

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI
ZBORNİK RADOVA



**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI**

Izdavač:

Građevinski fakultet u Rijeci, Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

Za izdavača:

Aleksandra Deluka-Tibljaš, dekanica

Glavni i odgovorni urednik:

Željko Arbanas

Tehnička urednica:

Nana Palinić

Pomoćnik tehničke urednice:

Filip Horvat

Lektorica:

Saša Čohar Mančić

Urednički odbor:

Gojko Balabanić
Adriana Bjelanović
Saša Čohar Mančić
Nana Palinić
Vanja Travaš

Adresa uredništva:

Rijeka, Ulica Radmile Matejčić 3

Grafičko rješenje omota:

Alen Karlović, student

Grafička obrada, prijelom i tisak:

3 Dreams d.o.o.

Naklada:

200 primjeraka

ISSN 0350-8552

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI

ZBORNIK RADOVA

KNJIGA XVII

Rijeka, 2014.

GRAĐEVINSKI FAKULTET SVEUČILIŠTA U RIJECI**ZBORNİK RADOVA
KNJIGA XVII****Autori:**

Željko ARBANAS	Ugo PUNIŠ
Sergije BABIĆ	Ivana RADMAN
Natalija BEDE	Ines RADOŠEVIĆ
Tamara CRNKO	Marko RENČELJ
Tihomir ČULIBRK	Dragan RIBARIĆ
Aleksandra DELUKA TIBLJAŠ	Josip RUBEŠA
Nevena DRAGIČEVIĆ	Josip RUBINIĆ
Ivan DRAŽIĆ	Tea RUKAVINA
Filipa Maria Santos FERREIRA	Igor RUŽIĆ
Marko GLUŠAC	Akanshu SHARMA
Tomislava GOLIK	Željko SMOLČIĆ
Neva HERO	Davor STIPANIĆ
Barish IRHAN	Ivana SUŠANJ
Vedran JAGODNIK	Krunoslav ŠARIĆ
Barbara KARLEUŠA	Damir ŠIMUNIĆ
Martina KLARIĆ	Srđan ŠKUNCA
Nino KRVAVICA	Melita ŠTEFAN TRUBIĆ
Anamaria MARAŠ	Ivan ŠVERKO
Lorella MEKIĆ	Vanja TRAVAŠ
Iva MOČIBOB	Martina VIVODA
Nermina MUJAKOVIĆ	Goran VOLF
Nevenka OŽANIĆ	Ivan VOLF
Joško OŽBOLT	Dino ZULJANI
Ivana PRANJIĆ	

PREDGOVOR

Pred čitateljima je sedamnaesta po redu knjiga Zbornika radova Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci u kojoj je predstavljeno sedamnaest znanstvenih i stručnih radova studenata i djelatnika Fakulteta i drugih znanstvenika i stručnjaka iz područja djelatnosti Fakulteta. Najviše radova u ovoj knjizi izradili su studenti i diplomanti sa svojim mentorima na temu izrađenih diplomskih radova, kao i studenti poslijediplomskih studija koji su sa svojim mentorima i savjetnicima prikazali rezultate svojih istraživanja tijekom izrade seminara i doktorskih radova. U knjizi su objavljena dva rada iz područja geotehnike, pet radova iz područja hidrotehnike, tri rada iz područja prometnica, jedan rad iz područja arhitekture i prostornog planiranja, tri rada iz područja konstrukcija i tri rada iz područja matematike. Cjelokupni sadržaj Zbornika s radovima u boji dostupan je na priloženom CD-u.

Svi radovi su recenzirani od dva anonimna recenzenta, znanstvenika ili stručnjaka u području sadržaja rada, a u recenziji radova su sudjelovala ukupno trideset i četiri recenzenta. Postupak recenziranja sigurno je podigao razinu kvalitete radova pa je doprinos recenzenata u postupku završnog sadržaja radova od presudnog značaja. I u ovoj knjizi Zbornika radovima je već uobičajeno dodijeljena kategorija rada od stručnog rada, preko preglednog rada i prethodnog priopćenja sve do izvornog znanstvenog rada. Tri rada ocijenjena su od strane recenzenata i Uredničkog odbora kao izvorni znanstveni rad, jedan je rad ocijenjen kao prethodno priopćenje, pet radova svrstano je u kategoriju preglednog rada, a osam u kategoriju stručnog rada. Ovakva kategorizacija pokazala je da su recenzenti bili realni i kritični prema radovima koje su recenzirali. Uobičajeno je provedena je i klasifikacija radova prema univerzalnoj decimalnoj klasifikaciji (UDK) pa je svakom radu dodijeljen i UDK broj. Radovi su kao i u prethodnim knjigama jezično lektorirani i dodatno provjereni, kako bi se uklonile jezične i tiskarske pogreške. Radovi su na kraju dodatno tehnički uređeni i vizualno uobličeni kroz uređenje prijeloma.

Na kraju ovog Predgovora želim se zahvaliti najprije autorima, bez čijih radova ne bi bilo ove knjige, recenzentima, koji su se pobrinuli za osiguranje kvalitete radova, i članovima Uredničkog odbora. Posebno se zahvaljujem lektorici Saši Čohar Mančić koja je dotjerala radove u jezičnom smislu, pomoćniku tehničkog urednika Filipu Horvatu koji je uredio

prijelome radova i klasificirao, a pogotovo tehničkoj urednici Nani Palinić koja je završno oblikovala knjigu i dala tekstovima završni izgled. Ova knjiga Zbornika ukazuje na sve veću kvalitetu radova u smislu većeg učešća znanstvenih kategorija radova u ukupnom broju radova što sve ukazuje na potreban korak naprijed u kategorizaciji publikacije Zbornika, a što će, vjerujem, i ostvariti u narednim knjigama Zbornika.

Glavni i odgovorni urednik

Željko Arbanas

SADRŽAJ

Martina VIVODA, Ivan ŠVERKO, Željko ARBANAS Određivanje značajki prašinstih materijala iz naslaga fliša	9
Ugo PUNIŠ, Ivan VOLF, Dino ZULJANI, Vedran JAGODNIK Numerička analiza interakcije izvedbe dvije tunelske cijevi	27
Josip RUBEŠA, Vanja TRAVAŠ, Nino KRVAVICA Modeliranje nejednolikog toka u koritu promjenjivog poprečnog presjeka.....	43
Barbara KARLEUŠA, Nevenka OŽANIĆ, Josip RUBINIĆ, Ivana RADMAN, Nevena DRAGIČEVIĆ, Goran VOLF, Ivana SUŠANJ, Nino KRVAVICA, Igor RUŽIĆ, Tamara CRNKO Istraživanje mogućnosti unaprjeđenja opskrbe pitkom vodom u Jadranskoj regiji kroz projekt DRINKADRIA.....	55
Nevena DRAGIČEVIĆ, Barbara KARLEUŠA, Nevenka OŽANIĆ Upravljanje bujičnim slivovima i zaštita od bujičnih poplava.....	69
Neva HERO, Filipa Maria Santos FERREIRA Wastewater Treatment and Disposal in Harbours.....	93
Davor STIPANIĆ, Vanja TRAVAŠ PIPENET3D: računalni program za stacionarnu analizu toka u tlačnim sustavima.....	109
Ivana PRANJIĆ, Aleksandra DELUKA TIBLJAŠ, Srđan ŠKUNCA, Sergije BABIĆ, Iva MOČIBOB, Martina KLARIĆ, Tomislava GOLIK Model unaprjeđenja prometnih uvjeta u stambenim naseljima – primjeri naselja u gradu Rijeci.....	123
Krunoslav ŠARIĆ, Tihomir ČULIBRK, Marko RENČELJ Ponovna upotreba asfaltnog reciklata u cementnoj stabilizaciji upotrebom NovoCrete dodatka.....	143

