napon, [V], a I struja, [A] te mehanička energija:

$$P_{mech} = M * \omega = M * 2 * \pi * n, \quad (7)$$

gdje su M moment, [Nm], a ω kutna brzina, [s^{-1}]. Hidraulička snaga tekućine definira se kao umnožak statičkog tlaka p , [Pa] i količine protoka $dV/dt = Q$, [m^3/s]:

$$P_{hyd} = p * \frac{dV}{dt}. \quad (8)$$

Kinetička snaga tekućine proizlazi iz formulacije:

$$P_{kin} = \frac{1}{2} * \frac{dm}{dt} * c^2, \quad (9)$$

u kojoj dm/dt predstavlja maseni protok, [kg/s]. Učinkovitost ili iskoristivost energije u procesu proizvodnje energije ($\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100\%$) definirana je odnosom odlazne (izlazne) snage P_{out} , [W] i dolazne (ulazne) snage P_{in} , [W].

3. Temeljna načela rada fizikalnog modela HM 289

U radu s Peltonovom turbinom potencijalna energija tlaka pretvara se u kinetičku energiju brzine. Ako se zanemare male geodetske razlike visina (razlike potencijalne energije položaja) i kinetička energija brzine u pravcu, može se brzina toka c prikazati kao:

$$c = \sqrt{\frac{2 * p}{\rho}}, \quad (10)$$

pri čemu su p tlak, [Pa] i ρ gustoća fluida, [kg/m^3]. Brzine u trokutnom vektorskom prikazu (Slika 4) prikazuju procese (rada) u rotoru, a mogu se okarakterizirati kao:

- apsolutna brzina „ c “ - brzina koju ima mlaz vode na izlazu iz turbine u odnosu prema okolišu

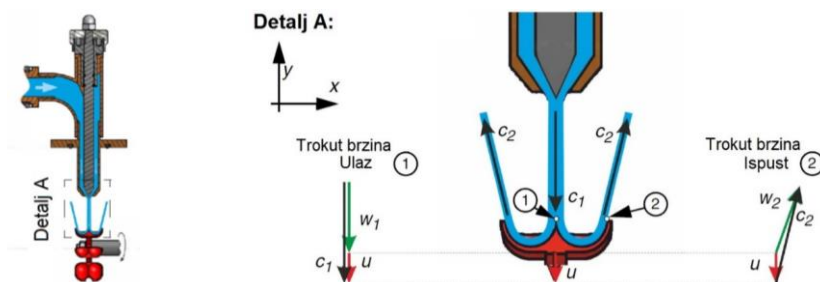
- obodna brzina „ u “ - brzina vrtnje od srednje vrijednosti promjera lopatica, koja se izračunava korištenjem brzine okretanja:

$$u = d * \pi * n, \quad (11)$$

pri čemu je d promjer rotora (0,07 m), a n rotacijska brzina, [s⁻¹]

- relativna brzina „ w “, koja odgovara brzini relativnog toka na rotirajućem rotoru.

Detalj A (Slika 4) prikazuje presjek po osi igle mlaznice. Brzine se mogu prikazati kao duljine stranica trokuta koje su poznate i kao „trokutne brzine“ u praksi. Smjer i brzina mlaza vode u rotoru mijenjaju se vremenski.



Slika 4. Detalj skretanja toka - otklon mlaza vode na mlaznicama rotora s trokutima brzina (modificirano prema [5])

Apsolutna brzina dana je uzvodnim tlakom i položajem mlaznice. Kutna (obodna) brzina rotora ovisi o momentu kočenja. Razlika daje relativnu brzinu. Na toj brzini voda teče preko konture lopatice. Trokut brzina može se opisati matematički ovim odnosom:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}, \quad (12)$$

unutar kojega su \vec{c} vektor apsolutne brzine, \vec{u} vektor kutne brzine te \vec{w} vektor relativne brzine. Izraz (12) uključuje komponente brzine u x i y smjeru:

$$c_x = w_x + u_x \quad c_y = w_y + u_y \quad (13)$$

Usporedba brzina u trokutnom vektorskom prikazu na ulazu i izlazu mlaza vode prikazuje skretanje kojim maseni protok vode prolazi [5]. Kod prikaza trokutnih brzina na ulazu, struktura trokuta temelji se na konstantnoj apsolutnoj brzini mlaza vode. Obodna se brzina povećava s lijeva na desno. Prema tome, relativna se brzina, pri kojoj mlaz vode udara lopatice, smanjuje. Kod prikaza trokutnih brzina na izlazu, relativna je brzina vode održiva. Postoji samo jedan otklon mlaza vode. Otklon masenog protoka rezultira silom, dok su aksijalne (osovinske) komponente

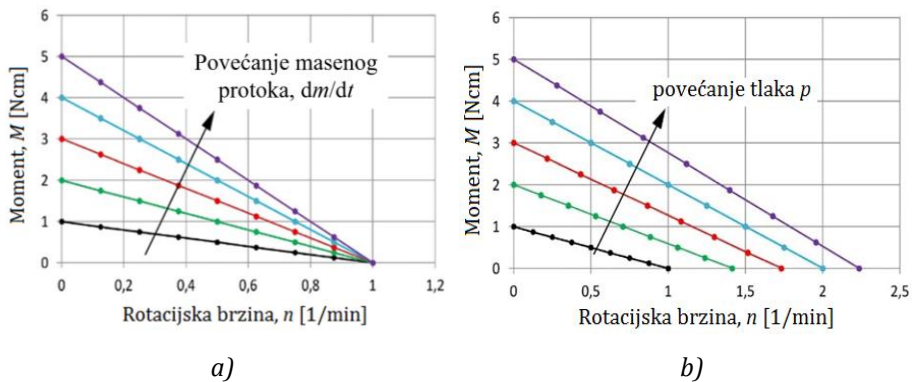
apsorbirane po ležajevima. Komponente u radijalnom (obodnom) smjeru stvaraju okretni moment zbog radijusa rotora (radnog ili okretnog kola). Energija pretvorena u rotoru ovisi o otklonu masenog protoka u obodnom (perifernom) smjeru [5,8]. Okretni moment M , koji se stvara na rotoru turbine, računa se iz sile F , koja djeluje na određenoj udaljenosti r (krak sile) od oslonca:

$$M = M * \frac{d}{2} = F * r. \quad (14)$$

Otklon je mlaza vode u tom slučaju različit od vertikalne apsolutne brzine, te vrijedi:

$$M = \frac{dm}{dt} + \Delta c_y * r = \frac{dm}{dt} + (c_{2y} - c_{1y}) * r, \quad (15)$$

pri čemu je Δc_y promjena vertikalne brzine mlaza vode, [m/s]. Peltonova turbina konstruirana je tako da se os osovine i slobodni mlaz vode nalaze okomito jedan prema drugome. Mehanička snaga može se izračunati iz profila momenta preko brzine vrtnje. Ako rotor miruje, uvijek se javlja jednak otklon mlaza vode. U tom je slučaju maseni protok dm/dt proporcionalan površini poprečnog presjeka A ($dm/dt \sim A$). Stalni tlak znači da izlazna brzina ostaje konstantna, dok se maseni protok mijenja razmjerno s poprečnim presjekom mlaznice. Ostale proporcionalnosti koje se pritom pojavljuju jesu: $F \sim dm/dt$ i $M \sim F$, pa slijedi u konačnici $M \sim dm/dt \sim A$. Kada rotor miruje, rotacijski moment povećava se u odnosu prema masenom protoku (Slika 5a).



Slika 5. a) varijacija momenta s povećanjem masenog protoka za 2, 3 4 i 5 puta, b) varijacija momenta i brzine vrtnje s porastom tlaka za 2,3 4 i 5 puta [5]

Ako rotor miruje, uvijek se javlja jednak otklon mlaza vode. U tom slučaju može se primijeniti proporcionalnost masenog protoka i brzine toka ($dm/dt \sim c$). Dodatnim razmatranjem slijedi proporcionalnost masenog

protoka i statičkog tlaka p ($dm/dt \sim c \sim \sqrt{p}$), odnosno $F \sim dm/dt * c$. Temeljem posljednje konotacije slijedi da će sila F i okretni moment M biti proporcionalni sa statičkim tlaku p ($M \sim F \sim p$). Ako se pretpostavi da je apsolutna brzina u obodnom (perifernom) smjeru c , jednaka brzini u , tada vrijedi proporcionalnost između obodne brzine u , rotacijske brzine n , brzine toka c te drugog korijena tlaka p ($u \sim n \sim c \sim \sqrt{p}$). Na Slici 5b) prikazana je promjena okretnog momenta u odnosu prema pritisku.

4. Eksperimentalna istraživanja na fizikalnom modelu

U nastavku rada prikazani su neki od značajnijih eksperimentalnih istraživanja i dobiveni rezultati nastali kao njihov produkt. Istraživanja na fizikalnom modelu HM 289 provedena su u Praktikum Laboratorija za hidrotehniku na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci. Izmjerene vrijednosti pojedinih fizikalnih veličina podložne su stalnim promjenama (konstantno variraju oko vrijednosti radne točke), pa su se za potrebe ovog rada filtrirali izlazni podatci radi izbora zadovoljavajućih mjerodavnih vrijednosti prije same analize. Izmjerene vrijednosti pri eksperimentalnim istraživanjima dobivene HUNT-ovim programom za prikupljanje podataka obrađuju se dalje u MS Excel programu ili Matlabu (MATLAB R2012a, MathWorks, 2012.).

4.1. Eksperimentalno istraživanje 1: Odnos između brzine i tlaka

Svrha ovog pokusa je provjera sposobnosti sustava Peltonove turbine da prikaže pretvorbu energije vode iz energije statičkog tlaka u kinetičku. Potpuna pretvorba potencijalne energije u kinetičku energiju prije udara mlaza vode u lopatice rotora tipična je za ovu vrstu turbine. Pretvorba energije odvija se preko mlaznice. U ovom eksperimentalnom istraživanju, turbina radi bez kočnog momenta i s maksimalno otvorenom iglom mlaznice, obodna brzina kotača turbine je pokazatelj brzine, a regulacijom pumpe varira izlazni protok. Postupak provedbe eksperimenta je sljedeći:

1. postavljanje vrijednosti na nulu u sistemskom dijagramu
2. odabir opcije „Measurement diagram“ u HUNT-ovu programu
3. omogućavanje nove serije mjerenja; provjera postavki za novu datoteku za prikupljanje mjernih podataka
4. potpuno otvaranje kočnice s pomoću vijka za podešavanje momenta kočenja (8), Slika 2, Slika 3c)
5. otvaranje ventila (4) u potpunosti da bi se omogućila maksimalna količina protoka, Slika 2, Slika 3a)
6. postavljanje rada pumpe na vrijednost 100 % (to osigurava da zrak u dijelovima toka ne utječe na mjerene vrijednosti)

7. treba pričekati da se radna točka uspostavi; nakon toga snimaju se vrijednosti; izvršava se sljedeće mjerenje
8. kapacitet crpke i snaga variraju ovisno o željenom broju mjerenih točaka (karakteristike se ostvaruju s 5 do 6 mjernih točaka)
9. ponavljanje koraka 7. i 8. koliko god je puta potrebno do trenutka kada više nema rotacijske brzine na turbini
10. pohranjivanje izmjerenih vrijednosti u datoteke.

Na temelju provedenog eksperimenta dobivene su izlazne vrijednosti (Tablica 1, Slika 6). Brzine prikazane na Slici 6a) jednake su stvarnim brzinama c_1 slobodnog mlaza vode. Prema izrazu (10) može se izračunati najveća moguća brzina c_{1max} , a obodna se brzina turbine u može izračunati iz rotacijske brzine, prema izrazu (11)). Razlika među krivuljama prikazuje da najveća moguća dopuštena brzina nije dosegnuta zbog tlaka, već zbog gubitaka tlaka u presjeku strujanja. Gubitci tlaka uglavnom su posljedica otklona i iznenadne promjene u poprečnom presjeku, a dovode do smanjenja brzine c_{1max} na c_1 . Mehanički gubitci pokazuju da se brzina c_1 ne može u potpunosti prenijeti na obodnu brzinu okretnog kola u .

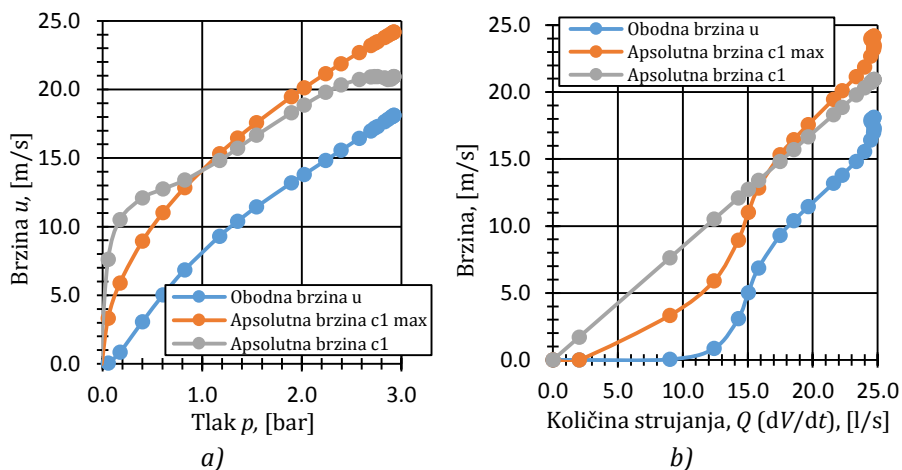
Tablica 1. a) izmjerene vrijednosti fizikalnih veličina, b) izračunate vrijednosti fizikalnih veličina za eksperimentalno istraživanje 1

Fizikalna veličina	Tlak	Rotacijska brzina	Količina protoka	Fizikalna veličina	Obodna brzina	Brzina od tlaka	Brzina od protoka	Odnos
Simbol	p	n	$dV/dt = Q$	Simbol	u	c_{1max}	c_1	$c_1/p^{0.5}$
Jedinica	bar	1/min	L/min	Jedinica	m/s	m/s	m/s	
Izmjerene vrijednosti	0,01	0	0,0	Izračunate vrijednosti	0,00	0,00	0,00	0,000
	0,02	0	2,0		0,00	0,00	1,70	0,000
	0,06	11	9,0		0,04	3,33	7,62	0,102
	0,17	231	12,4		0,85	5,89	10,51	0,080
	0,40	838	14,3		3,07	8,94	12,09	0,060
	0,61	1372	15,0		5,03	11,01	12,74	0,052
	0,82	1870	15,8		6,85	12,83	13,40	0,047
	1,17	2538	17,5		9,30	15,31	14,82	0,043
	1,35	2835	18,5		10,38	16,45	15,70	0,043
	1,54	3122	19,7		11,44	17,57	16,65	0,042
	1,89	3600	21,6		13,19	19,46	18,30	0,042
	2,02	3766	22,3		13,80	20,11	18,86	0,042
	2,24	4048	23,3		14,83	21,16	19,78	0,042
	2,39	4249	24,0		15,57	21,88	20,32	0,042
	2,57	4483	24,5		16,42	22,69	20,73	0,041
	2,69	4633	24,7		16,97	23,19	20,91	0,040
	2,73	4686	24,7		17,17	23,36	20,94	0,040
	2,76	4724	24,7		17,30	23,49	20,94	0,040
	2,83	4817	24,6		17,65	23,79	20,85	0,039
	2,86	4861	24,5		17,81	23,92	20,73	0,039
2,89	4902	24,5	17,96	24,06	20,75	0,039		
2,91	4920	24,6	18,02	24,11	20,84	0,039		
2,91	4930	24,7	18,06	24,14	20,91	0,039		
2,92	4943	24,7	18,11	24,18	20,94	0,039		
2,92	4944	24,7	18,11	24,18	20,93	0,039		

a)

b)

Na Slici 6b) prikazan je odnos brzina i količine strujanja dobivenih u prvom eksperimentu, pri čemu valja napomenuti da je promjena brzine proporcionalna količini strujanja. Primijenjeni tlak mjeren je uzvodno od turbine, na mjerneoj točki tlaka radne jedinice HM 290. Voda se pumpa kroz mlaznicu, gdje se povećava brzina zbog suženja presjeka mlaznice. Kako je potencijalna energija tlaka promijenjena u brzinsku kinetičku energiju, brzina maksimalnog protoka koja se može dobiti ovisi o uzvodnom tlaku turbine. Obodna brzina ne doseže maksimalnu moguću brzinu jer se pojavljuju gubitci koji su definirani kao gubitci tlaka (promjene u unutarnjim dimenzijama zbog protoka koji je usmjeren u drugom pravcu, kao što je koljeno cijevi, mehaničkih gubitaka u turbini te visinske razlike između senzora tlaka i izlaska vode na mlaznici).



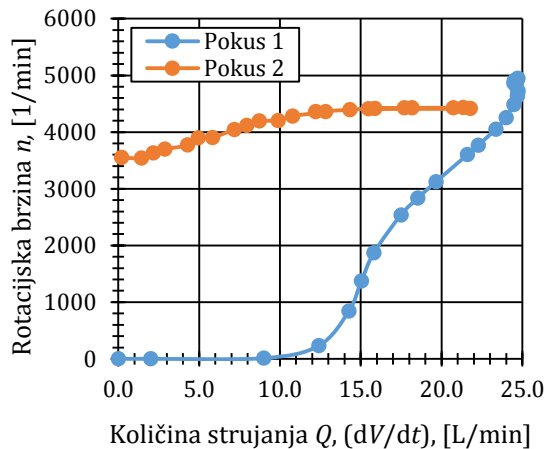
Slika 6. a) usporedba brzina na Peltonovoj turbini u odnosu prema tlaku p ,
b) usporedba brzina na turbini u odnosu prema količini strujanja Q

4.2. Eksperimentalno istraživanje 2 - Varijacija količine strujanja

Izlazna snaga turbine može se mijenjati zbog prigušenja (povećanja ili smanjenja) količine strujanja, odnosno protoka. Protok se mijenja za vrijeme trajanja pokusa s pomoću igle mlaznice koja se može otvarati ili zatvarati. Svrha je eksperimentalnog istraživanja objašnjenje kako površina poprečnog presjeka mlaznice djeluje na protok vode.

Pomicanjem igle mijenja se površina poprečnog presjeka mlaznice, te se analogno tome mijenja i količina mlaza vode na izlazu iz mlaznice. Kao rezultat toga, također se ostvaruje i promjena protoka. Konstantni tlak znači da izlaznu brzinu prije mlaznice u skladu s formulom $c = Q/A$ zadržavamo konstantnom. Količina protoka mlaza mijenja se tada proporcionalno

izlaznoj površini. Obodnu brzinu Peltonova kotača (okretnog kola) možemo uzeti kao izlaznu brzinu slobodnog mlaza. Temeljem te činjenice može se prikazati ovisnost rotacijske brzine i količine strujanja, Slika 7. Kod pokusa 1 povećava se tlak p (od 2,4 do 2,7 bara), a površina poprečnog presjeka mlaznice ostaje konstantna, dok se kod pokusa 2 površina poprečnog presjeka povećava, a tlak p držimo konstantnim (oko 2,5 bara). Iz tog se eksperimentalnog istraživanja može primijetiti da pri visokim brzinama (protoku) ne postoji velik učinak na rotacijsku brzinu (Slika 7).



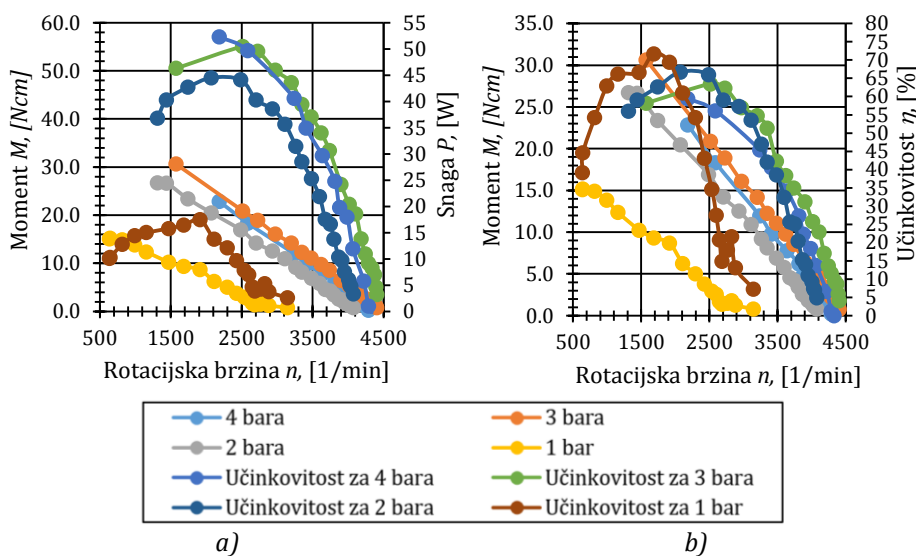
Slika 7. Prikaz rotacijske brzine u odnosu prema količini strujanja. Usporedba s tlakom (pokus 1) i poprečnim presjekom mlaznice (pokus 2)

U usporedbi s pokusom 1 ovdje se ostvaruje puno veća brzina okretnog kola. Kao zaključak provedenog istraživanja može se primijetiti da se gubitci na Peltonovoj turbini brzo povećavaju pri malim protocima. Takvi su gubitci značajni za sustav kod malih izlaznih snaga. Gubitke koji pogoduju takvom ponašanju povezujemo sa slobodnim mlazom vode, koji odstupa od idealnog mlaza kod malih protoka (negativan učinak na tok koji dolazi na lopatice Peltonova kotača), gubiticima tlaka uzrokovanih povećanjem viskoznosti tekućine s manjim otvorom mlaznice te mehaničkim gubiticima na ležaju.

4.3. Eksperimentalno istraživanje 3 - krivulje okretnog momenta

Svrha je ovoga eksperimentalnog istraživanja mjerenje operativnog ponašanja Peltonove turbine pod promjenom opterećenja i objašnjenje koeficijenta učinkovitosti. Sile, moment i učinkovitost u usporedbi s izvedenim osnovama pri konstantnom tlaku objašnjeni su u točki 2.1. ovog rada. Detaljan opis procesa rada za ovo eksperimentalno istraživanje dan je

u radu [6]. Unutar ovoga eksperimentalnog istraživanja provedeno je ukupno 7 serija mjerenja, u kojima je radni tlak varirao u vrijednosti od $p=1$ bar, $p=2$ bara, $p=3$ bara i $p=4$ bara [6]. Također su promatrane izlazne vrijednosti okretnog momenta i rotacijskih brzina za različite protoke od $Q=22$ l/s, $Q=20$ l/s, $Q=15$ l/s i $Q=10$ l/s [6]. Na temelju tih vrijednosti izračunate su prema točki 2.1. ovog rada mjerodavna mehanička snaga P_{mech} , hidraulička snaga P_{hyd} te učinkovitost rada Peltonove turbine η . U literaturi [6] dani su svi tablični prikazi izračuna gore navedenih fizikalnih veličina. Karakteristične krivulje prikazane su na Slici 8.



Slika 8. a) krivulja momenta i snage s potpuno otvorenom mlaznicom, b) krivulja momenta i učinkovitosti s potpuno otvorenom mlaznicom

Varijacije u mlaznici pojavljuju se jedino kod vrijednosti tlaka od 4 bara. Za sve je ostale krivulje mlaznica u potpunosti otvorena. Hidraulička je ulazna snaga P_{hyd} konstantna u svakoj seriji mjerenja, dok su tlak i protok regulirani preko jedinice za napajanje i igle mlaznice. Moment i rotacijska brzina Peltonova kotača nemaju utjecaja na to. Sa Slike 8 vidi se jasno da se maksimalna vrijednost snage nalazi u području od polovice vrijednosti maksimalne brzine. Vrlo slično događa se i kod učinkovitosti rada Peltonove turbine. U smislu učinkovitosti mogu se postići vrijednosti do oko 73%. Smanjenje učinkovitosti rada Peltonove turbine vezano je za gubitke, a oni su predstavljeni kao mehanički gubici, kao što su trenje u zraku i ležajevima, gubici pomaka koje uzrokuje prskanje vode (neregulirani mlaz vode), gubici tlaka u dijelu toka od pumpe do igle mlaznice te ispuhivanje mlaza vode. Otklon mlaza vode može se jasno vidjeti kroz prozirno kućište.

Radi bolje učinkovitosti rada na fizikalnome modelu turbine potrebno je zadovoljiti jasan mlaz vode koji se ne raspršuje.

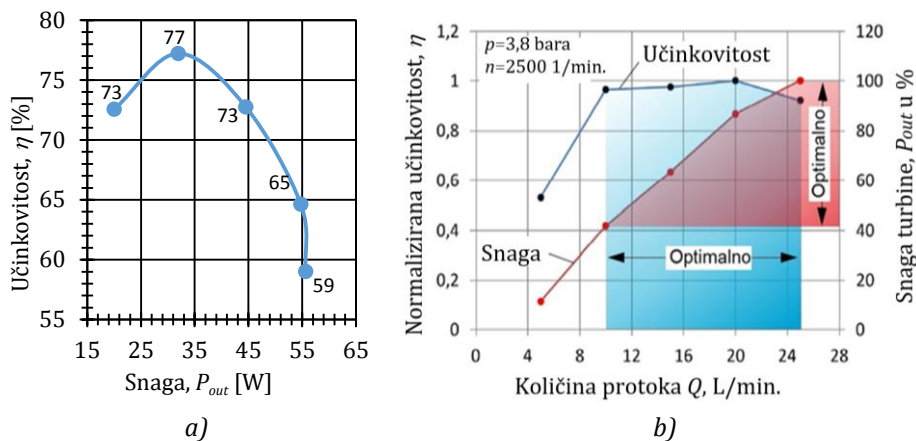
4.4. Eksperimentalno istraživanje 4

Svrha provedenog eksperimentalnog istraživanja je zabilježiti karakteristične podatke iz fizikalnog modela te iz njih dobiti krivulju odnosa mehaničke snage i učinkovitosti pri konstantnom tlaku i konstantnoj rotacijskoj brzini. Dok konstantni tlak daje visina spremnika vode, brzina se mora zadržavati konstantnom zbog mrežne frekvencije jer u konvencionalnim generatorima brzina i mrežna frekvencija moraju biti razmjerne jedna s drugom da bi se stvarna električna energija pojavljivala u mreži. Kao rezultat tih varijabli nastaje optimalna radna točka u sustavu. Opis procesa rada i mjerenja fizikalnih veličina na fizikalnome modelu opisani su u [6]. U nastavku su prikazane ulazne i izlazne vrijednosti pojedinih fizikalnih veličina za provođenje ovoga eksperimentalnog istraživanja, Tablica 2. Treba napomenuti da se tlak u eksperimentu držao na vrijednosti od približno 2,5 bara, dok je rotacijska brzina uspostavljena s približno 2200 min⁻¹.

Tablica 2. Izmjerene vrijednosti u eksperimentalnom istraživanju 4

Fizikalna veličina	Moment	Tlak	Rotacijska brzina	Količina protoka	Mehanička snaga	Hidraulička snaga	Učinkovitost turbine
Simbol	M	p	n	$Q (dV/dt)$	P_{mech}	P_{hyd}	η
Jedinica	Ncm	bar	1/min	L/min	W	W	%
Izmjerene vrijednosti	24,0	2,36	2214	24,0	55,7	94,3	59
	23,8	2,39	2197	21,3	54,7	84,7	65
	19,0	2,50	2234	14,7	44,5	61,2	73
	13,8	2,59	2203	9,6	31,9	41,4	77
	8,7	2,66	2201	6,2	20,0	27,6	73

Poznavanjem tlaka i brzine može se dobiti jasna krivulja učinkovitosti (iskoristivosti) u širokom rasponu snage, Slika 9a). Učinak se smanjuje pri vrlo malim protocima. Ti su rezultati u skladu s eksperimentalnim istraživanjem 1, gdje su zabilježeni gubitci pri maloj snazi. Normalizirana učinkovitost Peltonove turbine korištena ovdje odnosi se na maksimalnu učinkovitost koju sustav postiže. Praktički koristan raspon visoke učinkovitosti opada ako je protok značajno smanjio brzinu [5], Slika 9 b).



Slika 9. a) krivulja učinkovitosti u odnosu prema mjerenoj snazi, b) normalizirana učinkovitost i mehanička snaga turbine u odnosu prema količini protoka (modificirano prema [5])

Plava krivulja na Slici 9b) prikazuje učinkovitost rada turbine u odnosu prema količini protoka Q te se jasno vidi da krivulja raste s porastom količine protoka, odnosno što se više približava maksimalnom protoku, počinje opadati. Crvena krivulja prikazuje izlaznu snagu Peltonove turbine, tj. mehaničku snagu u odnosu prema količini protoka, te se može primijetiti da porastom količine protoka njena mehanička snaga raste. Raspon obojanih polja definira granice zadovoljavajućih, odnosno optimalnih vrijednosti rada Peltonove turbine.

5. Zaključak

U ovom radu opisan je fizikalni model Peltonove turbine, njegova temeljna fizikalna načela rada i funkcija samog uređaja te rad na njemu. Eksperimentalnim ispitivanjima određene su pojedine značajne fizikalne veličine kroz četiri provedena eksperimenta na temelju kojih su izvršene njihove usporedbe u području korištenja vodnih snaga. U prvom eksperimentu analizirana je varijabilnost određenih brzina koje se mijenjaju u ovisnosti o povećanju radnog tlaka i količine strujanja (protoka), dok se u drugom eksperimentu razmatrala varijacija količine strujanja koja raste u ovisnosti o otvorenosti (pomaku) igle mlaznice od krajnjega poprečnog profila mlaznice. Zbog povećanja protoka dolazi do prirasta rotacijske brzine na lopaticama turbine, što u konačnici rezultira povećanjem inducirane električne energije. Na temelju varijabilnosti radnog tlaka i količine strujanja u trećem su eksperimentu analizirane promjene okretnog momenta u ovisnosti o rotacijskoj brzini te je određena

maksimalna učinkovitost rada turbine. U posljednjem je eksperimentu fokus bio na dobivanju maksimalne učinkovitosti turbine promjenom izlazne snage turbine dobivene varijabilnom količinom protoka. Iz provedene se analize vidi da učinkovitost turbine raste do određene vrijednosti snage turbine (efikasna radna točka), nakon koje počinje lagano opadati.

Budući da je fizikalni model GUNT HM 289 sastavljen od dijelova (demontažni fizikalni model), može se skinuti okretno kolo i zamijeniti ga drugim kolom različita oblika i performansi (različito oblikovanje lopatica). Na taj način moglo bi se u cijelosti provesti jednaka eksperimentalna istraživanja na novoj turbini, te novodobivene podatke usporediti s podacima dobivenim u ovom radu. Bila bi to zanimljiva usporedba jer bi se na taj način uvidio razlog zašto se kod Peltonove turbine koristio baš takav specifičan oblik lopatica na okretnom kolu.

Zahvala. *Ovaj je članak rezultat rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001), koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske.*

Literatura

- [1] Agroskin, I.I. *Hidraulika*. Tehnička knjiga Zagreb. Zagreb.
- [2] https://hr.wikipedia.org/wiki/Peltonova_turbina . Preuzeto dana 22. 6. 2016.
- [3] Jović, V. 2006. *Osnove hidromehanike*. Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije. Sveučilište u Splitu. Element. Split.
- [4] Lončar, A. 2012. *Mehanika tekućina. Interna skripta iz kolegija Mehanika fluida*. Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu. Zagreb.
- [5] Schaller, M. 1. 1. 2013. *Experiments with a Pelton turbine*. GUNT Hamburg. Hamburg.
- [6] Završni rad iz kolegija Hidromehanika: Komljenović, S. 2016. *Fizikalni model Peltonove turbine – eksperimentalna istraživanja*. Građevinski fakultet u Rijeci. Rijeka.
- [7] Žic, E.; Ožanić, N.; Karleuša, B. 2010. *Skripta zadataka iz kolegija Hidromehanika*. Građevinski fakultet u Rijeci. Rijeka.
- [8] 2013. *HM 290 turbine demonstrator supply module*. GUNT Hamburg. Hamburg. Germany.

ANALIZA PROMJENE KOEFICIJENTA OTJECANJA TIJEKOM GODINE NA SLIVU SLANI POTOK

ANALYSIS OF THE RUNOFF COEFFICIENT CHANGES DURING THE YEAR ON SLANI POTOK CATCHMENT AREA

Ivana Sušan^j*, Ernesto Rosanda^{**}, Nevenka Ožanić*

Sažetak

Koeficijent otjecanja sa sliva jest odnos efektivne (neto) oborine i oborine koja padne na sliv (bruto oborina) i veoma je značajna varijabla u analizama procesa otjecanja oborine s određenog sliva i vodne bilance. Koeficijent otjecanja računa se uobičajeno na godišnjoj i mjesečnoj razini, a u ovom je radu prikazana njegova promjena tijekom pojedinih kišnih događaja u jednoj godini i analizirani su faktori koji na nju značajno utječu. Na temelju prikupljenih meteoroloških i hidroloških podataka značajnih oborinskih epizoda za 2014. godinu prikazani su rezultati analize godišnje promjene koeficijenta otjecanja sa sliva Slanog potoka.

Ključne riječi: koeficijent otjecanja, oborina, sliv, Slani potok

Abstract

The runoff coefficient represents the ratio of the effective (net) precipitation to the precipitation that falls on the basin (gross rainfall) and it is a very important variable in the analysis of the rainfall and runoff process and the water balance. The runoff coefficient is usually calculated on an annual and monthly basis. The aim of this paper is to show the change during the year and the factors that affect it. The results of the runoff coefficient change analysis during the year on the case study of Slani potok catchment have been presented. The analysis was conducted on the collected meteorological and hydrological data of significant rainfall episodes during 2014.

Key words: runoff coefficient, rainfall, catchment, Slani potok

*Građevinski fakultet; Radmile Matejčić 3; 51000 Rijeka

E-mail: isusani.nozanic@gradri.uniri.hr

**GP Krk; Stjepana Radića 31; 51500 Krk

E-mail: ernesto.rosanda@gp-krk.hr

1. Uvod

U radu je opisana metodologija i rezultati analize promjene koeficijenta otjecanja tijekom jedne godine za istražno područje sliva Slanog potoka koji je jedan od podslivova rijeke Dubračine na području Vinodolske doline. Ovaj je rad rezultat suradnje pri izradi diplomskog rada studenta.

Motivacija za istraživanje i analizu koeficijenta otjecanja proizišla je iz potrebe za boljim definiranjem čimbenika otjecanja na malim slivovima bujičnog karaktera te radi pripreme adekvatne podloge za izradu detaljnih analiza predmetnog sliva.

Koeficijenti otjecanja analizirani su za deset značajnih kišnih događaja tijekom 2014. godine. Cilj istraživanja promjene koeficijenta otjecanja jest proučavanje ponašanja slivne površine tijekom godine u vezi s oborinama različitih intenziteta i promjenom godišnjih doba, odnosno s promjenom čimbenika otjecanja, kao što su primjerice promjena vegetacije tijekom godine ili saturiranost tla vodom.

Kako bi bilo moguće analizirati koeficijente otjecanja za mali sliv Slanog potoka, trebalo je provesti mjerenja meteoroloških i hidroloških varijabli te potom analizirati prikupljene podatke. Ovaj je rad zato podijeljen u nekoliko cjelina, pa su opisani istražno područje i procedure mjerenja varijabli na njemu, predstavljena je metodologija izračuna koeficijenta otjecanja i diskutirani rezultati proizašli iz analize.

2. Opis istražnog područja Slani potok te prethodna istraživanja

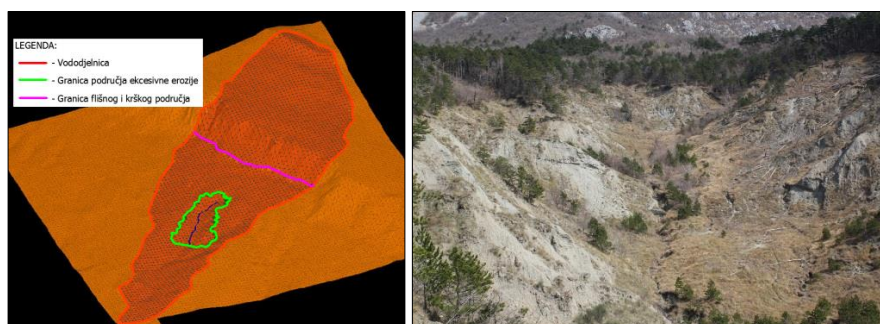
Sliv Slanog potoka dio je sliva rijeke Dubračine, koji se nalazi u središnjem dijelu Vinodolske doline, a izdvojena je geografska cjelina istočnoga kvarnerskog prostora [1]. U geografskom je smislu Vinodol jedinstvena prostorna cjelina između Križišća na sjeverozapadu i Novog Vinodolskog na jugoistoku te primorja uz Vinodolski kanal.

Područje sliva Slanog potoka čini jedan od mnogobrojnih lijevih pritoka rijeke Dubračine. Sliv Slanog potoka smješten je u središnjem dijelu Vinodolske doline te se proteže pravcem sjeverozapad-jugoistok, kao što je prikazano na Slici 1.



Slika 1. Situacijski prikaz sliva Slanog potoka [2]

Sliv bujičnog vodotoka Slanog potoka je primjer kombiniranog djelovanja erozije s pratećim pojavama klizanja. Žarište te pojave nalazi se u slivu Slanog potoka, a prikazano je na digitalnom modelu terena na Slici 2.



Slika 2. Prikaz granica sliva Slanog potoka i granica žarišta erozije na digitalnom modelu terena i fotografija erozivnih procesa [2]

Teren koji je zahvaćen pretjeranom (ekscesivnom) erozijom ima dimenzije od otprilike 600 m po osi i 250 m po širini te površinu od 3 km². Popratne pojave oko žarišta erozije, kao i u njemu samome, su brojna klizišta prouzročena trošenjem matičnih stijena flišnoga kompleksa i pretvaranja stijene u inženjersko tlo [3]. Posljedica tih procesa su bujice, muljni tok i debitne poplave. Zahvaćena površina obuhvaća i okolna naselja Belgrad,

Baretiće, Grižane i Kamenjak, uz koje su ugrožene prometna i ostala komunalna infrastruktura.

Iz analize koju su na području sliva Slani potok provele Hrvatske vode 2004. godine je moguće identificirati različite pokrove, odnosno površine prekrivene crnogoričnom i bjelogoričnom šumom, područja obrasla grmljem, žbunjem i makijom, golet (erozijska površina) i urbano područje.

Sliv Slanog potoka je povijesno prepoznat prostor pod utjecajem štetnih pojava prouzročenih djelovanjem vode, što je dugogodišnji i kompleksan problem čijem rješenju treba pristupiti multidisciplinarno. Upravo zbog toga to područje već cijeli niz godina privlači mnoge istraživače koji svojim raznolikim pristupima pridonose boljem shvaćanju procesa koji se odvijaju na tom području, rezultat čega je niz objavljenih znanstvenih radova. Za ovo su istraživanje značajni radovi Benca i sur. [4], u kojemu se objašnjava proces ekscesivne erozije, Aljinovića i sur. [5], u kojemu je opisana geološka struktura te procesi nastanka erozije na slivu Slanog potoka, Ružića i sur. [3], u čijem su radu analizirana otjecanja sa sliva Slanog potoka i izvora rijeke Dubračine te rad Sušanji i sur. [6], koji izrađuju bazu podataka stanja vodotoka na području Vinodolske doline.

Prethodna istraživanja sliva Slanog potoka ukazuju na nedostatak meteoroloških i hidroloških mjerenja, a cjelokupna složena problematika područja motivira za daljnje istraživanje.

Glavni čimbenik nastanka štetnih pojava na istražnom području jest oborina i njezino otjecanje, pa je u ovom radu istraživanje usmjereno k promatranju oborina. Analizi koeficijentata otjecanja trebaju prethoditi definicije i opisi čimbenika koje uvjetuju otjecanje sa sliva i osnovnih fizičkih osobina sliva, kao što su: (i) površina i oblik sliva, (ii) srednja nadmorska visina sliva, (iii) pad sliva, (iv) pad vodotoka te (v) specifična gustoća drenske mreže. Fizičke osobine sliva detaljno su analizirane u radu [2] i radu [7], pa će se za potrebe ovog rada u nastavku prikazati samo rezultati tih analiza.

Topografski sliv Slanog potoka određen je na topografskoj karti mjerila $M 1: 25000$ te iznosi $A = 2,2 \text{ km}^2$, a pruža se od 50 do 700 m n. m. Donji dio sliva površine $A = 0,9 \text{ km}^2$ prekriven je flišom te čini glavninu površinskog otjecanja. Gornji dio sliva većinom je krška zaravan s koje su otjecanja puno manja. U zoni kontakta fliša i krša nalazi se više preljevnih izvora, koji čine glavninu vodne bilance u sušnom razdoblju [3]. Opseg je sliva prema određenom topografskom slivu $O = 7,481 \text{ km}$, dok je udaljenost od težišta sliva do protjecajnog profila jednaka $U = 1,906 \text{ km}$. Duljina glavnog vodotoka određena je na temelju topografske karte, te iznosi $L = 2,15 \text{ km}$.

Oblik sliva je određen koeficijentom koncentriranosti sliva K i vizualnom analizom sliva. gdje koeficijent koncentriranosti proračunan prema D .

Srebrenoviću iznosi $K = 0,3$, prema R. E. Hortonu iznosi $K = 0,47$, a prema H. Graveliusu iznosi $K = 1,41$. Prema provedenoj proračunskoj i vizualnoj analizi zaključuje se da sliv Slanog potoka ima „izdužen“ oblik [2]. Izduženi oblik sliva isprva upućuje na pojavu izduženih hidrograma s neizraženim maksimumom. Međutim, kako se geološka građa sliva Slanog potoka dijeli na dvije zone (flišni i krški dio) za koje se koeficijenti otjecanja značajno razlikuju, hidrogrami imaju istaknute maksimume, a vodotok pokazuje brz odziv na palu oborinu. Zato je ovaj sliv uputnije klasificirati kao sliv „okrugla“ oblika, uzme li se u obzir oblik flišne površine sliva s mnogo izraženijim otjecanjem [2].

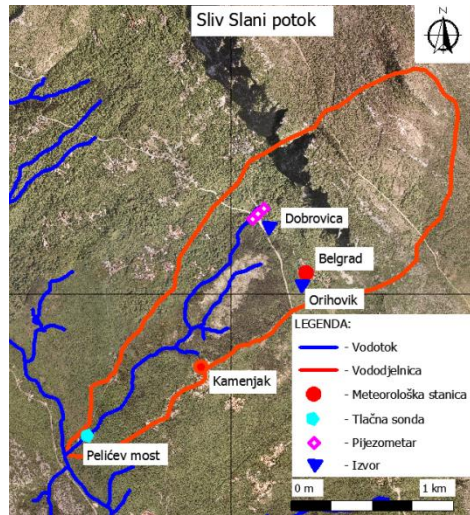
Srednja nadmorska visina određena je na temelju digitalnog modela terena razlučivosti 25×25 metara i primjenom programskog paketa MATLAB R2012b (MathWorks). Srednji je pad sliva 22%, a nagibi se kreću u rasponu od 5% do 100%, što sliv karakterizira kao veoma strm. Nagibi sliva utječu na uvjete otjecanja i procese erozije, koji su na području Slanog potoka veoma izraženi. Razmotri li se samo dio sliva na flišnoj podlozi, srednji nagib sliva iznosi 19% [3]. Pad vodotoka nije analiziran jer na slivu Slanog potoka ne postoji geodetska snimka uzdužnog pada vodotoka.

Specifična gustoća drenske mreže je proračunana iz izraza koji je dao Žugaj [8]. Za sliv Slanog potoka ona iznosi $D = 1,45 \text{ km/km}^2$, pa se sliv može smatrati „srednje“ dreniranim.

3. Hidrološka i meteorološka mjerenja na istražnom području Slanog potoka

U sklopu međunarodnoga hrvatsko-japanskoga znanstvenog projekta „Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj“ (eng. Risk Identification and Land Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia), 2009. godine započinju sveobuhvatna geološka, hidrogeološka i hidrološka istraživanja na području Vinodolske doline, pa tako i na području Slanog potoka.

Na Slici 3. prikazani su postavljeni instrumenti na području sliva Slanog potoka, čime su uspostavljena meteorološka i hidrološka mjerenja za potrebe istraživanja.



Slika 3. Situacijski prikaz postavljenih instrumenata na području sliva Slani potok [2]

3.1. Hidrološka mjerenja

Od 2012. godine započinju kontinuirana mjerenja razina vode tlačnom sondom, a korištena je tlačna sonda miniDiver (DI502 – 20 m) proizvođača Schlumberg Water Services. Zbog bujičnih karakteristika vodotoka, odnosno brzog odziva sliva na pale oborine, određen je dvominutni korak pohrane kako bi bilo moguće zabilježiti naglo podizanje razina vode, a iz mjerenja izraditi što točniji nivogram. Tlačna sonda postavljena je na unaprijed određenom profilu vodotoka, na bujičnoj pregradi, 0,20 metara ispod kote preljevne razine pregrade, pri čemu izmjerena razina vode veća od 0,20 metara predstavlja preljevnu razinu vode.