- Marko GLUŠAC, Lorella MEKIĆ, Damir ŠIMUNIĆ, Srđan ŠKUNCA
**Varijantna rješenja prometnice Trg Žabica-Mlaka:
projektiranje, vrednovanje i odabir optimalne trase..... 159**
- Srđan ŠKUNCA
**Koloristička obrada pročelja višestambene riječke
arhitekture druge polovice 20. stoljeća kao polazište obnove
kroz projekt podizanja energetske učinkovitosti..... 177**
- Željko SMOLČIĆ, Joško OŽBOLT
**Meso Scale Model for Fiber-Reinforced-Concrete: Effective
Bond-Slip Relationship of Fibers 197**
- Natalija BEDE, Joško OŽBOLT, Akanshu SHARMA, Barish IRHAN
**Numerical Modeling of Concrete Beam under Dynamic Loads:
3D Finite Element Analysis 213**
- Anamaria MARAŠ, Dragan RIBARIĆ
**Prostorna rešetkasta čelična konstrukcija kupole gradskog
tornja na riječkome Korzu 229**
- Ines RADOŠEVIĆ
**Jacobijeve metode za računanje singularne dekompozicije
matrice 247**
- Melita ŠTEFAN TRUBIĆ
Multigrid metode 271
- Tea RUKAVINA, Nermina MUJAKOVIĆ, Ivan DRAŽIĆ
**Usporedba metode fiksne točke i Newton-Raphsonove
metode kod rješavanja nelinearnih sustava s dvije
nepoznanice 289**

ODREĐIVANJE ZNAČAJKI PRAŠINASTIH MATERIJALA IZ NASLAGA FLIŠA

PROPERTY DETERMINATION OF SILTY MATERIALS FROM FLYSCH ROCK MASS DEPOSITS

Martina Vivoda*, Ivan Šverko*, Željko Arbanas*

Sažetak

U radu su prikazani rezultati laboratorijskih analiza provedenih na prašinstim uzorcima iz naslaga fliša različitih stupnjeva trošnosti. Trošenje je promjena sastava ili strukture stijene na ili blizu zemljine površine uslijed fizičkih, kemijskih ili bioloških procesa. Fizičko trošenje uzrokuje mehaničko raspadanje stijena uslijed promjene temperature (sušenja i vlaženja), djelovanjem ledenjaka, valova ili vjetra. Progresivno i postupno slabljenje i raspadanje započinje na površini terena prema svježoj stijeni po dubini geotehničkog profila te se tako smanjuje i trošnost materijala: od rezidualnog tla prema potpuno trošnoj (CW), jako trošnoj (HW), srednje trošnoj (MW), slabo trošnoj (SW) i svježoj (FR) stijenskoj masi. Na uzorcima flišne stijenske mase trošnosti FR, SW, MW i CW ispitani su granulometrijski sastav prosijavanjem, specifična masa pokusom u Le Chetelier-ovoj tikvici, granica plastičnosti te granica tečenja Casagrande-ovom zdjelicom i konusnim penetrometrom. Dobiveni rezultati prikazuju osobine flišne stijenske mase različitih stupnjeva trošnosti. Također je uspostavljena korelacija pri određivanju granice tečenja Casagrande-ovom zdjelicom i konusnim penetrometrom.

Ključne riječi: naslage fliša, trošenje, laboratorijske analize

Abstract

The paper presents results of laboratory analyses conducted on silt samples from flysch deposits of different weathering. Weathering is alternation of rock structure composition at or near the earth's surface by physical, chemical, or biological processes. Physical weathering causes mechanical disintegration of rocks by changes in temperature (drying and wetting), the action of agents such as glaciers, wave action, and wind. A progressive and gradual weakening and decomposition takes

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: {martina.vivoda,zeljko.arbanas}@gradri.uniri.hr, ivan.sverko@student.uniri.hr

place from the ground surface downward to the fresh rock and in this order weatherability of flysch rock material decreases from residual soil towards completely weathered (CW), highly weathered (HW), moderately weathered (MW), slightly weathered (SW) and fresh (FR) rockmass. Grain size analyses were determined by sieving, specific gravity of soil particles using Le Chetelier bottle; plastic limit and liquid limit using Casagrande device and fall-cone test were all performed on FR, SW, MW and CW samples. The obtained results present properties of flysch rock mass with different weathering grades. A correlation between liquid limit determined using Casagrande device and fall cone was also established.

Key words: *flysch deposits, weathering, laboratory analyses.*

1. Uvod

Fliš je česta geološka formacija u priobalnom području Hrvatske, gdje se ističe riječko, splitsko, zadarsko područje sa zaleđem, pazinsko područje prema sjeveru do granice sa Slovenijom te dijelovi otoka Krka, Raba i Paga, kao i zaleđe Makarske i Dubrovačko primorje. U geotehničkoj praksi postoji potreba za poznavanjem karakteristika ovog specifičnog stijenskog materijala koji zbog izražene podložnosti trošenju i eroziji često pogoduje nastanku klizišta. U ovom radu prezentirani su rezultati laboratorijskim ispitivanjima dobivenih vrijednosti nekih osnovnih geotehničkih značajki: granica tečenja, granica plastičnosti, specifične mase te granulometrijskog sastava uzoraka stijenske mase različite trošnosti. Uzorci su uzeti na ogolini flišne stijenske mase u sjevernoj Istri (Slika 1), a svako ispitivanje provedeno je na četiri uzorka različitih stupnjeva trošnosti u Laboratoriju za geotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. Fizičko-mehanička i geotehnička svojstva pri različitim stupnjevima trošnosti flišne stijenske mase istraživali su brojni autori i prezentirali ih u više radova [1, 2].

2. Značajke flišne stijenske mase

Termin fliš (eng. flysch) je opisni termin za kompleks klastičnih sedimentnih stijena nastalih muljnim tokovima u marinskim uvjetima, odnosno podmorskim klizanjima sedimenata [3]. Specifičnost flišne stijenske mase je da se trošenjem vrlo lako pretvara u rezidualno tlo. Najznačajniji način trošenja flišne stijenske mase predstavljaju procesi naizmjeničnog vlaženja i sušenja uslijed izloženosti atmosferskim uvjetima. Naslage fliša su nepropusni ili slabo propusni materijal te su područja s naslagama fliša biološki bogata, posebice na mjestima gdje se susreću s propusnom sredinom.

Fliš karakterizira ritmičko izmjenjivanje pješčenjaka i fino granuliranih slojeva (peliti). Pješčenjak može uključivati i naslage konglomerata. Fino granulirani slojevi sadrže siltite, prahovite šejlove i glinovite šejlove. Na njegovim granicama rijetko se mogu pronaći i naslage vapnenaca. Debljina slojeva pješčenjaka kreće se od nekoliko centimetara do nekoliko metara. Ukupna debljina naslaga fliša vrlo je velika (stotinu do nekoliko tisuća metara) premda može biti značajno reducirana erozijom ili rasjedanjem. Raspored naslaga može sadržavati različite vrste izmjena i često je pod utjecajem reversnih rasjeda i navlaka, što zajedno s odgovarajućim normalnim rasjedanjem, rezultira degradacijom geotehničkih značajki flišne stijenske mase [4].

S geotehničkog aspekta, flišnu stijensku masu karakteriziraju [4]:

- heterogenost, izmjena kompetentnih i nekompetentnih članova,
- prisutnost minerala glina,
- tektonski zamor i smičući diskontinuiteti,
- niska vodopropusnost zbog prisutnosti minerala glina gdje slobodno dreniranje nije moguće.

2.1. Rasprostranjenost fliša

Fliš središnje Istre dio je velikog fliškog bazena koji se prostire od Gorice u Italiji sve do Albanije, na sjeveroistoku do linije Trnovski Gvozd - Dolina Rječine - Vinodolska dolina - sjeveroistočne obale otoka Krk, Rab i Pag, zatim Bukovica - Dabrarsko Polje u Hercegovini, a prema jugozapadu do središnje Istre i na većinu jadranskih otoka [6]. Istarski poluotok se može podijeliti na tri velike geološke cjeline koje odgovaraju i geografskim regijama. Crvena Istra, na južnom i zapadnom dijelu poluotoka, koja je oblikovana u karbonatnim stijenama jurske, kredne i paleogenske starosti. Karbonatna stijenska masa je većinom pokrivena tlom crvene boje. Jugozapadni dio istarskog poluotoka dio je prostrane antiklinale u čijoj se jezgri nalaze jurski vapnenci koji su vidljivi na površini kod Rovinja. Bijela Istra obuhvaća područje masiva Ćićarije na sjeveroistoku i hrpta Učke na istoku, a karakteristična je po izmjeni karbonatnih i siliciklastičnih stijena kredne i paleogenske starosti. Naziv je dobila po bijeloj boji vapnenaca. Ovo područje ima složenu geološku građu zbog ljuskavih geoloških struktura i navlaka u kojima se izmjenjuju kredne i paleogenske karbonatne i siliciklastične stijene. Područje središnjeg dijela poluotoka oblikovano je u flišu paleogenske (eocenske) starosti. Ova je regija dobila naziv Siva Istra po izrazito sivim ogolinama u laporima [5]. Rasprostranjenost fliša u Istri, u odnosu na ostale geološke strukture, prikazan je na Slici 1.

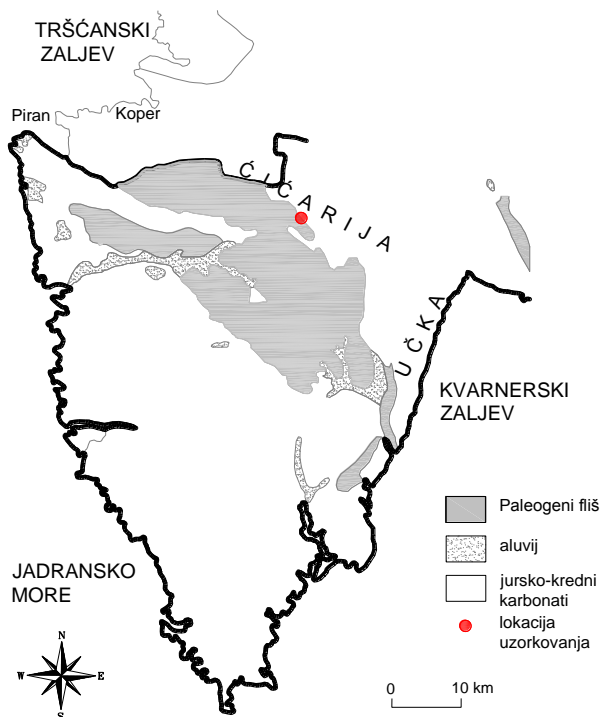
2.2. Geološka građa

Glavne značajke naslaga fliša su velika litološka heterogenost i anizotropnost zbog česte vertikalne i lateralne izmjene pojedinih litoloških članova. Zbog toga se fizičko-mehaničke karakteristike flišnog kompleksa mogu bitno razlikovati od istih takvih značajki svakog pojedinog litološkog člana. Te značajke obično se približavaju značajkama nekog od članova, što ovisi o međusobnom odnosu istih. Najveći utjecaj na fizičko-mehanička svojstva najčešće imaju glinoviti članovi flišnog kompleksa. Na svojstva naslaga flišnog kompleksa bitno utječe i tektonska oštećenost. Usljed toga su plastičniji dijelovi fliša (šejlovi i lapori) borani, a često i škriljavi, dok su rezistentniji i čvršći vapnenci i pješčenjaci zdrobljeni i odvojeni u blokove (7). Litološki članovi naslaga fliša, naročito siltiti, šejlovi i argiliti, podložni su raspadanju zbog djelovanja atmosferilija.

Sedimenti koji se izmjenjuju u flišu su [8]:

- Silit (prašnjak) koji se sastoji od čestica kvarca, feldspata, klorita i minerala gline. Veličina zrna iznosi 0.004–0.06 mm. Nema plastičnost svojstvenu za gline, a slojne plohe su obično dobro izražene.
- Šejlovi i argiliti - tankoslojeviti klastični sedimenti sitnozrnaste strukture. Sastoje se od glina i silita. Argiliti posjeduju veću kompaktnost od šejlova što je posljedica većeg stupnja prekrystalizacije. Šejl većinom sadrži kvarc i minerale gline od kojih su najznačajniji montmorilonit i ilit. Ako je šejl većim djelom izgrađen od minerala gline mekan je i lako se raspada u vodi, dok je šejl s mnogo kvarca i praha tvrdi i ne mijenja se u vodi.
- Lapor koji predstavlja smjesu minerala gline i kalcita, rjeđe dolomita, zbog čega je otporniji na djelovanje atmosferilija.
- Pješčenjak koji je najrezistentniji litološki član naslaga fliša, posebice ako sadrži veći postotak zrna kvarca.

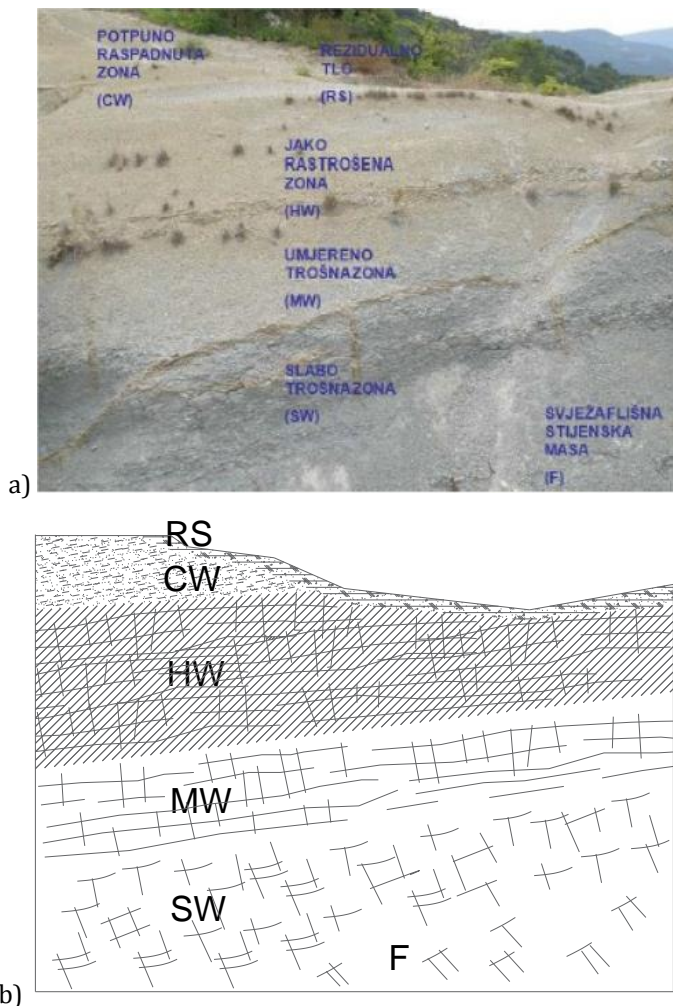
Zbog razlike u rezistentnosti pojedinih članova, procesi trošenja prodiru u naslage fliša različitom brzinom i tako nastaje reljef karakterističan za fliš. Na dijelovima terena izgrađenim od silita i šejlova nastaju udubljenja, dok rezistentni pješčenjaci, vapnenci i konglomerati strše u terenu. Usljed lake razgradnje glinovitih članova flišnog kompleksa, teren je uglavnom prekriven velikim količinama lako pokretljivog glinovitog materijala, zbog čega su kosine nestabilne [5]. Stabilnost flišnih terena u mnogome ovisi i o položaju samih slojeva u odnosu na nagib kosine.