3.2. Meteorološka mjerenja

Na slivu Slanog potoka su tijekom 2012. godine postavljene dvije automatske meteorološke postaje Vantage Pro 2 proizvođača Davis Instruments Corporation, za kontinuirano prikupljanje sljedećih meteoroloških podataka: (i) količina oborine, (ii) intenzitet oborine, (iii) temperatura zraka, (iv) tlak zraka, (v) vlažnost zraka, (vi) solarna radijacija (insolacija), (vii) smjer vjetrova i (viii) brzina vjetrova.

Razlog postavljanja dviju meteoroloških postaja jest utvrđivanje razlike između meteoroloških podataka na površini sliva, a pokazalo se da oborine imaju ravnomjernu raspodjelu. Kako se ovdje analizira koeficijent otjecanja na malom slivu Slanog potoka, vremenski korak mjerenja za meteorološke varijable određen je $\Delta t = 10$ minuta, a za hidrološke $\Delta t = 2$ minute. Za potrebe

ovog rada analizirat će se oborinski događaji iz 2014. godine jer je količina oborine u toj godini bila značajna.

4. Metodologija analize koeficijenta otjecanja

4.1. Koeficijent otjecanja

Koeficijent otjecanja (c) jest odnos efektivne (neto) oborine i oborine koja padne na sliv (bruto oborine), odnosno postotak otjecanja u odnosu na bruto količinu oborine koja padne na neko slivno područje [8].

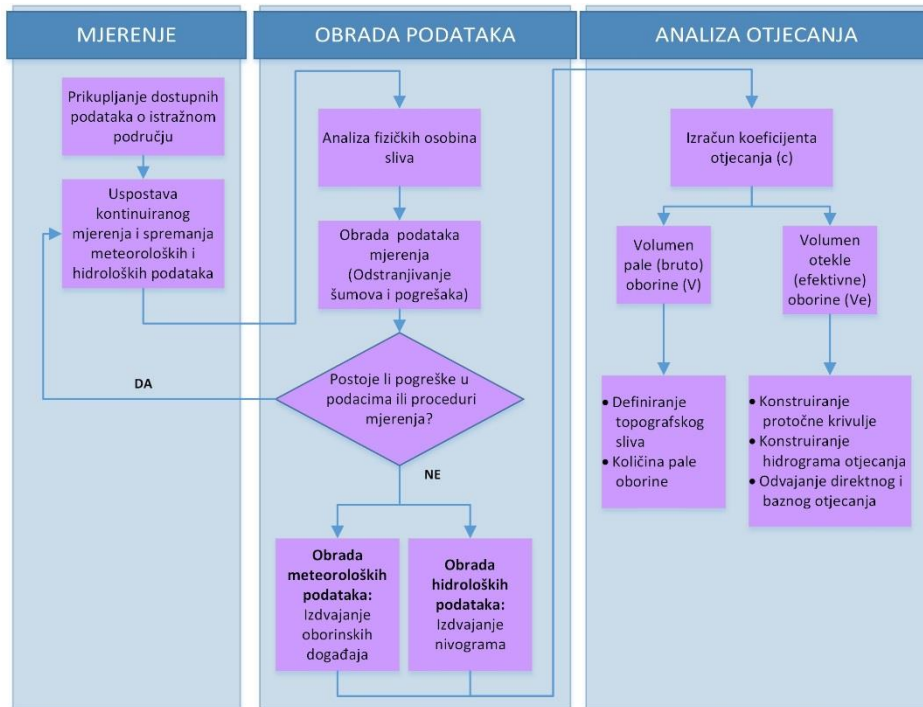
Koeficijent otjecanja kreće se u granicama od $c = 0$ do $c = 1$. Kada je vrijednost koeficijenta jednaka nuli, ne postoji površinsko otjecanje po tlu, tj. sva pala oborina infiltrira se u tlo ili isparava natrag u atmosferu. Tla kod kojih se pojavljuje vrijednost nula u potpunosti su vodopropusna, a takva su tla npr. šljunčana ili pjeskovita. Kada je vrijednost koeficijenta jednaka 1, površinsko je otjecanje maksimalno, tj. sva pala oborina otječe površinski i nema gubitaka zbog infiltracije ili isparavanja [8].

Volumen bruto oborine (V) jest ukupna oborina koja padne na određeni sliv, dok je volumen efektivne oborine (V_e) samo onaj dio bruto oborine koji površinski otječe po površini sliva.

Koeficijent otjecanja je važan za razumijevanje upravljanja učestalošću pojavljivanja poplava u posebnim hidrološkim ili klimatskim uvjetima [9]. Pokazao se i korisnim parametrom u procjeni količine vlage pri bilanciranju, pokazatelj je promjena korištenja zemljišta i primjenjiv u obnovi podzemnih rezervi vode [10]. Većina današnjih studija obuhvaća analizu koeficijenta otjecanja kroz njegovu prostornu i vremensku varijabilnost te faktore koji utječu na njegove promjene, poput klime, geologije, topografskih obilježja, korištenja zemljišta i početnih uvjeta vlažnosti tla [9, 11]. Ukorak s klimatskim promjenama istraživanja su usmjerena i na dugoročne promjene koeficijenata otjecanja tijekom godišnjih doba, kako je to istaknuto u radu [12]. Većina istraživanja usmjerena je na analizu godišnjeg ili mjesečnog koeficijenta otjecanja, dok se analiza koeficijenta otjecanja pojedinih kišnih događaja primjenjuje pri utvrđivanju varijabli koje utječu na otjecanje sa sliva [9] te pri razvoju modela učestalosti poplava [13].

4.2. Metodologija analize i izračuna koeficijenta otjecanja

Metodologija izračuna koeficijenta otjecanja (c) prikazana je dijagramom toka koraka koje je potrebno provesti pri analizi na Slici 4.



Slika 4. Metodologija izračuna koeficijenta otjecanja (c)

Metodologija analize koeficijenta otjecanja obuhvaća tri grupe koraka: (i) mjerenje, (ii) obrada podataka i (iii) analiza otjecanja, kako je prikazano na Slici 4. Svaka grupa koraka bit će detaljnije opisana u nastavku rada.

Prva grupa koraka (mjerenje) obuhvaća prikupljanje dostupnih podataka o određenome istražnom području te, po potrebi, mjerenje meteoroloških i hidroloških podataka kojem treba prethoditi definiranje jasne i točne procedure jer je važno umanjiti mogućnost pogreške mjerenja, a korak mjerenja prilagoditi veličini sliva. Za male je slivove bitno da korak mjerenja ne prelazi $\Delta t = 10$ minuta.

Druga grupa koraka obuhvaća obradu podataka, a važno je provesti i analizu fizičkih osobina sliva. Za prikupljene podatke treba provjeriti osjetljivost cjelokupnog niza na sustavne i slučajne pogreške, te odstraniti moguće šumove u podacima. Nakon toga, iz niza podataka treba izdvojiti reprezentativne oborinske događaje i nivograme vodotoka.

Treća metodološka grupa obuhvaća analizu otjecanja, koja se u prvom redu zasniva na usporedbi volumena bruto oborine (V) i volumena efektivne oborine (V_e).

Za proračun volumena bruto oborine (V) je važno najprije definirati topografski sliv vodotoka, odnosno površinu za koju se prema topografskoj karti izračunava koeficijent otjecanja sliva, a zatim s meteoroloških postaja unutar sliva prikupiti podatke o palim oborinama u traženom vremenskom razdoblju. Iz količine oborina množene s površinom topografski određenog sliva se proračunava volumen bruto oborine (V), kako je prikazano jednadžbom (1), gdje su oznaka V volumen bruto oborine (m^3), oznaka A topografska površina sliva (m^2) a oznaka P količina pale oborine izražene u metrima (m).

$$V = A \cdot P \quad (1)$$

Nakon proračunavanja volumena bruto oborine (V) treba odrediti volumen efektivne oborine (V_e). Nivogram se prikazuje očitavanjem podataka s hidroloških postaja unutar sliva, odnosno podataka o razini vode u traženom vremenskom razdoblju. Na nivogramu se određuju vrijeme porasta i vrijeme opadanja vodnog vala nastalog od pale oborine. Na mjestu bilježenja razine vode treba izmjeriti ili proračunati geometriju protočne površine te ustvrditi uvjete tečenja kako bi se, ovisno o razini vode ili brzini vode, mogao odrediti protok. Ovisnost protoka i razine vode se prikazuje protočnom krivuljom, grafički. Protok se može proračunati s obzirom na uvjete tečenja, primjerice u kanalu, na preljevu, itd.

Budući da se protok ovdje proračunava na bujičnoj pregradi, jednadžba za izračunavanje protoka Q je u ovom radu preuzeta je od Vukovića [15]. Kako se radi o nepotopljenom preljevu, korištena je jednadžba (2), u kojoj su Q oznaka za protok (m^3/s), m_o , za koeficijent protoka na preljevu (ovisan je o konstrukcijskim osobinama pojedinih vrsta preljeva), b_p je oznaka duljina preljeva duž fronte preljeva (m), g je oznaka ubrzanja polja sile teže (m/s^2), a H označava geometrijsku preljevnu visinu (m).

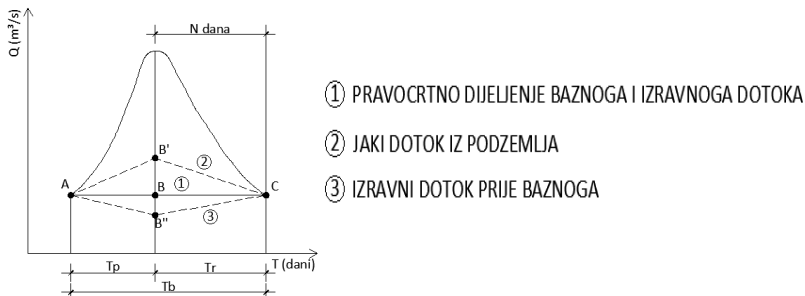
$$Q = m_o b_p \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (2)$$

Duljina preljeva b_p se može zamijeniti srednjom duljinom preljeva b_{sr} , prema prijedlogu izračuna Gjurovića [16], za geometriju preljeva koja je trapezna, a nije pravokutna. Ako se širina dna trapeznoga preljevnog profila označi s b i nagib strana trapeza n , gdje je $n = \cotg \varphi$, tada se b_{sr} proračunava kako je prikazano u izrazu (3).

$$b_{sr} = b + 0,8nH \quad (3)$$

Idući korak je konstruiranje hidrograma iz poznatih podataka o protoku i vremenu protjecanja. Hidrogram grafički prikazuje protok Q (m^3/s) u vremenu t (s). Na hidrogramu je potrebno odijeliti direktno i bazno otjecanje, te dobiti bazu hidrograma T_b . Mogu se pojaviti tri karakteristična slučaja odjeljivanja direktnog od baznog otjecanja, jednostavno prikazana na Slici 5

[17]: (i) točke A, B i C na istom su pravcu, (ii) prihranjivanje je vode iz podzemlja u vodotok jako, pa je točka B' iznad A i C i (iii) površinsko tečenje odvija se prije podzemnoga, pa je točka B'' ispod točaka A i C.



Slika 5. Tri slučaja dijeljenja (separacije) hidrograma prema Srebrenoviću (T_p – vrijeme porasta; T_r – vrijeme opadanja; T_b – baza hidrograma) [17] (Trebali bi pisati pod 1 – baznog i izravnog dotoka)

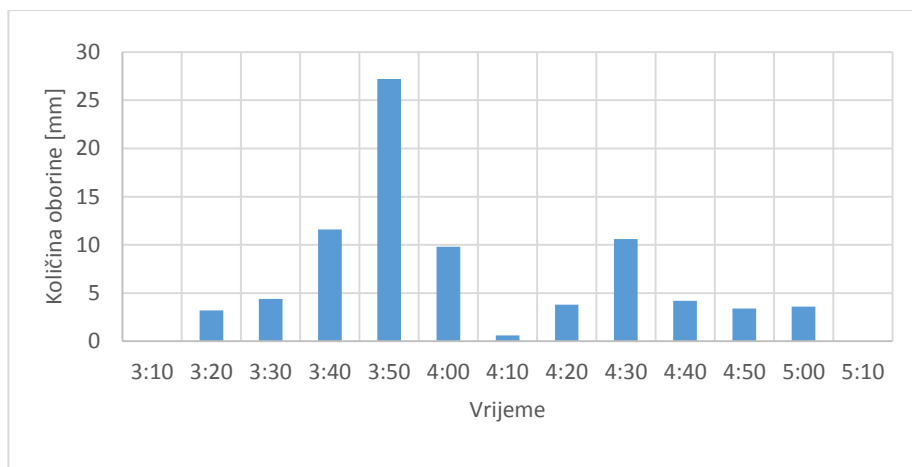
Nakon što se odabere jedan od načina odvajanja direktnog od baznog otjecanja, treba izračunati površinu ispod hidrograma i dobiti volumen efektivne oborine (V_e). Posljednji korak u izračunavanju traženog koeficijenta otjecanja (c) jest dijeljenje volumena efektivne oborine (V_e) s volumenom bruto oborine (V), prema izrazu (4).

$$c = \frac{V_e}{V} \quad (4)$$

5. Rezultati analize koeficijenta otjecanja na Slivu Slanog potoka

5.1. Volumen bruto oborine

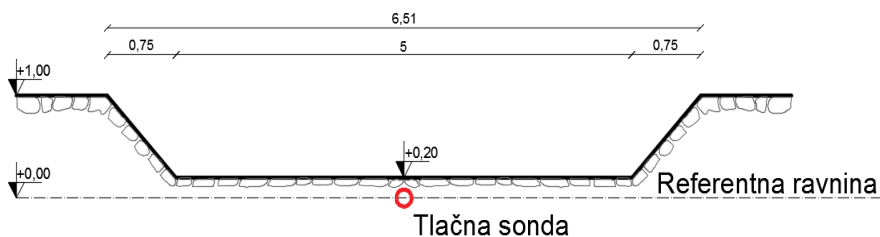
Za potrebe analize provedene u ovom radu je obrađeno deset značajnih kišnih događaja koji su prouzročili pojavu vodnih valova tijekom 2014. godine. U izračunu su korišteni podaci o palim oborinama s meteoroloških postaja Kamenjak i Belgrad. Za svaki od tih kišnih događaja izračunan je volumen bruto oborine (V). Na Slici 6 prikazan je najznačajniji kišni događaj zabilježen na istražnom području Slanog potoka u 2014. godini, kad je zabilježena oborina od 82,4 mm. Volumeni bruto oborine (V) su proračunani iz (1), a rezultati prikazani u Tablici 1.



Slika 6. Hidrogram pale oborine (21.8.2014.) [14]

5.2. Volumen efektivne oborine

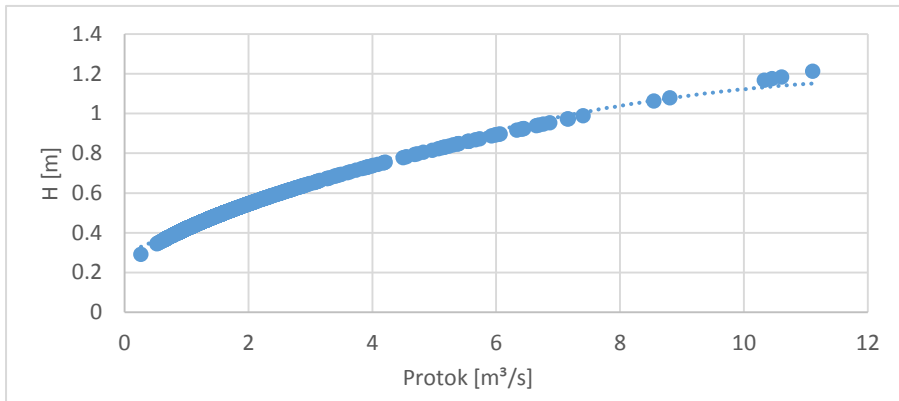
Za izračun volumena efektivne oborine (V_e) koristili su se podaci dobiveni dvominutnim mjerenjem vodostaja tlačnom sondom na pregradi vodotoka Slani potok s pravilnim geometrijskim oblikom. Dimenzije su prikazane na Slici 7 na kojoj je vidljiva kota preljeva, 0,20 metara udaljena od referentne ravnine u kojoj je postavljena tlačna sonda.



Slika 7. Dimenzije preljeva izražene u centimetrima na kojemu su izračunani protoci radi izračunavanja volumena efektivne oborine (V_e)

Kako bi se mogao izračunati volumen efektivne oborine treba najprije definirati pripadajuću protočnu krivulju na mjernom profilu. Protok (Q) izračunan je uz pomoć podataka o preljevnoj razini vode i geometriji preljeva koristeći jednadžbu (2). Srednja duljina preljeva b_{sr} je proračunana iz izraza (4). Kut φ iznosi 43° , a vrijednost n na preljevu je u ovom radu usvojena s 1,06. Na temelju opisanog proračuna je definirana je protočna krivulja i prikazana na Slici 8. Preljevna razina vode je određena u odnosu na referentnu ravninu, a definirano da prelijevanje nastupa za razinu vode višu od 0,20 metara. S obzirom na dubinu kanala, točni protok na preljevu može se definirati do razine vode od

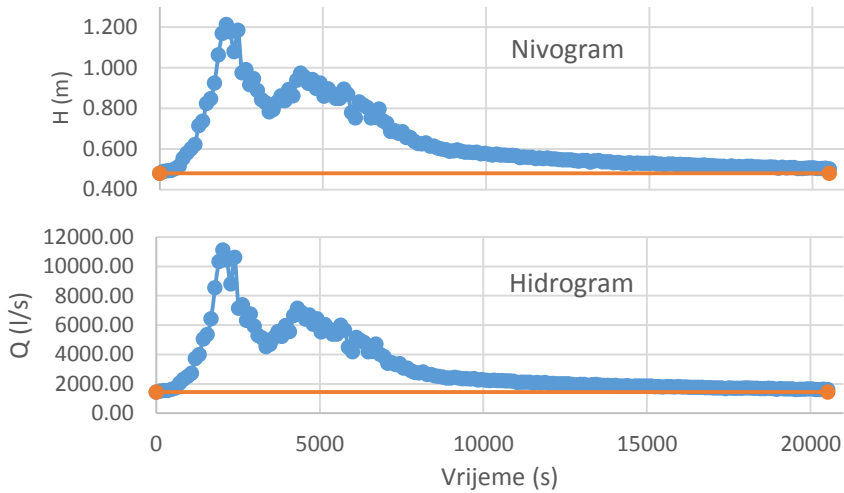
1,0 metar. Kako bi se mogao definirati volumen efektivne oborine (V_e), za preljevne razine vode veće od 1,00 metara je u ovom radu uvedeno pojednostavnjenje. Protoci i preljevne razine vode više od 1,0 metra su proračunani kao i za manje razine, a izlijevanje vode iz vodotoka zanemareno. Budući da se izlijevanje vode u promatranom razdoblju dogodilo samo u jednom slučaju, smatra se da pojednostavnjenje neće imati značajniji utjecaj na točnost rezultata.



Slika 8. Protočna krivulja vodotoka Slani potok [14]

Iz nivograma dobivenih mjerenjem preljevne razine vode u mjernom profilu s pomoću tlačne sonde su konstruirani hidrogrami vodnih valova koji su nastali kao odziv na deset izabranih kišnih događaja, a na svakom hidrogramu je trebalo odvojiti bazno od izravnog otjecanja. Kako se u ovom slučaju radi o kombiniranoj geološkoj građi sliva, vrlo je zahtjevno točno odvojiti bazno od izravnog otjecanja sa sliva, a u ovoj analizi razgraničenje je određeno pravcem. Na Slici 9 prikazani su nivogram (u odnosu na referentnu ravninu) i hidrogram otjecanja za utjecaj najznačajnijega kišnog događaja u analiziranoj 2014. godini.

Na temelju dobivenog hidrograma za svaki pojedini vodni val te izračunom površine između krivulje hidrograma i pravca koji odvaja bazno od izravnog otjecanja dobiven je volumen efektivne oborine V_e . Površina je izračunana primjenom numeričke integracije. Volumeni efektivne oborine za svaki pojedini kišni događaj su prikazani u Tablici 1.



Slika 9. Nivogram i hidrogram (21.8.2014. 3:30h – 21.8.2014. 13:34h) [14]

5.3. Izračun koeficijenta otjecanja

Nakon što su izračunani volumeni bruto oborina (V) i volumeni efektivne oborine (V_e), iz izraza (4) je proračunan je koeficijent otjecanja (c) za svaki od deset obrađenih kišnih događaja tijekom 2014. godine. Izračunani koeficijenti otjecanja prikazani su u Tablici 1. U nastavku je analiziran i sezonski koeficijent otjecanja te također ukupni koeficijent otjecanja za sve mjerene kišne događaje.

Tablica 1. Koeficijenti otjecanja tijekom 2014. godine na Slanom potoku [14]

Redni broj	Kišni događaj	Količina oborine (mm)	Volumen bruto oborine (m ³)	Volumen neto oborine (m ³)	Koeficijent otjecanja	Godišnje doba	Koeficijent otjecanja
1	09.04.14.	37	90314,34	26498,50	0,29	Proljeće	c=0,24
2	20.04.14.	6,4	15621,94	2684,45	0,17		
3	28.05.14.	15,2	37102,11	4919,02	0,13		
4	25.06.14.	27,8	67857,80	6075,03	0,09	Ljeto	c=0,13
5	14.08.14.	44,6	108865,39	11955,53	0,11		
6	21.08.14.	82,4	201132,47	35783,08	0,18		
7	01.09.14.	34,8	84944,29	7677,53	0,09		
8	20.09.14.	34,4	83967,92	18762,93	0,22	Jesen	c=0,27
9	22.09.14.	31,4	76645,14	23702,47	0,31		
10	29.11.14.	19,2	46865,82	14326,83	0,31		
Ukupni koeficijent:					c=0,19		

5.4. Diskusija rezultata

Izračunani koeficijenti otjecanja (c) za deset kišnih događaja tijekom proljeća, ljeta i jeseni 2014. godine prikazani su u Tablici 1. Analiza otjecanja sa sliva Slani potok pokazala je da su se najveći koeficijenti otjecanja pojavljivali u rano proljeće i jesen, dok su se u kasno proljeće i u ljetnim mjesecima pojavljivali izrazito niski koeficijenti otjecanja. Najveći su koeficijenti otjecanja zabilježeni 22. rujna i 29. studenog 2014. godine i iznose $c = 0,31$, a najmanji su zabilježeni 25. lipnja i 1. rujna iste godine i iznose $c = 0,09$. Ukupni godišnji koeficijent otjecanja zabilježenih oborina iznosi $c = 0,19$. S obzirom na sezonske koeficijente otjecanja, zabilježene u proljeće ($c = 0,24$) i tijekom jeseni ($c = 0,27$) koji svojim iznosom premašuju ljetni ($c = 0,13$), može se zaključiti da na bilancu vode na području sliva Slani potok najveći utjecaj ima isparavanje, a stanje vlažnosti tla ima manji značaj jer se sliv nalazi na flišnom području, kojega karakterizira nepropusnost. Iako geološke i fizičke osobine sliva Slani potok upućuju na visok koeficijent otjecanja, analiza provedenih mjerenja pokazuje da mu je vrijednost niža od očekivane, što je posljedica isparavanja velikog dijela oborina i transpiracije. Fizičke osobine sliva i kompleksna geološka građa sliva, zajedno s relativno niskim koeficijentima otjecanja su uzroci pojave značajnih vodnih valova, a time i nastanka štetnih pojava, poput bujica, muljnih tokova i debritnih poplava. Ove štetne pojave dovode do stalnog degradiranja površine sliva te pratećih posljedica potencijalno većih razmjera od očekivanih.

6. Zaključak

U ovom je radu izračunana i analizirana promjena koeficijenta otjecanja (c) tijekom godine za značajne oborinske događaje sliva Slanog potoka. Prethodno su analizirani su meteorološki podaci s dvije automatske meteorološke stanice te podaci o razini vode u vodotoku tijekom godine i odabrano deset značajnih kišnih događaja koji su obrađeni u radu. Analiza podataka o vodostajima je potvrdila postojanje tih deset kišnih događaja u obliku stvaranja vodenih valova neposredno nakon početka kišnih događaja.

Analiza prikupljenih mjerenja je za svaki kišni događaj omogućila proračun volumena pale, odnosno bruto oborine (V), kao i volumena otekle, odnosno efektivne oborine (V_e) iz čije se omjera proračunava vrijednost koeficijenta otjecanja (c). S obzirom na međusobne odnose koeficijenata otjecanja u različita godišnja doba, provedene analize su dale očekivane rezultate. Rezultati proračuna ukazuju da se vrijednost koeficijenta otjecanja smanjuje s dolaskom toplijih dana i bujanjem vegetacije te s pojačavanjem isparavanja, a povećavaju u razdobljima hladnijih dana i mirovanja vegetacije. Vrijednosti koeficijenta otjecanja u tijeku godine su između $c = 0,09$ i $c = 0,31$. Najniže

vrijednosti koeficijenata su karakteristične za ljetne mjesece, a najviše su zabilježene u jesen i u rano proljeće.

Vrlo je važno istaknuti da su kontinuirana mjerenja meteoroloških ($\Delta t = 10$ min) i hidroloških parametara ($\Delta t = 2$ min) u malim vremenskim koracima omogućila detaljno analiziranje vodotoka i sliva Slani potok, kao malog sliva. Time je omogućena spoznaja mehanizama procesa o području koje je u velikoj mjeri zahvaćeno štetnim događajima te pronalaženje rješenja za uklanjanje ili barem ublažavanje utjecaja tih događaja na lokalno stanovništvo. Budući da na analiziranom vodotoku nastaju štetne pojave poput bujica, muljnih tokova i debritnih poplava, a karakterizira ga i kratko vrijeme koncentracije, rezultati uobičajenih mjerenja s većim vremenskim koracima ne bi niti mogli biti relevantni rezultate. Zato je vrlo važno nastaviti mjerenja meteoroloških i hidroloških podataka jer omogućavaju da se analiza koeficijenta otjecanja provede na većem i raznovrsnijem nizu podataka.

Iako su vrijednosti koeficijenata otjecanja dobivenih provedenom analizom relativno niske, štetne pojave koje nastaju na slivu Slanog potoka ukazuju na složenost problema. Stoga umanjenu ili sprečavanju štetnih pojava treba pristupiti s velikim oprezom i svakako multidisciplinarno, a za daljnje istraživanje bi bilo poželjno uspostaviti sustav s mjerenjima i vlažnosti tla i isparavanja.

Kontinuirana mjerenja poput ovih na slivu Slanog potoka mogu se primijeniti i na ostale male slivove i vodotoke bujičnog karaktera, što će svakako pridonijeti boljem poznavanju mehanizama otjecanja s malih slivova.

Zahvala. Prikazani rezultati proizašli su iz sljedećih znanstvenih projekata: *Bilateralnoga hrvatsko- japanskoga znanstvenog projekta „Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj“ (eng. Risk Identification and Land Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia), trajanje projekta 2009. – 2014.; Sveučilišne potpore za materijalno zahtjevna istraživanja za projekt „Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području“, trajanje projekta: od 2014. do danas, Sveučilište u Rijeci; Projekt „Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci“ (RC.2.2.06-0001,) koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.*

Literatura

- [1] Rubinić, A., Hidrologija sliva Dubračine. Ur. Jelenić, G. *Zbornik radova*, 13, 33-68. Građevinski fakultet u Rijeci. Rijeka, 2010.

- [2] Sušan, I., Razvoj hidrološkog modela otjecanja s malih slivova temeljen na umjetnoj neuronskoj mreži. Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci. Rijeka. Doktorski rad, 2016.
- [3] Ružić, I.; Sušan, I.; Ožanić, N.; Žic, E., Otjecanja sa sliva Slanog potoka i izvora rijeke Dubračine na području Vinodolske doline. Biondić, D.; Holjević, D.; Tropan, Lj. (urednici). Znanstveni skup: Hrvatske vode pred izazovom klimatskih promjena. 226-237. Hrvatske vode. Zagreb. Hrvatska, 2011.
- [4] Benac, Č.; Jurak, V.; Oštrić, M.; Holjević, D.; Petrović, G., Pojava prekomjerne erozije u području Slanog potoka (Vinodolska dolina). Velić, I.; Vlahović, I.; Biondić R. (urednici): Knjiga sažetaka 3. Hrvatski geološki kongres, 173-174. Opatija. Hrvatska, 2005.
- [5] Aljinović, D.; Jurak, V.; Mileusnić, M.; Slovenec, D.; Presečki, F., The origin and composition of flysch deposits as an attribute to the excessive erosion of the Slani Potok valley ("Salty Creek"). *Geologia Croatica*, 63(3), 0-0. Croatia, 2010.
- [6] Sušan, I.; Dragičević, N.; Karleuša, B.; Ožanić, N., Gis based monitoring database for Dubračina river catchment area as a tool for mitigation and prevention of flash flood and erosion. Thirteenth International Symposium on Water Management and Hydraulic Engineering. Bratislava. Slovakia, 2013.
- [7] Sušan, I.; Ožanić, N.; Marović, I., Methodology for developing hydrological models based on an artificial neural network to establish an early warning system in small catchments. *Advances in Meteorology*, 2016.
- [8] Žugaj, R., *Hidrologija*. Rudarsko-geološko-naftni fakultet. Sveučilište u Zagrebu, 2000.
- [9] Merz, R.; Blöschl, G.; Parajka, J., Spatio-temporal variability of event runoff coefficients. *Journal of Hydrology*, 331(3), 591-604., 2006.
- [10] Savenije, H.H., The runoff coefficient as the key to moisture cycling. *Journal of Hydrology*, 176(1-4), 219-225., 1996.
- [11] Norbiato, D.; Borga, M.; Merz, R.; Blöschl, G.; Carton, A., Controls on event runoff coefficients in the eastern Italian Alps. *Journal of Hydrology*. 375(3), 312-325., 2009.
- [12] Wu, J.; Miao, C.; Wang, Y.; Duan, Q.; Zhang, X., Contribution analysis of the long-term changes in seasonal runoff on the Loess Plateau, China, using eight Budyko-based methods. *Journal of Hydrology*, 545, 263-275., 2017.
- [13] Sivapalan, M.; Blöschl, G.; Merz, R.; Gutknecht, D., Linking flood frequency to long-term water balance: Incorporating effects of seasonality. *Water Resources Research*, 41 (6), 2005.
- [14] Rosanda, E., Analiza promjene koeficijenta otjecanja u toku godine za sliv Slanog potoka. Građevinski fakultet. Sveučilište u Rijeci. Rijeka. Diplomski rad, 2015.
- [15] Vuković, Ž., *Osnove hidrotehnike*. Prvi dio. Prva knjiga. Akvamarine. Zagreb, 1994.
- [16] Gjurović, M., *Regulacija rijeka*. Tehnička knjiga. Zagreb, 1967.
- [17] Srebrenović, D., *Primijenjena hidrologija*. Tehnička knjiga. Zagreb, 1986.

USPOREDBA ANALITIČKOG I NUMERIČKOG PRORAČUNA VITKIH PLOČA ZA MEĐUDJELOVANJA SILA U RAVNINI I OKOMITO NA RAVNINU MODELA

COMPARISON OF THE ANALYTICAL AND THE NUMERICAL COMPUTATIONS OF THE SLENDER PLATES SUBJECTED TO THE INTERACTION OF IN- PLANE AND OUT-OF-PLANE FORCES

Lidija Gros*, Dragan Ribarić**

Sažetak

U ovom radu prikazan je proračunski model geometrijske nelinearnosti ravnih tankih plošnih konstrukcija izvan svoje ravnine, a za istovremena djelovanja u ravnini i okomito na nju. Najprije je opisana teorijska osnova proračunskog modela (teorija 2. reda) izvedena iz ravnotežnih, konstitutivnih i kinematičkih jednadžbi, a potom je prikazan numerički postupak za opće rješenje problema. Numerički postupak koristi metodu konačnih elemenata i slobodni software FEAP (Finite Element Analysis Program, Univesity of California at Berkeley), u koji je nadograđen vlastiti kod i koji numeričkom iteracijom omogućava rješavanje različitih ravninskih primjera stabilnosti ploča prikazanih o ovom radu.

Ključne riječi: *stabilnost ravnih ploča, teorija 2. reda, metoda konačnih elemenata, vezana interpolacija, program FEAP, numerička iteracija*

Abstract

In this work the numerical model for the out-of-plane geometrical nonlinearity of thin plane structures, subjected to the in-plane and the out-of-plane actions, is presented. First the large deformation theory was developed from the equilibrium, constitutive

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci
E-mail: gros.lidija00@gmail.com

** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci
E-mail: dragan.ribaric@uniri.hr

and kinematic problem conditions and then the numerical procedure for the general solution of the model was described. The procedure uses the finite element method implemented in the free software FEAP (Finite Element Analysis Program, University of California at Berkeley), in which our own code was incorporated using an iterative numerical procedure for solving problems of stability for generally-loaded flat thin plates. Some numerical examples are presented in this work.

Key words: stability of flat plates, large deformation theory, finite element method, linked interpolation, FEAP program, numerical iteration

1. Uvod

Ovaj je rad skraćeni prikaz diplomskog rada [1] autorice*, čiji je cilj istražiti mogućnosti numeričke analize metodom konačnih elemenata za probleme geometrijske nelinearnosti plošnih nosača opterećenih u ravnini i okomito na nju [2] i [3]. Pritom se željelo iskoristiti dobra svojstva već razvijenih konačnih elemenata za ravne ploče [4] i [5], te mogućnosti koje pruža otvoreni akademski programski paket FEAP (Finite Element Analysis Program, University of California at Berkeley).

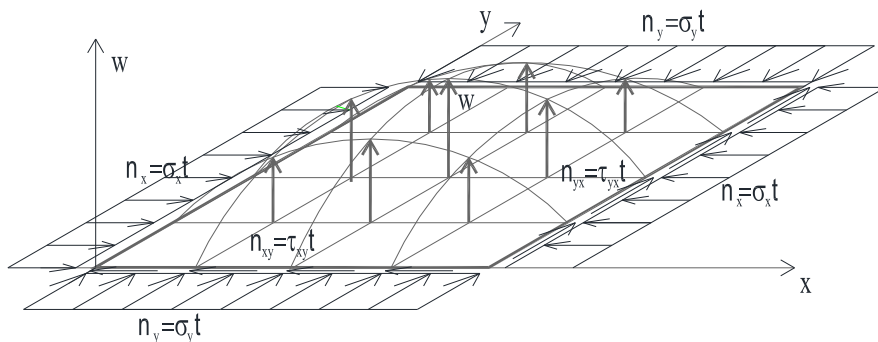
2. Analitičko rješenje tankih ploča s membranskim silama

Za tanku ploču debljine t i materijalnih veličina E i ν (modula elastičnosti i Poissonova koeficijenta), opterećenu podijeljenim transverzalnim opterećenjem $q(x,y)$, diferencijalna jednadžba glasi [2]:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -q(x, y), \quad (1)$$

pri čemu je $w=w(x,y)$ transverzalni pomak točke srednje ravnine ploče s koordinatama (x,y) , a D je savijajuća krutost ploče:

$$D = \frac{Et^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}. \quad (2)$$



Slika 1. Model ploče, transverzalni pomaci i membranska naprezanja

Ako je ploča istovremeno opterećena membranskim napreznjima, σ_x , σ_y i $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ (sl. 1), diferencijalna jednačnja ima prošireni oblik [2], [3]:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot t = -q(x, y), \quad (3)$$

Simboli $n_x = \sigma_x \cdot t$, $n_{xy} = \tau_{xy} \cdot t$ i $n_y = \sigma_y \cdot t$ na Slici 1 označavaju membranske sile po jedinici duljine i širine ploče (N/m).

Diferencijalna jednačnja tog oblika nije više linearna jer krutost ploče postaje ovisna o membranskim silama i derivacijama pomaka, koje su i nepoznanice u toj jednačnji. Stoga se uz donju transformaciju, membranski dio može interpretirati kao dodatno podijeljeno opterećenje:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -q - \Delta \bar{q}, \quad (4)$$

s ekvivalentnim dodatnim opterećenjem:

$$\Delta \bar{q} = \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot t. \quad (5)$$

Diferencijalna jednačnja ovog oblika se za neki rubni problem može riješiti iterativno. Pomaci za stvarno poprečno opterećenje se odrede iz (1), a za izračunane pomake i poznate rubne uravnotežene membranske sile n_x , n_y i $n_{xy} = n_{yx}$ se izračuna ekvivalentno dodatno opterećenje $\Delta \bar{q}$ iz (5) i

pribroji stvarnom opterećenju u (4). S korigiranim silama izračunaju se ispravljani pomaci i tako u krug. Postupak će konvergirati k točnom rješenju diferencijalne jednadžbe (3) uz dovoljan broj koraka koji će ovisiti o razini vrijednosti membranskih sila u odnosu na kritične sile.

3. Konačni elementi ploča i vezana interpolacija

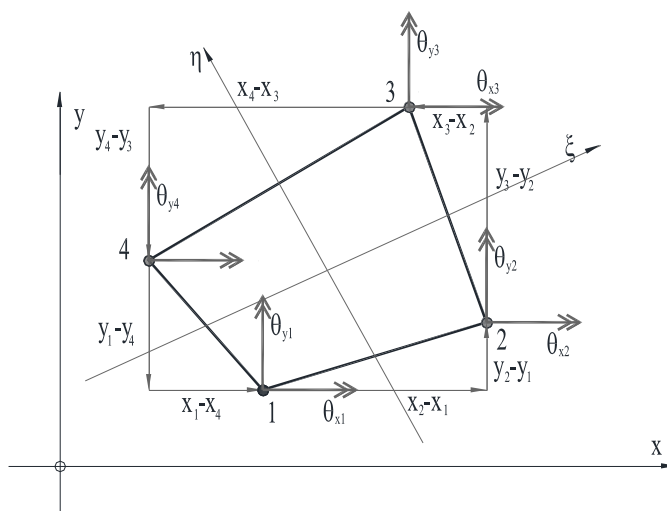
Kao konačni elementi koji su u stanju modelirati ploče i po Mindlinovoj teoriji umjereno debelih ploča i po Kirchhoff-Loveovoj teoriji tankih ploča, kao krajnjem stanju te prve teorije, razvijeni su elementi s vezanom interpolacijom polja pomaka i polja rotacija. U [4] i [5] predložen je oblik vezane interpolacije za polje transversalnog pomaka w zajedno s običnom Lagrangeovom interpolacijom polja rotacija presjeka θ_x i θ_y oko globalnih koordinatnih osi na konačnom elementu najnižeg reda, elementu s četiri čvora i dvanaest stupnjeva slobode (po tri za svaki čvor), koji nosi oznaku Q4-U2 (Slika 2):

$$\theta_x = \frac{1-\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} \theta_{x,1} + \frac{1+\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} \theta_{x,2} + \frac{1+\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} \theta_{x,3} + \frac{1-\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} \theta_{x,4} \quad (6)$$

$$\theta_y = \frac{1-\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} \theta_{y,1} + \frac{1+\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} \theta_{y,2} + \frac{1+\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} \theta_{y,3} + \frac{1-\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} \theta_{y,4} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} w = & \frac{1-\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} w_1 + \frac{1+\xi}{2} \frac{1-\eta}{2} w_2 + \frac{1+\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} w_3 + \frac{1-\xi}{2} \frac{1+\eta}{2} w_4 + \\ & + \frac{1-\xi^2}{4} \frac{1-\eta}{2} \frac{1}{2} [(\theta_{y2} - \theta_{y1})(x_2 - x_1) - (\theta_{x2} - \theta_{x1})(y_2 - y_1)] + \\ & + \frac{1-\xi^2}{4} \frac{1+\eta}{2} \frac{1}{2} [(\theta_{y3} - \theta_{y4})(x_3 - x_4) - (\theta_{x3} - \theta_{x4})(y_3 - y_4)] + \\ & + \frac{1+\xi}{2} \frac{1-\eta^2}{4} \frac{1}{2} [(\theta_{y3} - \theta_{y2})(x_3 - x_2) - (\theta_{x3} - \theta_{x2})(y_3 - y_2)] + \\ & + \frac{1-\xi}{2} \frac{1-\eta^2}{4} \frac{1}{2} [(\theta_{y4} - \theta_{y1})(x_4 - x_1) - (\theta_{x4} - \theta_{x1})(y_4 - y_1)] + \\ & + \frac{1-\xi^2}{4} \frac{1-\eta^2}{4} w_{B0} \end{aligned} \quad (8)$$

U tome osnovnom obliku za vezanu interpolaciju četveročvornog elementa upotrijebljen je potpuni razvijeni polinom drugog reda za interpolaciju pomaka unutar domene četverostraničnog elementa (9 članova Pascalova trokuta). Svi čvorni parametri $w_1, \dots, w_4, \theta_{x1}, \dots, \theta_{x4}, \theta_{y1}, \dots, \theta_{y4}$, zajedno s još jednim internim parametrom označenim s w_{B0} uključeni su u izraze (6)-(8). Varijable ξ i η definirane su na prirodnoj domeni elementa u rasponima od -1 do $+1$ (Slika 2).



Slika 2. Četveročvorni konačni element Q4-U2, rotacijski stupnjevi slobode, globalni i prirodni koordinatni sustavi

Tako formirani element Q4-U2 sposoban je proći standardni „patch test“ za konstantno stanje savijanja potpuno točno u svim čvorovima i točkama integracije. Takva se interpolacija može opisati kao potpuna kvadratna forma. Komfornost je sa susjednim elementima pritom zadovoljena uzduž svake stranice elementa jer su interpolacije uzduž stranice opisane samo pripadajućim čvornim stupnjevima slobode te stranice i gdje je deformacija smicanja konstantna i također izražena parametrima te stranice (kontinuitet deformacije smicanja).

Konačni element na osnovi vezane interpolacije pomaka i rotacija Q4-U2 ugrađen je u otvoreni programski paket FEAP (Finite Element Analysis Program, University of California at Berkeley) kao korisnička rutina te su s pomoću njega numerički modelirani neki tipični primjeri iz literature.

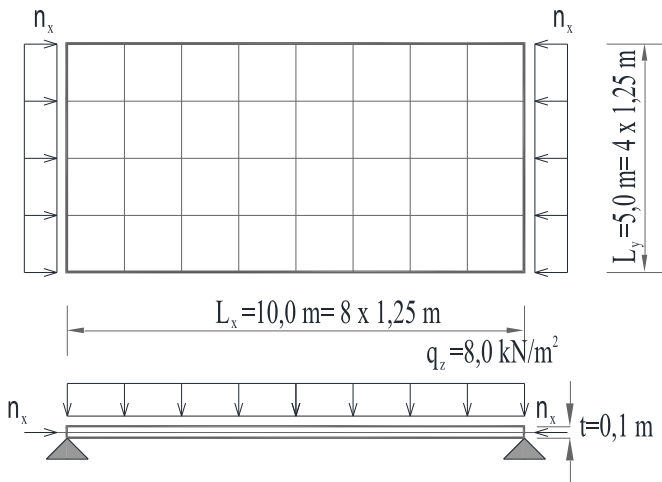
4. Numerički modeli ploča

Ovdje će se prikazati tri primjera modela ploča proračunanih uz pomoć programa FEAP te će ih se usporediti s analitičkim rješenjima. Svi su primjeri modeli vrlo tankih ploča analizirani za efekte teorije drugog reda. Poprečno opterećenje prouzrokuje početnu linearnu deformaciju modela ploče potrebnu da tlačne membranske sile ostvare efekte geometrijske nelinearnosti. Promatrat će se broj interacija postupka potrebnih za doseganje numeričkog rješenja jednadžbe kao i ostvarena točnost u usporedbi s poznatim analitičkim rješenjima. Također, membranske će se

sile kod svakog primjera povećavati i promatrat će se numerička stabilnost postupka s približenjem kritičnom opterećenju.

4.1. Slobodno oslonjena ploča kao tlačno opterećeni linijski nosač

Zadan je model pravokutne ploče pridržane po y -rubu i slobodan po x -rubu (Slika 3) s danom geometrijom i opterećenjem. Ploča je opterećena jednolikim opterećenjem intenziteta $q_z = 8,0 \text{ kN/m}^2$ okomito na svoju ravninu preko cijele površine, kao inicijalnim djelovanjem i kontinuiranim tlačnim membranskim opterećenjem n_x po y -rubovima. Poissonov koeficijent iznosi $\nu = 0,0$ (kako bi model 2D bio ekvivalentan linijskom, štapnom modelu), modul elastičnosti iznosi $E = 10,0 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$. Promatraju se kontrolne deformacijske vrijednosti kao i kontrolni moment savijanja s porastom tlačnoga membranskog opterećenja n_x i njegovim približavanjem kritičnoj sili.



Slika 3. Model ploče kao linijski nosač širine L_y

Pod takvim uvjetima poprečni pomaci u smjeru y imaju jednake vrijednosti u svim čvornim točkama pri istom x , tj. model oponaša gredni sustav i mogu se primijeniti analitička rješenja ravnog štapa. Za slobodno oslonjenu gredu opterećenu kontinuiranim opterećenjem vrijede početne vrijednosti pomaka na sredini raspona, kuta zaokreta presjeka uz oslonac i najvećeg momenta savijanja, također, na sredini raspona:

$$v_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{8,0 \cdot 10,0^4}{10 \cdot 10^7 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,1^3}{12}} = 0,125 \text{ m} , \quad (9)$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{24} \cdot \frac{qL^3}{EI} = \frac{1}{24} \cdot \frac{8,0 \cdot 10,0^3}{10 \cdot 10^7 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,1^3}{12}} = 0,040 \text{ rad} , \quad (10)$$

$$M_{L/2} = \frac{qL^2}{8} = \frac{8,0 \cdot 10,0^2}{8} = 100,0 \text{ kNm} / \text{m}' . \quad (11)$$

Također, postoji zatvoreno analitičko rješenje po teoriji drugog reda za poznatu tlačnu silu n_x [3]. U Tablici 1 dane su točne analitičke vrijednosti kontrolnih parametara u ovisnosti o veličini tlačne sile u štapu, sve do prve kritične sile n_{cr} :

$$n_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{3,14^2}{10,0^2} \cdot 10 \cdot 10^7 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,1^3}{12} = 822,467 \text{ kN} / \text{m}' , \quad (12)$$

Tablica 1. Točne analitičke veličine pomaka i momenta savijanja na sredini raspona te rotacije presjeka na osloncima za tlačnu silu iz modela sa Slike 3

$n_x \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}'} \right)$	$\omega = L \sqrt{\frac{S}{EI}} \text{ (rad)}$	$w_{L/2} \text{ (m)}$	$\varphi_0 \text{ (rad)}$	$M_{L/2} \left(\frac{\text{kNm}}{\text{m}'} \right)$
0	0	0,125	0,040	100,0
100	1,095445	0,142362	0,045643	114,236
200	1,549193	0,165304	0,052680	133,061
300	1,897366	0,197030	0,062657	159,109
400	2,190890	0,243780	0,077354	197,512
500	2,449489	0,319529	0,101162	259,765
600	2,683281	0,463384	0,146366	378,031
700	2,898275	0,842181	0,265379	689,527
800	3,0098386	4,59307	1,144377	3774,46
822,467	3,141592	∞	∞	∞

U programu s konačnim pločastim elementima model je raščlanjen na 8×4 pravilna kvadratna elementa i opterećen čvornim silama. U svakom su sljedećem proračunu membranske sile povećavane i registriran je potreban broj iteracija za izračun središnjega transverzalnog pomaka tako da se dvije uzastopne iteracije vrijednosti pomaka razlikuju samo u četvrtom decimalnom mjestu. U Tablici 2 dani su navedeni kontrolni parametri, te se mogu usporediti s analitičkim iz Tablice 1 – pomak i moment savijanja na sredini raspona te kut rotacije uz oslonac.

U Tablici 2 postupak je zaustavljen pri $n_x = 800 \text{ kN} / \text{m}'$ za dani model ploče jer je broj iteracija premašio 50, a kontrolirana preciznost na

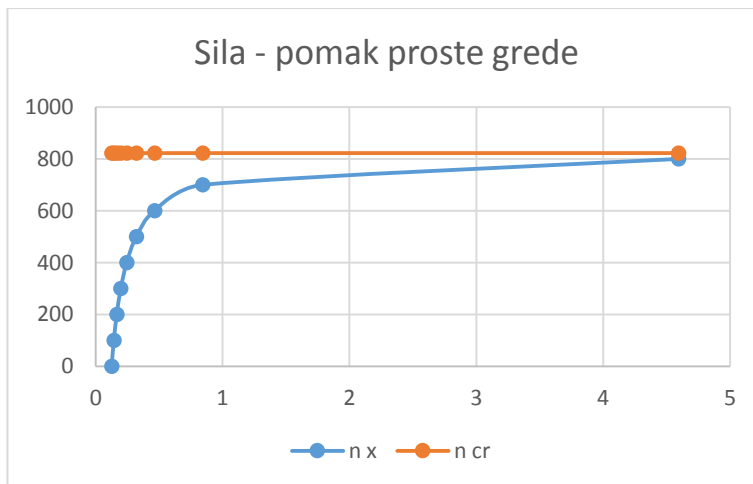
središnjem pomaku nije dosegnuta (podudaraju se znamenke na trećoj decimalnoj poziciji u 50. iteraciji).

Tablica 2. Izračunane veličine pomaka i momenta savijanja u sredini raspona te rotacije presjeka na osloncima za tlačnu silu u modelu sa Slike 3 te potreban broj iteracija n

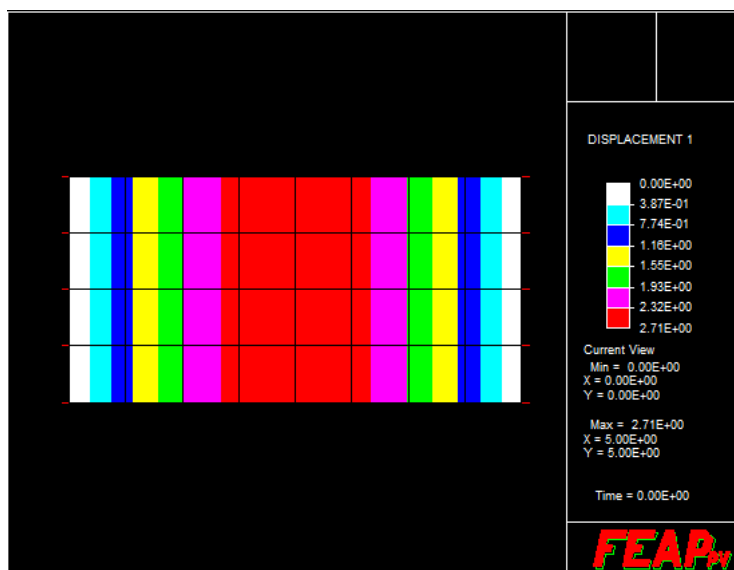
$n_x \left(\frac{kN}{m'}\right)$	$w_{\frac{L}{2}} (m)$	$\varphi_0 (rad)$	$M_{\frac{L}{2}} \left(\frac{kNm}{m'}\right)$	Broj iteracija n
0	0,123466	0,039980	97,9172	3
100	0,140361	0,045361	111,601	10
200	0,162595	0,052441	129,619	10
300	0,193166	0,062172	154,403	10
400	0,237870	0,076399	190,659	15
500	0,309408	0,099161	248,697	20
600	0,441733	0,141256	356,08	20
700	0,765083	0,244108	618,53	25
800	2,707718	0,861976	2195,46	50

Kada se sila n_x počne približavati kritičnoj, pomaci naglo rastu (Slika 4), kao i broj potrebnih iteracija. Krajnja, kritična sila ne može se dosegnuti jer proračunski model postaje nestabilan. Može se tek zaključiti da je naglo povećanje broja potrebnih iteracija naznaka da se numerički proračun približio kritičnoj sili.

Za proračun konačne kritične sile bilo bi potrebno provesti račun vlastitih vrijednosti krutosti sustava, što ovdje opisani iterativni postupak ne omogućava.



Slika 4. Grafički prikaz porasta sile n_x i pomaka $w_{l/2}$ iz Tablice 2

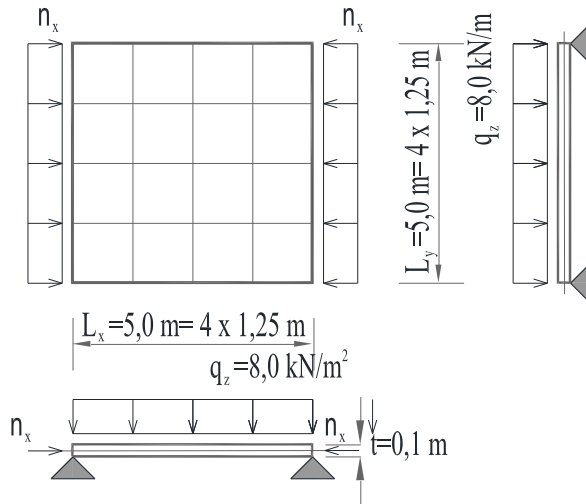


Slika 5. Grafički prikaz pomaka ploče iz primjera 1 za $n_x = 800 \text{ kN/m}'$

Programom FEAP mogu se i grafički prikazati dobiveni rezultati, pa je na Slici 5 prikazan graf pomaka modela za najveću normalnu silu iz Tablice 2.

4.2. Kvadratna tanka ploča slobodno oslonjena na sva četiri ruba

Promatra se kvadratni model ploče s geometrijom i opterećenjem na Slici 6. Model je zglobno pridrzan po svim rubovima i opterećen je tlačnim opterećenjem n_x samo u jednom smjeru, a kontinuiranim poprečnim opterećenjem $q_z=8 \text{ kN/m}^2$ preko cijele površine. Potrebno je odrediti efekte po teoriji drugog reda za različite veličine sile n_x , te ocijeniti blizinu kritične sile.



Slika 6. Model ploče s omjerom stranica 1:1, opterećen u vlastitoj ravnini i okomito na nju

Za dvodimenzionalne pločaste modele vrijedi analitički izraz za kritično naprezanje [2], [3]:

$$\sigma_{cr} = k_{mn} \cdot \sigma_E, \quad (13)$$

pri čemu je:

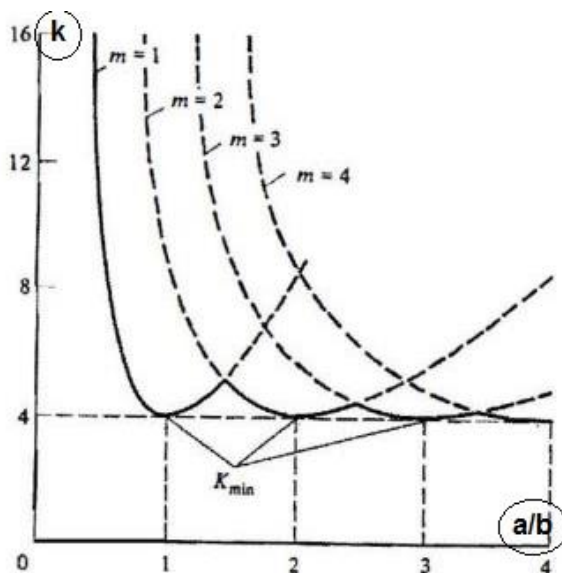
$$k_{mn} = \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2, \quad (14)$$

a α je omjer između stranica zadanog modela $\alpha = \frac{a}{b}$, te u ovom slučaju iznosi 1. Cijeli brojevi n i m opisuju broj valnih formi deformacije ploče (vlastitog oblika izvijanja). σ_E je Eulerovo naprezanje, koje je jednako:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 D}{b^2 t}, \quad (15)$$

gdje je D krutost ploče za savijanje dana izrazom (2).

Iz dijagrama danoga na Slici 7 [3] može se očitati kako će za odnos $\alpha = 1$, $n = 1$ i $m = 1$, pri čemu je n broj valova u x -smjeru, a m broj valova u y -smjeru, koeficijent k_{mn} biti jednak 4. Iz toga se može numerički izračunati kritično naprezanje σ_{cr} .



Slika 7. Faktor izbočivanja k slobodno oslonjene ploče prema omjeru a/b [3]

$$\sigma_{cr} = 4 \cdot \sigma_E = 4 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 10 \cdot 10^7}{12 \cdot (1 - 0,0^2)} \cdot \left(\frac{0,1}{5,0}\right)^2 = 131,461 \text{ MPa}, \quad (16)$$

Za slučaj tlačne uzdužne sile vrijedi:

$$n_x = n_{cr} = \sigma_{cr} \cdot t \rightarrow n_x = 13146,1 \text{ kN/m}^2, \quad (17)$$

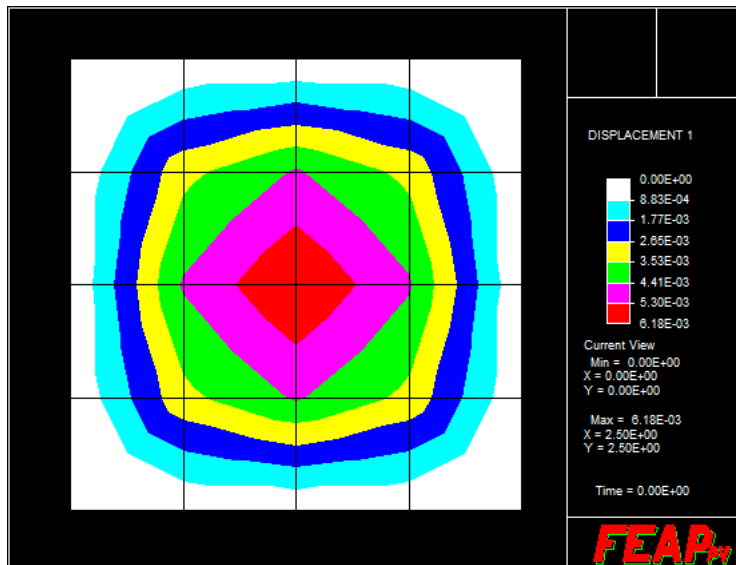
Procedurom ponavljanja u programu FEAP se mogu dobiti vrijednosti kontrolnih parametara na modelu kvadratne ploče za efekte drugog reda (geometrijske nelinearnosti) pri određenoj razini membranskog djelovanja n_x . Kontrolni su parametri progib sredine ploče i moment savijanja smjera x (M_x) na istome mjestu. U Tablici 3 nalaze se vrijednosti dobivene

programom FEAP kao i broj potrebnih iteracija za preciznost vrijednosti pomaka na četvrtome decimalnome mjestu između dviju iteracija.

Tablica 3. Izračunane veličine pomaka i momenta savijanja u na sredini ploče te potreban broj iteracija za model sa Slike 6

$n_x \left(\frac{kN}{m'} \right)$	$w_{\frac{L}{2}} (m)$	$M_{x,\frac{L}{2}} \left(\frac{kNm}{m'} \right)$	n
0	0,0017535	6,42680	3
500	0,0018034	6,62744	3
1000	0,0018564	6,78506	3
2000	0,0019719	7,18739	5
3000	0,0021027	7,64249	5
4000	0,0022520	8,16148	5
5000	0,0024238	8,75888	15
10000	0,0039023	10,0746	15
11000	0,0044555	15,8103	20

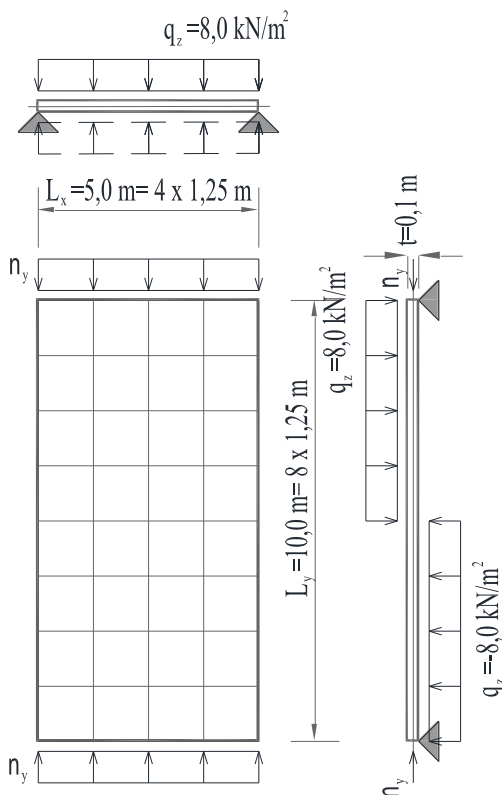
Također se može dobiti i grafički prikaz svih veličina, kao na primjer na grafu pomaka na Slici 8.



Slika 8. Grafički prikaz pomaka za najveću silu iz Tablice 3

4.3. Kvadratna tanka ploča slobodno oslonjena na sva četiri ruba s omjerom stranica 1:2

Promatra se pravokutni pločasti model na Slici 9. Element je zglobno pridržan na svim rubovima i jednoliko opterećen poprečnim opterećenjem $q_z = \pm 8 \text{ kN/m}^2$ i tlačnim membranskim opterećenjem u smjeru duže stranice n_x . Za omjer stranica 1:2 treba odrediti efekte teorije drugog reda s porastom sila n_x , gdje je odgovarajući koeficijent izbočivanja opet $k_{mn} = 4$, ali uz broj valova $m = 2$, prema dijagramu minimalnih koeficijenata izbočivanja sa Slike 7. To onda znači da se učinak najmanje kritične sile ($n = 1, m = 2$) može ostvariti samo za inicijalno poprečno opterećenje koje je na jednoj polovici duljine modela pozitivnog, a na drugoj negativnog predznaka (Slika 9). Pomak središnjeg čvora tada je uvijek nula, čak i kad uzdužna djelovanja rastu, pa kontrolni pomak odgovara čvoru na četvrtini modela.



Slika 9. Model ploče s omjerom stranica 1:2, opterećen zamjenskim poprečnim teretom u vlastitoj ravnini ploče i okomito na nju

Kao i u prethodnom primjeru, mogu se odrediti vrijednosti progiba, kuta zaokreta te momenata savijanja u svakoj točki modela konačnih elemenata. U Tablici 4 su navedene kontrolne vrijednosti za točku na četvrtini srednje osi ploče s pozitivnom orijentacijom, dobivene iterativnim postupkom u programu FEAP, te kontrolni momenti savijanja.

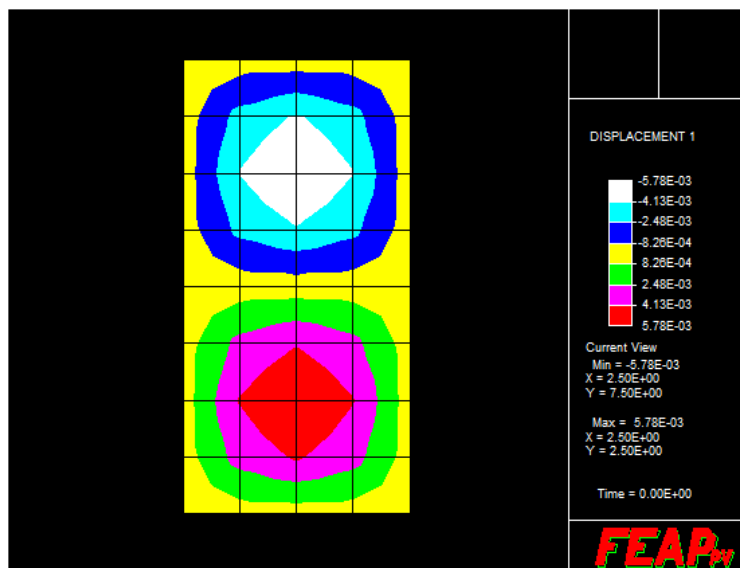
Kontrolni pomak je zbog dvostrukog vala relativno malen usporedbi s prethodnim primjerima, ali i takav progresivno raste s približavanjem sila kritičnoj sili.

Tablica 4 Izračunane veličine pomaka i momenta savijanja u na četvrtini ploče te potreban broj iteracija n za model sa Slike 9

$n_y \left(\frac{kN}{m'} \right)$	$w_{\frac{L}{4}} (m)$	$M_{\frac{L}{4}} \left(\frac{kNm}{m'} \right)$	n
0	0,0017245	6,03734	3
500	0,0017726	6,40452	3
1000	0,0018235	6,57675	3
2000	0,0019344	7,22770	5
3000	0,0020597	7,38307	5
4000	0,0022021	7,86857	5
5000	0,0023656	8,18068	15
10000	0,0037556	13,1425	15
11000	0,0042540	14,8301	20
12000	0,0049038	17,0501	25
12500	0,0053843	18,3963	25
13000	0,0057823	20,0049	30

Kritična sila za taj model ploče jednaka je kritičnoj sili ploče s kvadratnim dimenzijama iz prethodnog primjera čija je kraća stranica jednake duljine jer je i koeficijent izbočivanja isti, $k = 4$. I deformacijski je oblik jednog vala jednak deformacijskom obliku ploče s omjerom stranica 1:1. Pri jednakoj su tlačnoj sili kontrolni pomaci gotovo jednaki, što se može zamijetiti usporedbom vrijednosti iz Tablice 4 s onima iz Tablice 3.

Prema izvodu iz programa FEAP grafički prikaz pomaka s dva vala dan je na Slici 10, za silu koja je najveća u Tablici 4.



Slika 10. Grafički prikaz pomaka za približno kritičnu silu modela sa Slike 9

5. Zaključak

U ovom je radu prikazan numerički postupak za modeliranje ravninskih konstrukcija opterećenih okomito i u ravnini modela za efekte geometrijske nelinearnosti, kakvi se mogu pojaviti u razupornim pločama ili zidovima. Temeljem opisanog postupka i uz primjenu postojećih konačnih elemenata za ploče [4] i [5] je izrađen i programski kod u slobodnom akademskom programu FEAP, koji uzima u obzir efekte drugog reda na početno stanje deformacija prouzročeno poprečnim opterećenjem.

Usporedbom s analitičkim rješenjima tipičnih primjera stabilnosti može se zaključiti kako aplikacija u FEAP-u daje dobre rezultate pri izračunu veličina poprečnih pomaka i kuta zaokreta te momenata i transverzalnih sila za djelovanja membranskih sila koja su bitno ispod kritičnih. Podudaranje kontrolnih rezultata s analitičkim vrijednostima ovisi prije svega o gustoći čvorne mreže, ali i o broju iteracija. Da bi se zadržala očekivana preciznost izračunanih deformacija po teoriji drugog reda, približavanjem sila u ravnini modela kritičnoj sili treba povećati broj iteracija. Bez obzira na broj iteracija, kritična se sila u potpunosti ne može doseći jer sve deformacijske vrijednosti kao i naprezanja presjeka teže beskonačnim vrijednostima.

U ovom radu prikazana su samo tri numerička primjera, ali sva tri ukazuju na mogućnosti primjene programske aplikacije unutar programa

FEAP za ravninske modele s tri stupnja ili prostorne modele sa šest stupnjeva slobode. Svi analizirani primjeri riješeni su za konstantna stanja membranskih napreznja, ali bi se s korigiranim programskim kodom, postupak mogao primijeniti i na primjere modela s promjenljivim membranskim napreznjima, kakva nastaju u prostornim ljuskama, gdje membranske sile variraju zbog prostorno zakrivljene geometrije modela. Program FEAP nudi i mogućnost definiranja materijala različitih svojstava, te ima potencijal raznovrsne primjene na složenim modelima.

Zahvala. *Ovaj je članak rezultat rada u okviru projekta „Metoda usvojenih deformacija za konačne elemente slojevitih ploča i ljuski i njena primjena na probleme delaminacije - ASDEL” (IP-06-2016), koji je u cijelosti financiran sredstvima Hrvatske zaklade za znanost.*

Literatura

- [1] Gros, L. *Usporedba analitičkog i numeričkog proračuna vitkih ploča za međudjelovanja sila u ravnini i okomito na ravninu modela*. Diplomski rad. Građevinski fakultet u Rijeci, 2016.
- [2] Timošenko, S. *Teorija elastične stabilnosti*. Naučna knjiga, Beograd, 1952.
- [3] Čaušević, M., Bulić, M. *Stabilnost konstrukcija*. Golden marketing – Tehnička knjiga. Zagreb, 2013.
- [4] Ribarić, D., Jelenić, G. Higher-order linked interpolation in quadrilateral thick plate finite elements. *Finite elements in analysis and design* br. 51. 67-80, 2012.
- [5] Ribarić, D., Papa, E., Jelenić, G. Primjena vezane interpolacije na konačne elemente Mindlinovih ploča. *Zbornik radova Građevinskoga fakulteta Sveučilišta u Rijeci* br. 12. 191-216, 2009.

EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE TLAČNE SILE MJERENJEM VLASTITE FREKVENCIJE ŠTAPA

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE AXIAL FORCE BY MEASURING THE EIGEN FREQUENCY OF A STRAIGHT BAR

Anton Babić*, Dragan Ribarić**

Sažetak

Na osnovi analitičke veze tlačne sile u štapu konstantnoga poprečnog presjeka i poznatih rubnih uvjeta s frekvencijom vlastitog titranja štapa, analizirana je mogućnost ekperimentalnog mjerenja dinamičkih parametara radi određivanja stvarne tlačne sile u štapu. Provedena mjerenja izvodila su se upotrebom akcelerometra i opreme za snimanje signala u laboratorijskim i terenskim uvjetima. Laboratorijska ispitivanja na etalonskim modelima potvrdila su mogućnost i prihvatljivu točnost u usporedbi s drugim načinom mjerenja. Međutim, ispitivanja na odabranim tlačnim elementima izvedenih konstrukcija nisu potvrdila točnost ostvarenu laboratorijskim mjerenjima. Mala odstupanja materijalnih i geometrijskih parametara te nejasni rubni uvjeti realnih konstrukcija doprinose nepouzdanosti izračunanih veličina sila, a takve imperfekcije nisu obuhvaćene analitičkim izrazima danima u teorijskom dijelu ovog prikaza, te ponuđenu metodu određivanja stvarne tlačne sile u štapovima čine nepouzdanom.

Ključne riječi: *vlastita frekvencija titranja štapa, uzdužna tlačna sila, dinamička mjerenja, rubni uvjeti, materijalni i geometrijski parametri štapa*

Abstract

Based on the analytical correlation between the axial force on the straight bar with a constant cross-section and known boundary conditions and the dynamic parameters of its eigen frequencies, we analysed the possibility of experimental measurements of

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci

E-mail: anton.babic2@gmail.com

** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci

E-mail: dragan.ribaric@uniri.hr

those parameters with the goal to relate them to the actual amount of axial force in the structural bar. Measurements were undertaken by means of the accelerometer and the associated equipment in laboratory and in real conditions. Laboratory tests on the etalon specimen confirmed the acceptable accuracy of the measurements compared with other means of measurement. Tests on the selected compressed members of the real structures did not confirm the accuracy realized in the laboratory. Small variations of material and geometric bar properties, together with uncertain boundary conditions of the real structural members influence the measurement accuracy and are not theoretically incorporated in the analytical expressions presented in this paper, making the proposed force determination method uncertain and not sufficiently reliable.

Key words: *eigen frequencies of bar vibrations, axial compression force, dynamic measurements, boundary conditions, material and geometry bar properties*

1. Motivacija i teorijske osnove

Ovaj je članak skraćeni prikaz diplomskog rada [1] studenta A. Babića* s temom o mogućnosti određivanja sile u tlačno opterećenom štapu mjerenjem njegove vlastite frekvencije titranja nakon impulsne pobude. Razmatrani su samo ravni štapovi, kao što su na primjer stupovi stvarnih konstrukcija, s više različitih uvjeta oslanjanja.

Ideja za ovaj rad proizišla je iz učinkovitosti iste metode mjerenja sile na vlačno opterećenim dugačkim štapovima i zategama. Metoda je uspješno provjerena na primjeru usporednih mjerenja vlačnih sila ovješene strukture krova bazena „Kantrida“ u Rijeci 2008. godine, gdje su se izduženja zatega kontrolno mjerila elektrootpornim tenzometrima, a sila izračunala iz izduženja i iz izmjerene vlastite frekvencije štapa zatega.

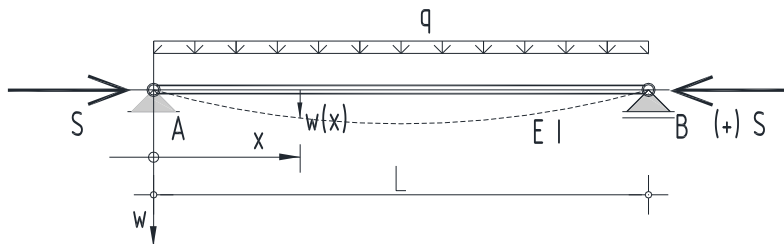
Ovaj se rad sastoji od teorijskoga, numeričkoga te eksperimentalnog dijela. Teorijski dio se oslanja na diferencijalne jednadžbe stabilnosti i dinamike konstrukcija, numerički dio na izračun dinamičkih parametara idealnih modela, a eksperimentalni dio na mjerenja u laboratoriju za konstrukcije i na terenska mjerenja na stupovima izvedenih konstrukcija.

Raspoloživa mjerna oprema laboratorija za konstrukcije Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci je omogućila ova mjerenja koja su u cijelosti nerazorna i ponovljiva, a ne zahtijevaju opsežnu pripremu.

1.1. Stabilnost štapa

Poznato je da ravni vitki štap opterećen poprečnim opterećenjem i značajnom tlačnom silom pokazuje nelinearno ponašanje (geometrijska nelinearnost) i da se zbog toga može naći u labilnoj ravnoteži, neovisno o istodobnome poprečnom opterećenju na njemu. Sila zbog koje štapni

element dostiže nestabilnost naziva se kritična sila. Kritična sila ovisi o rubnim uvjetima te o geometrijskim i materijalnim karakteristikama opterećenog štapa.



Slika 1. Model zglobno oslonjenog štapa opterećenoga tlačnom silom S i poprečnim podijeljenim opterećenjem q

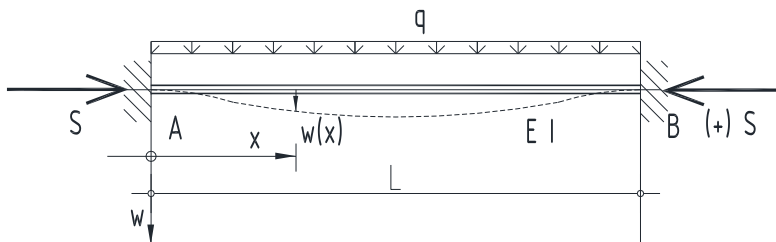
Za zglobno oslonjeni štap (Slika 1) djelujuća tlačna sila S može dosegnuti kritičnu veličinu (Eulerova kritična sila) [2] ako je

$$S = F_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \quad (1)$$

gdje je EI krutost presjeka na savijanje, a L duljina štapa. Poprečno jednoliko opterećenje štapa q može se dovesti u proporciju s vlastitom masom štapa.

Za obostrano upeti štap (Slika 2) kritična sila iznosi

$$S = F_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{(0,5 \cdot L)^2}. \quad (2)$$



Slika 2. Model obostrano upetog štapa opterećenoga tlačnom normalnom silom S i jednoliko raspodijeljenim poprečnim opterećenjem q

1.2. Dinamika štapa

Homogena diferencijalna jednadžba titranja takvoga ravnog štapa konstantnoga poprečnog presjeka, opterećenoga nepromjenjivom uzdužnom silom S dana je izrazom [3]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho \omega^2 w = 0, \quad (3)$$

pri čemu je $w = w(x)$ poprečni pomak štapa u presjeku x udaljenome od koordinatnog ishodišta, ρ je masa štapa po jedinici duljine, a ω kružna frekvencija titranja (ω_n kružna frekvencija titranja n -tog tona, a n cijeli redni broj).

Opće rješenje te jednadžbe mora zadovoljiti četiri homogena rubna uvjeta modela štapa iz kojih slijede i četiri uvjetne homogene jednadžbe. Za netrivialna rješenja, determinanta koeficijenata tih jednadžbi mora biti jednaka nuli. Iz toga homogenog uvjeta slijedi frekventna jednadžba koja ima beskonačno mnogo rješenja, a svaki je svaki pridružen jednome od oblika slobodnih titranja i jednoj vlastitoj frekvenciji.

Tako za slučaj obostrano zglobno oslonjenog štapa sa Slike 1 vrijede rubni uvjeti:

$$w(0) = w'(0) = w(L) = w'(L) = 0, \quad (4)$$

jer su momenti savijanja proporcionalni drugim derivacijama deformacijske jednadžbe i na osloncima moraju biti jednaki nuli. Rješenje za kružne frekvencije titranja slobodno oslonjenog štapa, s prethodno definiranim simbolima jest [3]:

$$\omega_n^2 = \frac{n^4 \pi^4 EI}{L^4 \rho} \left(1 - \frac{S}{\frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}} \right) = \frac{n^4 \pi^4 EI}{L^4 \rho} \left(1 - \frac{S}{F_{n,kr}} \right). \quad (5)$$

Po jednakom postupku s drukčijim rubnim uvjetima, koji odgovaraju obostrano upetom štapu sa Slike 2, vrijedi:

$$w(0) = w'(0) = w(L) = w'(L) = 0, \quad (6)$$

iz čega slijedi rješenje homogenog uvjeta za taj tip oslanjanja te frekventna jednadžba obostrano upetog štapa [4]:

$$\omega^2 = \frac{S}{2L^2 \rho} \frac{\sinh \delta \cdot \sin \varepsilon}{(1 - \cosh \delta \cdot \cos \varepsilon)}, \quad (7)$$

gdje su

$$\delta = \sqrt{-\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + \beta^4}} \quad \text{i} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + \beta^4}}, \quad (8)$$

dok su

$$\alpha^2 = \frac{SL^2}{EI} \quad \text{i} \quad \beta^4 = \frac{\rho \cdot \omega^2 L^4}{EI}. \quad (9)$$

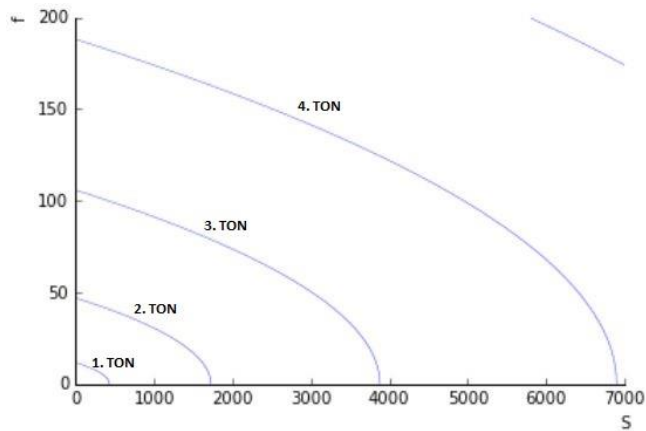
Rješenje tih jednadžbi nije eksplicitno jer se kružna frekvencija ω pojavljuje i na lijevoj strani i u veličini β na desnoj strani jednadžbe (7). Ipak, do rješenja koja odgovaraju nekome od vlastitih oblika titranja ω_n može se doći numeričkim postupkom. Bitno je napomenuti da se dobivena rješenja odnose na kružne frekvencije, dok se akcelerometrom mjeri frekvencija titranja u Hz (broj titraja u jednoj sekundi). Zbog toga će se izračunane kružne frekvencije izraziti kao frekvencije titranja s pomoću transformacije:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}. \quad (10)$$

2. Ovisnost sile i frekvencije

U izraze za kružnu frekvenciju ulaze materijalne (ρ , E) i geometrijske karakteristike elementa (I , L) te vrijednost sile (S) u štapu. Za određeni štapni model usvojit će se da su promjenljivi parametri samo sila i o njoj ovisna frekvencija, dok su geometrijske i materijalne karakteristike poznate konstantne vrijednosti. Riješili smo jednu takvu frekventnu jednadžbu, na primjer jednadžbu (5) ili (7) za poznate gornje parametre, a prikazali je u formi grafa na Slici 3.

Iz grafa se vidi da frekvencija svakog oblika titranja opada porastom sile, a da brzina opadanja raste približavanjem kritičnoj sili svakoga vlastitog oblika titranja. Vidljivo je i da se pri dosezanju kritične sile bilo kojeg oblika titranja, frekvencija približava nultoj vrijednosti, što je dinamičko svojstvo nestabilnosti modela štapa.

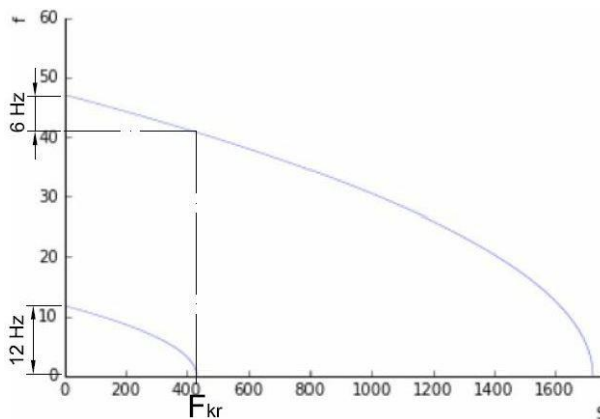


Slika 3. Ovisnost frekvencije (f u Hz) o sili u štapu (S u N)

Pri mjerenju titranja štapa opterećenoga tlačnom silom, spektralna analiza signala pokazuje određene „vrhove“ (eng. *peaks*) pri frekvencijama koje odgovaraju vlastitim frekvencijama titranja modela. Uobičajeno je da najveću amplitudu ima prvi vrh, koji odgovara vlastitoj frekvenciji prvog oblika, ali se sa sve nižim amplitudama mogu zapaziti i vrhovi viših oblika titranja.

2.1. Osjetljivost rješenja ovisna o vlastitom obliku titranja

Analizirajući grafove ovisnosti frekvencija o silama, uočljiva je razlika osjetljivosti očitavanja frekvencija nižih u odnosu na frekvencije viših oblika titranja koje su osjetljivije su na pogreške očitavanja mjerenja.

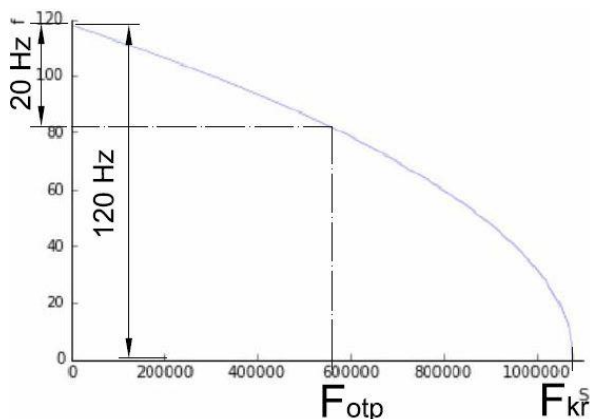


Slika 4. Osjetljivost mjerenja ovisna o vlastitom obliku titranja. Sila S je u N, a frekvencija f u Hz.

Na primjer, na grafu sa Slike 4 je uočljivo da se raspon frekvencija za područje od nulte do kritične sile prvog oblika titranja dvostruko smanjio u drugom obliku titranja.

2.2. Osjetljivost rješenja ovisno o vitkosti elementa

Kriterij nosivosti tlačno opterećenog štapa može biti ili otpornost njegova presjeka ili stabilnost štapa koja ovisi o vitkosti štapa. Za male vitkosti, tj. za zdepaste štapove se može dogoditi da je kritična sila veća od sile otpornosti presjeka.



Slika 5. Smanjenje frekvencije za sile S manje od sile nosivosti presjeka F_{otp}

Na Slici 5 je prikazan graf ovisnosti frekvencije o sili nekoga zdepastog elementa, te je jasno uočljivo da se ukupni raspon frekvencija od 120 Hz (između neopterećenog stanja do stanja s dostignutom kritičnom silom) u području realno ostvarivih sila smanjio na samo 40 Hz.

3. Eksperimentalna istraživanja

3.1. Oprema za ispitivanje

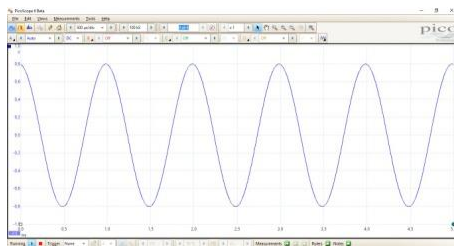
Ispitivanje se provodilo u laboratorijskim uvjetima i terenski, na građevinama s područja grada Rijeke. Laboratorijska je oprema ključna u provođenju praktičnog dijela ovog rada. Osim svih sekundarnih uređaja, također potrebnih za provedbu testiranja ove metode, najvažniji su ipak sljedeći primarni uređaji:

Akcelerometar je osnovni mjerni uređaj koji omogućuje pretvaranje inercijalnih sila u promjenu električnog napona, što je posljedica promjene električnih svojstava ugrađenog kristala zbog tih sila. Akcelerometar je

signalnim vodičem povezan na **pikoskop** čija je uloga pojačavanje signala. Pikoskop je USB kabelom povezan na računalo na koje je instaliran software naziva **PicoScope 6** koji analizira i grafički prikazuje signal.



Slika 6. Piezoelektrični akcelerometar i pikoskop



Slika 7. Mjerni signal na ekranu računala

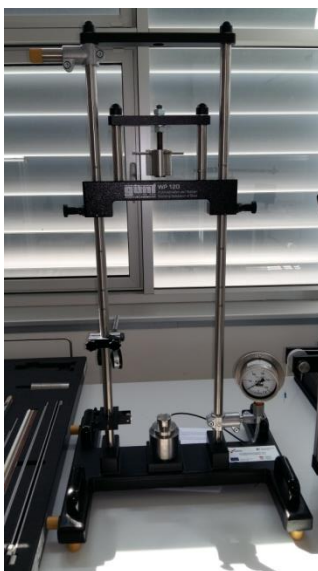
Za laboratorijske testove je upotrijebljena i dodatna laboratorijska oprema, neizostavna za ostvarivanje ulaznih pretpostavki koje su osnova teorijskog ishodišta metode.

Ispitni uzorci, sastavni dijelovi kompleta opreme uređaja za unošenje sile, bili su od čelika, bakra, aluminija, mesinga i plastike (Slika 8). Svi ispitni uzorci bili su dvoosno simetričnih presjeka s naglašenim manjim momentom tromosti i stoga velikom vitkosti oko slabije osi.

Uređaj za unošenje tlačne sile, s izvornom ulogom prikazivanja gubitka stabilnosti štapnog elementa uz postupno povećanje sile (Slika 9), bio je idealan za opisivanje potrebnih uvjeta. Uz analogno mjerenje sile dinamometrom, vezanim za pritisak u klipu uređaja, kontroliranim povećanjem te sile su obavljena glavna testiranja teorijske metode.

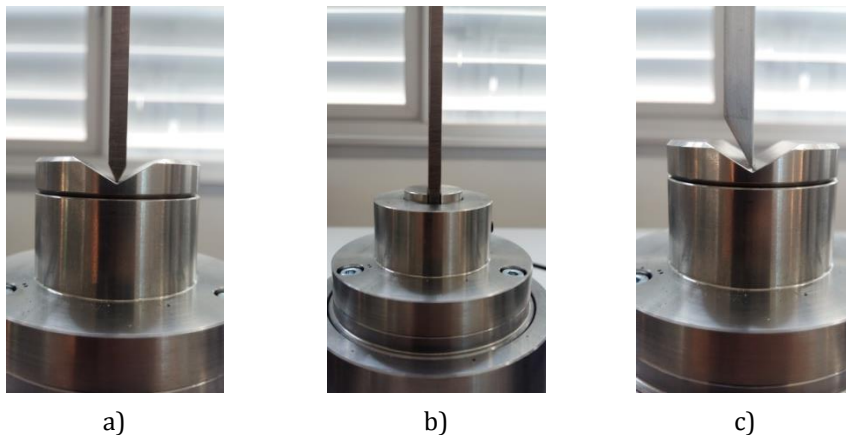


Slika 8. Mjereni uzorci iz laboratorija, različitih geometrija i vrsta materijala



Slika 9. Okvir za nanošenje tlačne sile na uzorak

Rubni uvjeti su ostvareni s pomoću gotovih oslonaca koji su također dio kompleta uređaja za unošenje sile. Tako se mogu modelirati zglobni oslonac, upeti oslonac te zglobni oslonac s ekscentričnim unosom sile (Slika 10).

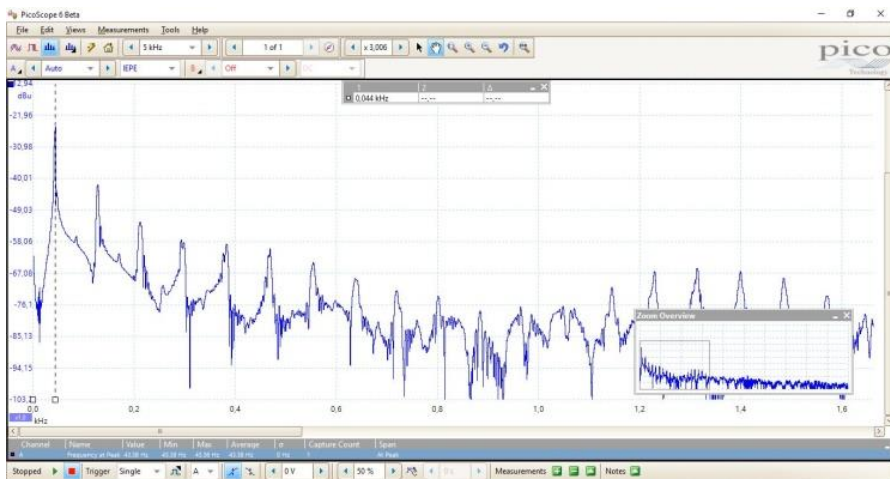


Slika 10. Rubni uvjeti oslanjanja uzorka: a) zglobni, b) upeti i c) ekscentrični

3.2. Rezultati laboratorijskih ispitivanja

Akcelerometar je voskom prilijepljen na polovini visine uzorka, i to po plohi šire stranice poprečnog presjeka kako bi mjerio titraje oko njegove slabije osi. Masa akcelerometra teoretski utječe na dobivene frekvencije, ali je dovoljno malena da se taj utjecaj može zanemariti. Taj utjecaj mogao bi se još umanjiti da se akcelerometar nalijepi bliže osloncu elementa. U pravilu bi dobiveni rezultat u vidu frekvencije bio jednak, međutim, na sredini elementa su amplitude titranja prvog tona veće, pa su i frekvencije spektra čitljivije. Posebno se pri toj poziciji ističe frekvencija prvog oblika titranja, što proizlazi iz oblika njegove valne forme.