Slika 1. Pojednostavljena geološka karta Istre [modificirano prema 5]

2.3. Stupnjevi trošnosti pema ISRM-u

Najčešći oblici trošenja stijenske mase su fizičko, kemijsko i biološko trošenje. Fizičko trošenje karakterizira mehanička dezintegracija uzrokovana naglim promjenama temperature te djelovanjem faktora kao što su led, valovi i vjetar. Biološko trošenje uključuje djelovanje biljaka i životinja i može biti fizičko i/ili kemijsko, tako da predstavlja kombinirani način trošenja. Kemijsko trošenje uzrokuje raspadanje mase zbog kemijskih reakcija: oksidacije, redukcije, hidrolize, karbonizacije i djelovanja organskih kiselina. Kod kemijskog trošenja, najizraženije je izluživanje CaCO_3 komponente i oksidacijski procesi te bubrenje, što je osobito izraženo u sitnozrnastim vrstama stijena, posebice varijetetima siltita. Zbog toga stijenska masa postupno povećava svoj obujam, omekšava i pretvara se u glinovito-prašinjastu zonu trošenja čija su fizičko-mehanička svojstva slična inženjerskom tlu. Tako nastaju akumulacije raspadnutog materijala koje su podložne klizanju [9]. Proces vremenskog trošenja flišne stijenske mase pod utjecajem atmosferilija vidljiv je od površine terena s dubinom te je moguće razlikovati različite stupnjeve trošnosti stijenske mase od svježe (F) do rezidualnog tla (RS) [10] (Slika 2).



Slika 2. Stupnjevi trošnosti flišne stijenske mase a) fotografija lokacije uzorkovanja [5], b) shematski prikaz lokacije uzorkovanja

Detaljan opis pojedinih stupnjeva trošenja flišne stijenske mase prikazan je u Tablici 1. Pri tome se može zaključiti da se rezidualno tlo (RS) u cijelosti ponaša kao tlo, dok potpuno trošna stijenska masa (CW), iako posjeduju strukturu stijenske mase, u pravilu ima parametre čvrstoće odgovarajuće inženjerskom tlu. Na terenu je vrlo teško izdvojiti granicu između ta dva stupnja trošnosti. Kod slabo rastrošenog silita karakteristična je promjena boje stijenskog materijala i oštećenost površina diskontinuiteta. Boja intaktnog silita je siva do sivoplavičasta za razliku od slabo rastrošenog silita koji je svijetložute boje (Slika 2a). Kod intaktnog

silita nema vidljivih tragova trošnosti materijala osim eventualno manje promjene boje na površini glavnih diskontinuiteta [5].

Tablica 1. Stupnjevi trošnosti flišne stijenske mase [10]

Pojam	Simbol	Opis	Stupanj
Svježa (engl. <i>fresh</i>)	FR	Nema vidljivih znakova trošenja materijala stijenske mase, možda blaga promjena boje na površinama glavnih diskontinuiteta.	I
Slabo trošna (engl. <i>slightly weathered</i>)	SW	Promjena boje ukazuje na trošenje materijala stijene, a diskontinuiteti mogu ponegdje biti izvana oslabljeni u odnosu na stijensku masu u svježem stanju.	II
Umjereno trošna (engl. <i>moderately weathered</i>)	MW	Manje od pola materijala stijenske mase je rastrošeno i/ili raspadnuto u tlo. Svježa stijenska masa ili ona promijenjene boje je prisutna kao kontinuirana okosnica ili jezgra.	III
Jako trošna (engl. <i>highly weathered</i>)	HW	Više od pola materijala stijenske mase je rastrošeno i/ili raspadnuto u tlo. Svježa stijenska masa ili ona promijenjene boje je prisutna kao diskontinuirana okosnica ili jezgra.	IV
Potpuno trošna (engl. <i>completely weathered</i>)	CW	Cijeli materijal je dekomponiran i/ili raspadnut u tlo. Originalna struktura stijenske mase je još uvijek uglavnom intaktna.	V
Rezidualno tlo (engl. <i>residual soil</i>)	RS	Čitava stijenska masa je pretvorena u tlo. Struktura i građa materijala stijenske mase su uništene. Postoji velika promjena u volumenu, ali tlo nije značajnije transportirano.	VI

3. Metodologija i rezultati određivanja značajki prašinih materijala iz flišne stijenske mase

Kako bi se odredile geotehničke značajke prašinih materijala iz flišne stijenske mase i opisalo ponašanje materijala, u sklopu ovog rada provedena su ispitivanja u Laboratoriju za geotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. Ispitivanja obuhvaćaju određivanje granica tečenja, granica plastičnosti, specifične mase i granulometrijskog sastava, a provedena su za četiri različita stupnja trošnosti flišne stijenske mase: FR, SW, MW i CW.

3.1. *Određivanje granulometrijskog sastava*

Postoji povezanost granulometrijskog sastava, odnosno veličina čestica i specifične površine sa fizičko-mehaničkim svojstvima. Smanjenjem veličine čestica minerala gline, granice plastičnosti se povećavaju, i to gornja granica (granica tečenja) više od donje (granice plastičnosti) [11]. Granulometrijski sastav za svaki stupanj trošnosti materijala određen je sijanjem kroz sita otvora promjera 1, 0,5, 0,25, 0,125 i 0,063 mm. 24 sata prije prosijavanja uzorak se sušio na 105°C kako bi se odstranila pelikularna voda [12].

Iz dobivenih rezultata (Slika 3) vidljivo je da uzorci pretežno pripadaju u skupinu sitnog pijeska. Udio sitnozrnatih čestica manjih od 0,063 mm varira od 20% u CW uzorku do 31 % u FR uzorku.

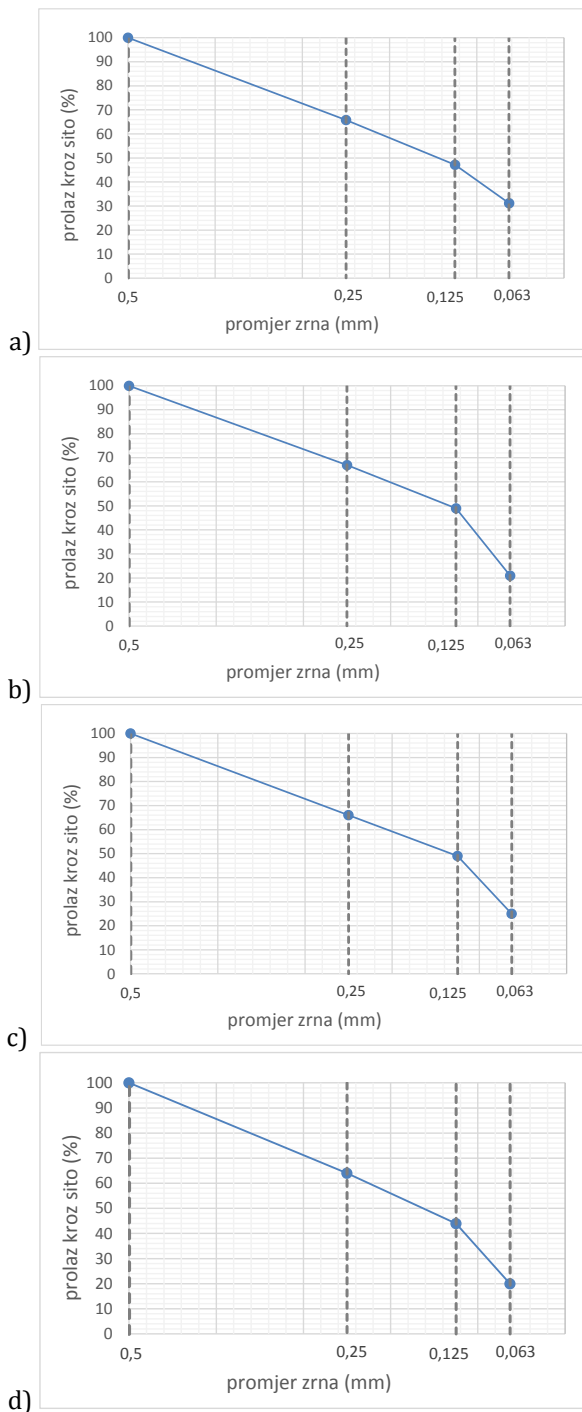
3.2. *Određivanje granice plastičnosti*

Granica plastičnosti je postotak vlažnosti materijala u stanju u kojem materijal više ne može mijenjati svoj oblik bez narušavanja kontinuiteta materijala, odnosno nastajanja pukotina [13]. Određuje se kao sadržaj vlažnosti valjčića debljine 3 mm koji se valjaju po laboratorijskom staklu sve do pucanja [14]. Potrebno je napomenuti da je uzorak vagan na vagi preciznosti 0,1 g, pa pri grešci u vaganju od samo 0,1 g, zbog male mase valjčića, razlika u granici plastičnosti može biti nešto više od 10% (Tablica 2).