Cilj ispitivanja jest izmjeriti vlastitu frekvenciju titranja uzorka pod opterećenjem kako bi se iz nje izračunala sila, a ona usporedila sa silom na dinamometru. A kako bi se mogla očitati frekvencija titranja, element je potrebno pobuditi. Pobuda je izazvana poprečnim impulsnim udarcem, na primjer laganim udarcem ispitnog uzorka, rukom.



Slika 11. Graf spektra frekvencija izmjenjenog signala nekog titranja

Rezultati za čelični zglobno oslonjeni uzorak dani su u Tablici 1. Uzorak je duljine $L = 600$ mm, pravokutnog presjeka 20×4 mm. Stoga je moment tromosti tog presjeka oko slabije osi $I = 106,7$ mm⁴. Za čelik je modul elastičnosti $E = 210000$ MPa ($= \text{N/mm}^2$), a masa je $\rho = 0,628$ kg/m' uzorka.

Kritična sila prvog oblika izvijanja ($n = 1$) za ovaj uzorak jest:

$$F_{kr,1} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 2,10 \cdot 10^5 \cdot 106,7}{600^2} = 613,92 \text{ N} , \quad (11)$$

a kritična sila drugog oblika titranja ($n = 2$):

$$F_{kr,2} = 4 \cdot 613,92 = 2455,66 \text{ N} . \quad (12)$$

Vrijednosti izmjerenih frekvencija za odgovarajuće tlačne sile na uzorku usporedit će se s vrijednostima frekvencija proračunanim za te sile. Sve su izmjerene frekvencije vrijednosti prvog tona titranja.

Sila opterećenja štapa mjerila se dinamometrom na uređaju sa Slike 9. Izmjerena je frekvencija titranja pod tim opterećenjem i za nju izračunana sila iz izraza (5) (četvrti stupac Tablice 1), a odstupanja su dana u postotku (peti stupac Tablice 1).

Tablica 1. Rezultati za mjerni uzorak čeličnog štapa sa zglobnim osloncima

Sila opterećenja štapa, S [N]	Proračunska frekvencija za silu S, $f_{rač}$ [Hz]	Izmjerena frekvencija f_{izm} [Hz]	Proračunska sila za frekv. f_{izm} $S_{rač}$ [N]	Odstupanje sile $S_{rač}$ od sile S [%]
200	21,30	21,33	198,65	-1%
300	18,54	18,65	296,42	-1%
350	17,00	17,55	332,76	-5%
400	15,31	16,63	361,45	-10%
500	11,17	11,78	487,18	-3%
600	3,89	10,07	521,27	-13%

Rezultati za čelični obostrano upeti uzorak dani su u Tablici 2. Uzorak je, također, duljine $L = 600$ mm, pravokutnog presjeka 20×4 mm ($I_{min} = 106,7$ mm⁴). Za čelik je modul elastičnosti $E = 210000$ MPa (tj. N/mm²), a masa je $\rho = 0,628$ kg/m' uzorka.

Kritična sila prvog oblika izvijanja ($n = 1$) za taj uzorak jest:

$$F_{kr,1} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{(0,5 \cdot L)^2} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 2,10 \cdot 10^5 \cdot 106,7}{(0,5 \cdot 600)^2} = 2455,66 \text{ N} , \quad (13)$$

Tablica 2. Rezultati za mjerni uzorak čeličnog štapa s upetim osloncima

Sila opterećenja štapa, S [N]	Proračunska frekvencija za silu S, $f_{rač}$ [Hz]	Izmjerena frekvencija f_{izm} [Hz]	Proračunska sila za frekv. f_{izm} $S_{rač}$ [N]	Odstupanje sile $S_{rač}$ od sile S [%]
400	45,18	41,40	677,21	+69%
800	39,60	37,29	949,39	+19%
1200	33,02	33,37	1180,72	-2%
1600	24,62	31,69	1271,53	-21%

Takva mjerenja provdena su i na drugim ispitnim uzorcima iz drugih materijala i s drukčijim uvjetima oslanjanja.

3.3 Rezultati terenskih ispitivanja

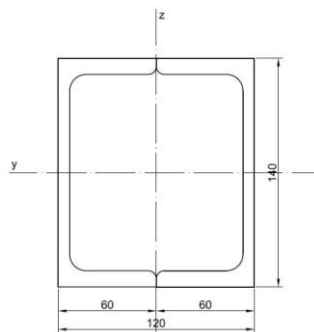
Terenska ispitivanja provodila su se na području grada Rijeke na objektima čiji su se konstrukcijski elementi ocijenili prikladnima za

testiranje ove metode. Na odabranom je elementu mjerenje provedeno oko obiju osi presjeka, te su dobivene dvije frekvencije za koje se neovisno izračunavala tlačna sila u elementu. Očekivano je da se iz obiju frekvencija i odgovarajućih momenata tromosti poprečnog presjeka tog smjera dobiju sile jednakih vrijednosti.

Svi terenski ispitani konstrukcijski elementi su čelični stupovi šupljega pravokutnoga poprečnog presjeka, a pretpostavljeni su obostrano upeti rubni uvjeti.

3.3.1 Primjer terenskog ispitivanja nadstrešnice KBC-a Sušak

Ispitan je stup nadstrešnice ispred ulaza u hitni trakt KBC-a Sušak. Stup je konstantnoga poprečnog presjeka složenoga od dvaju tipskih NPU 140 mm čeličnih profila u pravokutnu formu (Slika 12).



Slika 12. Stup nadstrešnice KBC-a Sušak (lijevo) i njegov presjek (desno)

Duljina stupa iznosi 308 cm, a kruto je vezan za betonski temelj na donjem, te za čeličnu krovnu konstrukciju na gornjem kraju, što je u skladu s pretpostavkom o obostrano upetom elementu.

Rezultati mjerenja frekvencija jesu ovi:

frekvencija u smjeru presjeka y: $f_y = 66,62 \text{ Hz}$,

frekvencija u smjeru presjeka z: $f_z = 55,38 \text{ Hz}$.

S obzirom na različite momente tromosti za svaku od osi presjeka, proračunana sila u stupu, ovisna o izmjerenoj frekvenciji, jest:

za frekvenciju u smjeru osi y: $S(f_y) = 3402,81 \text{ kN}$

i za frekvencije u smjeru osi z: $S(f_z) = 7748,75 \text{ kN}$.

Dobiveni rezultati nisu jednaki, a njihove su vrijednosti daleko veće od realnih vrijednosti sila. Realno, sila u stupu ne može biti veća od četvrtine težine cijele nadstrešnice, a ta je procijenjena na oko $S = 10,0 \text{ kN}$.

3.3.2 Primjer terenskog ispitivanja stupa Sportskog centra Mlaka

Drugo terensko ispitivanje provedeno je na čeličnom stupu sportskog centra na Mlaci. Stup nosi armiranobetonsku konstrukciju jedne etaže s ravnim krovom. Presjek je stupa složen od dvaju NPU 120 mm profila u pravokutni šuplji presjek. Slobodna je duljina stupa 298 cm, a zbog krute povezanosti s konstrukcijom i temeljem, stup se može smatrati obostrano upetim. Frekvencija titranja u oba glavna smjera otpornosti presjeka se mjerila uzimajući u obzir odgovarajuće momente tromosti presjeka. Procijenjena je sila u stupu reda veličine $S = 200,0 \text{ kN}$.

Rezultati mjerenja frekvencija jesu ovi:

frekvencija u smjeru presjeka y: $f_y = \text{nema mjerenja}$,

frekvencija u smjeru presjeka z: $f_z = 9,49 \text{ Hz}$,

a izračunana sila u stupu, u ovisnosti o izmjerenoj frekvenciji, jest:

za frekvenciju u smjeru osi z: $S(f_z) = 6732,05 \text{ kN}$.

Slična odstupanja i nerealne sile su proračunane i za druge stupove, uzorke terenskih mjerenja frekvencija.

4. Zaključak

U ovom je radu istražena pouzdanost određivanja tlačne sile u štapnim elementima iz izmjerene vlastite frekvencije titranja opterećenog štapa. Eksperimentalna su mjerenja na idealnim uzorcima s opremom u

laboratoriju to i potvrdila, jer su odstupanja vrijednosti izmjerenih sila za zglobno i upeto oslonjene uzorke u zadovoljavajućim granicama. Točnost očitavanja sile na dinamometru ima red veličine razlike tog očitavanja do sile izračunane iz izmjerene frekvencije (do 15%). Točnost i drugog mjerenja opada s porastom sile i približavanjem kritičnoj vrijednosti sile.

Međutim, pokazalo se i pri laboratorijskim mjerenjima da je ta metoda mjerenja osjetljiva na različite promjene geometrijskih i materijalnih parametara, a nepouzdanost metode je bila posebno izrazita pri terenskim ispitivanjima. Naime, stvarni štapovi (dijelovi postojećih konstrukcija) na kojima je provedeno ispitivanje su bili stupovi male vitkosti, za obostrano upete rubne uvjete se nije moglo utvrditi koliko pretpostavljena idealna upetost odstupa od izvedene, geometrijske i materijalne karakteristike su približno određene, a opterećivani su relativno malim tlačnim silama i do niske granice iskoristivosti presjeka.

Pokazalo se da metoda daje zadovoljavajuće točne rezultate samo za elemente koji su opterećeni čistom tlačnom silom, bez momenata savijanja koji mogu nastati u konstruktivnom sklopu s priključenim elementima, a takvi su vrlo rijetki na stvarnim konstrukcijama.

Na terenu izmjerene frekvencije upućuju na vrlo nerealne vrijednosti sila u elementima. Najvećom preprekom se pokazala definicija rubnih uvjeta jer je idealna upetost izvedenih konstrukcijskih elemenata rijetka, a djelomična upetost zato realnije definiran rubni uvjet. Idući je problem definiranje duljine izvijanja elementa u slučaju kad je oslonac elementa pod kutom. Također, izdvojiti lokalno titranje štapa može predstavljati problem u interpretaciji rezultata terenskih ispitivanja. Primjeri takvih nesigurnosti mogu se pronaći u npr. složenim laganim konstrukcijama gdje se izmjerena frekvencija može odnositi na globalno titranje konstrukcije (umjesto lokalnog titranja štapa), dok je za izmjerenu frekvencija npr. tankostijenih presjeka teško razlučiti posljedice vlastitog titranja stijenki od titranja štapa kao cjeline. Osim nabrojenog, ne treba zaboraviti ni nepovoljne učinke nesavršenosti kojima su uzroci proizvodnja ili montaža konstrukcijskih elemenata.

Stoga zaključujemo da metoda određivanja sile iz mjerenih frekvencija vlastitih titranja štapova nije pouzdana za realne konstrukcije na terenu.

Zahvala. *Ovaj je članak rezultat rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001), koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.*

Literatura

- [1] Babić, A. 2016. *Eksperimentalno određivanje tlačne sile mjerenjem vlastite frekvencije štapa*. Diplomski rad. Građevinski fakultet u Rijeci.
- [2] Čaušević, M.; Bulić, M. 2013. *Stabilnost konstrukcija*. Golden marketing – Tehnička knjiga. Zagreb.
- [3] Andrejev, V. 1970. *Uvod u teoriju oscilacija i vibracija*. Sveučilište u Zagrebu. Građevinski fakultet. Zagreb.
- [4] Brčić, V. 1981. *Dinamika konstrukcija*. Građevinska knjiga. Beograd.

ANALIZA PROCESA PLANIRANJA I PROJEKTIRANJA UREĐENJA PROSTORA JAVNE NAMJENE – GROBLJE U OPĆINI BAŠKA

ANALYSIS OF THE PLANNING AND DESIGN PROCESS OF PUBLIC SPACE REGULATION – THE CEMETERY IN THE MUNICIPALITY OF BAŠKA

Iva Mrak*, Marko Franković**, Jure Lisak***

Sažetak

Zbog demografskih čimbenika tema planiranja i projektiranja proširenja i uređenja groblja postaje sve važnije pitanje. Cilj je rada poboljšanje razumijevanja suvremenog procesa pristupa planiranju i projektiranju uređenja prostora javne namjene kako bi se utvrdile mogućnosti poboljšanja standardne prakse. U radu se analizira proces planiranja i projektiranja uređenja groblja Općine Baška, kao karakterističnog primjera te tipologije u Hrvatskom primorju.

Ključne riječi: proces planiranja, proces projektiranja, graditeljsko nasljeđe, groblje Baška

Abstract

Today the theme of the process of planning and design of the expansion and regulation of the cemeteries gains importance due to demographic factors. The goal of the research is the improvement of the contemporary process of planning and design of the public space in order to frame the possibilities of improvement of the standard practice. The research analyses the planning and design process of the cemetery of the Municipality of Baška, as a characteristic example of this typology in the Croatian coastal area.

Key words: planning process, design process, built heritage, Baška cemetery

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, Rijeka, Hrvatska
E-mail: iva.mrak@gradri.uniri.hr

** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, Rijeka, Hrvatska
E-mail: marko.frankovic@gradri.uniri.hr

*** Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, Rijeka, Hrvatska
E-mail: jure.lisak@gradri.uniri.hr

1. Uvod

Razdoblje nakon 2. svjetskog rata obilježili su nagli demografski rast i produljenje ljudskoga životnog vijeka, ali se pojavio i problem velikog pritiska na gradska groblja. Taj je fenomen posebno značajan za male sredine (iako nisu izuzeti ni veći gradovi) jer je vidljiv trend vraćanja korijenima i želje da posljednje mjesto prebivališta bude u mjestu rođenja. Pritisak na groblja izrazito opterećuje mjesta tradicijske strukture u koja je teže uklopiti veće prostorne promjene.

Za Primorje su tipološki karakteristična malena groblja s ukopom u zemlji te je takav tip groblja i najzastupljeniji. Posljedice su pomanjkanje prostora za ukop i preopterećenost groblja, a dodatno problematični aspekt s kojim se danas suočavamo, jest nered u prostoru zbog nekontroliranih zahvata koje izvode sami korisnici na dijelu imovine koju imaju u zakupu.

Trgovačko društvo Baška, koje upravlja grobljima u Općini Baška, zbog navedenih je razloga angažiralo projektni ured MF Arhitekti (Rijeka) [1] da izradi analizu stanja u prostoru, predloži model uređenja te definira interni pravilnik za sva četiri groblja kojima društvo upravlja (Sv. Ivan - Baška, Batomalj, Jurandvor, Draga Bašćanska).

Cilj rada jest poboljšati razumijevanje procesa pristupa planiranju i projektiranju uređenja groblja te uloge i sudjelovanja različitih sudionika u tom procesu, s namjerom poboljšanja standardnih praksi uređenja javnog prostora te estetske i funkcionalne kvalitete prostora.

2. Povijesni razvoj groblja u Općini Baška

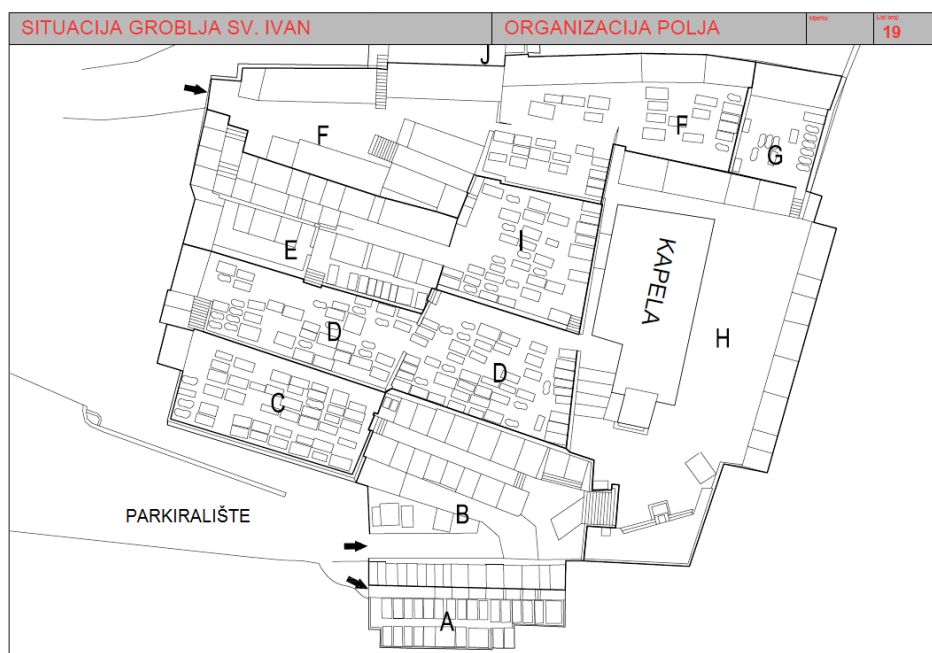
U pretpovijesno su doba stanovnici Bašćanske doline stanovali uz plodnu dolinu Baške, a već tijekom brončanog doba stvaraju gradove na susjednim brežuljcima. U rimsko doba, nakon mirnog razdoblja i slobode od gusara, razvijaju se red i sigurnost te se stanovnici s vrhova sele opet u nizinu. Nakon pada Rimskog Carstva stanovništvo, opet radi sigurnosti, bježi na vrhove brda. U doba srednjeg vijeka stari grad nalazio se uz kaštel na brdu kod crkve sv. Ivana. Crkva je nastala vjerojatno oko 1100. g., kad i obližnje crkve, a karakteristična je jer se u nju ulazi kroz zvonik. Danas ima funkciju grobne crkve. [2]

Prekretnica za Bašku desila se 1380. g., kada su se Mlečani, nakon bitke na sjevernom dijelu Jadrana kod Chioggie i pobjede nad ugarsko-hrvatskim kraljem Ljudevitom I., osvetili lokalnom stanovništvu spalivši Senj i Bašku. Nakon tog događaja cijeli se grad seli opet uz more, pa je od 1570. g. stari grad na brdu potpuno napušten te tamo ostaje samo groblje (danas Sv. Ivan - Baška). Iako su nekada, osim crkve i groblja sv. Ivana, postojali i crkva i

groblje sv. Marije, oni do danas nisu sačuvani. Epidemija kolere koja se pojavila godine 1855., a 242 mještana od nje i preminulo, potaknula je stanovništvo na obnovu crkve i samoga groblja [2] te su do današnjeg doba jedini preostali u području kaštela i staroga grada.

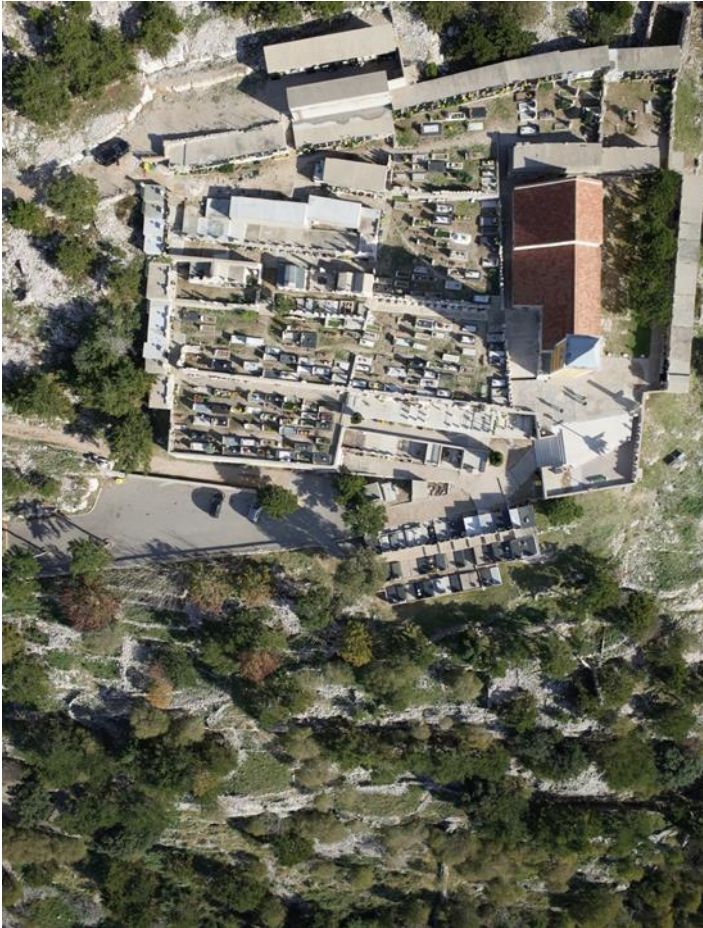
3. Postojeće stanje groblja Sv. Ivan - Baška

Groblje Sv. Ivan – Baška nalazi se sjeveroistočno od današnjeg naselja Baška, na vrhu brda, neposredno iznad današnje zaobilaznice. Groblje se sastoji od trga s kapelom (bivša crkva sv. Ivana), 10 grobnih polja i parkirališnog prostora (Slike 1 i 2).



Slika 1. Situacija groblja Sv. Ivan s označenim poljima [1]

Trg i crkva nalaze se na početnom dijelu groblja (iako nisu na samom ulazu), pa se s trga može pristupiti svim grobnim poljima, osim polju A. Trg je nedavno potpuno obnovljen i rekonstruiran zajedno s centralnim križem te su pritom uređene i dvije grobnice najzaslužnijih počasnih Baščana (čeških građana koji su bili začetnici turizma i prve apoteke u Baški). Pogledi s trga prema naselju i moru izuzetno su upečatljivi.



Slika 2. Snimka visoke razlučivosti, fotografirana pomoću drona [1]

U grobnim poljima B i E nalaze se najstarije grobnice, dok polje J sadrži nedavno izgrađena grobna mjesta u nišama. Grobno polje A svojom se organizacijom bitno razlikuje od ostatka groblja jer je izvedeno kao aneks, te zato ima i odvojen ulaz. Neorganiziranost prostora posebno je izražena u poljima C, D, F i G. Dimenzije nedavno izvedenih grobnih mjesta te dimenzije koje su propisane zakonskom regulativnom [3, 4] puno su veće od tradicionalnih, a to stvara problem pri uklapanju novih grobova. Razmaci između grobnih mjesta također nisu u skladu sa zakonskom regulativom, koja propisuje da razmak između grobnih mjesta mora biti od 30 cm do 60 cm [3, 4]. Postojeći razmaci variraju, a na nekim mjestima nije zadovoljena minimalna propisana udaljenost. Groblje nema odgovarajuće kosturnice.

Arhitektonski su naglašene razlike između triju tipologija: ukopnih mjesta, grobnica i grobnih niša. Kulturno i povijesno najzanimljivije su starije grobnice (grobna polja B i E), a pojavljuju se u svim tipologijama.

Ukopna mjesta se mogu razvrstati u tri potkategorije: ukop direktno u zemlju s humkom, ukop s okvirom i zemljom i ukop s grobnom pločom. Za ukop s okvirom i zemljom te za ukop s grobnom pločom karakterističan je okvir od armiranog betona.

Grobnica ima od 4 do 6 ukopnih mjesta u obliku niša te predstavlja manju verziju primorske kućice. Grobnice su izvedene od kamena „rosalit breccia“. Blokovi grobnih niša izvedeni su u dva nivoa, od armiranog betona koji je mjestimično zaglađen, a mjestimično „štokan“.

Na postojećim komunikacijama su tri različite vrste obrade površina: armiranobetonska, kamena i šljunčana. Značajan je i nagib terena na određenim poljima (F, I). Tijekom povijesti upravljanja grobljem, hortikultura je zanemarivana, a dio zasađenih nasada i uklonjen.

Parkiralište je, zbog visinske razlike terena, fizički izdvojeno od cjeline groblja. Sastoji se od asfaltiranih površina koje su isprekidane autohtonim zelenilom, a nije bilo dio zahvata uređenja groblja.

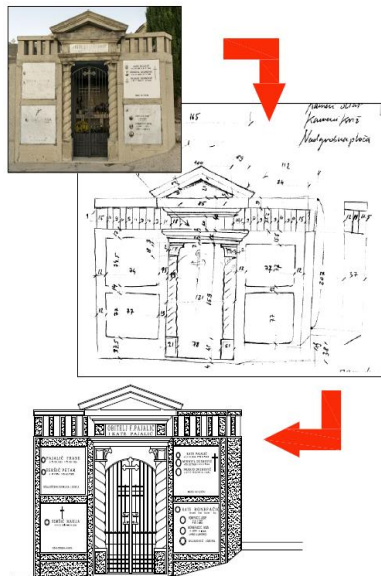
Zajedno s naseljem Baška, groblje je zaštićeno kao povijesna cjelina, ali trenutno još ne postoji konzervatorski elaborat.

4. Analiza procesa planiranja i projektiranja uređenja groblja u Općini Baška

4.1. Analitički dio procesa uređenja groblja

Proces planiranja i projektiranja uređenja groblja Općine Baška odvijao se u nekoliko faza. U prvoj (analitičkoj fazi) su provedene analize prostora, povijesnog pregleda, detaljne analize prostornih elemenata groblja i analize zakonskog okvira. Te su analize prethodile izradi idejnog rješenja, a u zadnjoj fazi su izrađena izvedbena rješenja te Pravilnik o grobljima za Trgovačko društvo (naručitelja).

Podlogom za provedbu analiza prostora i prostornih elemenata bile su geodetska i ortofoto snimka (dronom) (Slika 1) te arhitektonska (Slika 3).



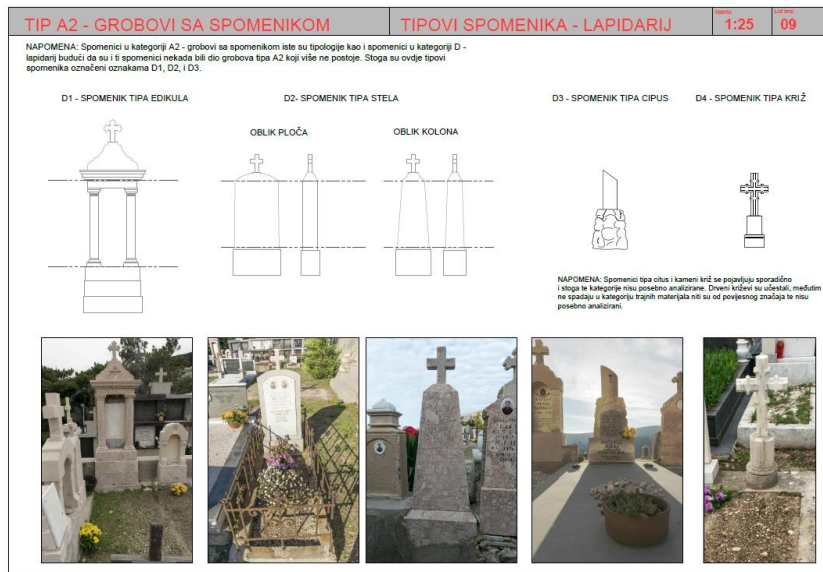
Slika 3. Prikaz procesa izrade arhitektonske snimke na primjeru mauzolejske grobnice [1]

Nakon što su im definirane tipologije, grobnice su i detaljno snimljene, a snimka se sastojala od skica na terenu, geodetske i arhitektonske snimke, fotografija i opisa. Potom su analizirane grobnice izdvojene kao posebna ambijentalno – prostorna vrijednost (Slika 4) te karakteristične zbog svojih konstrukcijskih elemenata i materijala. Na temelju tih snimaka napravljena je i prva usporedba između položajnog plana kojim se koristilo Trgovačko društvo i stvarnog (zatečenog) stanja na terenu.

Prvi izvedeni zaključak bio je taj da grafički plan kakav primjenjuje Trgovačko društvo, ne odgovara stvarnom stanju. Nakon uvida u postojeće stanje definirale su se metodologije izrade detaljne snimke i potrebne projektne dokumentacije te provjera zakonskog okvira [3, 4, 5]. Premda predviđeni radovi nisu zahtijevali upravni postupak, a standardna procedura ne predviđa povijesno istraživanje, zbog povijesnog je značaja predmeta plana i projekta samog, angažiran povijesničar umjetnosti koji je priredio i kratak povijesni osvrt [2].

Izrađena arhitektonska snimka (Slika 3) je omogućila detaljnu analizu prostornih elemenata groblja (na svakom grobnom polju i na svakom grobnom mjestu). Podatci dobiveni detaljnom snimkom poslužili su za popunjavanje analitičkih kartona. Kartoni su izrađeni prema uputama Konzervatorskog ureda u Rijeci, a dotad su bili primijenjeni isključivo na groblju Kozala [6, 7]. Sastojali su se od grafičkog dijela (arhitektonske snimke), tekstualnog dijela s opisom same grobnice, identifikacijske

fotografije te modaliteta zaštite, a poslužili su za točnije definiranje vrste zahvata i dopuštenih materijala koji se smiju primijeniti u zadanom prostoru.



Slika 4. Analiza različitih grobova radi utvrđivanja i definicije kategorizacija.
Primjer – dio grobova sa spomenikom [1]

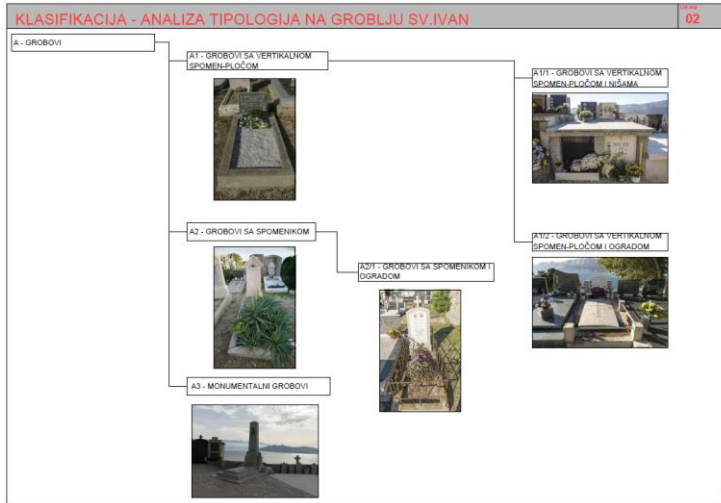
Utvrđilo se da jedan dio groblja ima visoku povijesno-arhitektonsko-prostornu vrijednost na koju upućuju arhitektonski elementi i primijenjeni materijali, odnosno prirodni (kamen) i umjetni materijali (poput vidljivog armiranog betona obrađenog štokanjem). Zakonska suradnja s Konzervatorskim uredom predstavlja jamstvo zaštite te vrijednosti.

Zbog prilagodbe akata Trgovačkog društva [8] važećoj zakonskoj regulativi [3, 4], započela je priprema provedbe aktivnosti za njihovo usklađivanja. Posebno je razrađen aspekt analize i usklađenja postojećega prostornog stanja i važećeg zakonskog okvira te su identificirani oni dijelovi zakonske regulative prema kojima treba provesti usklađenja.

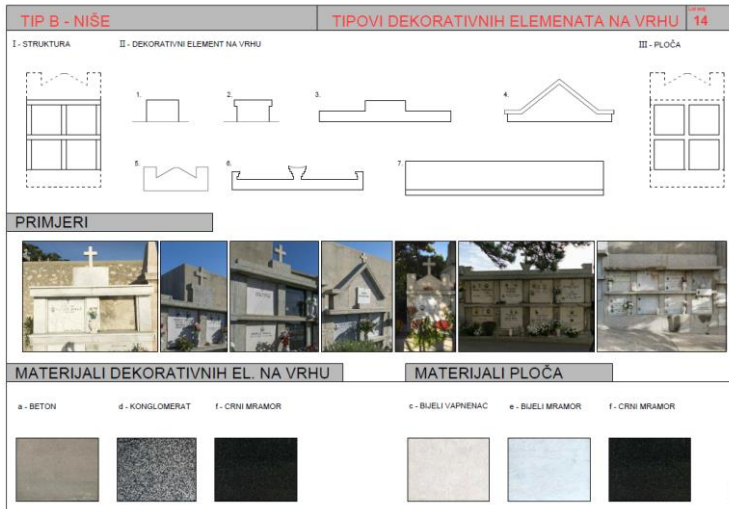
4.2. Rezultati analitičkog dijela procesa planiranja i projektiranja

Tipologija postojećih grobova, prema definiciji usvojenoj na gradskom vijeću [8], ne odgovara stvarnim potrebama jer ne prepoznaje kategoriju monumentalne grobnice (koja je trenutno svrstana u jednu od postojećih triju kategorija), a za kojom je pokazan značajan interes. Analizom prostornih elemenata groblja utvrđena je kategorizacija grobnih mjesta u

skladu sa stanjem na terenu (Slika 5) te je to bio ključni čimbenik i osnova za daljnje definiranje načela upravljanja grobljem i njegova uređenja.



Slika 5. Klasifikacija grobova nakon detaljne analize [1]



Slika 6. Analiza tipova dekorativnih elemenata. Primjer – gornji dio niša [1]

Analizirali su se materijali i dekoracije prisutni na grobnicama, a iz detaljne arhitektonske snimke karakterističnih tipologija zamijećenih na groblju, napravljen i katalog materijala i dekoracija (Slika 6). Na temelju kataloga je utvrđeno da se u zadnjih 15-ak godina odstupilo od početne

uporabe kamena vrste „rosalit breccia“ te betona, a zamijenili su ih granit („nero impala“, „bengal black“) ili vapnenac („repen“, „kanfanar“). U dekoracijama su prisutni religiozni simboli (anđeli, križevi) i historicistički elementi, koji polako nestaju, a kao zamjena, pojavljuju se tipizirani standardni elementi, nespojivi s lokalnom obrtničkom tradicijom.

Utvrđena je i potreba za stvaranjem prostora za lapidarij, ne samo kao posebnost ovog groblja, već kao generalna potreba na svima lokalnim grobljima Općine Baška jer zbog zamjene korisnika nestaju materijalni podatci o ranijem korištenju groblja (podatci o pokopanima, prostorni i konstrukcijski elementi, podatci o oblikovanju i sl.), pa treba zato pronaći onaj oblik zaštite elemenata koji bi te podatke i sadržavao. Utvrđeno je da natpise na dekorativnim elementima treba tipizirati, odnosno odrediti vrstu slova (odabrana je Rimska kapitala), ali i da treba definirati vrstu vegetacije primjerenu mikrolokaciji i funkciji prostora (groblje) te između vrsta visokog i niskog raslinja izdvojiti crni bor (*pinus nigra*) i pitospor (*pitosporum tobira*).

Utvrđen je izostanak ortogonalno pravilne organizacije i zaključeno da je prostor tijekom svoje povijesti stihijski korišten, a današnji standard u dimenzioniranju grobova neprimjenjiv na ovu vrstu groblja. Za postojeće velike površine u betonu koje su jednim dijelom putovi, a drugim dijelom krovovi blokova niša, utvrđeno je da vizualno narušavaju prostor, a pritom izazivaju i nepovoljne aspekte odvodnje.

Zaključci proizašli iz analize stanja na terenu jesu: treba ustrojiti opća pravila ponašanja i smjernice koja će Trgovačkom društvu postati koristan dodatni alat pri koordinaciji i provedbi uređenja groblja, te udovoljiti i želji investitora, ali tako da se reguliranjem pravila ponašanja izvođača kamenoklesarskih radova struktura prostora sačuva što je više moguće u izvornom obliku, a pritom ne spriječe daljnje širenje groblja i novi radovi.

4.3. Definicija idejnog rješenja

Proces definicije idejnog rješenja je sistematiziran i odvijao se slijedom utvrđivanja rješenja za nekoliko ključnih cjelina, a koje su obuhvaćale: 1. grobove, 2. obradu putova i staza, 3. ozelenjivanje prostora, 4. osmišljavanje lapidarija, 5. definiranje urbane opreme, 6. definiranje prostora kosturnice.

4.3.1. Grobovi

Zahvati oko grobnih mjesta najznačajniji su dio rješenja uređenja. Kako je i navedeno, analizom se utvrdilo da je nepravilna organizacija prostora prouzročena često neorganiziranim intervencijama te da je veliki problem i Pravilnikom propisana bruto dimenzija grobnog mjesta koja bi morala iznositi najmanje 120–150 cm x 250–300 cm [4]. Ta dimenzija znatno premašuje tradicionalnu jer je definirana isključivo za nova groblja, a potpuno zanemaruje zatečena stanja.

Prema registru Trgovačkog društva Baška, s evidencijom o važećim i nevažećim te nepostojećim rješenjima grobnih mjesta, utvrdilo se postojeće prostorno stanje, kao osnova, a početni korak u projektiranju bila je izrada situacijskog nacрта. On definira postojeća grobna mjesta koja treba sačuvati, ali i nova grobna mjesta (pozicija i veličina) na kojima je moguć ukop. Nakon što je Trgovačko društvo Baška dostavilo do tada važeću podlogu, izrađene su ortofoto snimka (pomoću drona) i geodetske snimke, u kojima su pozicionirana (prostorno definirana) grobna mjesta različitih pravnih statusa. Uvidom u mjesta koja treba zadržati te ona koja se smiju ukinuti, definirao se novi situacijski nacrt s postojećim i novim grobnim mjestima (Slika 7). Na taj način dobiveno je mogućih novih 98 ukopnih mjesta u zemlji, te dodatna 4 grobna mjesta u grobnicama.



Slika 7. Novi plan korištenja i uređenja groblja Sv. Ivan. [1] Nova grobna mjesta označena su crveno.

4.3.2. *Putovi i staze*

Dvije su vrste završnih obrada putova i staza: armiranobetonska ploča, te utabani put, djelomično obložen šljunkom. Uređenje putova se definiralo u dogovoru s investitorom zato što su podneblje i mikrolokacija tipično mediteranski krš, pa je primjena isključivo betona za izradu putova neodgovarajuća jer onemogućava kontrolu otjecanja kiše. Kao dodatak, trebalo je definirati i hijerarhiju putova.

Zbog klimatsko-geoloških obilježja područja provedena je i analiza prikladnosti mogućih materijala za oblogu putova i staza. Zaključeno je da traženi vizualni efekt šljunka mjestimice kolidira s morfologijom prostora i strminom terena te preporučeno da pozicije ravnih ploha treba obložiti šljunkom, a da se pozicije u padu (npr. glavni ulaz) moraju izvesti u materijalu koji će imati otpornost na eroziju i istovremeno biti drenažan (za razliku od betona). Zato je za glavni put izabran način popločavanja nalik tradicionalnoj primorskoj ulici u kamenu, a za sporedne je putove u padu odabran lijevani polirani asfalt (epoksidni). Od glavnog ulaza do postojećih stuba kombinirano je primijenjen sustav s kamenim opločenjem i poliranim asfaltom, dok su pojedina polja uređena rastresitim šljunkom. Betonske površine su uklonjene, a beton zamijenjen poliranim asfaltom. Na navedeni su način izvedene i sve postojeće stube.

4.3.3. *Ozelenjivanje prostora*

Analiza je potvrdila da krovovi i stranice blokova niša čine veliki dio ukupne betonske površine. Kako bi se krovovi blokova ozelenili, projekt je koordiniran s Trgovačkim društvom Baška, nadležnim za sve općinske zelene površine. Izabrano je prirodno lokalno autohtono bilje jer je procijenjeno da se iz mnogobrojnih pogleda tako najbolje oponaša izgled prirodnih okolnih površina. Problem velikih betonskih ploha u kaskadama na bokovima ukopnih niša riješen je vertikalnim ozelenjivanjem bršljanom i postavljanjem sustava vodilica.

4.3.4. *Lapidarij*

Kako se na općinskim grobljima često uklanjaju prethodne nadgrobne ploče, a groblje Baška ima vrlo vrijednu kulturnu baštinu te vrste, investitoru je predloženo, a on to i prihvatio, da se postojeći potporni zidovi namijene kao lapidarij, za izlaganje nadgrobničkih spomenika. Izlagale bi se one nadgrobne ploče na kojima se pojavljuju imena pokojnika ili posebni arhitektonski i dekorativni elementi poput natpisa u stihovima, te još i kameni križevi, keramičke pločice sa slikama te drugi karakteristični elementi s umjetničkim obilježjima (Slika 8).



Slika 8. Lapidarij uz trg groblja Sv. Ivan [1]

4.3.5. Urbana oprema

Iako urbanu opremu na grobljima čine u prvom redu vrlo specifični elementi (nadgrobne ploče i spomenici), želja investitora i projektanta bila je poštivati postojeće smjernice za komunalnu urbanu opremu na prostoru Općine, pa su, osim postojeće klupe, definirani i nosač za metlicu, nosač za posudu za zalijevanje te slavine za vodu i rukohvati.

4.3.6. Kosturnica

Sadašnje rješenje kosturnice ne udovoljava ni vrsti ni stvarnoj potrebi groblja. Zato je jedan od prvih zahtjeva investitora bio da se osmisli nova kosturnica koja će oblikom i volumenom podsjećati na monumentalne grobnice maloga groblja. Izradio se idejni projekt nove kosturnice. Od prvotne ideje da se za završnu obradu primijeni kamen „rosalit breccia“ se odustalo jer je takav bio nedostupan, pa je konačni odabir bio kanfanar.

4.4. Izvedbena rješenja i Pravilnik o grobljima Trgovačkog društva Baška

U izvedbenim rješenjima, uz razradu ranije navedenih idejnih rješenja (izgradnja i uređenje grobova, putova i staza, ozelenjivanje prostora, uređenje lapidarija, urbana oprema i izgradnja kosturnice), posebno se

projekt fokusirao na uređenje i organizaciju prostora. Uočeno je i da treba ispraviti visinske pozicije grobnih polja samih, te to provesti dodavanjem potpornih zidova, a preporučeno je i da taj proces bude dugotrajna smjernica na čiju će dinamiku izvršavanja utjecati potreba za ukapanjem.

Iz opisanog postupka definiranja idejnog rješenja proizašao je novi Pravilnik o grobljima za Trgovačko društvo, koji je i prihvaćen. Pravilnik se sastoji od pisanog dijela oblika Odluke u čijim su člancima primijenjena sva pravila proizašla iz cjelokupne analize (dimenzija groba, preporuka o korištenju vrste kamena, dimenzije kamena...). U drugom je dijelu Odluke dan grafički prikaz tih odredbi kako bi se krajnjem korisniku olakšala prostorna vizualizacija budućeg izgleda same grobnice (Slika 9). Grafički prikaz Odluke omogućuje izbor između tipiziranih varijanti rješenja ne bi li se novi zahvati što bolje uklopili u postojeći ambijent groblja. Dopušteno je i zamjensko idejno rješenje, ali samo pod uvjetom da ga izradi educirani stručnjak (npr. arhitekt ili kipar). Kako bi se i Trgovačkom društvu i korisniku što više pojednostavio odabir, izrađeni su obrasci u kojima su definirani zahtjevi ovisno o tipologiji groba, a na kojima korisnik svojim potpisom ovjerava vrstu zahvata za koju se odlučuje.

4. VERTIKALNA NADGROBNA PLOČA:

- Kamerni blok
- Ploča završena za stranu od kamena ili keramike
- Ploča položena na dva okosnica
- Ploča izmestu stupova trapezoidnog oblika
- Kosa ploča postavljena na stranu od kamena ili keramike
- Ploča na stubovima s jedna strane
- Ploča izmestu stupova
- Varijanta sa krljom
- Kosa varijanta izmestu stupova

5. SPOMENIK:

- Spomenik tipa "stupa" (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)
- Spomenik tipa "stupa" (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)
- Spomenik tipa "kupa" (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)
- Spomenik tipa "kupa" (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)
- Nije navedeno

Obilježja ploče (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)

Obilježja kupa (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)

Obilježja kupa (u vezi sa svojom spomeniku oblikom tipa:)

Pročitali smo ovaj spomenik i samim tim potvrđujem da je izrađen u skladu s ovim zahtjevima i pravilima.

2.

Slika 9. Zahtjev za uređenjem grobnog mjesta, izvadak iz obrasca [1]

5. Rasprava

Rad na uređenju groblja izvodio se u fazama: analiza postojećeg stanja i procesa upravljanja, sinteza rezultata, izrada koncepta rješenja prema rezultatima analitičkog dijela, izrada smjernica za unaprjeđenje i daljnju primjenu analiziranog procesa.

Samo je snimkom prostora totalnom stanicom i dronom te detaljnom arhitektonskom snimkom bilo moguće dobiti preciznu snimku postojećeg stanja. Svrha izrade snimke je postizanje točnosti kakva je u izradi projekta uređenja bila nužna jer su u novom planu uređenja predviđene značajne izmjene postojećeg stanja. Precizan snimak prostora je važan preduvjet optimizacije smještaja i organizacije grobnih mjesta i komunikacija, te planiranja najvećeg mogućeg broja novih grobnih mjesta.

Pri izradi povijesnog pregleda su sistematizirana postojeća znanja prikupljena iz dostupnih izvora. Nova saznanja su rezultat vlastitog istraživanja provedenog na terenu, a njime su obuhvaćeni izrada detaljne snimke prostornih elemenata, dokumentiranje svakoga pojedinog mjesta, te katalogizacija i kategorizacija postojećih elemenata groblja. Takva je izuzetno detaljna i dugotrajna analiza bila neophodna da se zauzme stav o važnosti zaštite groblja kao kulturne i prostorne baštine. Kartoni analize su bili velika pomoć u sistematizaciji rezultata te smjernice za zaštitu postojećih elemenata.