Tablica 2. Rezultati ispitivanja granice plastičnosti za različite stupnjeve trošnosti materijala

<i>Materijal</i>	<i>Granica plastičnosti, w_p [%]</i>
FR	27
SW	23
MW	24
CW	28

Vidljivo je da pri porastu trošnosti ne postoji značajnije povećanje granice plastičnosti. Od stupnja trošnosti SW do CW postoji trend povećanja, no zbog nepreciznosti vage i mogućnosti sušenja uzorka na zraku tijekom ispitivanja, navedene vrijednosti treba uzeti s oprezom. Minimalna vrijednost granice plastičnosti od 23 % zabilježena je kod materijala SW dok je najveća od 28 % zabilježena kod materijala CW.



Slika 3. Granulometrijska krivulja za različite stupnjeve trošnosti materijala: a) FR, b) SW, c) MW i d) DCW

3.3. Određivanje granice tečenja

Granica tečenja predstavlja količinu vlage pri kojoj uzorak materijala počinje teći kada ga se potrese [13]. Za potrebe ovog rada napravljena su ispitivanja Casagrande-ovom zdjelicom i konusnim penetrometrom i dana je usporedba rezultata.

3.3.1. Određivanje granice tečenja Casagrande-ovom zdjelicom

Ispitivanjem u Casagrande-ovoj zdjelici mjeri se broj udaraca zdjelice u gumenu podlogu potrebnih da se uzorak zarezan standardnim nožem spoji u dužini od 13 mm [14]. Ispitivanje se provodi od plastičnijeg ka žitkijem konzistentnom stanju uzorka. Napravljeno je šest ispitivanja za svaki stupanj trošnosti materijala. Rezultati su uneseni u dijagram vlažnost–broj udaraca te je interpolacijom dobiven pravac koji prikazuje linearno povećanje udaraca sa smanjenjem vlažnosti. Granica tečenja jednaka je vlažnosti za 25 udaraca (Tablica 3, Slika 4).

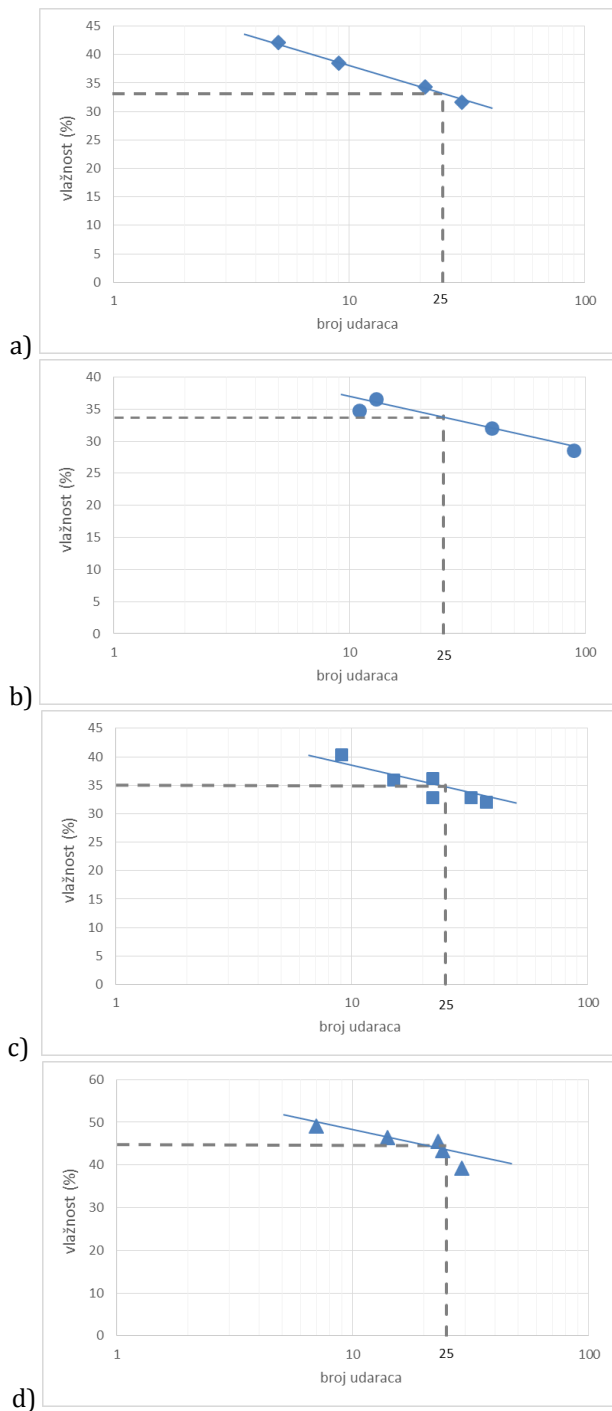
Tablica 3. Granice tečenja dobivene Casagrandeovom zdjelicom za različite stupnjeve trošnosti materijala

Materijal	Granica tečenja, w_L [%]
FR	33
SW	34
MW	35
CW	43

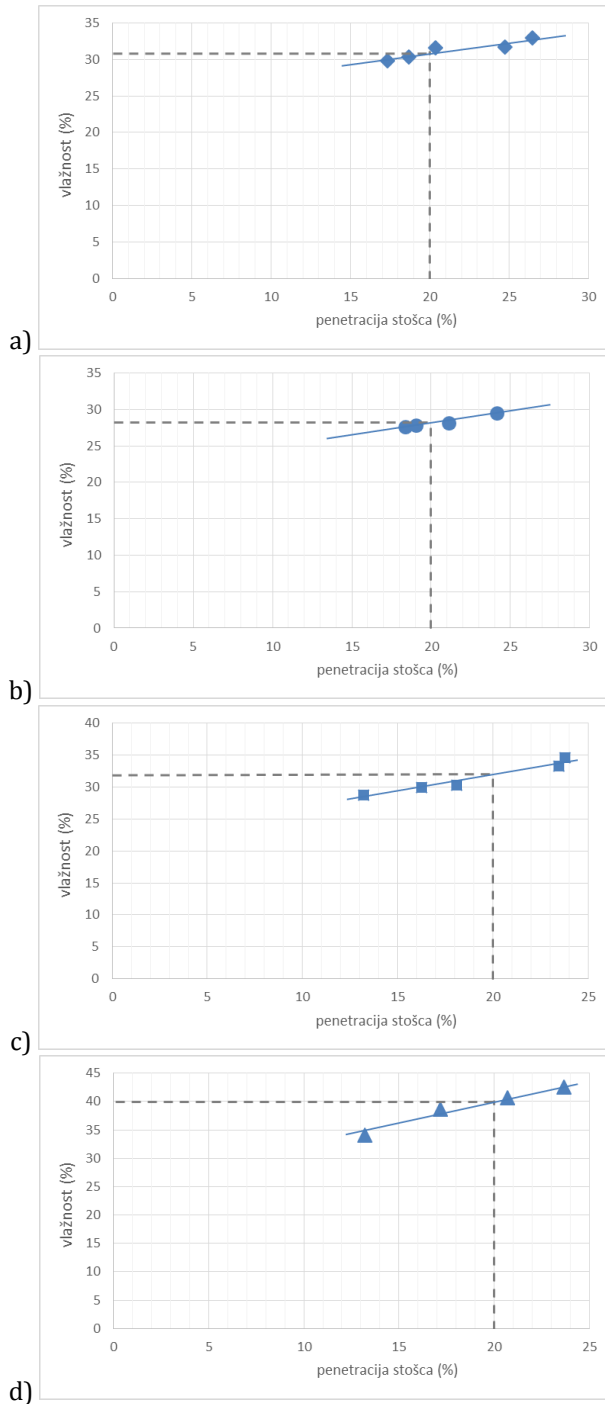
Granice tečenja imaju približno jednake vrijednosti za sve stupnjeve trošnosti gdje je vrijednost granice tečenja potpuno trošne stijenske mase (CW) nešto veća od prosjeka.

3.3.2. Određivanje granice tečenja konusnim penetrometrom

Ispitivanje granice tečenja konusnim penetrometrom novija je metoda ispitivanja koja se počela koristiti pedesetih godina prošloga stoljeća. Ispitivanje se uobičajeno provodi prema britanskim normama gdje je težina stošca koji prodire u uzorak 80 g i kut pri vrhu stošca iznosi 30° [15, 16]. Rezultati ispitivanja su uneseni u dijagram vlažnost–penetracija stošca te se granica tečenja dobiva za dubinu prodiranja stošca od 20 mm (Tablica 4, Slika 5). Nakon dobivanja vrijednosti prodiranja slijedi klasični postupak određivanja vlažnosti ispitivanog uzorka tla.



Slika 4. Granica tečenja dobivena Casagrande-ovom zdjelicom za različite stupnjeve trošnosti materijala: a) FR, b) SW, c) MW i d) CW



Slika 5. Granica tečenja dobivena konusnim penetrometrom za različite stupnjeve trošnosti materijala: a) FR, b) SW, c) MW i d) CW

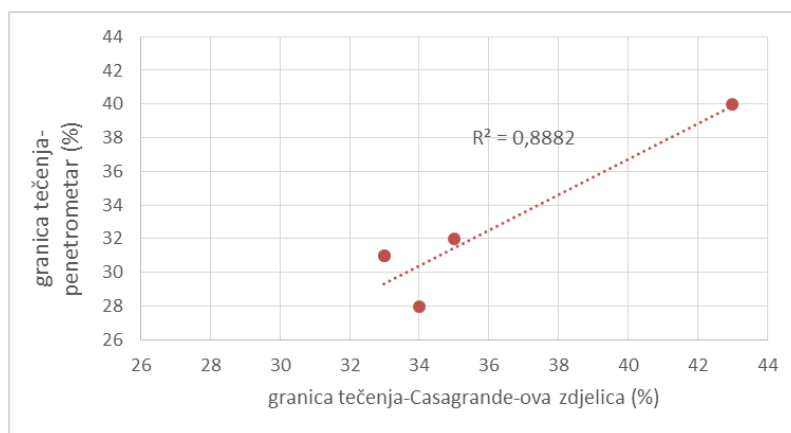
Tablica 4. Granice tečenja dobivene konusnim penetrometrom za različite stupnjeve trošnosti materijala

Materijal	Granica tečenja, w_L [%]
FR	31
SW	28
MW	32
CW	40

Granice tečenja imaju približno jednake vrijednosti. Vrijednost granice tečenja potpuno trošne stijenske mase (CW) je nešto veća od prosjeka, kao što je dobiveno i ispitivanjem u Casagrande-ovoj zdjelici.

3.3.3. Korelacija rezultata ispitivanja granice tečenja Casagrande-ovom zdjelicom i konusnim penetrometrom

Uspoređeni su rezultati dobiveni ispitivanjem konusnim penetrometrom i Casagrande-ovom zdjelicom. U idealnom slučaju, vrijednosti bi se trebale poklapati i koeficijent regresije bi u tom slučaju iznosio 1,00. Na Slici 6 vidljivo je da je za ova ispitivanja korelacija vrlo dobra, s koeficijentom regresije od gotovo 0,9, te se ispitivanja i rezultati dobiveni u oba pokusa mogu smatrati relevantnima. U praksi se rezultati ovih metoda dobro poklapaju za tla s granicom tečenja između 10 i 100 [16].

**Slika 6.** Korelacija rezultata ispitivanja granice tečenja Casagrande-ovom zdjelicom i konusnim penetrometrom

3.4. Određivanje indeksa plastičnosti

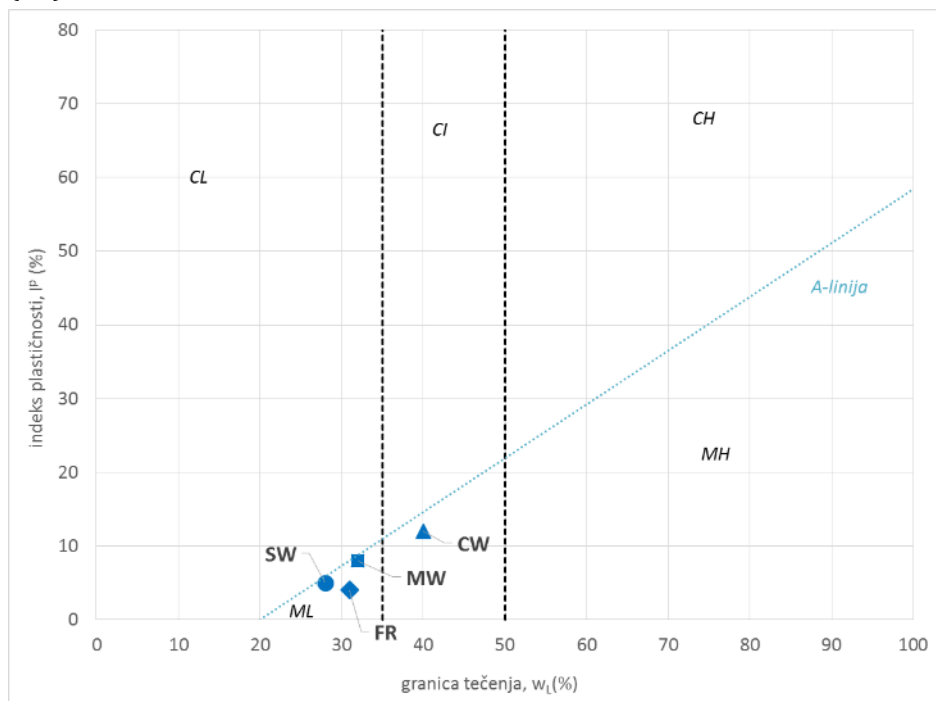
Indeks plastičnosti je pokazatelj potrebne promjene vlažnost tla da bi se čvrstoća povećala 100 puta, odnosno raspon vlažnosti unutar kojeg se tlo ponaša plastično. Tla s visokim indeksom plastičnosti su manje stabilna i imaju veći potencijal bubrenja [17]. Također, indeks plastičnosti je potreban

za uspostavu dijagrama plastičnosti. Za uzorke različitih stupnjeva trošnosti flišne stijenske mase, prema očekivanjima je ustanovljeno da indeks plastičnosti raste s porastom stupnja trošnosti (Tablica 5).

Tablica 5. Indeks plastičnosti za različite stupnjeve trošnosti materijala

Materijal	Granica tečenja, w_L [%]	Granica plastičnosti, w_P [%]	Indeks plastičnosti, $I_p = w_L - w_P$ [%]
FR	31	27	4
SW	28	23	5
MW	32	24	8
CW	40	28	12

Prema dijagramu plastičnosti (Slika 7), svi uzorci različitih stupnjeva trošnosti, FR, SW, MW i CW se nalaze ispod A-linije, odnosno pripadaju prašinstim materijalima. Uzorci FR, SW i MW pripadaju niskoplastičnim prahovima (ML), dok uzorak CW pripada srednjeplastičnim prahovima (MI).