Rezultati rada na projektu zahvata uređenja jesu izrađena plansko-projektna dokumentacija i predložene odredbe, ali je ne manje važan ishod i svojevrsna inovaciju alata za pomoć pri uređenju i komunikaciju s korisnikom u obliku obrasca za Zahtjev za uređenje grobnog mjesta. Zahvaljujući njemu, korisnik može izabrati neke od predloženih varijanti rješenja i kombinirati različite ponuđene elemente. Takav pristup ima najmanje dvije prednosti: korisniku olakšava vizualizaciju rješenja i odlučivanje o konačnom izboru (između brojnih mogućih), a upravitelju je jamstvo reda u provedbi novih intervencija u prostoru, kao i primjerenije kategorizacije grobnih mjesta (s pratećim pravednijim izračunom naknade).

Analizom zakona i procedura je utvrđeno koje to promjene treba uvesti u pristupu upravljanju i dinamici procesa vođenja upravljanja i uređenja (a posebno radi li se o kategorizaciji grobnih mjesta koja se ranije provodila administrativno, te zato često u nesuglasju sa stanjem na terenu).

Takav bi sustav primjene metodologije trebalo u procesu stvaranja pravilnika i smjernica ustrojiti prije nego li gradsko vijeće usvoji smjernice upravljanja grobljem jer bi on omogućio uštedu vremena i financija (zbog ponavljanja odluka i reinvestiranja boljih prihoda u upravljanje).

Divulgacija znanja o vrijednostima i povijesti u takvom je procesu i ključni čimbenik u uspješnom gospodarenju grobljem, te njegovom uređenju i održavanju. Edukacija obrtnika i korisnika posebno je važan prateći aspekt procesa, te osnovni korak ka uspješnom uređenju groblja.

6. Zaključak

Tijekom ovog procesa utvrdilo se da je kulturna baština (svih) groblja neodgovarajuće zaštićena jer ne postoji konzervatorska studija ili podloga, a nisu dokumentirane niti promjene koje su se izvodile tijekom uporabe i održavanja groblja. Posebno se to odnosi na groblja u malim sredinama, gdje pritisci lokalnog, ali i i ostalog stanovništva mogu biti značajni. Zato može biti teško naglasiti iznimnu vrijednost nekog malog groblja, ali je i izgledno da različita groblja u nekom području predstavljaju značajnu kulturnu i materijalnu baštinu tog područja.

Važnu ulogu u organizaciji javnih namjena imaju financijski interesi, a posebno je to izraženo u sektoru groblja gdje je moguća asimetrija (neravnopravnost) u trenutku odlučivanja o ulaganju (npr. zbog emotivne povezanosti). Spremnost korisnika na financiranje otvara mogućnost za ulaganja u uređenje groblja. S druge pak strane, nekontrolirani zahvati u prostoru mogu biti veoma opasni i imati trajne neželjene posljedice, poput narušavanja posebnosti lokalnih obilježja te smanjenje vrijednosti svakoga pojedinog groblja.

Analizirani projekt nastojao je istaknuti vrijednosti koje postoje na lokalnoj razini. Metodologija koja je razrađena tijekom izrade projekta omogućuje valorizaciju raznolikosti kulturne i prirodne baštine, a može se primijeniti na bilo kojoj drugoj lokaciji i to tako da ishod odgovara upravo toj lokaciji.

Pažnja prema lokalnim i tradicionalnim karakteristikama prostora je i osnovni razlog radi kojeg je Europska komisija upravo ovaj projekt preporučila kao primjer dobre prakse [9, 10] i pozvala Trgovačko društvo Baška da ga prezentira kao ogledni primjer uređenja groblja, izvedivog i u drugim hrvatskim gradovima (Dubrovnik, Karlovac...). Takav afirmativan pristup naručitelja kulturno-povijesnoj vrijednosti analizirane baštine omogućava i pokretanja procesa sufinanciranja i alternativnog financiranja (EU fondovi i slično).

Literatura

- [1] Ured MF Arhitekti. 2014-2016. *Plan uređenja groblja*. Arhivski materijal. Investitor Općina Baška.
- [2] Glavočić, D. 2014. *Povijesni presjek*. Arhiva ureda MF Arhitekti.
- [3] Zakon o grobljima NN 19/98, 50/12.
- [4] Pravilnik o grobljima NN 99/02.
- [5] Zakon o gradnji NN 153/13, 20/17.
- [6] Glavočić D. 2002. *Tipovi kozalskih grobova str. 56-61*. Ur. Đekić, V. Komunalno društvo Kozala d.o.o. Rijeka.
- [7] Konzervatorski ured u Rijeci. Ministarstvo kulture. Tablice za inventarizaciju groblja Kozala.
- [8] Odluka o grobljima Općine Baška SN PGZ 40/13, 6/14, 31/15 i 12/17.
- [9] Sudjelovanje na Adriatic Cemetery Days u Dubrovniku. Dostupno na: <http://www.tdbaska.hr/sudjelovanje-na-adriatic-cemetery-days-u-dubrovniku/> [04. 09. 2017.].
- [10] Projekt obnove groblja Općine Baška predstavljen u Bruxellesu. Dostupno na: <http://www.tdbaska.hr/projekt-obnove-groblja-opcine-baska-predstavljen-u-bruxellesu/>, [04. 09. 2017.].

U prigodi 70. obljetnice povezivanja gradova Rijeke i Sušaka O MOGUĆIM IZVORIŠTIMA PROJEKTA IZGRADNJE RIJEČKOG "TROMOSTOVLJA"

On the Occasion of the 70th Anniversary of the
Cities of Sušak and Rijeka Union

ON THE POSSIBLE ORIGINS OF THE PROJECT FOR
THE CONSTRUCTION OF RIJEKA TRIPLE BRIDGE

Srđan Škunca*

Sažetak

Svega godinu dana po oslobođenju Rijeke i Sušaka i uklanjaju granice između dotad autonomno razvijanih gradova, u listopadu 1946. godine dovršeno je njihovo fizičko povezivanje novim mostovima. Po opsegu izgradnje, koji je obuhvatio izvedbu cestovnog mosta, od njega odijeljenoga pješačkog mosta-trga, te nasipavanjem i natkrivanjem Mrtvoga kanala, nastao je posve nov urbani prostor ikoničkih osobina. Iako izvedeno u uvjetima skromnih tehničko-tehnoloških mogućnosti i izrazito suženim izborom materijala, riječko "tromostovlje" pripada samom vrhu poslijeratnih realizacija javnih prostora na području Hrvatske i tadašnje SFR Jugoslavije. Istraživanja nastanka opisanog kompleksa ukazuju da je projekt nastao kao dio urbanističkog rješenja povezivanja Rijeke i Sušaka korištenjem Delte kao pješačke zone mješovite namjene, ali se mogu prepoznati i utjecaji ranijih planova i studija, poput Generalnoga regulacijskog plana grada Sušaka iz 1940, studije Zdenka Kolacija iz 1941, kao i studije Delte talijanskih okupacijskih vlasti iz 1942. godine.

Ključne riječi: Rijeka, Sušak, cestovni most, pješački most, Mrtvi kanal, Delta

* Grad Rijeka, Titov trg 3, Rijeka
E-mail: srdjan.skunca@rijeka.hr

Abstract

In October 1946., just a year after the liberation of Rijeka and Sušak and the removal of the border between these two separately developed towns, construction of new bridges designated their physical integration. Constructing the detached road bridge and the pedestrian bridge-square as well as shortening the Mrtvi kanal channel bed by filling and bridging it, a new urban space of iconic characteristics arose. Although performed with very scarce technical and technological potentials as well as a very reduced choice of construction materials, Rijeka Triple Bridge represents one of the top public spaces realised in socialistic Croatia and Yugoslavia in the early postwar period. Researches of the genesis of the Project design show it was part and the result of urban development design conceived to integrate the towns of Rijeka and Sušak using Delta area as a new pedestrian mixed-use zone. But it is important to underline the influence of some earlier documents and studies like the Master plan of the town of Sušak, approved in 1940, the urban design of the Delta area, studies by the architect Zdenko Kolacio in 1941, as well as the Project of the urban arrangement of the Delta area made by Italian architects in 1942. at the request of the Italian occupation administration.

Key words: *Rijeka, Sušak, road bridge, pedestrian bridge, Mrtvi kanal, Delta*

1. Uvod

Kada je 22. listopada 1946. godine upriličena "svečana predaja prometu mostova preko Rječine" [1], na kojoj su se okupili predstavnici saveznih, republičkih i gradskih vlasti Vojne uprave zone "B" Julijske Krajine, sindikata i desetak tisuća građana, tim je činom okončan kratak, ali slojevit, i do danas dojmljiv proces jer unatoč neriješenom državno-pravnom položaju Rijeke, tadašnje političke elite šalju posve jasnu poruku o stvarnoj pripadnosti grada. Poruka je izražena upečatljivim graditeljskim zahvatom funkcionalne, urbane i estetske vrijednosti, čime se nova vlast legitimira sposobnom i dostojnom upravljanja složenom urbanom cjelinom Rijeka-Sušak.

Iako sve tri nove konstrukcije povezuju Rijeku i Sušak, samo prva dva mosta udovoljavaju stvarnim komunikacijskim potrebama dviju gradskih cjelina, a treći zahvat omogućava dodatnu komunikaciju prema tadašnjim lučkim površinama Delte. Zbog karaktera svojevrsne slijepe komunikacije koja će potrajati sve do kasnih 60-ih godina, te okolnosti da je konstrukcija premoštenja Mrtvog kanala izvedena u skromnim dimenzijama i samo s jednim licem, u prostornom, konstruktivnom i funkcionalnom pogledu taj će zahvat trajno ostati u sjeni cestovnog i pješačkog mosta.

2. Tijek pripreme za izgradnju

Opisani kompleks, kojemu je prethodilo uklanjanje pograničnih građevina i srušenog mosta, izgrađen je u vrlo kratkom razdoblju od nepunih osam mjeseci (od veljače do listopada 1946.), a brojne poteškoće su proizašle iz oskudice materijala, građevinskih strojeva i opreme te radne snage. U organizacijskom, a djelomično i tehničkom pogledu, realizacijom projekta upravlja Odbor za gradnju mosta i pješačkog prelaza preko Rječine, čiji rad možemo pratiti u sačuvanim zapisnicima u razdoblju od osnutka u siječnju do rujna 1946. godine [2]. Odbor čine predstavnici *Vojne uprave* (potpukovnik Mirko Lenac i poručnik Zdenko Kukoč), *Građevinskog odjela Okružnoga narodnog odbora Hrvatskog primorja* (ing. Mirko Premužić), *Odjela tehničkih radova Gradskog NO-a Rijeka* (inženjeri Davor Schwalba, Emil Kuchich, Zdenko Kolacio, Ervin Matzner i Yvone Clerici), *Okružnoga državnoga građevnog poduzeća* (Krsto Šojat i ing. Maks Peč), *Gradskoga građevnog poduzeća* (ing. Milan Schwalba), *Zemaljskoga građevnog poduzeća* (ing. Makso Pahor / ing. Ivan Vidulić), te prema potrebi i predstavnici *Gradske fronte Sušak* (Vilim Ružić / Janja Mittel), *Gradske fronte Rijeka* (Zvonko Petrinović) te *Sindikata Sušak* (Anđelka Bijelić). Zapisnici sjednica Odbora, koje su se održavale tjedno, vjerno odražavaju potrebe i poteškoće, ali i tehničko-tehnološki, organizacijski i graditeljski napredak koji se od početka travnja 1946. prate u kategorijama: *Kolni most preko Rječine* (ili samo Kolni most), *Pješački prelaz* odnosno *Pješački most*, *Mrtvi kanal* i *Uređenje okoliša*.

Iz raspoloživih je izvora nedvojbeno kako je Zemaljski građevno-projektni zavod Hrvatske (iz Zagreba) do siječnja 1946. pripremio rješenje povezivanja Rijeke i Sušaka (Slike 7 i 8) pod nazivom *Projekt Sušak – Rijeka*, (oznaka projekta R 91), koji je izložen u Rijeci u dva koraka.

Na sjednici održanoj 24. siječnja 1946. predstavnicima *Vojne uprave* (Mirku Lencu i Zdenku Kukoču), *Ministarstva građevina NR Hrvatske* (Krunoslavu Tonkoviću i Vladimiru Leskovcu), *Okružnoga NO-a Hrvatskog primorja* (Ljubi Marušiću, Mirku Premužiću i Mladenu Tomiću), *Gradskog NO-a Sušak* (Luji Racu), *Gradskog NO-a Rijeka* (Davoru Schwalbi, Emilu Kuchichu, Zdenku Kolaciju i Ervinu Matzneru), *Zemaljskoga građevnog poduzeća* iz Zagreba (Nenadu Petroviću i Ivanu Grbcu) i *Okružnoga građevnog poduzeća Sušak* (Krsti Šojatu), ing. Tonković je izložio samo projekt novoga cestovnog mosta preko Rječine sa svijetlim otvorom od 23 metra radi hidrauličkih potreba, kao konstrukcijsko rješenje koje omogućava kasnija proširenja, a umanjuje troškova temeljenja i prilagodbu nagiba nivelete mosta urbanističkim zahtjevima. Izgradnja mosta stoji 4,5 mil. tadašnjih dinara, a uređenje okoliša zahtijeva još "*nekoliko milijuna*" [3]. Na kraju izlaganja utvrđene su preporuke za izradu glavnoga ("*detaljnog*")

projekta mosta, među kojima su posebno indikativne one kojima ing. Schwalba, načelnik Odjela tehničkih radova GNO-a Rijeka, traži da se *"obalni zid više mosta na riječkoj strani izvede odmah tako da se može upotrebiti kao upornjak kod proširivanja mosta na bar 30 m"* te da se most izvede *"simetrično sa svim nosačima na jednakim razmacima kako se ne bi onemogućilo eventualno proširenje mosta na nizvodnoj strani"*. Posljednja preporuka, tj. *"da se već kod sadašnjeg rasporeda nosača uzme u obzir eventualno daljnje proširenje mosta, najprije na 30, a onda na 40 m, kako je to predviđeno u skici regulatornog plana"* [3], ostaje nejasna jer se može povezati s pješačkim mostom koji nije bio temom izlaganja.

Dan kasnije, 25. siječnja, održava se konferencija usredotočena tek na analizu projekta pješačkog mosta, pa su prisutni samo predstavnici *Građevnog odjela Okružnog NO-a Sušak* (Mirko Premužić i Mladen Tomić), *Ministarstva građevina NR Hrvatske* (Juraj Šiprak i Boško Rašica), *Gradskog NO-a Rijeka* (Davor Schwalba, Emil Kuchich, Zdenko Kolacio, Ervin Matzner i Bruno Angheben) i *Gradskog NO-a Sušak* (Luj Rac) [4]. Konferencija je okončana donošenjem nekoliko važnih zaključaka, koje iznosim prema temama (citati zaključaka istaknuti su kurzivom):

A/ o projektu mostova:

- niveleta pješačkog mosta mora biti u *visini nogostupa uz Rječinu na sušačkoj strani*
- *konstrukcija kolnog mosta ima se zadržati tako da se ne isključi mogućnost eventualnog proširenja u budućnosti*
- istovremeno treba izvesti i sve radove uređenja okoliša.

B/ o urbanističkom rješenju:

- zbog dobrog građevinskog stanja ne prihvaća se rušenje uglovnica bloka prema Ul. žrtava fašizma i Školjiću. Stoga treba... *naći drugo rješenje kojim bi se omogućilo ... promet između novog mosta i Via Roma.*
- *posljedično, potrebno je omogućiti što bolju prometnu vezu mosta s ulicama uz zgradu na trgu Oberdan, tj. na Školjiću.*

C/ o organizaciji projektiranja:

- konačne planove i projekte treba podnijeti Gradskom NO-u Rijeka, Okružnom NO-u Hrvatsko primorje i Gradskom NO-u Sušak na uvid i odobrenje. Međutim, najprije treba dovršiti projekt cestovnog mosta kako bi započela izgradnja temelja, a potom i pješačkog mosta.

Postupak izlaganja i zaključci sjednica otkrivaju da jedinstveni projekt ipak nema (makar u početku) jedinstvenog nositelja izvedbe. Naime, nakon izlaganja projekta, poručnik Kukoč traži da se zapisnički utvrdi kako je Vojna uprava voljna pokriti troškove izgradnje mosta, ali ne i uređenja okoliša, za koje radove bi trebalo *"angažirati široke slojeve, dakle rad na dobrovoljnoj bazi"*, te u tom smislu od Ministarstva građevina traži iskaz radova koji su *"uvjetno nužni u vezi s izgradnjom mosta"* i troškove njihove

izvedbe koje bi pokrila Vojna uprava[3]. Na istoj sjednici, Kukoč dodjeljuje izgradnju mosta Okružnome građevnom poduzeću, o čemu se Vojna uprava obvezuje i pismeno očitovati. Iako će krajem svibnja Primorski vjesnik, između ostaloga, izvijestiti građanstvo kako izgradnju mostova "*financira Vojna uprava*" [5], zapisnici sjednica Odbora pokazuju da predstavnici Vojne uprave rješavaju sve potrebno za izgradnju cestovnog mosta, povremeno obećavaju pomoć u natkrivanju Mrtvoga kanala, ali nikada ne sudjeluju u raspravama o izgradnji pješačkog mosta! Po svemu sudeći, izgradnja pješačkog mosta i natkrivanje Mrtvoga kanala s pratećim radovima, ako ne u financijskom ali svakako u organizacijskom smislu, bila je prepuštena drugim dionicima, ponajprije Ministarstvu građevina NR Hrvatske, te gradskim NO-ima Rijeke i Sušaka.

3. Plan i projekt izgradnje mostova i moguća izvorišta

Tijekom izlaganja projekta cestovnog mosta, na sjednici održanoj 24. siječnja, Davor Schwalba pojašnjava kako su "*i sa strane O.T.R. Rijeka studirani razni projekti, te smatra na osnovi toga da će projekti Ministarstva građevina odgovarati*" [3]. Ulogu gradskih stručnih službi naglašava i već spomenuti napis Primorskog vjesnika, navodeći da je "generalni projekt" izgradnje mostova izrađen u projektnom zavodu Ministarstva građevina NR Hrvatske "*u sporazumu sa Gradjevnim odjelom Primorsko-Goranskog Okružnog Narodnog odbora, te Odjelom Tehničkih radova Gradskog NO-a Rijeka i Gradjevinskim otdjelom Gradskog NO-a Sušak*" [5]. Svojevrsnu sintezu prethodnih navoda donosi Izvještaj o rješavanju problema spajanja Rijeke i Sušaka s nadnevkom 10. V. 1946, koji je za potrebe Vojne uprave JA pripremio Odjel Tehničkih radova Gradskog NO-a Rijeka (odnosno, prema sačuvanom autografu, Zdenko Kolacio) [6]. U izvještaju se ne spominje niti jedan problem izgradnje, ali se iznosi aktualno urbanističko i programsko razmišljanje o načinu spajanja Rijeke i Sušaka navodeći: "*Do spomenutih zaključaka došlo se studijem sušačke i riječke regulacione osnove, osim toga isti su rezultati održanih sastanaka sa stručnjacima Ministarstva građevina iz Zagreba, a u vezi s izgradnjom mosta preko Riječine i ...željezničkog vijadukta na pruži Rijeka-Sušak*" [6]. Navođenje željezničkog vijadukta, građevine koju Odbor nije ni razmatrao, nedvojbeno upućuje na zaseban okvir djelovanja u kojem su inženjeri Odjela Tehničkih radova temeljito razmatrali mogućnosti povezivanja Rijeke i Sušaka, te došli do rješenja za koje je Zemaljski građevno-projektzni zavod razradio projekt, premašujući njime utilitarna očekivanja Vojne uprave. Na to upućuje i novinska objava iz siječnja 1946, o izgradnji jednog mosta u dvije faze: "*Nakon demontiranja mosta izvesti će se odmah nova spona Rijeke i Sušaka, ali ne tako da pruža sliku mosta, već neprimjetljivu vezu...obala Rječine. Ta će veza biti s vremenom*

proširena od 15 metara - koliko će iznositi početno pokrivanje, na 30 - 35 metara tako da će čitavi prostor obih strana činiti jednu cjelinu" [7].

Ipak, neovisno o navedenom, nužno je razmotriti na koji se to način "studirala" riječka i sušačka regulacijska osnova.

3.1. Riječka regulacijska osnova

Predratni generalni plan Rijeke, tzv. Zeleni plan / Piano verde iz 1938. godine trebao je svojim rješenjima odraziti novu prostornu stvarnost grada, nastalu temeljem Rimskog ugovora, kojim je 1924. potvrđena pripadnost Rijeke Kraljevini Italiji. Budući da je granica između dviju država neopozivo utvrđena sredinom Rječine i zapadnom obalom Mrtvoga kanala, plan ne predviđa izmjenu prostornih odnosa.

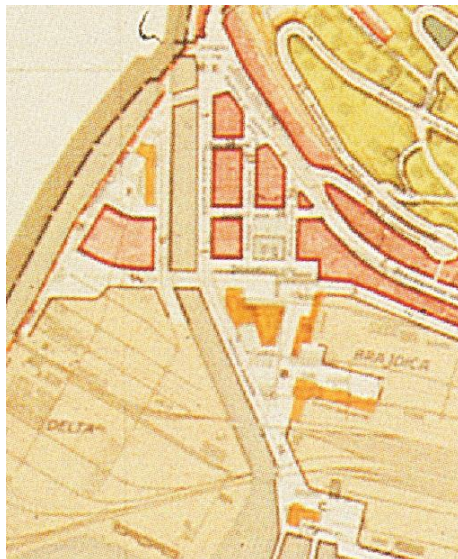


Slika 1. Regulacija dijela područja od Grivice do Fiumare u Regulacijskom planu arh. Paola Grassija iz 1904. godine [8]

Najveći doprinos u osmišljavanju povezivanja Rijeke i Sušaka su u tim poslijeratnim okolnostima mogli dati Bruno Angheben, Pietro Bacci i Yvone Clerici. S kontinuitetom rada u gradskim stručnim službama, u Arhitektonskom odsjeku Odjela tehničkih radova Gradskog NO-a Rijeka, Bacci djeluje u pododsjeku za zgradarstvo, a Angheben je imenovan šefom pododsjeka za regulaciju, koji vodi sve do odlaska iz Rijeke početkom travnja 1946. godine [9]. O bogatom iskustvu govori i podatak da su Angheben i Bacci, kao projektanti zgrade osnovne škole izgrađene ranih tridesetih u Via Daniele Manin (današnja OŠ "Nikola Tesla"), izravno provodili Regulacijski plan grada Rijeke arhitekta Paola Grassija iz 1904. (Slika 1).

3.2. Sušačka regulacijska osnova

Generalni regulacijski plan grada Sušaka (u daljnjem tekstu: GRPG Sušaka), na snazi od siječnja 1940, teži stvaranju cjelovitog gradskoga prostora, koncepcijski, funkcionalno i na razini urbanih formi. Sve su kvalitete, ali i dvojbe tog plana, izuzetno dobro poznavali arhitekti Zdenko Kolacio i Mirko Premužić jer su upravo oni izravno sudjelovali u njegovoj razradi tijekom dvogodišnjeg boravka Vladimira Jamnickog u Sušaku, od travnja 1937. do travnja 1939. godine [10:154]. Ne čudi stoga da je po dolasku u Odjel tehničkih radova NO-a Rijeka 10. svibnja 1945. Zdenko Kolacio raspoređen na mjesto referenta Arhitektonskog odsjeka (mjesto voditelja, prema tadašnjem ustroju Odjela), a uz postojeću dužnost, već u rujnu 1945, postaje i šefom pododsjeka za zgradarstvo, koji će voditi do reorganizacije Odjela u ožujku 1947, kad je raspoređen u odsjek za planiranje [9].



Slika 2. Regulacija središta Sušaka u Generalnome regulacionom planu grada Sušaka [11:10-11]

U GRPG Sušaka je područje Sjeverne Delte planirano za razvoj novih gradskih sadržaja, gradske tržnice duž zapadne obale Rječine, te novoga gradskog bloka južno od nje. Ovi se sadržaji mostovima povezuju s povijesnim gradskim središtem, ali i novoplaniranom zonom prometnih terminala i pošte na Brajdici (Slika 2). Novim težištem obalnog dijela Sušaka i graničnim mostom, očito se željelo Jelačićev trg učiniti rubnim prostorom.

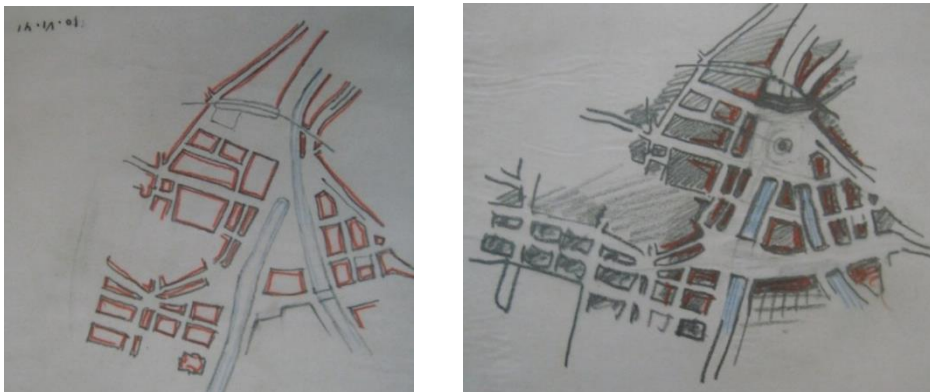
3.3. Ratne studije Zdenka Kolacija, lipanj 1941.

Na samom početku Drugoga svjetskog rata Kraljevina Italija anektira Sušak stvarajući novu prostornu poziciju dotad odijeljenih gradova. Stoga potpuno iznenađuju skice (izrađene na tzv. *skicn* papiru, datirane, nepotpisane) i planovi (iscrtani na paus papiru, potpisani i datirani) u kojima Zdenko Kolacio već početkom lipnja 1941. promišlja o mogućnosti uređenja Delte kao središnjeg prostora Rijeke i Sušaka [12].

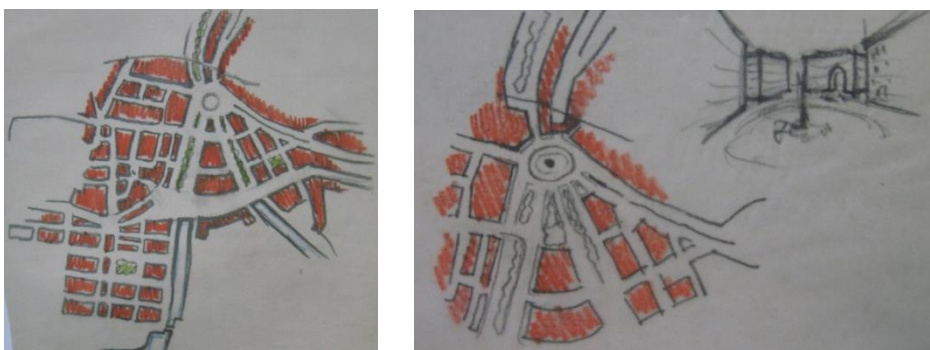
Rješenje Delte iz GRPG Sušaka, Kolacio uzima kao polazište, a istraživanje urbanih formi dovodi do posve neočekivanih rješenja. Središnje mjesto nove urbane matrice Kolacio prepoznaje u površini trga kojim povezuje Rijeku i Sušak, a koji svojim formatom negira vodene površine i uspostavlja novo mjerilo prostora. U jednoj inačici (Slika 3) novi gradski trg položen je preko Mrtvoga kanala i Rječine od Školjića do Ulice žrtava fašizma i od bloka Hrvatske štedionice (istočno od hotela "Kontinental") do novog bloka uvučenoga u odnosu na postojeći uz Fiumaru. U drugoj inačici (Slika 4) novi trg je zamišljen kao prostor jasne kružne tipologije, a njegovu centripetalnu prometno-prometnu ulogu Kolacio naglašava novim polukružnim strukturama na Školjiću i u zoni današnjeg spoja s ulicama Račkoga i Ružičevom te podupire bulevarima, koje razvija na površinama natkrivenih vodnih lica Mrtvoga kanala i Rječine (čak i na uzvodnoj strani trga) do novoplanirane osi Jelačićev trg – Cindrićeva ulica. Duž novih bulevara na sjevernoj Delti, Kolacio planira kompaktne urbane forme, gradske blokove u rasteru postojećih s obje obale, i u takvom rasteru uspostavlja kontinuiranu, cjelovitu uličnu / prometnu mrežu, neograničenu mjestima premoštenja.

Iako su kompaktnim urbanim formama u GRPG Sušaka rješavani brojni prostori, Kolaciova rješenja ipak otvaraju dodatna pitanja. Smjelost natkrivanja vodenih površina nadilazi usporedbu s bilo kojim zahvatom tijekom razvoja grada i neodoljivo upućuje na slične zahvate provedene, primjerice, u Genovi ranih 30-ih, natkrivanjem korita bujice Bisagno u dužini od preko 1300 metara i uređenjem novoga gradskog bulevara od željezničke postaje do mora. Zbog izrazito kratkog vremenskog odmaka od donošenja GRPG Sušaka se može pretpostaviti kako je Kolacio želio istražiti strukturiranje novoga obalnoga gradskog središta jedinstvenoga grada i u svijetlu primjedaba iskazanih na prijedlog GRPG o izgradnji glavnoga gradskog središta Sušaka na širem području igrališta "Orijent" [13:68]. Na bavljenje ovom temom upućuje i promišljanje nove komunikacije na osi Jelačićev trg – Cindrićeva ulica, kojom su sadržaji planirani na Brajdici lako dostupni i s riječke strane, a daljnje povezivanje sugerira se i novom strukturom ispod navedene komunikacije. Ostaje, ipak, upitno koliko su Kolaciovi monumentalni blokovi sjevernog pročelja novoga gradskog trga,

a posebno detalj perforiranja jednoga od njih (Slika 4) refleks arhitekture talijanskog racionalizma i suvremene urbanističke prakse rekonstrukcije i izgradnje pojedinih gradskih središta, a u kojoj su mjeri ishod isključivo vlastitih prostornih studija.



Slika 3. Situacija, prema GRP-u grada Sušaka (lijevo) te inačica povezivanja Rijeke i Sušaka zajedničkim trgom (desno) [12]



Slika 4. Inačica povezivanja trgom i bulevarima (lijevo) i kompaktnim sjevernim pročeljem novoga trga i njegovom vizualizacijom (desno) [12]

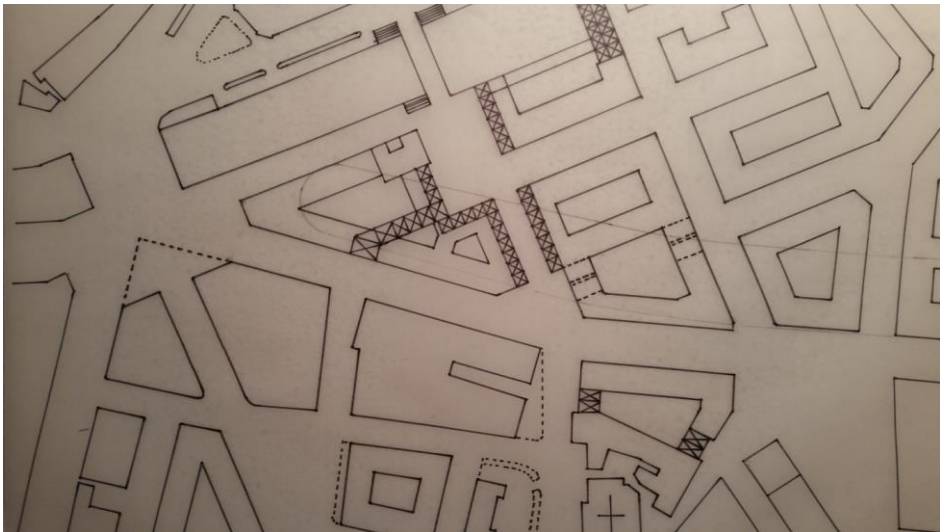
3.4. Ratne studije okupacijskih vlasti, razdoblje 1941. - 1943.

U prilogu već spomenutog Izvještaja, Odjel Tehničkih radova Gradskog NO-a Rijeka dostavlja Vojnoj upravi grafiku *Progetto di massima di un piano d'unione tra Fiume e Sussa* (u daljnjem tekstu: Projekt) u mjerilu 1:1000, za koji navodi kako su ga izradili talijanski stručnjaci za vrijeme okupacije Sušaka 1941. - 1943 [6].

Riječ je, međutim, o studiji koja je izrađena najkasnije početkom 1942. godine, a takav zaključak izvodim iz prepiske vođene tijekom prve polovine

1942. između Ministarstva javnih radova (Ministero dei Lavori Publici) i Riječke prefekture, koja, uz ostale, traži državna sredstva i za projekt "*Copertura del fiume Eneo tra Fiume e Sussa*" [14]. Naslov projekta ne treba zbunjivati: pojmovno nasljeđe poima Mrtvi kanal izvornim tokom Rječine – Enea [15:346]. Za spomenuti projekt navodi se kako je "*Per tale copertura è stato presentato dall' Ufficio del genio Civile di Fiume il progetto di massima e quello esecutivo di un primo stralcio per ili tratto in corrispondenza dell'esistente ponte in ferro...*" [14], tj. "Za to prekrivanje predložen je ... plan uređenja kao i izvedbeni projekt prvog zahvata na potezu postojećega željeznog mosta...".

Zasad nepoznati autori Projekta osmislili su vrlo slojevito rješenje povezivanja Rijeke i Sušaka. Natkrivanjem Mrtvog kanala duž Fiumare, a do Kazališta, u gradskom se središtu Rječina ističe kao jedina vodena os. Duž natkrivenog korita Mrtvog kanala i zapadne obale Rječine razvijaju se nova ulična pročelja gradskih blokova, koji dimenzijama i pravilnim rasterom pravilnih geometrijskih oblika, odgovaraju zatečenim blokovskim strukturama i rasterima Rijeke i Sušaka.



Slika 6. Projekt povezivanja Rijeke i Sušaka, detalj - precrt [6]

Središnje mjesto u novoplaniranoj urbanoj matrici ima kompaktna cestovno-pješačka površina – trg, koja povezuje Rijeku i Sušak na mjestu tadašnjeg mosta. Pravokutna forma nad koritom Rječine položena je tako da se u njezinu geometrijskom središtu susreću "sušačke" osi Strossmayerove ulice i trsatskih stuba, ali i novoplanirane "riječke" dijagonale perforiranog bloka između Ulice žrtava fašizma i Školjića, (čiji je kut prema Rječini

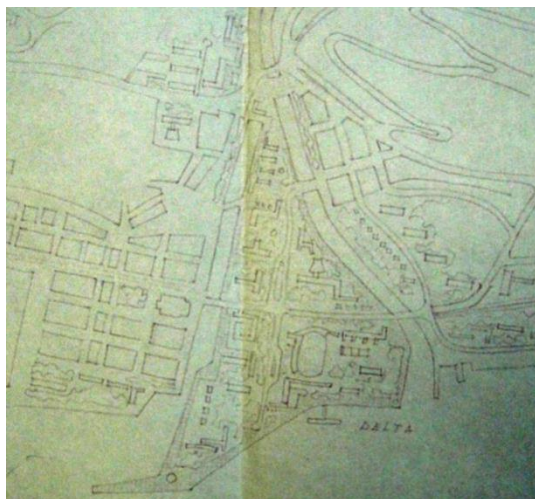
odsječen tako da zapadno pročelje trga bude protuteža istočnome, koje čini pročelje tadašnje Hrvatske štedionice) te ulice na Školjiću i Vrhu Delte, na kojemu se uspostavljanjem bloka trokutne osnove uspostavlja svojevrsna protuteža bloku hotela Kontinental. Neki detalji projekta upućuju na dobro poznavanje i razumijevanje GRPG Sušaka. Tako je u dijelu blokova na Sjevernoj Delti predviđena izvedba trijemova, čestog motiva korištenoga u planiranju gradskih trgova, ali i tržnica iz doba talijanskog racionalizma! Ipak, u već spomenutom Izvještaju, Kolacio će blokove ocijeniti zastarjelim i nehigijenskim načinom planiranja [6].

Nova mreža uspostavlja promišljene komunikacije između bitnih mjesta s riječke strane (Jelačićeva trga i Šporerove ulice), sistematizirana ranih 30-ih godina, te sušačke strane, prema kojoj se predviđa i gradnja manjega pješačkog mosta u osi današnje Ulice R. Šupića, ali i izvedba glavne cestovne veze položene po osi Jelačićev trg – Podhumskih žrtava te Zajčeva ulica – Cindrićeva ulica (približno), čime se ta posljednja podudara s trasom iz regulacijskog plana Sušaka.

3.5. Sušak-Rijeka, Predio Delta, Skica, 1946.

Kao sastavni dio projekta povezivanja Sušaka i Rijeke, Zemaljski građevno-projektni zavod Hrvatske izradio je početkom 1946. godine u mjerilu 1:5000 urbanističko rješenje Delte s rubnim područjima (oznaka R91/2), nazvano *Sušak-Rijeka, Predio Delta, Skica* (u daljnjem tekstu: *Skica*) [6]. Prostorno rješenje, čvrsto zasnovano na tradiciji moderne, onemogućuje jednostavne usporedbe s opisanima. Već samim posezanjem za cjelokupnom površinom Delte, na kojoj se negira lučka funkcija, što je potpuna novost, te lociranjem raznovrsnih sadržaja (koji nisu opisani, ali se tipologijom građevina sugeriraju), uključujući i sportske površine i građevine, autori Skice integraciju temelje na ideji funkcijskog prostora jedinstvenoga za oba grada. Nove su forme, neopterećene mjerilom i rasterom naslijeđenih, smještene u zelenom ambijentu između riječnih i morskih obala, ili su, čak postojeće strukture duž obale Rječine dijelom uklonjene radi otvaranja slobodnih vizura u dubinu kanjona (Slika 7).

Napuštanje čvrste urbane matrice te prometnica zamišljena kao nastavak Zajčeve ulice na liniji željezničkog kolosijeka preko Delte i dijela Brajdice (što će se realizirati tek početkom 21. st.) bitne su novine novog prijedloga, dok je komunikacija na potezu Jelačićev trg – Podhumskih žrtava razmatrana i prostorno artikulirana i u ranijim studijama, a potpuno uklanjanje bloka između Ulice žrtava fašizma i Školjića na tragu je ideja djelomičnog uklanjanja koje su razmatrali i Kolacio i talijanski autori.



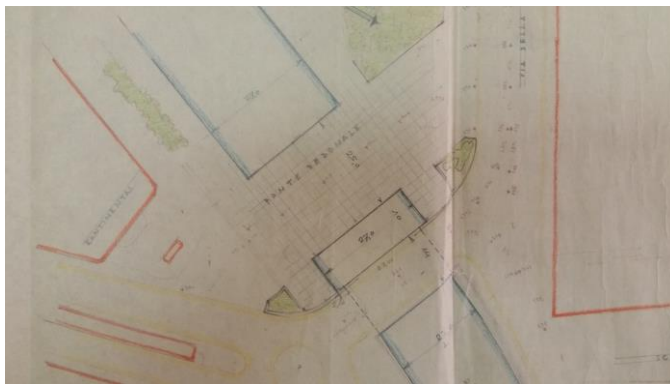
Slika 7. Prostorno rješenje povezivanja Rijeke i Sušaka i uređenja Delte, 1946. [6]

Najizravnije povezivanje Rijeke i Sušaka, za razliku od prethodno razmatranih primjera, Skica rješava s dva mosta od kojih je sjeverniji u funkciji cestovnog prometa, a južni, višestruko veći, zamišljen kao dio sustava javnih pješačkih površina. Novi pristup, međutim, zadržava vodna lica i Rječine i Mrtvog kanala, pri čemu se od zadnjega natkriva samo dionica u zoni raskrižja Ulice žrtava fašizma i Fiumare (što je gotovo identično jednoj od Kolaciovih inačica), i to iz funkcionalnih razloga, tj. povećanja pješačke površine u nastavku pješačkog mosta te pristupa Vrh u Delte iz Ul. žrtava fašizma. Zanimari li se tipologijska podjela, u formatu planiranih prostora Skica nema posebnih poveznica s rješenjem talijanskih autora, a pokazuje veliku bliskost Kolaciovom razmišljanju iz 1941. godine. Ipak, zbog već opisane temeljne razlike u pristupu, i od njega se bitno udaljava u svima drugim komponentama urbanističkog rješenja.

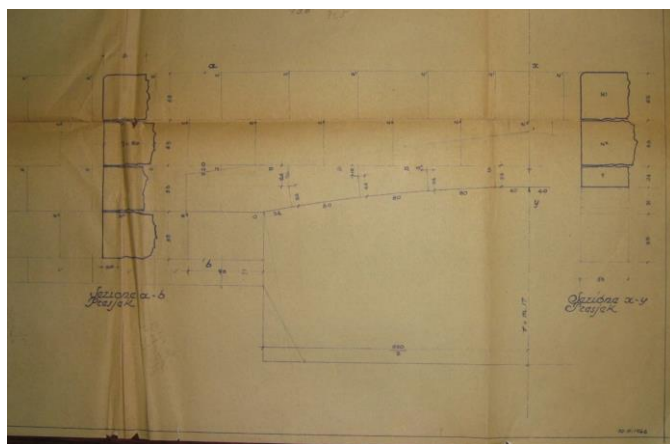
3.6. Projekt cestovnog i pješačkog mosta, 1946.

Već spomenuti projekt Zemaljskoga građevno-projektne zavoda sadrži i prilog *Regulacija trga – Predio mosta*, oznake R 91/3 (u daljnjem tekstu: Regulacija) [16]. Izrađena u mjerilu 1:500, Regulacija utvrđuje dimenzijska obilježja svih zahvata, a kako se to vidi iz datacije projekata i sačuvanih zapisnika, dio njih razrađivao se u razdoblju siječanj – travanj 1946, suradnjom projektanata Zavoda i djelatnika Odjela tehničkih radova, posebno Zdenka Kolacija. Iz ovjere projektnih podloga [16] se vidi da je Kolacio, kao predstavnik Odjela, izravno uključen u određivanje nivelacije ulica s obje strane cestovnog mosta, oblikovanje detalja opločenja, ograda, uređenje zelenih otoka i drugih elemenata estetike mostova.

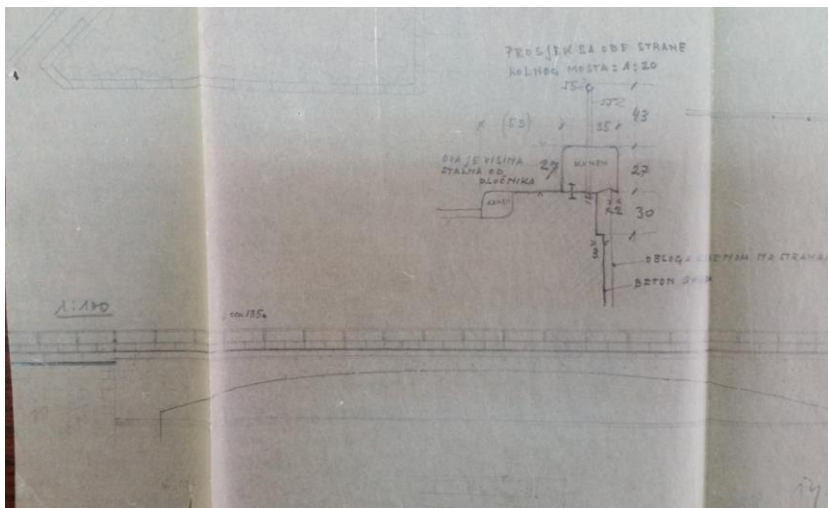
Regulacijom je predviđena izgradnja cestovnog mosta raspona 23 metra i širine 14 metara, izvedba kružnog toka na sušačkoj strani, izgradnja novoga obalnog zida sjeverno od cestovnog mosta i smanjenje širine korita Rječine na 23 metra, izgradnja pješačkog mosta širine 25 m i dužine 27 metara, od cestovnog mosta udaljenoga 10 metara, nasipavanje Mrtvog kanala u dužini od oko 35 metara, s izvedbom nove svodne konstrukcije nad zonom ušća potoka iz Vodovodne ulice [17:37], premještanje kapelice svetog Ivana na nasutu površinu Mrtvoga kanala, izvedba više zelenih otoka na površini pješačkog mosta, odnosno površini dobivenoj nasipavanjem Mrtvoga kanala kao i "nekih objekata" [5] te promjena nivelete dijela Fiumare u zoni pristupa cestovnom mostu, uključujući i prilagodbu trase tramvajske pruge (Slike od 8 do 10).



Slika 8. Projekt novih mostova, Rijeka-Sušak, ožujak 1946. [16]



Slika 9. Projekt zasipanja Mrtvoga kanala – detalj oblaganja lica mosta kamenim blokovima [18]



Slika 10. Rješenje detalja ograde mosta prihvaćeno na Konferenciji, 3. 9. 1946.
[16]

Međutim, tijekom razvoja projekta došlo je do promjena koje su se bitno odrazile na njegov konačan opseg i izgled. Svakako najvažnija je ona iz završne faze izgradnje, a odnosi se na proširenje pješačkog mosta s prvotnih 25 na 33 metra. Naime, polovicom srpnja Primorski vjesnik [19] izvještava javnost kako je *"na sušačkoj strani betoniranje temelja 25 m širokog pješačkog mosta"* završeno, ali se u napisu s kraja rujna obznanjuje kako će nakon puštanja u promet cestovnog mosta, pješački most *"biti proširen za čitavih 8 metara, tako da će površina mosta dosizati do ulaza hotela "Kontinental" [20].* Iako se ta promjena može povezati s preporukom ing. Schwalbe prilikom izlaganja projekta, ali i utjecajem Kolacija u razradi projekta, ostaje nejasno kada je o promjeni odlučeno.

U izvedbi se odustalo od podizanja građevina paviljonskog tipa na površini nastaloj zasipavanjem Mrtvogog kanala, a čije se pozicije vide u kontinuitetu projektiranja. (Slike 7, 8). Ostaje nejasno i da li je novi obalni zid sjeverno od cestovnog mosta na riječkoj strani konstrukcijski izveden *"tako da se može upotrebiti kao upornjak kod proširivanja mosta na bar 30 m"*, čime se željelo novi cestovni most nadograditi i smjerom prema Školjiću.

Također, umjesto rekonstrukcije kapelice svetog Ivana, koja je sastavni dio projekta sve do kraja ožujka 1946, iz Zapisnika sjednice Odbora od 19. travnja može se zaključiti kako je u međuvremenu donesena odluka o njezinu uklanjanju. Naime, u pripremi sjednice su Zdenko Kolacio i Davor Schwalba razgovarali s Luigijem Marijom Torcolettijem, župnikom župe Uznesenja Marijina, pod čijom je upravom spomenuta kapelica i bila, o *"rušenju kapelice S. Ivana i premještenju sveca" [21].*

4. Zaključak

Izgradnja riječkog tromostovlja je izravan plod nastojanja nove poslijeratne državne vlasti za fizičkom integracijom Sušaka i Rijeke u jedinstven grad. Iako je riječ o funkcionalno zaokruženoj cjelini, istraživanja pokazuju kako je riječ o zahvatu koji je jedno od uporišta urbanističke koncepcije koja 1946. prepoznaje cjelinu prostora Delte u funkciji povezivanja Rijeke i Sušaka. Osnove takvog pristupa mogu se prepoznati već u GRPG Sušaka, donesenoga 1940. godine, a u daleko izraženijoj mjeri u dvjema studijama koje su otkrivene tijekom ovog istraživanja, i to studiji Zdenka Kolacija, iz lipnja 1941. te talijanskih autora iz 1942. godine. Iako je njihov prostorni obuhvat područja Delte bitno manji, u objema studijama predstavlja jedno od glavnih žarišta interesa istraživanje rješenja povezivanja Rijeke i Sušaka na širem području tadašnjega graničnog mosta.

Analize tijeka planiranja i projektiranja šireg područja "tromostovlja" upućuju na zaključak kako su navedene studije morale biti predmetom interesa stručnjaka Odjela tehničkih radova NO-a Rijeka uključenih u rješavanje zadatka povezivanja Rijeke i Sušaka na mjestu srušenoga graničnog mosta, ali i stručnjaka Zemaljskoga građevno-projektnog zavoda tijekom projektiranja. S obzirom na obvezu međusobne suradnje, u razvoju projekta Zemaljskog zavoda prepoznatljivi su utjecaji Zdenka Kolacija. Naime, iako se po morfologiji i prometnoj podjeli izvorno rješenje razlikuje od Kolaciove studije iz 1941. godine, na njezin utjecaj upućuju zahtjevi Odjela za izgradnjom pojedinih konstruktivnih sklopova na način koji će omogućiti daljnje širenje mostova uzvodno i nizvodno, a koji su dijelom i ostvareni proširenjem pješačkog mosta tijekom gradnje.

Literatura

- [1] xxx. 23.10.1946. *Završeno je djelo spajanja Rijeke i Sušaka*, Primorski vjesnik.
- [2] *Zapisnici Sjednica odbora u razdoblju od 24. 1.- 10. 9 1946.* DARI. JU 212. K 84.
- [3] *Zapisnik sjednice održane dne 24. I. 1946.* DARI. JU 212. K 84.
- [4] *Zapisnik Konferencije održane u Okružnom Narodnom odboru Gradjevni Odjel Primorsko Goranski u Sušaku, dne 25. januara 1946. u pogledu rješenja mosta i pješačkog prelaza Sušak - Rijeka.* DARI. JU 212. K 84.
- [5] xxx. 31.5.1946. *Svijesno radništvo i narodna vlast rade na spajanju Sušaka i Rijeke.* Primorski vjesnik.
- [6] *Izveštaj o rješavanju problema spajanja Rijeke i Sušaka.* DAR. JU 212. K 41.
- [7] xxx. 13.1.1946. *Radnici Rijeke i Sušaka zajednički dobrovoljno rade na spajanju oba grada*, Primorski vjesnik.
- [8] DAR JU 51. Mapa 2.
- [9] *Organizacija Odjela tehničkih radova.* DARI JU 212. K 32.

- [10] Mlinar, I. *Prolegomena za opus arhitekta i urbanista Velimira Jamnickog*. 2001. Prostor broj 9. 149-161. Zagreb.
- [11] xxx. *Moderna arhitektura Rijeke*. 1996. Moderna galerija Rijeka. Rijeka.
- [12] DAR JU 48-K 61a
- [13] Lozzi Barković, J. 2015. *Međuratna arhitektura Rijeke i Sušaka*. Adamić. Rijeka.
- [14] *Dopis Ministarstva javnih radova od 25. travnja 1942. upućen Prefektu Rijeke i Okružnom inspektorju javnih radova u Trstu*. DARI JU6. K 319.
- [15] xxx. 1953. *Rijeka*. Zbornik. Matica hrvatska. Zagreb.
- [16] DAR JU 51. K 110.
- [17] Stražičić, N. 1999. *Riječki izvori i vodotoci*. Izdavački centar Rijeka. Rijeka.
- [18] DAR JU 212. K 87.
- [19] xxxx. 12. 7. 1946. *Radovi na izgradnji mostova preko Rječine ulaze u završnu fazu*. Primorski vjesnik.
- [20] xxx. 29. 9. 1946. *Pred skorim puštanjem u promet mostova između Sušaka i Rijeke*. Primorski vjesnik.
- [21] *Zapisnik sjednice održane dne 19. travnja 1946*. DARI. JU 212. K 84.

GAUSS-LEGENDRE-RADAUOVA I GAUSS- LEGENDRE-LOBATTOVA NUMERIČKA INTEGRACIJA

GAUSS-LEGENDRE-RADAU AND GAUSS- LEGENDRE-LOBATTO NUMERICAL INTEGRATION

Nina Čeh*, Ivan Dražić**, Nermina Mujaković***

Sažetak

Gaussove formule za numeričku integraciju temelje se na izračunu vrijednosti podintegralne funkcije u Gaussovima čvorovima i množenju tih vrijednosti s težinskim faktorima, pri čemu su čvorovi nejednoliko distribuirani što povećava točnost u odnosu na uniformnu distribuciju. U radu su detaljnije opisane Gauss-Legendre-Radauova i Gauss-Legendre-Lobattova integracijske formule za numeričku integraciju funkcija s barem jednim rubom intervala integracije koji je ujedno i čvor integracije. Navedene formule testiraju se na primjeru Rungeove funkcije.

Ključne riječi: *Gaussova integracija, Gauss-Radauova i Gauss-Lobattova formula*

Abstract

Gauss formulae for numerical integration are based on calculating the values of the integrand at Gaussian nodes and multiplying these values by weight factors, whereby the nodes are nonuniformly distributed in order to achieve higher accuracy compared to the uniform distribution of nodes. In this work Gauss-Legendre-Radau and Gauss-Legendre-Lobatto integration formulae, in which at least one end of the integration interval is a node, are listed in detail. These formulae are tested using the Runge function.

Key words: *Gauss integration, Gauss-Radau formula, Gauss-Lobatto formula*

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka

E-mail: nina.ceh@uniri.hr

** Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Vukovarska 58, 51000 Rijeka

E-mail: ivan.drazic@riteh.hr

*** Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 2, 51000 Rijeka

E-mail: muajkovic@inet.hr

1. Uvod

Numerička integracija svodi se često na podjelu intervala integracije na konačni broj segmenata, na čijim se rubovima računaju vrijednosti podintegralne funkcije i množe s određenim težinskim koeficijentima. Točke u kojima se računaju vrijednosti funkcije nazivaju se tada čvorovi integracije. Ako su segmenti unutar intervala integracije jednake veličine, radi se o Newton-Cotesovim integracijskim formulama. U tom je slučaju interval integracije ponekad potrebno podijeliti na vrlo velik broj segmenata da bi se postigla tražena točnost numeričke integracije, što uvelike usporava numerički proračun. Ako su segmenti unutar intervala integracije različite veličine, mogu se optimalno rasporediti točke u kojima se računa vrijednost funkcije tako da numerička integracija daje točnije rezultate upotrebom manjeg broja točaka. Skupina integracijskih formula koje se baziraju na takvom principu i koje su opisane u nastavku nazivaju se Gaussove integracijske formule.

U nastavku rada opisana je osnovna ideja Gaussovih formula za numeričku integraciju, a detaljnije su izvedene Gauss-Legendreova, Gauss-Radauova (odnosno Gauss-Legendre-Radauova) i Gauss-Lobattova (odnosno Gauss-Legendre-Lobattova) integracijske formule. U programskom paketu Matlab napisan je algoritam za numeričku integraciju proizvoljne matematičke funkcije na proizvoljnom intervalu, koji može raditi na principu bilo koje od triju opisanih Gaussovih formula. Algoritam je testiran na integraciji Rungeove funkcije.

2. Gaussove integracijske formule

Gaussova integracija bazira se na primjeni formule (vidi [1]):

$$I[f] = \int_a^b f(\lambda) d\lambda = \sum_{j=1}^n w_j f(t_j) + \sum_{k=1}^m v_k f(z_k) + E[f], \quad (1)$$

gdje su težinski koeficijenti $[w_j]_{j=1}^n$, $[v_k]_{k=1}^m$ i Gaussove točke $[t_j]_{j=1}^n$ nepoznanice, dok su točke $[z_k]_{k=1}^m$ zadane. Član $E[f]$ u jednadžbi (1) predstavlja grešku numeričke integracije.

Ovisno o drugom članu na desnoj strani jednadžbe (1) mogu se definirati tri različita Gaussova integracijska pravila [1]:

- za $m = 0$ Gaussovo pravilo bez unaprijed zadanih točaka
- za $m = 1$ i $z_1 = a$ ili $z_1 = b$ Gauss-Radauovo pravilo s jednom unaprijed zadanom točkom

- za $m = 2$ te $z_1 = a$ i $z_2 = b$ Gauss-Lobattovo pravilo s dvije unaprijed zadane točke.

3. Gaussovo integracijsko pravilo bez unaprijed zadanih točaka

Pri korištenju Gaussova integracijskog pravila bez unaprijed zadanih točaka sve su točke $[t_j]_{j=1}^n$ i težinski koeficijenti $[w_j]_{j=1}^n$ nepoznati. Osnovni oblik Gaussove integracijske formule jest [1]:

$$\int_a^b f(t) dt \approx \sum_{j=1}^n w_j f(t_j). \quad (2)$$

Formula (2) pripada jednoj široj porodici integracijskih formula. To je porodica formula koje imaju oblik

$$\int_a^b w(t) f(t) dt \approx \sum_{j=1}^n w_j f(t_j), \quad (3)$$

gdje je $w(t)$ funkcija koja je pozitivna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$. Funkcija $w(t)$ zove se težinska funkcija. Ovisno o težinskoj funkciji postoje različita Gaussova integracijska pravila, od kojih su neka najpoznatija navedena u Tablici 1.

Tablica 1. Različite Gaussove integracijske formule ovisno o težinskoj funkciji [1]

Težinska funkcija w	Interval	Integracijsko pravilo Gauss-
1	$[-1, 1]$	Legendre
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$[-1, 1]$	Čebišev
$\sqrt{1-x^2}$	$[-1, 1]$	Čebišev 2. vrste
e^{-x}	$[0, \infty)$	Laguerre
e^{-x^2}	$\langle -\infty, \infty \rangle$	Hermite

Primijetimo da Gauss-Legendreova integracijska formula ima granice integracije u točkama -1 i 1 . Kako bi se mogla približno izračunati vrijednost integrala unutar proizvoljnog intervala, potrebno je provesti promjenu granica integracije [2]. Ako je integral dan u obliku:

$$I_1[f] = \int_a^b f(x) dx, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

supstitucijom $x = \frac{(b+a)+(b-a)t}{2}$ integral (4) postaje [2]:

$$I_1[f] = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 f\left(\frac{(b+a)+(b-a)t}{2}\right) dt. \quad (5)$$

Dakle, ne gubeći općenitost, dovoljno je i dalje razmatrati samo integracijski segment $[-1,1]$.

U nastavku je opisano algebarsko izvođenje formula za Gauss-Legendreova integracijska pravila bez unaprijed zadanih točaka [3].

3.1. Gauss-Legendreovo integracijsko pravilo

Najjednostavniji način demonstracije Gauss-Legendreova (u nastavku GL) integracijskog pravila jest da se izvede Gauss-Legendreova formula s dvije točke prema izrazu:

$$I[f] \approx L_{GL}[f] = w_1 f(t_1) + w_2 f(t_2). \quad (6)$$

GL formula za dvije točke dana jednadžbom (6) sadrži dvije nepoznate Gaussove točke, t_1 i t_2 , i dva napoznata težinska koeficijenta, w_1 i w_2 . Dakle, postoje četiri napoznanice i potrebna su četiri uvjeta za određivanje tih nepoznanica [4]. Navedena četiri uvjeta proizlaze iz pretpostavki da jednadžba (6) daje egzaktno rješenje integrala za polinome stupnja ne većega od tri [4]. Dakle, potrebno je riješiti ove četiri jednadžbe [4]:

$$w_1 + w_2 = \int_{-1}^1 1 dt = 2, \quad (7)$$

$$w_1 t_1 + w_2 t_2 = \int_{-1}^1 t dt = 0, \quad (8)$$

$$w_1 t_1^2 + w_2 t_2^2 = \int_{-1}^1 t^2 dt = \frac{2}{3} \quad (9)$$

$$w_1 t_1^3 + w_2 t_2^3 = \int_{-1}^1 t^3 dt = 0. \quad (10)$$

Rješenje je tog sustava $w_1 = w_2 = 1$, $t_1 = \frac{-1}{\sqrt{3}}$, $t_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Iz toga slijedi GL formula s dvije točke [4]:

$$L_{GL}[f] = f\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right). \quad (11)$$

Već za Gaussovu integracijsku formulu s dvije točke potrebno je riješiti sustav od četiri jednadžbe u kojima se nepoznanice t_1 i t_2 javljaju u nelinearnom obliku. Analogno opisanom postupku može se izvesti Gaussova formula s tri ili bilo kojim većim brojem točaka. Jasno je da definiranje GL formule s n točaka iziskuje pronalazak $2n$ nepoznanica, odnosno definiranje jednako toliko jednadžbi. Dakle, vrijedi:

$$p + 1 = 2n, \quad (12)$$

odnosno:

$$p = 2n - 1, \quad (13)$$

gdje je p najviši stupanj polinoma za koji GL integracijska formula s n točaka daje egzaktno rješenje [1].

Gaussove točke i težinske koeficijente nije lako pronaći već i za prikazano GL integracijsko pravilo, a s povećanjem broja Gaussovih točaka povećava se i kompleksnost rješavanja sustava nelinearnih jednadžbi za njihov pronalazak. Gaussove točke i odgovarajući težinski koeficijenti dani su tablično za prvih nekoliko GL integracijskih pravila prema broju točaka (Tablica 2).

Tablica 2. Gaussove točke, težinski koeficijenti i greške (c je točka unutar intervala $[-1,1]$) Gauss-Legendreova integracijskog pravila ovisno o stupnju [1]

n	Gaussove točke t_j	Težinski koeficijenti w_j	Greška $R[f]$
2	$\mp \frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{f^{(4)}(c)}{135}$
3	$\pm \sqrt{\frac{3}{5}}$ 0	$\frac{5}{9}$ $\frac{8}{9}$	$\frac{f^{(6)}(c)}{15750}$
4	$\frac{\pm\sqrt{525-70\sqrt{30}}}{35}$ $\frac{\pm\sqrt{525+70\sqrt{30}}}{35}$ 0	$\frac{18+\sqrt{30}}{36}$ $\frac{18-\sqrt{30}}{36}$ $\frac{128}{225}$	$\frac{f^{(8)}(c)}{3472875}$
5	0 $\pm \frac{\sqrt{245-14\sqrt{70}}}{21}$ $\pm \frac{\sqrt{245+14\sqrt{70}}}{21}$	$\frac{322+13\sqrt{70}}{900}$ $\frac{322-13\sqrt{70}}{900}$ $\frac{128}{225}$	$\frac{f^{(10)}(c)}{1237732650}$

Općenito se može primjetiti da će, ako se radi o integraciji na intervalu $[-1,1]$, uvijek vrijediti:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 2. \quad (14)$$

Integracijske točke GL formule danog reda n jesu nul-točke Legendreova polinoma odgovarajućeg reda, P_n , za svaki n [1]. Rodriguezovala formula daje eksplicitni izraz za n -ti Legendreov polinom:

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dt^n} (t^2 - 1)^n. \quad (15)$$

Kad su određivanjem nul-točaka odgovarajućega Legendreova polinoma dobivene Gaussove točke $t_j, j = 1, \dots, n$, odgovarajući težinski koeficijenti mogu se tada pronaći s pomoću formula [3]:

$$w_j = \frac{2(1-t_j^2)}{(n+1)^2 [P_{n+1}(t_j)]^2}, j = 1, \dots, n. \quad (16)$$

Greška Gauss-Legendreove numeričke integracije je [3]:

$$E[f] = \frac{2^{(2n+1)}(n!)^4}{(2n+1)[(2n)!]^3} f^{(2n)}(\xi). \quad (17)$$

4. Gaussova integracijska pravila s unaprijed zadanim točkama

Gaussova integracijska pravila s unaprijed zadanim točkama mogu imati jednu ili obje granice intervala integracije zadane kao Gaussove integracijske točke [1]. Ovisno o tome radi li se o jednoj ili dvjema unaprijed zadanim točkama, postoje dva različita integracijska pravila objašnjena u nastavku.

4.1. Gauss-Radauovo integracijsko pravilo

Gaussovo integracijsko pravilo za koje vrijedi da je $m = 1$ i da je ili donja granica $a = z_1$ ili gornja granica $b = z_1$ naziva se Gauss-Radauovo integracijsko pravilo. Gauss-Radauovo integracijsko pravilo s n točaka, od kojih je $n - 1$ točaka t_1, \dots, t_{n-1} slobodno, ima ukupno $2n - 1$ nepoznanica $(t_1, \dots, t_{n-1}, w_1, \dots, w_{n-1}, v_1)$ i iziskuje jednako toliko jednadžbi za njihov pronalazak. Odgovarajuća je formula točna za sve polinome stupnja p za koje [5]

$$p \leq 2n - 2. \quad (18)$$

Osnovni oblik Gauss-Radauove integracijske formule jest:

$$\int_{-1}^1 w(t)f(t)dt \approx \sum_{j=1}^{n-1} w_j f(t_j) + v_1 f(z_1), \quad (19)$$

gdje z_1 može biti donja ili gornja granica intervala. Ako je težišna funkcija $w(t) \equiv 1$, onda se radi o Gauss-Legendre-Radauovome integracijskom pravilu (u nastavku zvano GLR pravilo) definiranom na intervalu $[-1, 1]$, opisano u nastavku.

Gaussove točke t_1, \dots, t_{n-1} GLR integracije su nul- točke polinoma ϕ_{n-1} , koji je definiran jednadžbom [3]:

$$(1+t)\phi_{n-1} = (1+t) \left[P_{n-1}(t) + \frac{t-1}{n} P'_{n-1}(t) \right], \quad (20)$$

gdje je P'_{n-1} prva derivacija Legendreova polinoma P_{n-1} stupnja $n - 1$. Primjenom formule

$$(1 - t^2)P'_n(t) = -ntP_n(t) + nP_{n-1}(t) = (n + 1)tP_n(t) - (n + 1)P_{n+1}(t) \quad (21)$$

koja vrijedi za Legendreove polinome, dobiva se da je polinom $\phi_{n-1}(t)$ oblika [3]:

$$\phi_{n-1}(t) = \frac{P_{n-1}(t) + P_n(t)}{1+t} \quad (22)$$

Kada su pronađene Gaussove točke t_1, \dots, t_{n-1} , odgovarajući težinski koeficijenti mogu se izračunati po formulama [3]:

$$w_j = \frac{1}{1-t_j} \frac{1}{[P'_{n-1}(t_j)]^2}, j = 1, \dots, n-1 \quad (23)$$

i

$$v_1 = \frac{1}{\phi_{n-1}(-1)} \int_{-1}^1 \phi_{n-1}(t) dt = \frac{2}{n^2} \quad (24)$$

Može se primijetiti da je za izračun točaka integracije i težinskih koeficijenata potrebno riješiti sustav jednačbi koji je nelinearan po nepoznatim točkama t_1, \dots, t_{n-1} . Gaussove točke i odgovarajući težinski faktori dani su tablično za prvih nekoliko netrivialnih GLR integracijskih pravila prema broju točaka (Tablica 3), a u literaturi se mogu pronaći rješenja i za pravila s većim brojem točaka [3].

Tablica 3. Gaussove točke i težinski koeficijenti GLR integracijskog pravila ovisno o stupnju [3]

n	Gaussove točke z_1, t_j	Težinski koeficijenti v_1, w_j
2	-1 0,333333	$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$
3	-1 -0,289898 0,689898	0,222222 1,024972 0,752806
4	-1 -0,575319 0,181066 0,822824	0,125000 0,657689 0,776387 0,440925
5	-1 -0,720480 -0,167181 0,446314 0,885792	0,080000 0,446207 0,623653 0,562712 0,287427

Opisano je GLR pravilo s unaprijed određenom točkom integracije koja odgovara donjoj granici intervala.

Greška GLR numeričke integracije jest [3]:

$$E[f] = \frac{2^{2n-1}n[(n-1)!]^4}{[(2n-1)!]^3} f^{(2n-1)}(\xi), \quad (25)$$

gdje ξ leži unutar intervala inetgracije $\langle -1, 1 \rangle$

4.2. Gauss-Lobattovo integracijsko pravilo

Gaussovo integracijsko pravilo za koje vrijedi da je $m = 2$ te da je donja granica $a = z_1$ i gornja granica $b = z_2$ naziva se Gauss-Lobattovo integracijsko pravilo. Gauss-Lobattovo integracijsko pravilo s n točaka, od kojih je $n - 2$ točka t_1, \dots, t_{n-2} slobodno, ima ukupno $2n - 2$ nepoznanica $(t_1, \dots, t_{n-2}, w_1, \dots, w_{n-2}, v_1, v_2)$ i iziskuje da odgovarajuća formula bude točna za polinome stupnja p [6], gdje je

$$p \leq 2n - 3. \quad (26)$$

Osnovni oblik Gauss-Lobattove integracijske formule jest:

$$\int_{-1}^1 w(t)f(t)dt \approx \sum_{j=1}^{n-2} w_j f(t_j) + v_1 f(z_1) + v_2 f(z_2), \quad (27)$$

gdje je z_1 donja granica intervala, a z_2 gornja granica intervala. Ako je težinska funkcija $w(t) \equiv 1$, radi se o Gauss-Legendre- Lobattovu integracijskom pravilu (u nastavku zvanome GLL pravilo), koje je opisano u nastavku.

Gaussove točke t_1, \dots, t_{n-2} GLL integracije s n točaka jesu nul-točke polinoma [6]:

$$(t^2 - 1)\psi_{n-2}(t) = (t^2 - 1)P'_{n-1}(t), \quad (28)$$

gdje je $P'_{n-1}(t)$ prva derivacija Legendreova polinoma P_{n-1} (primijetimo da i rubne točke $z_1 = -1$ i $z_2 = 1$ zadovoljavaju (28)). Kada su pronađene Gaussove točke t_1, \dots, t_{n-2} , odgovarajući težinski koeficijenti mogu se pronaći iz izraza:

$$w_j = \frac{2}{n(n-1)[P_{n-1}(t_j)]^2}, j = 1, \dots, n - 2, \quad (29)$$

i

$$v_k = \frac{2}{n(n-1)}, k = 1, 2. \quad (30)$$

Za izračun točaka integracije i težinskih koeficijenata potrebno je riješiti sustav jednadžbi koji je nelinearan po nepoznatim točkama. Gaussove točke i odgovarajući težinski koeficijenti dani su tablično za prvih nekoliko netrivialnih GLL integracijskih pravila prema broju točaka (Tablica 4), a u literaturi se mogu pronaći rješenja i za pravila s većim brojem točaka [3].

Tablica 4. Gaussove točke i težinski koeficijenti GLL integracijskog pravila ovisno o stupnju [3]

n	Gaussove točke $z_1, z_2,$ t_j	Težinski koeficijenti v_1, v_2, w_j
3	± 1 0	$\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{3}$
4	± 1 $\pm 0,447214$	$\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{6}$
5	± 1 0 $\pm 0,654654$	$\frac{1}{10}$ $\frac{32}{32}$ $\frac{45}{49}$ $\frac{49}{90}$
6	± 1 $\pm 0,285232$ $\pm 0,765055$	0,066667 0,554858 0,378475

Greška GLL numeričke integracije jest [3]:

$$E[f] = -\frac{2^{2n-1}n(n-1)^3[(n-2)!]^4}{(2n-1)[(2n-2)!]^3} f^{(2n-2)}(\xi), \quad (31)$$

gdje ξ leži unutar intervala integracije $\langle -1, 1 \rangle$.

5. Prednosti i nedostaci Gauss-Legendreove, Gauss-Legendre-Radauove i Gauss-Legendre-Lobattove integracijske formule

Osnovna prednost opisanih integracijskih formula jest mogućnost integriranja polinoma uz upotrebu manjeg broja integracijskih točaka nego što je to slučaj kod drugih formula za numeričku integraciju [7]. Kod integracije na nekome općenitome zatvorenom intervalu, nedostaci su GLR i GLL integracijske formule potreba za korištenjem većeg broja Gaussovih točaka nego GL formula da bi se postigla egzaktnost (kod integracije polinoma) ili zadovoljila zadana tolerancija (kod integracije drugih funkcija) numeričke integracije.

Osnovna prednost korištenja GLR i GLL formule jest u slučajevima kad podintegralna funkcija iščezava u jednom ili oba kraja intervala integracije. Ako podintegralna funkcija iščezava, odnosno jednaka je nuli u jednoj (u ovom radu donjem) rubu intervala, tada je u GLR numeričku integraciju doista uključeno $r = n - 1$ Gaussovih točaka, a stupanj p polinoma za koji formula daje egzaktno rješenje jest $p = 2n - 2 = 2r$ [3], dok u istoj situaciji GL formula koristi $r = n$ točaka i egzaktno integrira polinome do stupnja $p = 2r - 1$. Ako podintegralna funkcija iščezava, odnosno jednaka je nuli u oba kraja intervala, tada je u GLL numeričku integraciju doista uključeno $r = n - 2$ Gaussovih točaka, a stupanj polinoma za koji formula daje egzaktno rješenje jest $p = 2n - 3 = 2r + 1$ [6], dok u istoj situaciji GL formula ponovno koristi svih $r = n$ točaka i egzaktno integrira polinome do stupnja $p = 2r - 1$. Upotrebom jedne od navedenih formula s unaprijed zadanim točkama mogu se egzaktno integrirati polinomi višeg stupnja nego upotrebom Gaussove formule sa svim slobodnim točkama ako funkcija ima vrijednost jednaku nuli u jednom ili oba ruba intervala [3]. Istaknimo još da postoje slučajevi, primjerice kod inicijalno-rubnih problema za diferencijalne jednačbe kod kojih je, zbog zadanih početnih i rubnih uvjeta, rubne točke domene nužno uključiti u čvorove integracije te se klasična GL formula ne može koristiti.

6. Primjeri

Da bi se na primjerima pokazao princip izračuna integrala koristeći opisane Gaussove integracijske formule, napisan je algoritam *Gaussova kvadratura* u programskom paketu Matlab [7]. Algoritam služi za izračun integrala zadane analitičke funkcije upotrebom GL, GLR i GLL integracijske formule, ovisno o zadanom broju unaprijed određenih točaka. Nakon odabira odgovarajuće Gaussove formule, algoritam poziva jedan od triju algoritama za izračun položaja Gaussovih točaka i pripadajućih težinskih koeficijenata, koji su preuzeti iz literature [6, 8] i djelomično modificirani za upotrebu u ovom radu.

Za testiranje numeričke integracije opisanim Gaussovima pravilima odabrana je Rungeova funkcija

$$f(x) = \frac{1}{1+25x^2} \quad (32)$$

na intervalu $[-1,1]$. Ta je funkcija izabrana jer ju je moguće egzaktno integrirati, a kod uniformne distribucije čvorova producira značajnu grešku [1].

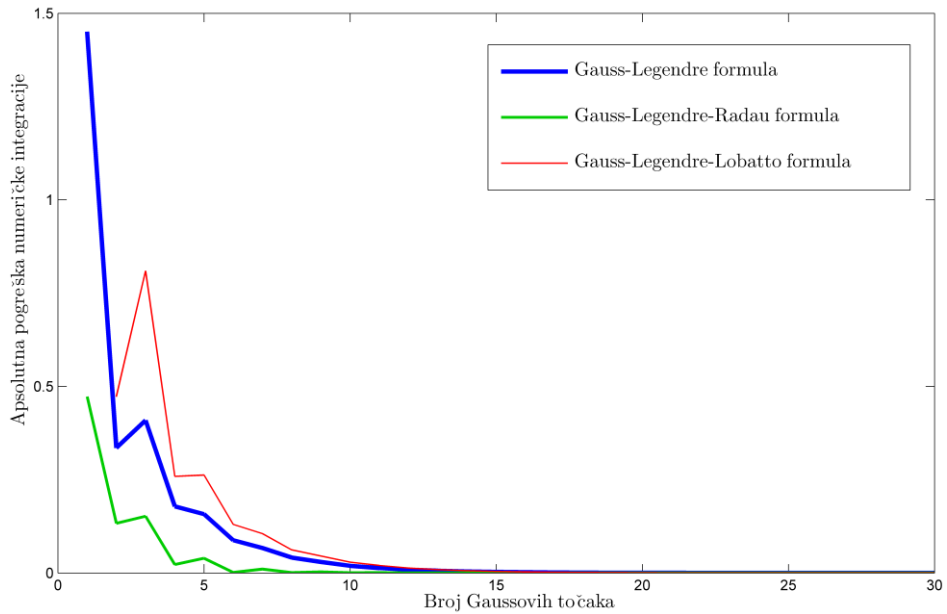
Rezultati su dani u Tablici 5, a vrijednost apsolutne pogreške numeričke integracije, izračunane kao

$$R_{GL}[f] = |I[f] - L[f]|, \quad (33)$$

prikazana je na Slici 1.

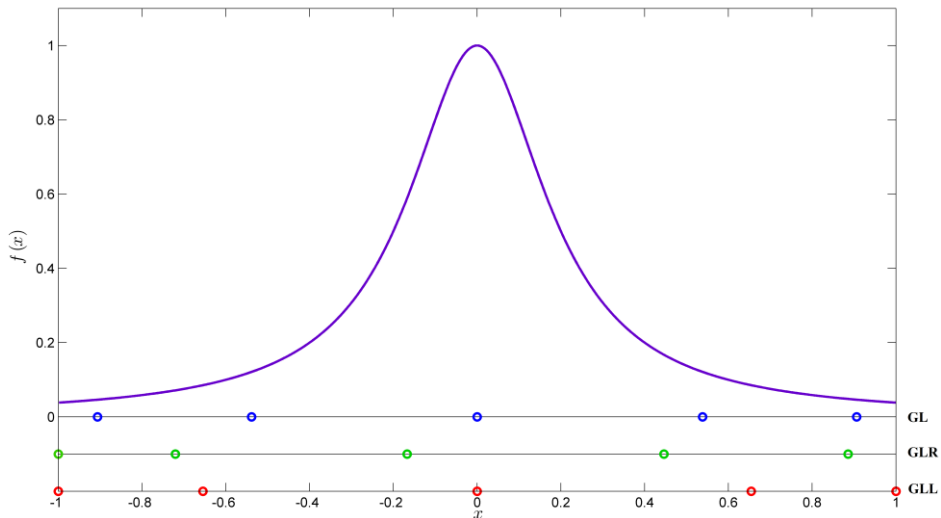
Tablica 5. Rezultati i apsolutne pogreške numeričke integracije Rungeove funkcije $f(x)$ na intervalu $[-1,1]$

n	GL integracija		GLR integracija		GLL integracija	
	$L_{GL}[f]$	$R_{GL}[f]$	$L_{GLR}[f]$	$R_{GLR}[f]$	$L_{GLL}[f]$	$R_{GLL}[f]$
1	2,0000	1,4506	0,0769	0,4724	-	-
2	0,2143	0,3351	0,4163	0,1331	0,0769	0,4724
3	0,9583	0,4090	0,3974	0,1519	1,3590	0,8096
4	0,3709	0,1784	0,5270	0,0224	0,2906	0,2588
5	0,7069	0,1576	0,5102	0,0392	0,8118	0,2624
6	0,4617	0,0877	0,5480	0,0014	0,4193	0,1300
7	0,6161	0,0668	0,5391	0,0102	0,6546	0,1052
8	0,5081	0,0412	0,5504	0,0010	0,4875	0,0619
9	0,5787	0,0293	0,5465	0,0029	0,5946	0,0452
10	0,5304	0,0190	0,5501	0,0007	0,5208	0,0286
11	0,5625	0,0131	0,5484	0,0009	0,5693	0,0200
12	0,5407	0,0087	0,5497	0,0003	0,5363	0,0130
13	0,5552	0,0059	0,5490	0,0003	0,5583	0,0089
14	0,5454	0,0039	0,5495	0,0002	0,5434	0,0059
15	0,5520	0,0027	0,5492	0,0001	0,5534	0,0040
16	0,5476	0,0018	0,5494	0,0001	0,5467	0,0027
17	0,5506	0,0012	0,5493	0,0000	0,5512	0,0018
18	0,5486	0,0008	0,5494	0,0000	0,5482	0,0012
19	0,5499	0,0005	0,5493	0,0000	0,5502	0,0008
20	0,5490	0,0004	0,5494	0,0000	0,5488	0,0005
21	0,5496	0,0002	0,5494	0,0000	0,5497	0,0004
22	0,5492	0,0002	0,5494	0,0000	0,5491	0,0002
23	0,5495	0,0001	0,5494	0,0000	0,5495	0,0002
24	0,5493	0,0001	0,5494	0,0000	0,5492	0,0001
25	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000	0,5494	0,0001
26	0,5493	0,0000	0,5494	0,0000	0,5493	0,0001
27	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000
28	0,5493	0,0000	0,5494	0,0000	0,5493	0,0000
29	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000
30	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000	0,5494	0,0000

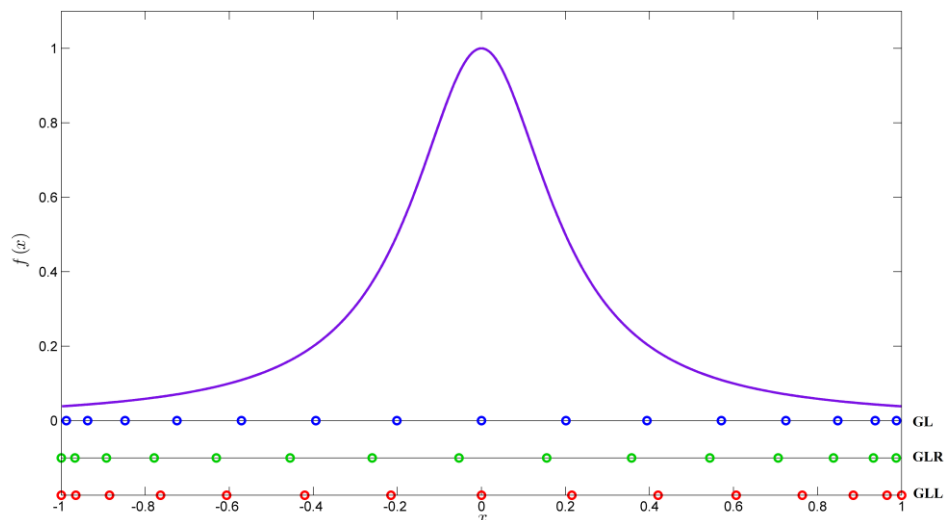


Slika 1. Apsolutna pogreška numeričke integracije Rungeove funkcije na intervalu $[-1,1]$ kod korištenja opisanih GL, GLR i GLL formula

Distribucija Gaussovih točaka za GL, GLR i GLL integracijske formule, zajedno s Rungeovom funkcijom, prikazane su na Slikama 2 i 3 za formulu s 5 odnosno 15 točaka.



Slika 2. Gaussove točke kod GL, GLR i GLL integracijske formule s 5 točaka



Slika 3. Gaussove točke kod GL, GLR i GLL integracijske formule s 15 točaka

7. Diskusija i zaključak

U radu je opisan osnovni princip Gaussove integracije, s naglaskom na tri Gaussove integracijske formule: Gauss-Legendreovu (GL) formulu, u kojoj su sve integracijske točke slobodne; Gauss-Legendre-Radauovu (GLR) formulu, u kojoj je jedna od granica intervala integracije unaprijed zadana integracijska točka; i Gauss-Legendre-Lobattovu (GLL) formulu, u kojoj su obje granice intervala integracije unaprijed zadane integracijske točke. Napisan je algoritam za numeričku integraciju bilo kojom od triju opisanih metoda u programskom paketu Matlab. Algoritam je testiran na primjeru Rungeove funkcije. Pokazalo se da su sva tri algoritma sličnih brzina konvergencije, dok se najboljom u ovom slučaju pokazala GLR formula.

Literatura

- [1] Rogina, M.; Singer, S.; Singer, S., 2003. *Numerička analiza. Predavanja i vježbe*. Sveučilište u Zagrebu. PMF – matematički odjel.
- [2] Lambers, J. 2009. – 2010. *Gaussian Quadrature – Numerical Analysis I. Lecture notes*. The University of Southern Mississippi (pristupljeno 11. 2. 2014.).
- [3] Meurant, G. 2008. *Gauss Quadrature. Matrices, moments and quadrature. First presentation*. Institute for Computational Mathematics. Hong Kong.
- [4] Clark, A. 2011. *Legendre polynomials*. <http://www.me.rochester.edu/courses/ME201/webexamp/legendre.pdf>, (pristupljeno 11. 3. 2014.).

- [5] Burkhardt, J. 2007., 2010. *Matlabsoftware* ,
http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/m_src/m_src.html, (pristupljeno 20. 11. 2014.).
- [6] Chapra, S.C.; Canale, R.P. 2010. *Numerical Methods for Engineers, Sixth edition*. McGraw-Hill Higher Education.
- [7] Von Winckel, G. 2004. *Matlabsoftware*.
- [8] Zienkiewicz, O.C.; Morgan, K. 2006. *Finite Element Approximation*. Dover Publications Inc.
- [9] Hildebrand, F.D. 1987. *Introduction to Numerical Analysis. Second edition*. Dover Publications Inc.

RJEŠENJE POISSONOVE PARCIJALNE DIFERENCIJALNE JEDNADŽBE PRIMJENOM GREENOVE FUNKCIJE

SOLUTION OF POISSON PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION USING GREEN'S FUNCTION

Tomislav Franković*, Nermina Mujaković**

Sažetak

Rješavanje Poissonove parcijalne diferencijalne jednačbe primjenom Greenove funkcije analitički je postupak određivanja rješenja za dane rubne uvjete. U ovom radu dana je teoretska baza određivanja Greenove funkcije za zadanu parcijalnu diferencijalnu jednačbu koja je definirana u domeni D , pri čemu mora zadovoljiti određene rubne uvjete na granici domene C . Za navedeni Dirichletov problem prikazano je rješenje Poissonove parcijalne diferencijalne jednačbe, a na kraju su prikazana dva primjera.

Ključne riječi: Poissonova jednačba, Greenova funkcija, Dirichletov problem

Abstract

Obtaining a solution of the Poisson partial differential equation using Green's function represents an analytic method for determining the solution for the defined boundary value problems. In this paper the theoretical basis for the Green's function has been elaborated for the Poisson partial differential equation which is defined in domain D with boundary values on boundary C . The solution for the Poisson partial differential equation for the Dirichlet problem with two examples is shown.

Key words: Poisson equation, Green's function, Dirichlet problem

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: tomislav.frankovic@gradri.uniri.hr

** Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci
E-mail: mujakovic@inet.hr

1. Uvod

Parcijalne diferencijalne jednačbe opisuju vezu između nepoznate funkcije i njezinih parcijalnih derivacija, a često se pojavljuju u raznim dijelovima matematike, fizike i inženjerskih područja. Mogućnost njihova rješavanja ovisi o početnim i rubnim uvjetima za promatrani problem. Prema francuskom matematičaru Jacquesu Hadamardu [1] problem koji je opisan parcijalnom diferencijalnom jednačbom mora biti dobro postavljen, pri čemu mora zadovoljiti svaki od navedenih triju kriterija :

1. postojanje rješenja
2. jedinstvenost rješenja
3. stabilnost.

Rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi temelji se na zadovoljenju gore navedenih kriterija, a pritom se koriste razne analitičke i numeričke metode. Analitičke metode koristile su se u početku razvoja rješavanja parcijalnih diferencijalnih jednačbi, pri čemu je njihov razvoj pratio razvoj raznih područja matematike i fizike. Razvojem programiranja i raznih računalnih programa značajan razvoj doživjele su razne numeričke metode, npr. metoda konačnih elemenata i metoda konačnih volumena.

Opći oblik linearne parcijalne diferencijalne jednačbe drugog stupnja u ravnini može se zapisati u obliku

$$M \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + N \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + P \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Q \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + R \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + S \cdot u = T, \quad (1)$$

gdje su koeficijenti M, N, P, Q, R, S i T funkcije varijabli x i y , a funkcija u rješenje je parcijalne diferencijalne jednačbe.

Pri rješavanju (1) polazi se od pretpostavke da su funkcija u i koeficijenti M, N, P, Q, R, S i T klase C^2 u promatranoj ravnini. Teorija parcijalnih diferencijalnih jednačbi razlikuje hiperbolične, parabolodne i eliptične parcijalne diferencijalne jednačbe, pri čemu se klasifikacija u pojedinu grupu temelji na vrijednosti determinante izraza (1).

U nastavku će se analizirati Poissonova parcijalna diferencijalna jednačba koja predstavlja nehomogenu eliptičnu parcijalnu diferencijalnu jednačbu, koja opisuje vezu između nepoznate funkcije $u(x,y)$, njezinih parcijalnih derivacija po varijablama x i y te zadane funkcije $f(x,y)$ u ravninskoj domeni D .

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = f(x,y) \quad (x,y) \in D. \quad (2)$$

Rješenje $u(x,y)$ mora zadovoljiti (2), ali i moguće rubne uvjete na granici domene C . Pritom se razlikuju tri moguća problema [2] :

- a) Dirichletov problem
- b) Neumannov problem
- c) Robinov problem.

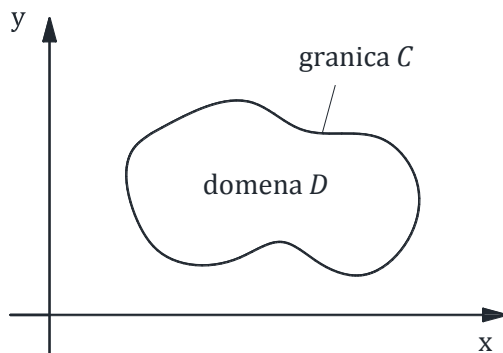
Navedeni problemi ovise o tome je li na granici C definirana vrijednost funkcije (Dirichletov problem), derivacije (Neumannov problem) ili je na granici C definirana vrijednost funkcije i derivacije (Robinov problem). U nastavku će se analizirati Dirichletov problem.

Definicija 1. Problem opisan Poissonovom jednadžbom (2) i Dirichletovim rubnim uvjetom

$$u(x,y) = h(x,y) \quad (x,y) \in C \quad (3)$$

za zadanu funkciju $h(x,y)$ naziva se Dirichletov problem.

Na Slici 1. prikazana je domena D proizvoljne geometrije u kojoj vrijedi Poissonova parcijalna diferencijalna jednadžba (2), a omeđena je granicom C , gdje vrijedi Dirichletov rubni uvjet (3).



Slika 1. Prikaz ravninske domene D i njezine granice C

2. Rješenje Poissonove jednadžbe

2.1. Teoretska osnova Greenove funkcije

Primjena Greenove funkcije pri rješavanju parcijalnih diferencijalnih jednadžbi temelji se na prikazu rješenja $u(x,y)$ u integralnom obliku i primjene linearne superpozicije. Jednadžba (2) može se prikazati u izmijenjenom obliku

$$L[u(x, y)] = f(x, y), \quad (4)$$

gdje je L linearni parcijalni diferencijalni operator, a $u(x, y)$ i $f(x, y)$ funkcije neovisnih varijabli x i y .