Slika 7. Dijagram plastičnosti za različite stupnjeve trošnosti materijala

3.5. Određivanja specifične mase

Specifična masa materijala je masa jedinice volumena čvrstih čestica tla, a određuje se Le Chetelier-ovom tikvicom. Ispitana je na uzorcima CW i SW stupnjeva trošnosti materijala te je dobivena srednja vrijednost

specifične mase koja odgovara prosječnoj specifičnoj masi flišne stijenske mase od 2,7 g/cm³ (Tablica 6).

Tablica 6. Specifična masa za uzorke flišne stijenske mase stupnjeva trošnosti CW i SW

Uzorak		CW			SW		
		1	2	3	1	2	3
Specifična masa	$\rho = \frac{m_s}{V_c} \left[\frac{g}{cm^3} \right]$	2.58	2,69	2,76	2.63	2.78	2.79
Srednja vrijednost		2,68			2,73		

4. Diskusija i zaključci

Zbog čestih klizanja u flišnoj stijenskoj masi postoji potreba poznavanja njenih inženjerskogeoloških i geotehničkih značajki. Za potrebe ovoga rada uzorkovani su i ispitani uzorci flišne stijenske mase s lokacije u Istri na kojima je ispitana granica tečenja, granica plastičnosti, specifična masa i granulometrijski sastav. Ispitivanja su izvršena standardnim metodama ispitivanja, a granica tečenja ispitala se kroz dva standardna postupka: pomoću Casagrande-ove zdjelice i konusnog penetrometra. Prije početka ispitivanja, uzorci flišne stijenske mase su raspoređeni po različitim stupnjevima trošnosti u četiri kategorije: FR, SW, MW i CW. U istraživanju se, zbog nedostatka uzoraka, nisu ispitali uzorci stupnjeva trošnosti HW i RS. Naizmjeničnim postupcima vlaženja i sušenja uzorci stijenske mase su prije ispitivanja raspadnuti u fini prah. Postupkom sijanja dobivene su granulometrijske krivulje koje su vrlo slične u postotcima prolaza kroz sita za sve stupnjeve trošnosti, što znači da uslijed trošenja stijenske mase ne dolazi do značajnijih promjena u granulometrijskom sastavu uzoraka. Vidljivo je da pri porastu trošnosti ne postoji značajnije povećanje granice plastičnosti. Minimalna vrijednost granice plastičnosti zabilježena je kod materijala SW, dok je najveća zabilježena kod materijala CW (23 do 28 %). Granice tečenja dobivene Casagrande-ovom zdjelicom imaju približno jednake vrijednosti za različite stupnjeve trošnosti uzoraka, pri čemu je nešto veća od prosjeka tek vrijednost granice tečenja potpuno trošne stijenske mase, CW. Granice tečenja dobivene konusnim penetrometrom imaju nešto veće devijacije nego iste dobivene Casagrande-ovom zdjelicom. Očekivano je da stijenska masa najvećeg stupnja trošnosti ima najveću granicu plastičnosti i granicu tečenja jer su se trošenjem materijala povećali plastični efekti među česticama fliša. Odstupanja od nekoliko postotaka su moguća zbog nedovoljne točnosti mjernih uređaja ili samog mjernog postupka. Međutim, odstupanje od 6% za stupanj trošnosti SW potrebno je detaljnije proučiti i detektirati pogreške širim sagledavanjem i dodatnim

ispitivanjima. Osim nepovoljnih efekata nepreciznosti pribora za vaganje i mogućnosti sušenja uzorka na zraku tijekom ispitivanja, postoji još nekoliko nedostataka pri ispitivanju granice tečenja konusnim penetrometrom. Naime, pri prodiranju stošca, zbog nehomogenosti smjese može doći do pojave mjehurića zraka u uzorku koji olakšavaju prodiranje stošca ili većih fragmenata (zrna) tla koji pružaju veći otpor prodiranju stošca. Dijagram plastičnosti prikazuje da povećanjem trošnosti uzorka nema značajnije promjene u značajkama plastičnosti uzoraka fliša, odnosno svi uzorci različitih stupnjeva trošnosti pripadaju prašinstim materijalima pri čemu uzorak trošnosti CW iskazuje najplastičnije ponašanje. Za usporedbu s rezultatima nekih drugih radova bilo bi nužno ispitati veći broj uzoraka s iste mikrolokacije uzorkovanja te koristiti točnije mjerne instrumente kako bi mogućnost pogreške mjerenja bila što manja.

Literatura

- [1] Chandler, R.J., The effect of weathering on the shear strength properties of Keuper Marl, *Geotechnique*, br. 19 (3): 321– 334, 1969.
- [2] Eberhardt, E., Thuro, K., Luginbueh, M., Slope instability mechanisms in dipping interbedded conglomerates and weathered marls—the 1999 Ruffi landslide, Switzerland. *Engineering Geology*, br. 77: 35–56, 2005.
- [3] Benac, Č., *Rječnik pojmova u primijenjenoj geologiji i geološkom inženjerstvu*, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Ožanić N. (ed.), ISBN: 978-953-6953-33-2, 19, 2013.
- [4] Marinos, P., Hoek, E., Estimating the Geotechnical Properties of Heterogeneous Rock Masses such as Flysch, *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, br. 60: 85-92, 2001.
- [5] Marinčić, S., Eocenski fliš jadranskog pojasa, *Geološki vjesnik*, br. 34: 27-38, Zagreb, 1981.
- [6] Dugonjić Jovančević, S., *Procjena hazarda pojave klizanja u flišu*, Doktorski rad, Građevinski fakultet, Rijeka, 4-12, 2013.
- [7] Benac, Č., *Inženjerskogeološke osobitosti obalnog pojasa i podmorja Riječkog zaljeva*, Doktorski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 1994.
- [8] Tajder, M., Herak, M., *Petrologija i geologija*, Školska knjiga, Zagreb, 93-105, 1972.
- [9] Arbanas, Ž., Benac, Č., Jardas B., Small landslides on the flysch of Istria, *Proceedings of the 3th Conference of Slovenian Geotechnical Society*, Sloged, Ljubljana, 1, 81-88, 1999.

- [10] ISRM, ISRM Suggested Methods, Rock characterization testing & monitoring, 1981.
- [11] Crnković, B., *Mineralogija glina u vezi s inženjerskogeološkim svojstvima*, arhiv, Rudarsko-geološkog-naftnog fakulteta, Zagreb, 1972.
- [12] ASTM Standards D6913-04, Standard Test Methods for Particle-Size Distribution (Gradation) of Soils Using Sieve Analysis, 2009.
- [13] Holtz, R., Kovacs, W., Sheahan, T., *An introduction to geotechnical engineering-2nd edition*, New York, Pearson, 34-45, 2011.
- [14] ASTM Standards D4318, Standard Test Methods for Liquid Limit, Plastic Limit, and Plasticity Index of Soils , 2010.
- [15] British Standards 1377-2, Methods of test for soils for civil engineering purposes. Classification tests, 1990.
- [16] Germaine, J., Germaine A., *Geotechnical Laboratory Measurements for Engineers*, New Jersey, John Wiley & Sons, 117-128, 2009.
- [17] Mihalić, S., http://rgn.hr/~smihalic/nids_snjezanamihalic/05_poglavlje.pdf, 10-11., pristup rujan 2014.