Definicija 2. Diracova delta funkcija $\delta_{(x,y)}(\xi, \eta)$ u dvodimenzionalnom prostoru jest generalizirana funkcija iz teorije distribucija, za koju vrijedi

$$\delta_{(x,y)}(\xi, \eta) = \delta(\xi - x, \eta - y). \quad (5)$$

Izraz (5) mora zadovoljiti uvjete

$$\delta(\xi - x, \eta - y) = 0 \quad \text{za } (\xi, \eta) \neq (x, y) \quad (6)$$

$$\iint_D \delta(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta = 1 \quad (7)$$

$$\iint_D f(\xi, \eta) \delta(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta = f(x, y), \quad (8)$$

gdje je D ravninska domena, a f funkcija definirana u domeni D .

Na temelju (5), (6) i (7) može se zaključiti da je delta funkcija $\delta_{(x,y)}(\xi, \eta)$ jednaka nuli u svim točkama promatrane domene D osim u točki (x, y) , u kojoj teži u beskonačnost. Diracova delta funkcija u ravninskoj domeni može se prikazati kao umnožak dviju jednodimenzionalnih Diracovih delta funkcija [1], te se može zapisati u obliku

$$\delta(\xi - x, \eta - y) = \delta(\xi - x) \delta(\eta - y). \quad (9)$$

Primjenom Diracove delta funkcije $\delta_{(x,y)}(\xi, \eta)$, funkcija $f(x, y)$ u jednadžbi (4) pretvara se u niz delta funkcija u različitim točkama domene D .

Definicija 3. Greenova funkcija $G(x, y; \xi, \eta)$ predstavlja odgovor u točki (x, y) zbog djelovanja pobude točki (ξ, η) , pri čemu mora biti zadovoljen uvjet

$$L[G(x, y; \xi, \eta)] = \delta(\xi - x) \delta(\eta - y). \quad (10)$$

Množenjem (10) s $f(\xi, \eta)$ i integracijom po površini domene tako da vrijedi $dA = d\xi d\eta$ dobije se

$$\iint_D L[G(x, y; \xi, \eta)] f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \iint_D \delta(\xi - x) \delta(\eta - y) f(\xi, \eta) d\xi d\eta = f(x, y). \quad (11)$$

Izvlačenjem linearnoga diferencijalnog operatora L ispred dvostrukog integrala dobiva se rješenje $u(x, y)$ u integralnom obliku

$$u(x, y) = \iint_D G(x, y; \xi, \eta) f(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (12)$$

Izraz (12) općeniti je prikaz rješenja $u(x, y)$ parcijalne diferencijalne jednačbe u domeni D . U praktičnom smislu Greenova je funkcija $G(x, y; \xi, \eta)$ karakteristična vrijednost ovisna o diferencijalnom operatoru i broju promatranih neovisnih varijabli, a ne ovisi o desnoj strani jednačbe (4).

2.2. Dirichletov problem

Rješenje Poissonove parcijalne diferencijalne jednačbe u domeni D i pripadnog Dirichletova rubnog uvjeta na granici C opisano je izrazom

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} &= f(x, y) & (x, y) \in D \\ u(x, y) &= h(x, y) & (x, y) \in C \end{aligned} \quad (13)$$

Na granici domene C Greenova funkcija poprima vrijednost nula, a u domeni

$$D \text{ vrijedi } \nabla^2 G = \delta(\xi - x)\delta(\eta - y), \text{ gdje je } \nabla^2 G = \frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2}.$$

Greenova je funkcija simetrična [2], pri čemu vrijedi

$$G(x, y; \xi, \eta) = G(\xi, \eta; x, y). \quad (14)$$

U točkama $(x, y; \xi, \eta)$ Greenova je funkcija G kontinuirana, a prva parcijalna derivacija $\partial G / \partial n$ ima diskontinuitet u točki (x, y) , što je definirano jednačbom [2]

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{C_\varepsilon} \frac{\partial G}{\partial n} ds = 1, \quad (15)$$

gdje je n vanjska normala na kružnicu C_ε definirana kao

$$C_\varepsilon : (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 = \varepsilon^2, \quad (16)$$

pri čemu je ε polumjer kružnice, a točka (x, y) središte kružnice C_ε .

Greenova funkcija može se zapisati u obliku

$$G(x, y; \xi, \eta) = G_0(x, y; \xi, \eta) + g(x, y; \xi, \eta), \quad (17)$$

gdje je član G_0 Greenova funkcija kada nema rubnih uvjeta.

U domeni D članovi G_0 i g moraju zadovoljiti ove uvjete:

$$\begin{aligned}\nabla^2 G_0 &= \delta(\xi - x)\delta(\eta - y) \\ \nabla^2 g &= 0\end{aligned}\quad (18)$$

Kako bi vrijedilo pravilo superpozicije (17), na granici C mora vrijediti

$$\begin{aligned}G &= 0 \\ g &= -G_0\end{aligned}\quad (19)$$

Ovdje će se najprije dati partikularno rješenje za slučaj kada nema rubnih uvjeta (*eng. free space Green's function*). Rješenje G_0 može se pretpostaviti u obliku

$$G_0 = a + b \cdot \log r, \quad (20)$$

gdje su a i b konstante, koje je potrebno odrediti.

Uvrštavanjem (20) u (15) dobiva se

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{C_\varepsilon} \frac{\partial G_0}{\partial n} ds = 1. \quad (21)$$

Raspisivanjem (21) proizlazi da je

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} (a + b \log r) \varepsilon d\theta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} b d\theta = 1. \quad (22)$$

Rješavanjem integrala dobiva se vrijednost konstante b

$$b = \frac{1}{2\pi}. \quad (23)$$

Vrijednost konstante a može se proizvoljno odabrati, pa se zbog jednostavnosti uzima da je $a = 0$. Rješenje G_0 može se tada zapisati u obliku

$$G_0(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \log r = \frac{1}{4\pi} \cdot \log [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]. \quad (24)$$

Pretpostavimo da nam je za svaki $(x, y) \in D$ poznata takva Greenova funkcija $G = G(x, y; \xi, \eta)$ koja, osim uvjeta za Laplacian (dobiven deriviranjem po varijablama ξ i η), zadovoljava i uvjet da za $(\xi, \eta) \in C$ vrijedi $G(x, y; \xi, \eta) = 0$. Tada funkciju $u(x, y)$, koja je rješenje problema (13), možemo dobiti primjenom Greenove druge formule, pri čemu Greenova druga formula povezuje dvostruki integral definiran u domeni D s jednostrukim integralom po granici C .

Za dvije proizvoljno odabrane funkcije φ i ψ Greenova druga formula može se zapisati u ovom obliku:

$$\iint_D (\varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi) dA = \int_C \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) ds. \quad (25)$$

Funkcije φ i ψ ovise o varijablama ξ i η :

$$\begin{aligned} \varphi(\xi, \eta) &= G(x, y; \xi, \eta) \\ \psi(\xi, \eta) &= u(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (26)$$

Uvrštavanjem (26) u (25) dobiva se

$$\begin{aligned} \iint_D [G(x, y; \xi, \eta) \nabla^2 u - u(\xi, \eta) \nabla^2 G] d\xi d\eta \\ = \int_C \left[G(x, y; \xi, \eta) \cdot \frac{\partial u}{\partial n} - u(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \right] ds \end{aligned} \quad (27)$$

U domeni D vrijede ovi uvjeti:

$$\begin{aligned} \nabla^2 u &= f(\xi, \eta) \\ \nabla^2 G &= \delta(\xi - x) \delta(\eta - y) \end{aligned} \quad (28)$$

Na granici C vrijedi

$$\begin{aligned} G &= 0 \\ u(\xi, \eta) &= h(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (29)$$

Uvrštavanjem (28) i (29) u (27) Greenova druga formula poprima oblik

$$\begin{aligned} \iint_D [G(x, y; \xi, \eta) \cdot f(\xi, \eta) - u(\xi, \eta) \cdot \delta(\xi - x) \delta(\eta - y)] d\xi d\eta \\ = \int_C \left[0 \cdot \frac{\partial u}{\partial n} - h(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \right] ds \end{aligned} \quad (30)$$

Iz jednadžbe (30) dobiva se opći oblik rješenja Dirichletovog problema za Poissonovu parcijalnu diferencijalnu jednadžbu (13)

$$u(x, y) = \iint_D G(x, y; \xi, \eta) f(\xi, \eta) d\xi d\eta + \int_C h(\xi, \eta) \frac{\partial G}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) ds. \quad (31)$$

Na temelju (31) može se zaključiti da rješenje $u(x, y)$ ovisi o vrijednosti Greenove funkcije $G(x, y; \xi, \eta)$. Međutim, točan izraz za određivanje funkcije G može se dobiti samo u ograničenom broju domena, pri čemu točni analitički

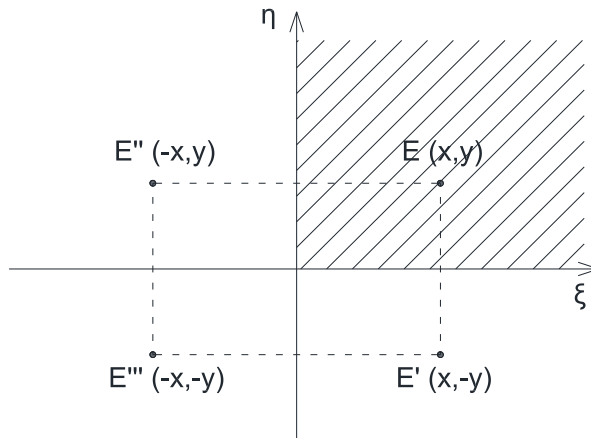
izrazi većinom vrijede jedino za kružne i pravokutne domene [3]. Mogućnost dobivanja vrijednosti G ovisi također o glatkoći krivulje C i njezinu obliku.

Na temelju izvedenog rješenja Poissonove diferencijalne jednadžbe (31) može se zaključiti da se cijeli postupak može rastaviti na dva dijela, pri čemu prvi dio obuhvaća određivanje Greenove funkcije $G(x,y;\xi,\eta)$ u točki (x,y) pri djelovanju impulsne pobude u točki (ξ,η) , a drugi dio temelji se na zbrajanju odgovora na sve impulse u promatranoj domeni D i njezinoj granici C .

3. Primjeri

3.1. Rješenje Poissonove jednadžbe u gornjem desnom kvadrantu

Domena $D = \{(\xi,\eta) : \xi > 0, \eta > 0\}$, u kojoj je definirana Poissonova diferencijalna jednadžba, obuhvaća gornji desni kvadrant kao što je prikazano na Slici 2. U promatranom kvadrantu nalazi se točka $E(x,y)$.



Slika 2. Promatrani gornji desni kvadrant ($\xi > 0$ i $\eta > 0$)

Za odabranu točku mogu se odrediti tri zrcalne točke $E'(x,-y)$, $E''(-x,y)$ te $E'''(-x,-y)$. Koristeći te točke, Greenova funkcija G može se zapisati u obliku

$$G(x,y;\xi,\eta) = \frac{1}{4\pi} \cdot \log\left[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2\right] - \frac{1}{4\pi} \cdot \log\left[(\xi-x)^2 + (\eta+y)^2\right] - \frac{1}{4\pi} \cdot \log\left[(\xi+x)^2 + (\eta-y)^2\right] + \frac{1}{4\pi} \cdot \log\left[(\xi+x)^2 + (\eta+y)^2\right] \quad (32)$$

Na rubu domene vrijedi da je $\xi = 0$ ili $\eta = 0$, tj. vrijednost funkcije $G(x,y;\xi;\eta)$ mora biti jednaka nuli. Zbog činjenice da se zrcalne slike ne nalaze u domeni D , Laplaceov operator za drugi, treći i četvrti član gornjeg izraza daje vrijednost nula. Na temelju toga dolazi se do zaključka da je Greenova funkcija jednaka (32), te se može zapisati u pojednostavnjenom obliku

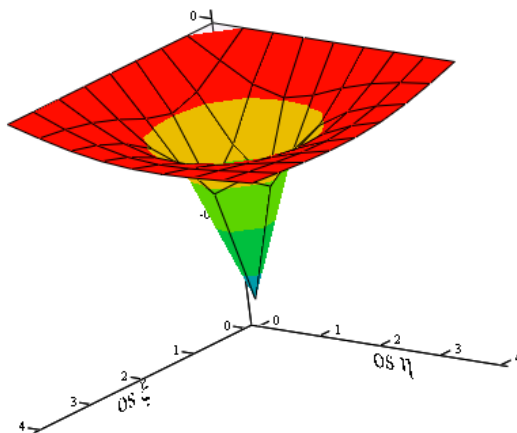
$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{4\pi} \cdot \log \frac{((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2) \cdot ((\xi + x)^2 + (\eta + y)^2)}{((\xi - x)^2 + (\eta + y)^2) \cdot ((\xi + x)^2 + (\eta - y)^2)}. \quad (33)$$

Na granici domene C vrijede ovi uvjeti:

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \frac{-4xy\eta}{\pi \cdot (x^2 + (y+\eta)^2) \cdot (x^2 + (y-\eta)^2)} \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{-4xy\xi}{\pi \cdot ((x-\xi)^2 + y^2) \cdot ((x+\xi)^2 + y^2)} \quad (35)$$

Na Slici 3. prikazana je Greenova funkcija (33) izračunata za točku domene $(x,y) = (1.41, 1.73)$.



Slika 3. Prikaz Greenove funkcije (33) za točku $(x,y) = (1.41, 1.73)$

Uvrštavanjem (33), (34) i (35) u (31) i uvođenjem integracijskih granica dobije se rješenje $u(x,y)$ za Dirichletov problem (13) definiran u gornjemu desnom kvadrantu

$$\begin{aligned}
 u(x, y) = & \frac{1}{4\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \log \left(\frac{((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2) \cdot ((\xi + x)^2 + (\eta + y)^2)}{((\xi - x)^2 + (\eta + y)^2) \cdot ((\xi + x)^2 + (\eta - y)^2)} \right) f(\xi, \eta) d\xi d\eta \\
 & + \frac{4xy}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\eta \cdot h(0, \eta)}{(x^2 + (y + \eta)^2)(x^2 + (y - \eta)^2)} d\eta \\
 & + \frac{4xy}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\xi \cdot h(\xi, 0)}{((x - \xi)^2 + y^2)((x + \xi)^2 + y^2)} d\xi
 \end{aligned} \tag{36}$$

3.2. Pomaci kvadrtnne membrane

Kvadratna mebrana duljine stranice $L = 3,0$ m i vrlo male debljine t oslonjena je na svojim krajevima na oslonce, a opterećena je površinskim kontinuiranim opterećenjem $0,25$ N/m². Potrebno je odrediti pomak točke u sredini membrane pod djelovanjem zadanog opterećenja.

Pomak membrane $u(x, y)$ može se opisati Poissonovom parcijalnom diferencijalnom jednadžbom

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = f(\xi, \eta) \quad 0 < x < L \text{ i } 0 < y < L. \tag{37}$$

Rubni su uvjeti na krajevima membrane ovi:

$$\begin{aligned}
 u(x, 0) = u(x, L) = 0 \\
 u(0, y) = u(L, y) = 0
 \end{aligned} \tag{38}$$

Rješenje jednadžbe (37), ako su zadovoljeni rubni uvjeti (38), može se zapisati u obliku

$$u(x, y) = \int_0^L \int_0^L G(x, y; \xi, \eta) f(\xi, \eta) d\xi d\eta. \tag{39}$$

Opći izraz Greenove funkcije $G(x, y; \xi, \eta)$, pri deformiranju pravokutne membrane raspona $a \times b$, preuzet je iz literature [1]

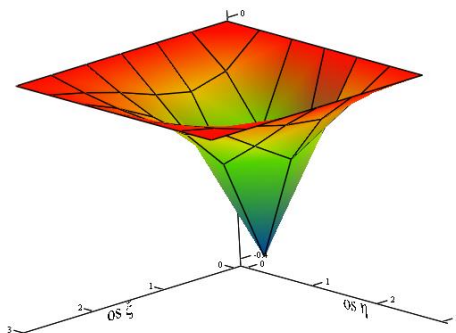
$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{4}{ab} \cdot \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi \eta}{b}\right)}{\frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{b^2}}, \tag{40}$$

gdje se Greenova funkcija $G(x, y; \xi, \eta)$ određuje s pomoću metode svojstvenih vrijednosti [4], a N i M predstavljaju broj svojstvenih vrijednosti.

Za kvadratnu membranu vrijedi $a = b = L$, a izraz (40) postaje

$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{4}{L^2} \cdot \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi \eta}{L}\right)}{\frac{n^2 \pi^2}{L^2} + \frac{m^2 \pi^2}{L^2}}. \quad (41)$$

Vrijednost Greenove funkcije (41) u točki $(x, y) = (0.80, 1.40)$ prikazana je na Slici 4.



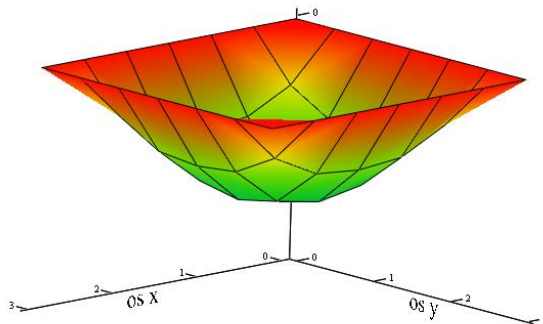
Slika 4. Prikaz Greenove funkcije (41) za točku $(x, y) = (0.80, 1.40)$

Funkcija opterećenja $f(\xi, \eta)$ može se pretpostaviti u obliku

$$f(\xi, \eta) = 0,25. \quad (42)$$

Uvrštavanjem (41) i (42) u (39) dobije se rješenje kojim se opisuju pomaci kvadratne mebrane

$$u(x, y) = \int_0^L \int_0^L \frac{1}{L^2} \cdot \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi \eta}{L}\right)}{\frac{n^2 \pi^2}{L^2} + \frac{m^2 \pi^2}{L^2}} d\xi d\eta. \quad (43)$$



Slika 5. Deformacijski oblik kvadratne membrane duljine stranice $L = 3,0$ m

U primjeru kvadratne membrane Greenova funkcija G i pomak u određeni su primjenom 10 svojstvenih vrijednosti ($N = M = 10$). Najveći pomak prikazan na Slici 5. zadane kvadratne membrane opterećene kontinuiranim površinskim opterećenjem od $0,25 \text{ N/m}^2$ nalazi se u točki $(1,5, 1,5)$ i iznosi $16,2$ cm.

Rješenje (43) vrijedi kada je membrana izrađena od homogenoga izotropnog materijala, a njezina je debljina vrlo mala u odnosu prema duljini njezinih stranica ($t \ll L$), pa se zbog toga ne uzima u obzir pri određivanju pomaka. Također, izraz (43) ne obuhvaća modul elastičnosti E materijala membrane, te vrijedi jedino kada kontinuirano opterećenje ima statičko djelovanje. U praktičnim problemima pomak $u(x,y)$, dobiven s pomoću Greenove funkcije, vrijedi jedino pri analizi membrane jednostavnih oblika (kružna i pravokutna), a zbog heterogenosti i anizotropnosti građevinskih materijala može se koristiti jedino za preliminarno određivanja pomaka.

4. Zaključak

Primjena Greenove funkcije u rješavanju parcijalnih diferencijalnih jednadžbi daje rješenje promatrane jednadžbe u integralnom obliku, pri čemu se za određenu domenu i pripadne rubne uvjete mogu dobiti jednostavniji oblici rješenja. Također, postojanje Greenove funkcije ovisi o promatranom problemu, tj. najviše ovisi o mogućnosti dobivanja njezina izraza na granici domene C . U općenitom slučaju njezina primjena može se proširiti s ravninske domene u višedimenzionalni prostor za rješavanje linearne parcijalne diferencijalne jednadžbe s konstantnim koeficijentima neovisno o broju neovisnih varijabli.

Greenova funkcija G u određivanju rješenja parcijalnih diferencijalnih jednačbi najviše ovisi o obliku domene D u ravnini, glatkoći njezine granice C te dobivanju njezina analitičkog izraza. Ako je poznata Greenova funkcija, rješenje Poissonove jednačbe $u(x,y)$ dobije se uvođenjem integracijskih granica i integriranjem po domeni D i granici C .

Literatura

- [1] Myint-U, T., Debnath, L. 2007. *Linear partial differential equations for scientists and engineers*. Birkhauser. Boston.
- [2] Olver, P. 2014. *Introduction to partial differential equations*. Springer.
- [3] Pinchover, Y., Rubinstein, J. 2005. *An introduction to partial differential equations*. Cambridge University Press. New York.
- [4] Duffy, D. G. 2015. *Green's functions with applications*. CRC Press. Boca Raton.

FAKULTETSKI GODIŠNJAK



Objavljene knjige

Naslov:

**RJEČNIK POJMOVA
U OPĆOJ I
PRIMIENJENOJ
GEOLOGIJI**

Autor:

**prof. dr. sc.
Čedomir Benac**



Izdavač:

Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci

Predstavljanje:

9. svibnja 2016. godine na Građevinskom fakultetu u Rijeci

Autor je ovog rječnika dr. sc. Čedomir Benac, redoviti profesor u trajnom zvanju Građevinskog fakulteta u Rijeci. Recenzenti su rječnika akademik Mladen Juračić, redoviti profesor Geološkog odsjeka Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, dr. sc. Renato Buljan, znanstveni savjetnik i dr. sc. Davor Pollak, viši znanstveni suradnik Hrvatskog geološkog instituta iz Zagreba.

U rječniku je opisano 810 pojmova, a svakom od njih pridružen je i naziv na engleskom jeziku. Ovaj rječnik sadrži i dvojezično kazalo, na hrvatskom i na engleskom jeziku, 28 literaturnih navoda kao i 133 fotografije. Izrađen je u PDF-u (Portable Document Format) veličine 15.910 KB, a obuhvaća 192 stranice teksta. Rječnik je interaktivan, te to omogućuje vrlo brzo pretraživanje ne samo osnovnih pojmova već i onih u tekstu. Uz neke je pojmove simbolom označena poveznica s fotografijama. Jasne upute čitateljima nalaze se u poglavlju "Kako se koristiti rječnikom". Sve su fotografije autorske i visoke kakvoće, a svaka je popraćena objašnjenjem i navodom lokacije snimanja. Na nekim se fotografijama nalaze i jednostavni crteži ili simboli radi lakšeg objašnjenja. Spomenuti grafički prilozi nisu samo dodatak rječniku već su i korisna sadržajna dopuna, kojom se na jednostavan način upotpunjuju precizna tekstualna tumačenja pojedinih pojmova. Ovaj je rječnik tiskan u svega 100 primjeraka jer je u prvom redu osmišljen kao e-publikacija i namijenjen uporabi u PDF-u.

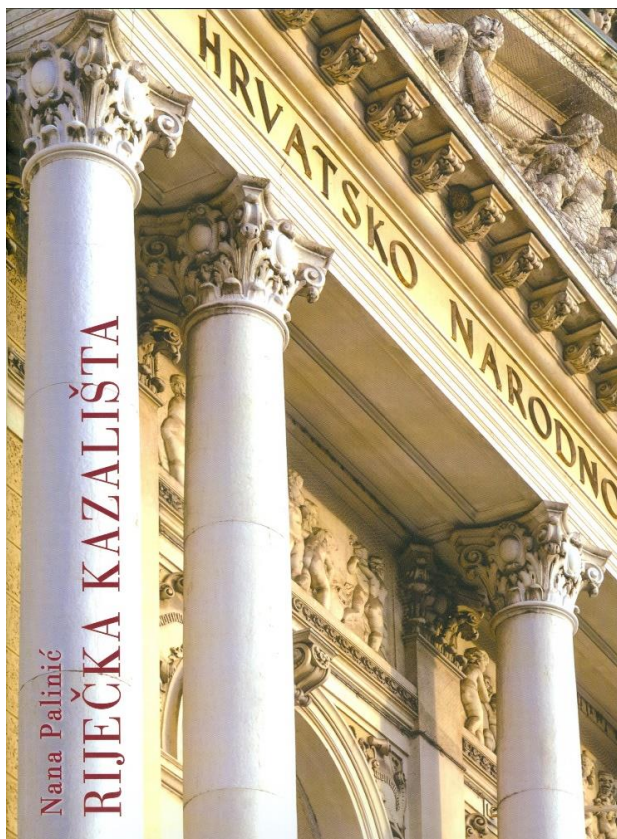
Rječnik će biti koristan ne samo studentima i inženjerima geologije nego i građevinskim inženjerima, posebice onima hidrotehničke i geotehničke struke. Pojmovi i kazalo na engleskom jeziku velika su pomoć korisnicima pri čitanju i pisanju stručnih i znanstvenih tekstova. Rječnik se može preuzeti bez ikakve naknade na mrežnoj stranici Građevinskog fakulteta u Rijeci <http://www.gradri.uniri.hr/hr/knjiznica.html>.

Naslov:

**RIJEČKA
KAZALIŠTA;**
nastanak,
kontinuitet i
značenje kazališnih
zgrada
i scenskih prostora
u razvitku urbane
strukture grada

Autorica:

**izv. prof. dr. sc.
Nana Palinić**



Izdavači:

**Državni arhiv u Rijeci i
Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci**

Predstavljanje: 25. svibnja 2016. u Gradskoj vijećnici u Rijeci

Autorica je ove znanstvene monografije dr. sc. Nana Palinić, izvanredna profesorica Građevinskog fakulteta u Rijeci.

Knjiga je sintezna, posvećena razmjerno rijetkoj arhitektonskoj tipologiji, kazalištima i prostorima scene, koji su prezentirani kao malo poznata riječka specifičnost. Tematika je strukturirana kroz sedam glavnih stilsko-kronoloških cjelina: prapovijest i antiku, srednji vijek i renesansu, barok, klasicizam, historicizam, secesiju i modernu.

Premda je prva predstava u Rijeci zabilježena u 15. stoljeću, dokumentirani se razvoj kazališne arhitekture može pratiti od 1629., kad je nastalo prvo isusovačko kazalište, pa do 1947., kad je dovršena izgradnja Hrvatskoga kulturnog doma u Sušaku. U tome, nekoliko

stoljeća dugom, razdoblju autorica je u Rijeci identificirala čak 68 građevina i prostora: 39 zatvorenih kazališta i 29 scena na otvorenome.

Svaka pojedina stilsko-kronološka cjelina započinje povijesnom bilješkom (općim okvirom stila i vremena, opisom društvene situacije u Hrvatskoj i Rijeci). Potom slijede opisi kazališta i scenskih prostora pojedinog razdoblja (velika kazališta, male scene, ljetna kazališta), s iscrpno i detaljno interpretiranim povijesnim podacima za svaku pojedinu građevinu: o projektu, nacrtnoj dokumentaciji (ako je sačuvana), urbanističkoj situaciji, značajkama arhitekture i scenske tehnike, inovacijama, promjenama tijekom vremena, današnjem stanju.

Nekoliko je kapitalnih građevina, velikih kazališta, obrađeno posebno detaljno i iscrpno: u baroknom razdoblju kazališta *Bono-Gerliczi* (1764. - 1766.) i *Teatro Nobile* (1783.), u klasicizmu *Adamićevo (Gradsko) kazalište* (1798. - 1805.), u historicizmu *Općinsko* (1883. - 1885., danas *HNK Ivana pl. Zajca*) i *Teatro Ricotti-Fenice* (1874.), u secesiji *Teatro Fenice* (1911. - 1914.) te u modernoj *Hrvatski kulturni dom* u Sušaku (1934. - 1947.).

U uvodnom dijelu knjige dan je širi povijesni i prostorni pregled tipologije, nužan za razumijevanje teme, dok je u zaključnom dana sintezna valorizacija, a arhitektonska kazališna baština grada postavljena je u europski kontekst.

Recenzenti su monografije dr. sc. Vladimir Bedenko, redoviti profesor Arhitektonskog fakulteta u Zagrebu (koji potpisuje i uvodnik) i dr. sc. Julija Lozzi Barković, redovita profesorica Filozofskog fakulteta u Rijeci. Urednik je Goran Crnković, a lektorica Dušanka Starčević.

Tekst monografije, koja broji 500 stranica, popraćen je s 976 bilježaka te bogato opremljen s 520 ilustracija: arhivskih nacрта (većinom iz Državnog arhiva u Rijeci), grafika, povijesnih fotografija i dokumenata kao i suvremenih fotografija, čiji su autori Duje Kalajžić i Nikola Kurti. Uvršteno je i iscrpno kazalo, sažetci na tri jezika (prevoditelj na engleski jezik je Ante Lakoš, a na talijanski Severino Korlević) te karte grada s prikazom kazališta i ljetnih scena. Monografija je tiskana u 500 primjeraka, a tehnički i likovni urednik je Branko Lenić.

Obranjeni doktorski radovi

Dr. sc. Martina Vivoda Prodan, mag. ing. aedif.

Katedra za geotehniku / Zavod za hidrotehniku i geotehniku

martina.vivoda@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1769>

Mentor: prof. dr. sc. Željko Arbanas

Naslov doktorskog rada:

Utjecaj trošenja na rezidualnu posmičnu čvrstoću sitnozrnastih litoloških članova fliša (The influence of the weathering process on residual shear strength of fine grained litological flysch components)

Doktorandica je 2007. godine diplomirala na Konstruktorskom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci. Poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisala je 2009. (smjer Modeliranje u geotehnici), a doktorski rad obranila dana 16. rujna 2016. godine.

Doktorski rad opisuje utjecaj trošenja na rezidualnu posmičnu čvrstoću sitnozrnastih litoloških članova flišne stijenske mase na području sjeverne Istre te dolina Rječine i Vinodolske. U naslagama fliša često se javljaju klizišta formiranjem klizne plohe na kontaktu pokrivača i flišne stijene ili kroz trošne slojeve flišne stijenske mase. Klizanje je uzrok usitnjavanja stijenske mase na kliznoj plohi i pratećih deformiranja, zbog kojih se čvrstoća materijala smanjuje s vršnih na rezidualne vrijednosti. Za reaktiviranje umirenih klizišta po tim kliznim plohama mjerodavne su rezidualne vrijednosti posmične čvrstoće materijala na kliznoj plohi. Istraživanje utjecaja trošenja na vrijednosti rezidualne posmične čvrstoće sitnozrnastih litoloških članova iz naslaga fliša provedeno je u laboratoriju, gdje su primjenom uređaja za izravno i prstenasto smicanje ispitani uzorci različitih stupnjeva trošnosti, a ispitani su i jednoosna tlačna čvrstoća i postojanost uzoraka te promjene mineralnog sastava. Numerički su simulirana reaktiviranja klizišta Krbavčići II (sjeverna Istra) i klizišta Valići (dolina Rječine) primjenom rezidualnih parametara čvrstoće, određenih za različite stupnjeve trošnosti sitnozrnastih litoloških članova fliša.



Znanstveni doprinosi ovoga doktorskog rada jesu: dokazana je promjena mineraloškog sastava sitnozrnastih litoloških članova fliša tijekom procesa trošenja te niže vrijednosti rezidualnih parametara čvrstoće kod trošnijih sitnozrnastih litoloških članova fliša; pokazano je da sadašnji pokusi ispitivanja postojanosti flišne stijenske mase nisu prihvatljivi jer je broj ciklusa sušenja i vlaženja premalen, pa rezultati ne odražavaju njeno stvarno ponašanje; predložen je, kao mjerodavan, postupak analize ponašanja s 10 takvih ciklusa; numeričkim simulacijama dokazano je da proces trošenja materijala na kliznoj plohi značajno utječe na mogućnosti reaktiviranja klizišta.

Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: utjecaj trošenja flišne stijenske mase na njene fizičkomehaničke i mineraloške značajke i čvrstoću te na reaktiviranje klizišta; numeričko modeliranje klizišta; analiza stabilnosti područja ugroženih klizanjem; laboratorijska ispitivanja tla i stijenske mase s naglaskom na ispitivanja uređajem za prstenasto smicanje, monitoring klizišta i interpretaciju rezultata.

Suradnica je na znanstvenom IPL-184 projektu „Study of landslides in flysch deposits of North Istria, Croatia: sliding mechanisms, geotechnical properties, landslide modeling and landslide susceptibility“, projektu sveučilišne potpore "Razvoj sustava monitoringa klizišta i ranog upozoravanja za potrebe umanjenja hazarda od klizanja tla" te hrvatsko-slovenskom bilateralnom projektu „Laboratorijska ispitivanja i numeričko modeliranje ponašanja klizišta u flišu Hrvatske i Slovenije“.

Dr. sc. Nevena Dragičević, mag. ing. aedif.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku i geotehniku

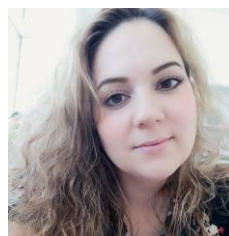
nevena.dragicevic@uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1122>

Mentorica / komentorica: izv. prof. dr. sc. Barbara Karleuša / prof. dr. sc. Nevenka Ožanić

Naslov doktorskog rada:

Model for erosion intensity and sediment based on the erosion potential method modification (Model za procjenu intenziteta i produkcije erozijskog nanosa modifikacijom metode potencijala erozije)



Doktorandica je diplomirala na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci, smjeru Hidrotehnika ak. god. 2007./2008., a poslijediplomski sveučilišni studij Građevinarstva (smjer Hidrotehnika priobalnih područja) upisala je u ak. god. 2008./2009.

Doktorski rad obranila je 7. listopada 2016. godine, a u njemu je analizirala problematiku erozije tla djelovanjem vode primjenom metode potencijala erozije (Gavrilovićeve metode, EPM) na primjeru slivu Dubračine. Izvorni znanstveni doprinosi ovoga doktorskog rada jesu: unaprjeđenje i razvoj metodologije odabira najprihvatljivije metode za procjenu erozijskog nanosa; unaprjeđenje metode poboljšanjem metodologije određivanja koeficijenta gustoće otjecanja primjenom geografskoga informacijskog sustava; unaprjeđenje i prilagodba Gavrilovićeve metode, koji omogućavaju da se produkcija erozijskog nanosa procijeni i na razini sezonskih intervala, a ne samo na godišnjoj razini; detaljno je razrađena numerička i opisna gradacija parametara prema lokalnim uvjetima na terenu, iz koje su proizašle prilagodbe koeficijenata zaštite i erodibilnosti tla; definirani su i rangirani oni parametri metode koji su obuhvaćeni analizom parametarske osjetljivosti metode; procijenjena je nesigurnost modela prema vremenski varijabilnim parametrima i parametrima promjenljivima zbog promjene izvora informacije te su definirani najnesigurniji parametri metode, a izrađene su i karte intenziteta i produkcije erozijskog nanosa, kao temeljne podloge za planiranje mjera prevencije i zaštite od erozije.

Doktorski rad temelji se na istraživanju provedenom u sklopu hrvatsko-japanskoga bilateralnoga znanstvenog projekta pod nazivom „Risk Identification and Land-Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia (voditeljica prof. dr. sc. Nevenka Ožanić) te njegovu nastavku kroz projekt sveučilišne potpore „Razvoj novih metodologija u gospodarenju vodama i tlom u krškim, osjetljivim i zaštićenim područjima (voditeljica prof. dr. sc. Barbara Karleuša).

Područja znanstveno-istražvačkog interesa doktorandice jesu: modeliranje erozije tla djelovanjem vode i vjetera, analiza erozijskih procesa i elemenata njihovih utjecaja te terenska istraživanja i mjerenje produkcije erozijskog nanosa.

Dr. sc. Nino Krvavica, mag. ing. aedif.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku i geotehniku

nino.krvavica@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1129>

Mentorica / komentor: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić / izv. prof. dr. sc. Vanja Travaš



Naslov doktorskog rada:

“One-dimensional Numerical Model for Layered Shallow Water Flow in Highly Stratified Estuaries” („Jednodimenzijски numerički model uslojenoga tečenja plitkih voda u izrazito stratificiranim ušćima“)

Doktorand je diplomirao na Hidrotehničkom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, akad. god. 2007. Poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisuje 2009. godine (smjer Hidrotehnika priobalnih područja), a doktorski rad uspješno je obranio dana 11. studenoga 2016. godine. Tijekom doktorskog studija znanstveno se usavršavao dva mjeseca na Sveučilištu Kyoto u Japanu te mjesec dana na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

Tema doktorskog rada fokusirana je na aktualnu problematiku prodiranja slane vode u rijeke priobalja te povezana s projektima navodnjavanja poljoprivrednih površina u priobalnim područjima RH, poput doline Neretve ili područja sjeverozapadne Istre. Doktorand je izradio numerički model za prognoziranje prodiranja slane vode u rijeke priobalja, a provedena su i detaljna terenska mjerenja te iz njih proizašle produbljene spoznaje o složenim hidrodinamičkim procesima kojima je uzrok interakcija slane i slatke vode. Izvorni znanstveni doprinos doktorskog rada jest razvijeni originalni jednodimenzijски nestacionarni numerički model uslojenog tečenja u koritima proizvoljne geometrije. Numerički je model validiran usporedbom s terenskim mjerenjima na ušću Rječine, te je oboje omogućilo bolje razumijevanje fizikalnih procesa u stratificiranim uvjetima.

Područja znanstveno-istraživačkog interesa vezana su uz numeričko modeliranje fizikalnih procesa u morima, rijekama te ušćima. Aktivno je sudjelovao na više domaćih i međunarodnih znanstvenih projekata, a suradnik je na sveučilišnoj potpori „Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području“ (voditeljica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić)

Počasna zvanja i titule

Prof. emeritus Mehmed Čaušević

Katedra za tehničku mehaniku / Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku

mehmed.causevic@uniri.hr



Professor emeritus Mehmed Čaušević školovao se na Sveučilištu u Beogradu, Imperial Collegeu Sveučilišta u Londonu, Sveučilištu u Ljubljani te Kalifornijskom sveučilištu u Berkeleyju.

Radio je kao projektant u institutima te na sveučilištima. Od 1992. godine neprekidno radi na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci. Godine 2015. umirovljen je kao redoviti profesor u trajnom zvanju, a 2016. godine biran je u počasno zvanje professor emeritus. Predavao je kolegije iz područja tehničkih znanosti, polja građevinarstva: Mehaniku, Otpornost materijala, Građevinsku statiku, Dinamiku konstrukcija, Potresno inženjerstvo, Stabilnost konstrukcija i Čelične konstrukcije na preddiplomskom i diplomskome sveučilišnom studiju te poslijediplomskome doktorskom studiju.

Mehmed Čaušević prepoznao je važnost uvođenja konstrukcijskih euronormi u praksu i u nastavu na Građevinskim fakultetima u Republici Hrvatskoj, i to u periodu kada su mnogi osporavali opravdanost uvođenja tih normi. Autor je novih nastavnih programa na dodiplomskom i diplomskom studiju, utemeljenih na tim normama, posebice onih iz Potresnog inženjerstva. Držao je predavanja članovima Komore inženjera građevinarstva na prigodnim skupovima projektanata, kojima je tumačio pojedine odredbe tih normi jer su one vrlo zahtjevne i, kao što je poznato, znanstveno utemeljene.

Objavio je znanstvene i stručne radove u međunarodnim i domaćim časopisima te osam knjiga.

Vodio je međunarodne i domaće znanstvene projekte i sudjelovao u radu mnogih znanstvenih skupova širom svijeta.

Recenzent je brojnih znanstvenih radova objavljenih u međunarodnim i domaćim časopisima, na koje se upućuje u prestižnim bazama podataka, kao i sveučilišnih knjiga. Recenzirao je nove sveučilišne studijske programe i znanstvenoistraživačke projekte. Aktivni je član tehničkih odbora Hrvatskog zavoda za norme u periodu uvođenja konstrukcijskih euronormi u Republiku Hrvatsku.

Ovlašteni je revident projekata Ministarstva graditeljstva i prostornog uređenja Republike Hrvatske. Ovlašteni je inženjer i član Hrvatske komore inženjera građevinarstva, u kojoj je obnašao značajne funkcije.

Član je Akademije tehničkih znanosti Hrvatske, Američkog instituta za potresno inženjerstvo i Međunarodne udruge za mostove i visokogradnju u Zürichu.

Za dugogodišnji doprinos razvitku Sveučilišta u Rijeci dobitnik je nagrade za životno djelo Zaklade Sveučilišta u Rijeci. Suradnik je u Leksikografskom zavodu Miroslav Krleža, Zagreb. Dobitnik je više inozemnih nagrada i priznanja.

Prof. dr. sc. Mehmedu Čauševiću, redovitom profesoru u trajnom zvanju u mirovini Građevinskog fakulteta u Rijeci, Senat Sveučilišta u Rijeci dodijelio je 1. ožujka 2016. godine počasno zvanje i naslov professor emeritus za posebne zasluge, za razvoj i napredak Građevinskog fakulteta u Rijeci i Sveučilišta u Rijeci te za međunarodno priznatu nastavnu i znanstvenu izvrsnost.

pripremio Mladen Bulić

Nagrade i priznanja djelatnicima

**Doc. dr. sc.
Ivan Marović**

Akademijina
nagrada
mladom
znanstveniku
„Vera
Johanides“ za
2015. godinu.



u znak priznanja za ostvareni zamjetan osobni znanstveni i stručni napredak te zapaženi doprinos u području koje istražuje tijekom proteklih pet godina

Nagradu je dobio temeljem natječaja koji je Akademija tehničkih znanosti Hrvatske provela u 2016. godini. Za znanstvene postignuća u 2015. godini, u prosincu 2016. godine dobio je i nagradu Zaklade Sveučilišta u Rijeci, a na svečanosti povodom dana Sveučilišta u Rijeci, održanoj u svibnju 2016. godine, primio je I Zahvalnicu svečanosti povodom Dana Sveučilišta u Rijeci za ostvarena postignuća u 2016. godini.

**Prof. dr. sc.
Nevenka
Ožanić**

Unaprjeđenje
iz statusa
suradnika u
status člana
Akademije
tehničkih
znanosti
Hrvatske, Odjel
građevinarstva
i geodezije



Unaprjeđenje se temelji na čl. 3 st. 6 Pravilnika o izboru u članstvo HATZ-a, izvješću Odjela građevinarstva i geodezije te Odluci s 13. sjednice Predsjedništva Akademije tehničkih znanosti Hrvatske od 18. travnja 2016.

Potvrda o statusu člana Akademije uručena joj je 11. svibnja 2016. godine na 31. godišnjoj skupštini Akademije tehničkih znanosti Hrvatske.

**Izv. prof. dr.
sc. Barbara
Karleuša i
dr. sc. Paulo
Šćulac**

Zahvalnica
Sveučilišta u
Rijeci za
iznimna
postignuća i
zalaganje u
nastavnom
radu



Prijedlog Sveučilištu (temeljem rezultata anketa studenata institucijskog praćenja u akad. god. 2015./2016.) uputilo je Fakultetsko vijeće te time podržalo mišljenje Odbora za osiguravanje i unaprjeđivanje kvalitete Građevinskog fakulteta u Rijeci

Zahvalnice su dobili na svečanosti povodom Dana Sveučilišta u Rijeci održanoj 17. svibnja 2016. godine.

Nagrade i priznanja studentima



Marko Lettich

Rektorova nagrada
za izvrsnost na
studiju

Zvonimir Đikić

Zahvalnice Sveučilišta za sportska
postignuća

Dobitnik zlatne
medalje za osvojeno
ekipno 1. mjesto, na
Svjetskom prvenstvu
u rukometu na
pjesku, Budimpešta

Vilson Kuqi

Vrhunski sportaš
u *kickboxingu*,
dobitnik dviju
brončanih medalja na
Prvenstvu Hrvatske u
disciplinama *Light
Concact* i *Low Kick*.

Nagrada za izvrsnost na studiju i priznanja za sportske uspjehe studentima uručena su na svečanosti povodom Dana Sveučilišta u Rijeci održanoj 17. svibnja 2016. godine.

Umirovljeni profesori

Dr. sc. Čedomir Benac, mag. ing. geol.

Redoviti profesor u trajnom zvanju

Zavod za hidrotehniku i geotehniku

cbenac@uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1694>



Rođen je 9. lipnja 1950. godine u Bakarcu. Diplomirao je 1974. godine na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, gdje je 1981. godine stekao akademski stupanj magistra znanosti, a 1995. godine i doktora znanosti. Poslije završetka petogodišnjeg studija geologije u nekoliko je tvrtki stjecao stručno iskustvo, te vodio i koordinirao složena geotehnička istraživanja za potrebe građenja i prostornog planiranja. Od rujna 1991. do srpnja 1992. godine obavljao je dužnost časnika u Hrvatskoj vojsci.

Njegova sveučilišna djelatnost započinje u ožujku 1990. godine, kad je kao viši stručni suradnik zaposlen na Fakultetu graditeljskih znanosti u Rijeci, tada sastavnici Građevinskog instituta Zagreb. Nakon organizacijskog razdvajanja u srpnju 1991. godine, do rujna 2001. je u pola radnog vremena bio i djelatnikom Instituta građevinarstva Hrvatske u zvanjima stručnog savjetnika i višeg znanstvenog suradnika.

Na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci izabran je godine 1996. u znanstveno-nastavno zvanje docenta, a 2008. godine potvrđen je u zvanje redovitog profesora u trajnom zvanju. Na fakultetu je obavljao i dužnosti pročelnika Katedre za hidrotehniku i geotehniku, šefa Katedre za geotehniku te prodekana za znanstveno-istraživačku djelatnost i prodekana za poslovne odnose. Bio je predmetnim nastavnikom niza kolegija na preddiplomskom, diplomskom i poslijediplomskom doktorskom sveučilišnom studiju te na stručnim studijima, pred-diplomskom i specijalističkom diplomskom, a od akad.god. 2008./2009., u četverogodišnjem je razdoblju bio i gostujući profesor na pred-diplomskom studiju Znanost o moru na Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli.

U svojoj je bogatoj sveučilišnoj karijeri bio mentor na ukupno 77 završnih i diplomskih radova studenata našeg fakulteta, ali i mentor brojnih diplomskih radova studenata Rudarsko-geološko-naftnog i

Prirodoslovno-matematičkog fakultetu u Zagrebu. Bio je mentor doc. dr. sc. Igoru Ružiću na doktorskom radu, a sada je mentor na takvom radu u sklopu Doctoral school of Karstology Univerze Nova Gorica.

Više je godina aktivno sudjelovao u provedbi i organizaciji terenske nastave za studente geologije Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta, studente geologije i studente znanosti o okolišu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu te studente inozemnih sveučilišta Università di Venezia i University of Lancaster. Četiri je godine bio predavač na specijalističkom tečaju "Metodologije i tehnike u primjeni europskih direktiva u području procjene utjecaja zahvata na okoliš i strateške procjene utjecaja plana i programa na okoliš". Sudjelovao je i u realizaciji nastavnih programa u sklopu Tempus application form Joint European Project te bio recenzentom 8 sveučilišnih nastavnih programa.

Objavio je 138 znanstvenih radova kao dijelova znanstvenih knjiga i monografija, u međunarodnim i nacionalnim znanstvenim časopisima, u zbornicima radova s međunarodnih i nacionalnih znanstvenih i stručnih skupova. Od 1984. godine surađivao je na brojnim znanstvenim projektima, nacionalnim i međunarodnima. U razdoblju od 2005. do 2013. godine u dva je mandata bio član Matičnog odbora za područje tehničkih znanosti.

Uz nastavni i znanstveni rad aktivno je sudjelovao u inženjersko-geološkim istraživanjima krških i flišnih predjela. Izradio je više od petsto stručnih izvješća i studija. Posebno se bavio istraživanjem jadranskog podmorja kao aktivni ronilac.

Član je uredništva znanstvenog časopisa Geologia Croatica. Član je Savjeta za prirodnoznanstvena istraživanja Jadrana, koji djeluje pri HAZU-u, i recenzent inženjerskogeološke karte Republike Hrvatske.

Profesor Čedomir Benac umirovljen je ove, 2016. godine. Premda je nabranje znanstvenih i stručnih dostignuća uobičajeno u ovakvim prigodama, oni koji profesora poznaju jer su mu dugogodišnje kolege sa Zavoda, ne žele propustiti priliku istaknuti i njegove ljudske osobine, pa makar i na kraju predstavljanja. Svi mi koji smo imali privilegiju s njime surađivati, dobro smo upoznali njegovu suosjećajnost i solidarnost. Znali smo da mu se možemo obratiti s punim povjerenjem, da će nas saslušati i svakako pokušati pomoći u rješavanju problema u kojima smo se zatekli. Rijetke su to vrline u današnjem okruženju i zato zaslužuju biti istaknute.

Predstojnica Zavoda za hidrotehniku i geotehniku

Nevenka Ožanić

Novi znanstveno-nastavni djelatnici

Dr. sc. Maja Gaćeša, mag. ing. aedif.

Katedra za tehničku mehaniku / Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku

maja.gacesa@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/929>



Diplomirala je na Konstruktorskom smjeru 2009. Iste se godine zaposlila kao znanstvena novakinja i upisala poslijediplomski doktorski studij Građevinarstvo (smjer Mehanika konstrukcija).

Doktorski rad pod naslovom „Fixed-Pole Concept in 3D Beam Finite Elements – Relationship to Standard Approaches and Analysis of Different Interpolations“ obranila je 16. 4. 2015. Suradnica je na projektu Hrvatske zaklade za znanost “Configuration-dependent Approximation in Non-linear Finite-element Analysis of Structures“ voditelja prof. dr. sc. Gordana Jelenića i članica njegova istraživačkog tima na sveučilišnoj potpori “Ispitivanje vitkih grednih prostornih konstrukcija s naglaskom na validaciju modela“. Od 2009. godine redovita je članica Hrvatskog društva za mehaniku.

Područja znanstvenog interesa jesu: interpolacijske tehnike u metodi konačnih elemenata, geometrijski nelinearni gredni nosači te modeliranje kinematičkih veza u kontekstu rasklopnih konstrukcija.

Suradnica je na mnogim kolegijima matične Katedre i nositeljica kolegija Tehnička mehanika 1 na preddiplomskome stručnom studiju.

Dr. sc. Vedran Jagodnik, mag. ing. aedif.

Katedra za geotehniku / Zavod za hidrotehniku i geotehniku

vedran.jagodnik@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/947>



Diplomirao je na Konstruktorskom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, 2007. godine. Iste godine zaposlen je kao asistent na Katedri za geotehniku Zavoda za hidrotehniku i geotehniku. Poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisuje akad. god. 2007./2008. (smjer Modeliranje u geotehnici), tijekom kojega se u tromjesečnom razdoblju usavršavao na University of California, Los Angeles. Kao asistent sudjeluje na projektima: “Studija klizišta u naslagama fliša: mehanizam klizanja i geotehničke značajke za modeliranje klizišta i ublažavanje nepogoda od klizišta (SoLiFlyD)” (voditelj: prof. dr. sc. Željko Arbanas); “Study of landslides in flysch deposits of North Istria, Croatia: sliding mechanisms, geotechnical properties, landslide modeling and landslide susceptibility” (voditelj: prof. dr. sc. Željko Arbanas) te “Risk Identification and Land-Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia” (voditelj projekta: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić, voditelj radne grupe za klizišta: prof. dr. sc. Željko Arbanas).

Doktorski rad pod naslovom “Behaviour of laterally loaded piles in natural sandy gravels” obranio je dana 04. 02. 2014. (mentor: prof. dr. sc. Željko Arbanas). Suradnik je na projektu sveučilišne potpore “Razvoj sustava monitoringa klizišta i ranog upozoravanja za potrebe umanjavanja hazarda od klizanja tla” (voditelj: prof. dr. sc. Željko Arbanas).

Suradnik je na brojnim kolegijima Katedre za geotehniku i predmetni nastavnik kolegija Dinamika tla, Ispitivanje i opažanje u geotehnici, Numeričko modeliranje u geotehnici i Eksperimentalna mehanika tla.

Od 2016. godine obavlja dužnost voditelja Laboratorija za geotehniku.

Dr. sc. Ivan Marović, dipl. ing. građ.

Katedra za organizaciju i tehnologiju građenja /
Zavod za prometnice, organizaciju i tehnologiju
građenja i arhitekturu

Ivan.marovic@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/859>



Diplomirao je 2006. na smjeru Konstrukcije Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Splitu, a u svibnju 2007. zaposlen je kao asistent na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci. Ak. god. 2007./2008. upisao je poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Zagrebu (smjer Organizacija građenja) i postao suradnik istraživač na znanstvenom projektu "Optimizacija produktivnosti u projektno usmjerenim sustavima u građevinarstvu" financiranom od strane MZOS (voditelj: prof. dr. sc. Ivica Završki).

Doktorski rad pod naslovom „Sustav za podršku odlučivanju u upravljanu vrijednostima nekretnina“ obranio je dana 13. 4. 2013. (mentor: prof. dr. sc. Ivica Završki). Iste mu je godine Hrvatski savez građevinskih inženjera dodijelio i nagradu za najbolji doktorski rad iz područja građevinarstva u 2013. godini. Postdoktorsko istraživačko iskustvo stjecao je na Građevinskom fakultetu u Rijeci kao suradnik na sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima "Uspostava sustava odlučivanja baziranog na "performance" konceptu u upravljanju javnim društvenim objektima" (voditelj: prof. dr. sc. Diana Car-Pušić).

Aktivan je istraživač u interdisciplinarnom području znanosti (polje Građevinarstvo i ekonomija) i autor nekoliko desetaka znanstvenih radova, koji se odnose na različite aspekte projektnog menadžmenta i životnog ciklusa projekata, kvantitativnih metoda u području odlučivanja, naročito za potrebe upravljanja projektima u graditeljstvu.

U svibnju 2014. godine izabran je u znanstveno zvanje znanstvenog suradnika u intredisciplinarnom području znanosti (polje Projektni menadžment). Dobitnik je akademijine Nagrade mladom znanstveniku „Vera Johanides“ te nagrade Zaklade Sveučilišta u Rijeci u kategoriji "Mladi znanstvenici – područje interdisciplinarne znanosti", obje za 2015. godinu.

Suradnik je na brojnim kolegijima matične Katadre i predmetni nastavnik kolegija Tehnologija građenja, Organizacija građenja, Građevinska regulativa, Menadžment u graditeljstvu te Metodologija znanstveno-istraživačkog rada.

Dr. sc. Iva Mrak, mag. arch.

Katedra za arhitekturu i urbanizam / Zavod za prometnice, organizaciju i tehnologiju građenja i arhitekturu

iva.mrak@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/2110>



Diplomirala je na Arhitektonskom fakultetu Università IUAV di Venezia u Veneciji 2005., a 2011. godine doktorirala je na doktorskom studiju "Ekonomika i tehnike konzervacije arhitektonske i prostorne baštine" na Sveučilištu Nova Gorica (mentor: prof. Giovanni Campeol).

Godine 2014. dodijeljena joj je Međunarodna nagrada za najbolji doktorski znanstveni rad na temu "Inovativni instrumenti i metode za promicanje izdržljivog, kreativnog i održivog grada" Sveučilišta u Napulju Federico II (Università degli studi di Napoli Federico II), a iste je godine zato primila i Zahvalnicu rektora Sveučilišta u Rijeci za postignuća ostvarena u 2014. godini koja su pridonijela promicanju i napretku Sveučilišta u Rijeci.

Stručno iskustvo stječe na suradničkim poslovima projektiranja (2004. - 2011.). Na Građevinskom fakultetu u Rijeci zaposlila se 2013. godine kao predavač. Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: održivi razvoj, projektiranje, planiranje i konzervacija. Suradnica je na znanstvenom projektu i sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima „Arhitektura Rijeke i riječke regije kao razvojni resurs - povijest, stanje i mogućnosti revitalizacije“ (voditelj projekta: izv. prof. dr. sc. Nana Palinić dipl. ing. arch.).

Suradnik je na brojnim kolegijima i predmetni nastavnik kolegija Arhitektonske konstrukcije I, Arhitektonske konstrukcije II, Osnove projektiranja I, Osnove projektiranja II, Projektiranje u visokogradnji, Završni radovi.

Dr. sc. Paulo Šculac, mag. ing. aedif.

Katedra za nosive konstrukcije / Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku

paulo.sculac@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1671>



Diplomirao je na Konstruktorskom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, 2007. godine. Iste je godine zaposlen kao asistent na Građevinskom fakultetu u Rijeci i upisan na poslijediplomski doktorski studij (smjer Mehanika konstrukcija).

Doktorski rad pod naslovom "Modeliranje monotono opterećenih ravninskih armiranobetonskih greda s praćenjem razvoja poprečnih pukotina ugrađenih u slojevite gredne konačne elemente" obranio je dana 4. 8. 2014. (mentor: prof. dr. sc. Gordan Jelenić, komentor: izv. prof. dr. sc. Davor Grandić).

Područje znanstveno-istraživačkog interesa jesu armiranobetonske konstrukcije. Sudjelovao je kao suradnik na znanstvenom projektu MZOS "Unapređenje točnosti nelinearnih grednih elemenata s neograničenim 3D rotacijama" (voditelj: prof. dr. sc. Gordan Jelenić, 2007.-2009.). Od 2014. godine surađuje na znanstvenom projektu HRZZ „Configuration-dependent approximation in non-linear finite-element analysis of structures" (voditelj: prof. dr. sc. Gordan Jelenić) te na sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima "Procjena oštećenja i ojačanje građevinskih konstrukcija" (voditelj: izv. prof. dr. sc. Ivana Štimac Grandić).

Sunositelj je kolegija "Betonske i zidane konstrukcije 1" na sveučilišnome diplomskom studiju i "Montažne konstrukcije" na stručnome preddiplomskom studiju.

Dr. sc. Josip Rubinić, dipl. ing. građ.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku i
geotehniku

jrubinic@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1203>



Diplomirao je na Komunalnom usmjerenju Fakulteta graditeljskih znanosti u Rijeci 1980. g. Nakon zaposlenja u institucijama vodoprivrednih djelatnosti u Rijeci i Labinu (na poslovima hidrologa i glavnog inženjera, voditelja odjela i voditelja ispostave) od godine 2003. zaposlen je na Građevinskom fakultetu u Rijeci, isprva kao viši predavač, a od 2016. kao docent.

Poslijediplomski magistarski studij upisao je 1997. na Građevinskom fakultetu u Splitu, a završio ga je 2001. magistarskim radom Hidrološke osnove planiranja i upravljanja akumulacijama – primjer akumulacije Boljunčica u Istri.

Doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisao je god. 2010. (smjer Hidrotehnika priobalnih područja), a doktorski rad pod naslovom „Vodni režim Vranskog jezera u Dalmaciji i klimatski utjecaji“ obranio je dana 19. 12. 2014.

Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: hidrologija krša, ekohidrologija i gospodarenje vodama. Voditelj je hidroloških istraživanja na velikom broju istraživačkih projekata, među kojima, od projekata koji su u tijeku, treba istaknuti hidrološka istraživanja Plitvičkih jezera i Vranskoga jezera u Dalmaciji te sudjelovanje u svojstvu specijalista za vodne resurse na izradi Strategije prilagodbe RH klimatskim promjenama.

Predmetni je nastavnik kolegija Hidrosustavi u kršu i Urbani vodni sustavi na diplomskom, Vodni resursi i sustavi na preddiplomskom sveučilišnom studiju, te kolegija Prirodne osnove vodnih pojava na specijalističkome diplomskom stručnom studiju.

Dr. sc. Igor Ružić, mag. ing. aedif.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku i
geotehniku

iruzic@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1251>



Diplomirao je na hidrotehničkom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, 2003. godine. Nakon stručnog iskustva stečenoga zaposlenjem u Hrvatskim vodama na suradničkim poslovima projektiranja, od godine 2004. zaposlen je kao asistent angažmanom na znanstvenom projektu „Znanstvene osnove za razvoj natapanja u Republici Hrvatskoj“ financiranom od strane MZOS (voditeljica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić), a kasnije na projektu „Procjena, umanjivanje i upravljanje geološkim hazardom u području Kvarnera“ (voditelj: prof. dr. sc. Čedomir Benac).

Poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisao je 2006. godine (smjer Hidrotehnika i geotehnika.), a doktorski rad pod naslovom „Dinamika žala u području Kvarnera“ obranio je dana 22. 12. 2015. (mentori: dr. sc. Suzane Ilić (Lancaster University) i prof. dr. sc. Čedomir Benac). Postdoktorsko istraživačko iskustvo stjecao je (12. 2014. - 5. 2016.) na Građevinskom fakultetu u Rijeci u području hidrotehnike.

Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: pomorska hidrotehnika, obalni procesi i daljinska istraživanja. Voditelj je na znanstveno-stručnom projektu „Monitoring morfoloških promjena toka Korane (od 3. Koranskog slapa do Sastavaka)“ i sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima „Geološki hazard u području Kvarnera“.

Predmetni je nastavnik na kolegijima Inženjerstvo obalnih građevina, Osnove obalnog inženjerstva i Hidrotehničke građevine urbanih područja.

Dr. sc. Neira Torić Malić, mag. ing. aedif.

Zavod za računalno modeliranje materijala i konstrukcija

ntoric@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1003>



Diplomirala je na Konstruktorskom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, 2004. godine. Iste godine zaposlena je kao znanstveni novak na znanstvenom projektu "Numeričko modeliranje kvazi-krtih materijala", financiranom od strane MZOS (voditelj: prof. dr. sc. Ivica Kožar), te je nakon isteka projekta nastavila rad na projektu „Fleksibilne duge konstrukcije: nelinearno modeliranje s vizualizacijom“. Godine 2004. upisala je i poslijediplomski magistarski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci, te nakon položenih svih ispita, od 2006. godine nastavila studiranje na poslijediplomskom doktorskom studiju Građevinskog fakulteta u Rijeci (smjer Mehanika konstrukcija).

Doktorski rad pod naslovom „Analiza fleksibilnih konstrukcija pod utjecajem pokretnog opterećenja metodom konačnih traka“ obranila je dana 9. srpnja 2012. (mentor: prof. dr. sc. Ivica Kožar).

Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: spregnuti dinamički sustavi, analiza pokretnih opterećenja, numeričko modeliranje te nerazorno ispitivanje materijala i konstrukcija.

Suradnica je na znanstvenim projektima „Influence of moving load on structures“, „Finite strip formulation in structural analysis for moving load“ i „Višeskalni model betona s identifikacijom parametara“ (voditelj: prof. dr. sc. Ivica Kožar), na tehnologijskom projektu „Influence of moving load on structures“ (voditelj: prof. dr. sc. Ivica Kožar) te sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima „Multi-rezolucijsko modeliranje konstrukcija s parametarskom identifikacijom“ (voditelj: prof. dr. sc. Ivica Kožar).

Predmetni je nastavnik na kolegijima sveučilišnih studija, Uvod u programiranje, Programiranje u modeliranju i Metoda konačnih elemenata.

Doc. dr. sc. Goran Volf, mag. ing. aedif.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku
i geotehniku

goran.volf@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/921>



Diplomirao je na Hidrotehničkom smjeru Građevinskog fakulteta u Rijeci, 2006. godine, a iste je godine i zaposlen na Fakultetu kao znanstveni novak na znanstvenom projektu "Znanstvene osnove za razvoj natapanja u Republici Hrvatskoj", koji je financiralo MZOS (voditeljica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić).

Poslijediplomski doktorski studij Građevinskog fakulteta u Rijeci upisao 2006. godine (smjer Hidrotehnika i geotehnika), a doktorski rad pod naslovom "Određivanje odgovarajućeg stupnja pročišćavanja otpadnih voda s obzirom na stanje morskog ekosustava" obranio je dana 20. 7. 2012. (mentori: prof. dr. sc. Boris Kompare i prof. dr. sc. Nevenka Ožanić).

Postdoktorsko istraživačko iskustvo stjecao je ak.god. 2012./2013. godine na Fakultetu za gradbeništvo in geodeziju Univerze v Ljubljani na odjelu za Vodarstvo in okoljsko inženirstvo u području modeliranja vodenih ekosustava te upotrebe strojnog učenja.

Nositelj je kolegija Vodogradnje i Opskrba vodom i kanalizacija na preddiplomskome stručnom studiju te suradnik na kolegijima Hidrotehničke građevine i Odvodnja i pročišćavanje otpadnih voda na diplomskome sveučilišnom studiju.

Područja znanstveno-istraživačkog interesa jesu: područje sanitarne hidrotehnike, pogotvo uređaji za pročišćavanje otpadnih voda te njihov utjecaj na prijemnike (recipijente), te područje modeliranja vodenih ekosustava. Suradnik je na znanstvenom projektu "Networking for Drinking Water Supply in Adriatic Region" (voditeljica: prof. dr. sc. Barbara Karleuša) i sveučilišnoj potpori znanstvenim istraživanjima "Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području" (voditeljica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić).

Dr. sc. Elvis Žic, mag. ing. aedif.

Katedra za hidrotehniku / Zavod za hidrotehniku
i geotehniku

elvis.zic@gradri.uniri.hr

<https://portal.uniri.hr/portfelj/1249>



Diplomirao je na Hidrotehničkom usmjerenju Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, 2002. godine. Na Fakultetu je zaposlen od 2003. godine, kao znanstveni novak, a od tada je bio suradnikom na nizu znanstvenih projekata koje je financiralo MZOS.

Akademski je stupanj magistra znanosti stekao 2009. godine na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu Sveučilišta u Splitu, gdje je godine 2003. upisao poslijediplomski magistarski studij. Poslijediplomski doktorski studij na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci upisao je 2009. godine (smjer Hidrotehnika i geotehnika), a doktorski rad pod naslovom "Prilog modeliranju potencijalnih poplavnih tokova i tokova krupnozrnatog materijala u slivu Rječine" obranio je dana 13. 2. 2015. (mentorica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić, komentor: prof. dr. sc. Nenad Bićanić)

Istraživačko iskustvo u području numeričkog modeliranja propagacije debitnih i blatnih tokova stjecao je tijekom doktorskog studija i postdoktorskog usavršavanja u Glasgowu (Građevinski fakultet), Japanu (Disaster Prevention Research Institute (DPRI), Kyoto University) te Salernu (Faculty of Engineering, University of Salerno).

Područja znanstveno-istraživačkih interesa jesu: numeričko modeliranje u području mehanike fluida, hidraulika otvorenih tokova, reološki modeli te modeliranje vodoopskrbnih i kanalizacijskih sustava.

Suradnik je na projektu "Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području" (voditeljica: prof. dr. sc. Nevenka Ožanić) iz sustava sveučilišnih potpora znanstvenim istraživanjima. Suradnik je na brojnim kolegijima matične Katedre i predmetni nastavnik kolegija Hidromehanika, Vodoopskrba i kondicioniranje voda i Osnove kondicioniranja pitkih i pročišćavanja otpadnih voda.

IN MEMORIAM

Prof. Nenad Bićanić

(Zagreb 6. 9. 1945. –
Veli Lošinj 8. 10. 2016.)

U subotu 8. listopada 2016. napustio nas je profesor Nenad Bićanić, međunarodno poznati znanstvenik i ekspert iz računskog modeliranja materijala i konstrukcija. Nenad Bićanić bio je umirovljeni profesor našeg fakulteta i Emeritus Professor Sveučilišta u Glasgowu, koji je tijekom svojega radnog vijeka radio i na sveučilištima u Boulderu, Zagrebu i Swanseaju. Bio je član velikog broja strukovnih udruga i organizacija, pozvani predavač i organizator skupova u više zemalja te sudjelovao u uređivanju uglednih inozemnih znanstvenih časopisa. Vodio je dvadesetak znanstvenih projekata i tridesetak doktoranada i mnogima mladim znanstvenicima iz Hrvatske i susjedstva omogućio usavršavanje na britanskim sveučilištima. Vodio je TEMPUS projekte *Advanced Computational Engineering Mechanics* i *Restructuring Undergraduate Civil Engineering Curricula in Croatia*, u koje su bili uključeni i hrvatski fakulteti. Bio je predsjednik i jedan od osnivača britanske udruge bivših studenata sveučilišta u Hrvatskoj *AMAC – UK*. Njegovih je pedeset znanstvenih radova u bazi Web of Science ukupno citirano više od 1200 puta, što ga čini najcitiranijim znanstvenikom Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci.

Što je, međutim, Nenad dao našem fakultetu, po čemu ćemo ga upravo mi pamtiti, kako je na nas utjecao i koliko nas je druženje s njime promijenilo? Koliko je svijest o tome koliko je Nenad promijenio i unaprijedio rad na našem fakultetu izražena? Kakav je Nenad bio kao uzor i motivator mlađim kolegama kao nastavnik, kao ljubitelj arhitekture, urbanizma, kulture i umjetnosti, kao vrhunski znanstvenik i perfekcionista, kao neumoran inovator i poluga razvoja?

Od naših kolegica i kolega, s Nenadom su još i prije njegova zaposlenja na Fakultetu u listopadu 2010. surađivali Alka Korin-Lustig, kao magistrandica, te Joško Ožbolt i Gojko Balabanić, kao doktorandi, dok je s Ivicom Kožarom surađivao na znanstveno-istraživačkim projektima. Nenad je sudjelovao u prijavama na stipendije za doktorande Nacionalne zaklade za znanost i British Scholarship Trusta, kojima su omogućeni tromjesečni

studijski boravci Elvisa Žica na Sveučilištu u Glasgowu, Nine Čeh na Sveučilištu u Oxfordu i Nikole Lustiga na Sveučilištu u Bathu, te je organizirao, a za Elvisa i osobno preuzeo, njihovo vođenje za vrijeme tih boravaka. Elvis se bavio neglatkom kontaktnom dinamikom u istraživanju rizika od poplava i odrona, a njegov boravak započeo je prije Nenadova zaposlenja na našem fakultetu. Kako je Nenad na tom projektu bio u projektom propisanoj ulozi mentora na ustanovi domaćinu, odatle proizašli radovi [1-3] jedini su njegovi radovi koje je od 2010. dalje objavio s našim kolegicama i kolegama, a na kojima nije bio naveden kao djelatnik našeg fakulteta. Elvisu je Nenad bio imenovan i za komentora na doktoratu na temu modeliranja poplavnih valova i tokova materijala, što je rezultiralo radovima [4-6]. Posebno je usko Nenad surađivao s Nikolom Lustigom i njegovom savjetnicom na doktorskom studiju Adrianom Bjelanović, sve do Nikoline bolno prerane smrti početkom 2015. Nikolini vanserijski potencijali tako nažalost nikada nisu bili realizirani, a iz njihove kratkotrajne, ali intenzivne, suradnje u području studija konfiguracijskih sila pri razvoju oštećenja ostao nam je jedan konferencijski rad [7].

U rad s mlađim kolegama Nenad je unosio sav svoj entuzijazam, koji ga nije napustio ni nakon umirovljenja u rujnu 2015. Imao je posebno dobro oko za uočavanje pojedinačnih sposobnosti i potencijala mlađih kolega, svakome je pristupao individualno i svakoga ponaosob znao maksimalno motivirati. Najvažnije, uvijek je znao istaknuti koliko su njihova dostignuća značajna u širem kontekstu istraživanja, koliko god se ponekad činilo da su ta dostignuća, gledana sama za sebe, malena.

*Taj san u slapu da bi mogo sjati,
I moja kaplja pomaže ga tkati.*

(Dobriša Cesarić: Slap. Nenadov citat, kao predsjednika povjerenstva prilikom obrane doktorata Edite Papa Dukić 20. 12. 2013.)

Nenad je još na našem magistarskom studiju od 1998. do 2010. bio nosilac predmeta *Odabrana poglavlja nelinearnog modeliranja inženjerskih konstrukcija*, a od zaposlenja je vodio predmet *Teorija plošnih nosača* na diplomskom studiju i *Teorija plastičnosti u simulacijama konstrukcija* na doktorskom studiju. Mentorirao je diplomski rad Nine Čeh na temu dinamičkog odgovora pločastih nosača na sinkroniziranu antropogenu pobudu te, i nakon umirovljenja, vodio diplomanda Ivana Hlaču, koji je numerički i eksperimentalno analizirao višeoslonačku pobudu grednih nosača. U isto vrijeme pomagao je i diplomandici Morani Krulić, koja je studirala gibanje krutog bloka na gredi. Nenad je s njima znao provesti sate

u diskusiji i bio do duboko u noć zadubljen u njihove radove, što se često moglo vidjeti po njegovoj elektroničkoj pošti u sitne noćne sate.

Nenadov interes za diskontinuirane mehaničke probleme odrazio se i na njegovo zanimanje za tradicionalnu kamenu gradnju. Vodio je projekt izgradnje istarskog kašuna u Peak District National Parku u Engleskoj, kao trajnog obilježja ulaska Republike Hrvatske u Europsku Uniju 2013. Projekt je proveden u suradnji s arhitektom Brankom Orbanićem i grupom zidara iz Žminja, uz financijsku pomoć Ministarstva za kulturu RH i Istarske županije, i organiziran je u okviru festivala Welcome Croatia. Nenad je i osmislio i organizirao Forum o graditeljskoj baštini *Tradicijske kamene ulične obloge i pokrovi*, u organizaciji našeg fakulteta i Grada Malog Lošinja 2014., i tako odigrao ključnu ulogu u očuvanju postojećeg pokrova u jednoj staroj ulici u Velom Lošinju.

Nenad je u radu bio vrhunski stručnjak i perfekcionista i ono po čemu je najpoznatiji njegovi su znanstveno-istraživački rezultati. Na našem fakultetu vodio je prestižni znanstveni projekt fonda *Jedinstvo uz pomoć znanja* pod naslovom *Evidence Based Characterisation of Dynamic Sensitivity for Multiblock Structures – Computational Simulation and Experimental Validation (mbsDynamics)*, u sklopu kojega je realizirano prvo zaposlenje doktoranda na rok trajanja studija (Nina Čeh) na našem fakultetu, financirano u cijelosti iz sredstava projekta, kao i prvo takvo zaposlenje postdoktoranda (Jean-François Camenen) koje je ujedno bilo i prvo zaposlenje stranog državljanina. Projektom je omogućena potpora još jednom doktorandu (Miran Tuhtan) ugovorom o djelu. Sve je troje suradnika i dalje zaposleno na Fakultetu preko drugih projekata ili kao zamjena za privremeno odsutne kolege. Nabavljena je i brza kamera Imagetec fps1000 i GOM Aramis software za beskontaktno mjerenje pomaka te ostvarena trajna suradnja sa sveučilištima u Oxfordu i Durhamu kao i s poduzećima Electricité de France i Atkins Nuclear. Taj projekt imao je dva cilja: (i) unaprijed odrediti raspon dinamičke osjetljivosti uređenog sistema blokova na zadanu dinamičku pobudu i (ii) definirati moguće informativne, mjerljive i predvidive pokazatelje osjetljivosti sistema. Na to je istraživanje Nenada potaknula potreba za produljenjem vijeka nuklearnih elektrana nakon iscrpljenja zaliha goriva. Taj proces zahtijeva uklanjanje potrošenih gorivnih štapova iz nevezanog sistema termoizolacijskih blokova i umetanje novih, za što je potrebno karakterizirati njihov dinamički odgovor na moguće termičke, ali i mehaničke utjecaje, poput potresa. Zbog nevezanosti problema račun nije moguće provesti standardnim dinamičkim postupcima temeljenima na

svojevremenoj analizi kontinuuma. Nenadovo istraživanje sa Jean-Françoisom, Ninom i Miranom detaljnije je bilo usmjereno na studij odgovora jednostavnijih mehaničkih modela - stupca blokova ili skupa blokova unutar zatvorene posude - na pomicanje podloge i formiranje karakterističnih oblika kretanja. Iz te suradnje nastao je niz radova u časopisima i na konferencijama [8-19]. Ta istraživanja nastavljena su i poslije formalnog završetka projekta UKF i Nenadova umirovljenja, preko HRZZ projekta *CANFAS*, na kojemu je nastavio surađivati s našom istraživačkom grupom kao vanjski suradnik [16-21].

Dolaskom na Fakultet u listopadu 2010. Nenad je postao neodvojiv član ne samo istraživačke grupe na Katedri za tehničku mehaniku, već i na Zavodu za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku i šire na Fakultetu. Aktivnosti i zaduženja na Katedri, Zavodu i Fakultetu postala su i njegove brige i nije se štedio u nastojanju da ih maksimalno oplemeni svojim golemim znanjem i bogatim iskustvom. Prijavio je projekt Horizon 2020 MSCA-IF *Scaling Effects in Multi-block Dynamics Simulation and Validation*, čiji je cilj bio detaljnije analizirati utjecaj veličine uzorka u dinamičkoj karakterizaciji, a vodio je i prijavu projekta EU ESF *Doprinos istraživanju dinamike multiblokovskih sistema*, koji je trebao proširiti postojeća laboratorijska ispitivanja na indirektno optičko mjerenje. U projekt *Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RISK)* uključio se s punim žarom. Osmislio je istraživački profil na Katedri za tehničku mehaniku i proveo nabavu laboratorijske opreme za seizmička ispitivanja i nekontaktno mjerenje te je do umirovljenja bio odgovorna osoba za korištenje te opreme. Osoblje zaposleno na projektu *mbsDynamics* aktivno je uključeno u istraživačku fazu projekta *RISK*, koja je i sada u tijeku, i direktno doprinosi ispunjavanju pokazatelja provedbe projekta (novozaposleno osoblje, istraživački radovi, prijava novih projekata). Nenadovim uključanjem u projekt *RISK* promijenio se koncept budućih laboratorijskih ispitivanja iz područja dinamike konstrukcija i potresnog inženjerstva. Predložio je i proveo nabavu para potresnih platformi Quanser STIII za uzorke mase do po 130 kg s mogućnošću zadavanja dvoosnoga potresnog signala na obje platforme istovremeno ili pojedinačno te još jedne manje jednoosne kao i sistema za beskontaktno optičko mjerenje GOM Pontos. Time je proširen spektar mogućih istraživanja na modele konstrukcija izložene nejednolikoj potresnoj pobudi te kombiniranje postojećih i novih teorijskih istraživanja u računskoj mehanici s eksperimentalnim istraživanjima pod vrlo dobro kontroliranim uvjetima.

Tako opremljena laboratorijska jedinica specifična je u širem okruženju i nudi komplementarnost u suradnji s drugim institucijama.

Od 2013. Sveučilište u Rijeci usmjerava proračunska sredstva za financiranje znanstvene djelatnosti u tzv. Potpore znanstvenim istraživanjima. Nenad je do umirovljenja vodio sveučilišnu potporu pod nazivom *Procjena oštećenja i ojačanje građevinskih konstrukcija*, a suradnici su mu bili kolege s Katedre za nosive konstrukcije Adriana Bjelanović, Davor Grandić, Ivana Štimac Grandić, Paulo Šćulac, Željko Smolčić i Nikola Lustig kao i njegova doktorandica Nina Čeh.

Bio je inicijator i glavni urednik ugledne serije konferencija *EURO-C* gotovo dvadeset godina i kao nastavnik našeg fakulteta organizirao je posljednju konferenciju iz te serije u St. Anton am Arlbergu u Austriji [22], dok će sljedeći *EURO-C 2018.* u Bad Hofgasteinu biti posvećen upravo Nenadu. Konferencije *EURO-C* redovito okupljaju najznamenitije istraživače u mehanici betonskih konstrukcija, od konstitutivnih modela, preko naprednih algoritama, do trajnosti i uporabivosti. Nenad je bio i jedan od urednika Zbornika radova 8. kongresa Hrvatskog društva za mehaniku 2015. u Opatiji [23] i organizator pretkongresnog tečaja *Computational Multiscale Mechanics School* upravo na našem fakultetu, na kojemu je predavanja eminentnih međunarodnih i domaćih stručnjaka (Marc Geers, Lukasz Kaczmarczyk, Jurica Sorić, Marko Čanađija) pohađalo dvadesetak doktoranada i postdoktoranada. Sve vrijeme ostao je aktivan u udruzi *AMAC-UK*, gdje je među ostalima redovito organizirao godišnja predavanja o britansko-hrvatskim vezama. Sam je tako 2011. održao predavanje o Josipu Ruđeru Boškoviću povodom 300-godišnjice njegova rođenja, a organizirao je i predavanje o Robertu Whiteheadu, engleskom inženjeru i izumitelju riječkoga torpeda, koje je 2012. održao riječki entuzijast i zaljubljenik u našu industrijsku baštinu Miljenko Smokvina.

Nenad je bio upravo fascinantna osobnost: strašću i ljubavlju prema svojem pozivu, neiscrpnom potrebom za stalnim stjecanjem i prenošenjem znanja, osjećajem odgovornosti prema znanosti općenito, a posebno mladim naraštajima znanstvenika, radnom etikom i djetinjom zaigranošću bio je inspiracija i uzor svima koji su ga bolje poznavali. U svakom je trenutku za svakoga imao pravu riječ, u obliku misli, anegdote, evociranog događaja ili citata, najčešće citata klasika, brižljivo pohranjenih u njegovu renesansnom umu kakvog danas sve rjeđe susrećemo, čak i u našem akademskom okruženju. U ovih pet godina Nenad je našem fakultetu dao sve ono najljepše: najviše znanstvene i predavačke standarde, čvrstu radnu etiku i kolegijalnost te naročito brigu za svestran razvoj mladih znanstvenika. U

svim sferama rada doživljavao je naš fakultet kao svoj i uvijek isticao svoju pripadnost Fakultetu. Kao takav ostat će nam u trajnom sjećanju i bolno nam nedostajati.



Nenad je bio mentor mojeg magistarskog rada iz informacijskih znanosti u doba kad je interdisciplinarnost još bila iznimka. Uvijek spreman na razgovor, poticajan i pun ideja – takvog ga pamtim. Ove riječi pišem i u ime mog pokojnog sina Nikole koji nas je napustio godinu dana ranije, a mogao bi puno napisati o svojoj suradnji s Nenadom. Neka nam njihova životna snaga i znatiželja budu vječna inspiracija. (Alka Korin-Lustig, Građevinski fakultet u Rijeci, Nenadova magistrandica)

Pojmovi “entuzijazam” i “kreativni kaos”, koji se često mogu čuti kada ljude pitamo da sažmu dojmove koje je Nenad na njih ostavio, nama, koji potičemo iz ovih krajeva, su i prirodni i stečeni. Nenad ih je, međutim, posebno volio i uzdigao do razine gdje “entuzijazam” znači “izloženost neizlječivom virusu akademske radoznalosti”, dok je “kreativni kaos” sinonim za “od mene možeš dobiti rame za plakanje, ali ukoliko taj virus u tebi ne bude akademski mutirao, za tebe nema nade”. (Nikica Petrinić, University of Oxford, Nenadov doktorand)

Nenadovo mentorstvo značilo je istovremeno dobiti neopisivo vodstvo u radu i uzor u životu. Na mene je prenio tu energiju s kojom je svemu pristupao, radoznalost, upornost (čak malu količinu bunta), a najviše od svega ogromno razumijevanje i poštovanje prema ljudima i okolnostima. Iako je prerano otišao, dao mi je itekako dobar vjetar u leđa. (Nina Čeh, Građevinski fakultet u Rijeci, Nenadova doktorandica)

Bibliografija 2010. - 2016.

1. Žic, E.; Bićanić, N.; Koziara, T.; Ožanić, N.; Ružić, I. 15. – 17. 12. 2011. *Application of the Solfec program for the numerical modeling of suspended sediment propagation in small torrents.* Books of Proceedings on 2. Project Workshop Monitoring and Analysis for Disaster Mitigation of Landslides, Debris Flow and Floods. Eds Ožanić, N. et al. Rijeka. 98-101.

2. Žic, E.; Bićanić, N.; Koziara, T.; Ožanić, N. 7. - 9. 11. 2012. *Numerical modelling of suspended sediment propagation in small torrents*. International Conference People, Buildings & Environment. Eds Hanak, T. et al. Lednice. 661-670.
3. Žic, E.; Bićanić, N.; Koziara, T.; Ožanić, N. 2014. *The numerical modelling of suspended sediment propagation in small torrents with the application of the contact dynamics method*. Tehnički vjesnik 21. 939-952.
4. Žic, E.; Cuomo, S.; Ožanić, N.; Bićanić, N. 12. - 14. 12. 2013. *Application of SPH method to create numerical models of debris flow propagation*. Proceedings of 4. Project Workshop Risk Identification and Land-use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia. Eds Vlastelica, G. et al. Split. 52-52.
5. Žic, E.; Yamashiki, Y.; Kurokawa, S.; Fujiki, S.; Ožanić, N.; Bićanić, N. 2014. *Validation study of debris flow movement – laboratory experiments and numerical simulation*. 1. Regional Symposium on Landslides in the Adriatic-Balkan Region & 3. Workshop Monitoring and Analysis for Disaster Mitigation of Landslides, Debris Flow and Floods. Eds Mihalić Arbanas, S.; Arbanas, Ž. Zagreb. 111-116.
6. Žic, E.; Arbanas, Ž.; Bićanić, N.; Ožanić, N. 2015. *A model of mudflow propagation downstream from the Grohovo landslide near the city of Rijeka*. Natural Hazards and Earth System Sciences 15. 293-313.
7. Lustig, N.; Bićanić, N. 29. - 30. 5. 2014. *Poboljšanje mreže konačnih elemenata primjenom konfiguracijskih sila*. Zbornih radova 6. susreta Hrvatskoga društva za mehaniku. Eds Jelenić, G.; Gaćeša, M. Rijeka. 129-134.
8. Čeh, N.; Bićanić, N. 29. - 30. 5. 2014. *Studija utjecaja nevertikalnosti krutog bloka na periodičnost neglatkog dinamičkog ponašanja pri harmonijskoj pobudi*. Zbornih radova 6. susreta Hrvatskoga društva za mehaniku. Eds Jelenić, G.; Gaćeša, M. Rijeka. 55-60.
9. Čeh, N.; Pellegrino, A.; Camenen, J.-F.; Petrinić, N.; Jelenić, G.; Koziara, T.; Bićanić, N. 25. - 27. 5. 2015. *Dynamics of multi-block stacks subjected to pulse base excitation – experimental evidence and non smooth contact dynamics simulations*. Proceedings of the 5. International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering. Eds Papadrakakis, M. et al. Crete. 3234-3247.
10. Camenen, J.-F.; Čeh, N.; Jelenić, G.; Koziara, T.; Bićanić, N. 24. - 28. 8. 2015. *Dynamic sensitivity of a multi-block stacks subjected to horizontal harmonic excitation*. 22. French Congress of Mechanics. Eds Boucard, P.-A. et al. Lyon.
11. Čeh, N.; Pellegrino, A.; Camenen, J.-F.; Bićanić, N.; Petrinić, N.; Tuhtan, M. 29. 9. - 2. 10. 2015. *Overtuning of multiple-block stack – dynamic sensitivity parameters and scaling effect*. Proceedings of the 8. International Congress of Croatian Society of Mechanics. Eds Kožar, I. et al. Opatija.
12. Camenen, J.-F.; Čeh, N.; Bićanić, N.; Koziara, T. 29. 9. 2015. *Dynamic sensitivity of a multi-block assembly subjected to horizontal harmonic excitation*. Proceedings of the 8. International Congress of Croatian Society of Mechanics. Eds Kožar, I. et al. Opatija.
13. Čeh, N.; Bićanić, N. 16. - 17. 6. 2016. *Djelomično prevrtanje slobodno položenog blokovskog stupca pri dinamičkoj pobudi*. Zbornik radova 7. susreta Hrvatskog društva za mehaniku. Eds Marović, P. i drugi. Split. 55-60.

14. Čeh, N.; Camenen, J.-F.; Bićanić, N.; Pellegrino, A.; Petrinić, N. 2016. *Overturing of multiple-blok stacks – dynamic sensitivity parameters and scaling effect*. International Journal of Masonry Research and Innovation 1. 351-374.
15. Bićanić, N.; Camenen, J.-F.; Čeh, N.; Koziara, T. 2016. *Characterisation of pattern formation in constrained multiblock assembly subjected to horizontal harmonic excitation*. International Journal of Masonry Research and Innovation 1. 375-397.
16. Jelenić, G.; Čeh, N.; Bićanić, N. 11. – 13. 4. 2017. *Rocking of single and dual rigid-block systems subject to ground excitation: experimental and computational analysis of overturning conditions*. Proceedings of 25. UKACM Conference on Computational Mechanics. Eds Faramarzi, A.; Dirar, S. Birmingham. 244-247.
17. Čeh, N.; Hlača, I.; Dobrilla, S.; Jelenić, G.; Bićanić, N. 7. – 8. 7. 2017. *Eksperimentalna i numerička dinamička analiza grednih nosača pod utjecajem nejednolike potresne pobude oslonaca*. Zbornik radova 8. susreta Hrvatskog društva za mehaniku. Eds Penava, D. i drugi. Osijek. 37-42.
18. Čeh, N.; Theophile, L.; Jelenić, G.; Bićanić, N. 7. – 8. 7. 2017. *Prevratanje stupca od dva bloka uslijed konstantnog i impulsnog ubrzanja podloge*. Zbornik radova 8. susreta Hrvatskog društva za mehaniku. Eds Penava, D. i drugi. Osijek. 31-36.
19. Čeh, N.; Jelenić, G.; Bićanić, N. 20. – 22. 9. 2017. *Rocking of single and dual rigid-block systems subjected to free rocking and constant ground acceleration of finite duration: equations of motion and contact detection*. Proceedings of the 3. International Conference on Multiscale Methods for Solids and Fluids. Eds Ibrahimbegović, A. et al. Ljubljana. 112-115.
20. Čeh, N.; Jelenić, G.; Bićanić, N. 2017. *Rocking of a single rigid block: analytical, numerical and experimental analysis of dynamic response and post-impact behaviour*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics (to be submitted).
21. Čeh, N.; Jelenić, G.; Bićanić, N. 2017. *Rocking of a rigid dual-block stack (working title)*. Paper in preparation.
22. Bićanić, N.; Mang, H.; Meschke, G.; de Borst, R. (editors). 24. – 27. 3. 2014. Proceedings of EURO-C Conference Computational Modelling of Concrete Structures. St Anton-am-Arlberg. Taylor & Francis. London.
23. Kožar, I.; Bićanić, N.; Jelenić, G.; Čanadija, M. (editors) 29. 9. – 2. 10. 2015. Proceedings of the 8. International Congress of Croatian Society of Mechanics. Opatija. Hrvatsko društvo za mehaniku. Zagreb.

pripremio Gordan Jelenić