NUMERIČKA ANALIZA INTERAKCIJE IZVEDBE DVIJE TUNELSKJE CIJEVI

NUMERICAL ANALYSIS OF TUNNEL TWIN TUBE INTERACTION

Ugo Puniš*, Ivan Volf*, Dino Zuljani*, Vedran Jagodnik*

Sažetak

Razvoj transporta u velikim gradovima zahtijeva izvedbu dvije tunelske cijevi (dvostrukih tunela) ili izvedbu novih tunela u blizini postojećih. S obzirom da i relativni položaj tunela i metoda izvedbe tunela utječu na različite pomake tla, od velikog je interesa analizirati utjecaj tih faktora pri projektiranju i izvedbi tunela. Predviđanje slijeganja površine terena uzrokovanih gradnjom tunela važno je zbog procjene utjecaja na postojeće građevine. U radu je prikazana metoda iskopa tunela s nepodgrađenim čelom te načini stabilizacije tunela izvedenih navedenom metodom. Međusobni utjecaj tunelskih cijevi analiziran je primjenom metode konačnih elementa u dvije dimenzije korištenjem računalnog programa Rocscience Phase2 za različite odnose geometrije otvora dvostrukih tunela.

Ključne riječi: tunel, nepodgrađeno čelo tunela, interakcija tunelskih cijevi, redoslijed izvedbe, slijeganje površine terena, metoda konačnih elemenata

Abstract

Transportation development in large cities requires the construction of two tunnels (twin tunnels) or the construction of new tunnels close to the existing ones. Since both the relative position of tunnels and the construction method affect different soil movements, it is of major interest to study the influence of these factors while designing and building the tunnel. Prediction of surface settlements caused by construction of the tunnel is important for estimating its influences on the existing structures. Open faced excavating method of tunnels and the ways of tunnel stabilization using this method are described in the paper. The influences of tunnel

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci
E-mail: {ugo.punis,ivan.volf,dino.zuljani,vedran.jagodnik}@uniri.hr

tubes are analyzed using the 2D finite element analysis Rocscience Phase2 software for different geometry configurations of the twin tunnels.

Key words: *open face tunneling, tunnel tube interaction, construction sequence, ground settlement, finite element method*

1. Uvod

Korištenje podzemlja za transportnu infrastrukturu neophodno je kod razvoja velikih gradova. U nekim gradovima, geotehnički i drugi uvjeti u podzemlju zahtijevaju izvođenje novih tunela u blizini postojećih. S druge strane, tehnička rješenja korištenja dvostrukih tunela omogućuju pogodnosti kao što su smanjenje promjera tunela i smanjenje slijeganja površine terena uzrokovanih gradnjom tunela [1].

Činjenica je da nije moguće iskopati tunel i istovremeno ugraditi beskonačno krutu podgradu, osim korištenjem krtica za iskop tunela. Stoga se određena količina deformacija tla odvija na dubini izvedbe tunela uzrokujući posljedičnu reakciju pomaka i konačno rezultirajući slijeganjem površine terena [2].

Numeričko modeliranje i *in-situ* opažanje koristi se za analizu interakcije između tunelskih cijevi dvostrukih tunela pri čemu za usporedbu i kalibriranje rezultata mogu poslužiti empirijske i analitičke metode analize. Rezultati pokazuju da u određenim odnosima položaja cijevi u poprečnom presjeku interakcija može znatno utjecati na slijeganje površine tla te da projektiranje dvostrukih tunela zahtijeva detaljne numeričke analize koje treba povezati s monitoringom tijekom faze izvedbe radi potvrde predviđenog ponašanja [1].

2. Metoda iskopa tunela

2.1. *Iskop s nepodgrađenim čelom tunela*

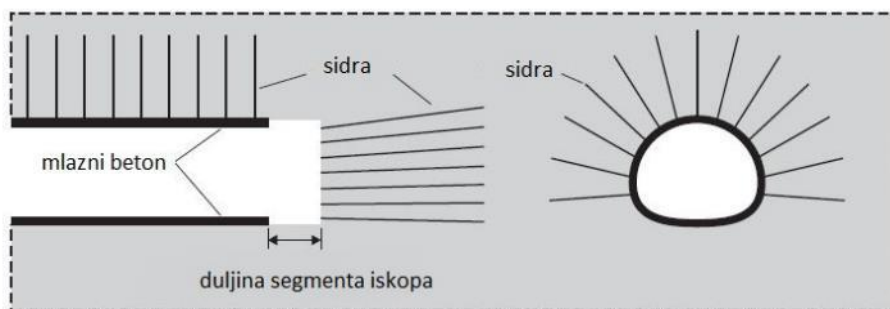
Iskop tunela s nepodgrađenim čelom tunela uključuje metode izvedbe tunela s privremenom podgradom radnog čela iskopa. Standardna metoda izvedbe tunela novom austrijskom metodom (NATM izvedbe tunela) koristi raznovrsne načine podupiranja. U mekim tlima, čelo tunela može se stabilizirati geotehničkim sidrima ili čavljanjem nakon iskopa svake sljedeće sekcije [3].

2.1.1. *Konvencionalni iskop s nepodgrađenim čelom tunela*

Sekvencijalni iskop i ugradnja podgrade kod konvencionalne metode iskopa tunela uključuje korištenje mlaznog betona i sustavnu ugradnju geotehničkih sidara kao elemenata primarne podgrade tunela. Pri tome se

pod konvencionalnom metodom podrazumijeva nova austrijska tunelska metoda (NATM) ili metoda korištenjem armiranog mlaznog betona (SCL) kao primarne podgrade tunela. U početku se metoda koristila u čvrstim tlima i stijenama, a danas se koristi i za tunele u mekim tlima [4]. Korištenje prilagodljive podgrade kako bi se povećala stabilnost mekih tala povezana je sa smanjenjem deformacija u tlu, što je važno za kontrolu deformacija izazvanih iskopom tunela na postojećim građevinama iznad tunela [3].

Ugradnja geotehničkih sidara radijalno na kaloti i u čelo iskopa uobičajene su mjere stabilizacije tunelskog iskopa (Slika 1.). Osim sustavne ugradnje geotehničkih sidara i mlaznog betona, brzo zatvaranje donjeg dijela prstena obloge od mlaznog betona također je važno za ograničavanje deformacija tla. Pri iskopu u mekim tlima ili pri većim promjerima tunela, čelo iskopa može se stabilizirati naginjanjem ravnine radnog čela iskopa za približno 60° do 70° . Duljina segmenta iskopa na čelu tunela (engl. *roundlength*) obično iznosi između 0.5m i 1.5m. Smanjenje duljine segmenta iskopa značajno doprinosi smanjenju površinskih slijeganja [3].



Slika 1. Principi kontrole stabilnosti i deformacija tla konvencionalnom metodom izgradnje tunela (preuzeto i prerađeno iz [3])

Dok se ne postavi sekundarna podgrada, stabilnost tunelskog iskopa mora osigurati primarna podgrada. Ugrađivanje mlaznog betona nakon svake sekcije iskopa je postupak koji se izvodi u koracima. S obzirom na izmjerene deformacije, debljina mlaznog betona može se povećavati uz, po potrebi, ugradnju čeličnih lukova. [3]

3. Određivanje slijeganja površine terena uzrokovanog tunelskim iskopom

Metode za predviđanje slijeganja pri izgradnji tunela u mekom tlu primarno služe za procjenu slijeganja tla uslijed iskopa tunela te utjecaja na postojeće građevine, a mogu se podijeliti na analitičke, empirijske i numeričke. U ovom radu analizirane su numeričke metode.

3.1. Numeričke metode

Proces izgradnje tunela značajno utječe na stanja naprezanja i deformacija u tlu i konstrukciju podgradnog sklopa. Kako bi se analizirala naprezanja i deformacije tunelske podgrade i njezine okoline potrebno je poznavati realizirane deformacije koje su se događale na čelu iskopa prije ugradnje podgrade. 3D numeričkom analizom moguće je simulirati promjenu stanja naprezanja i deformacije čela tunela po fazama građenja, pri čemu je potrebno precizno modelirati sljedeće [5]:

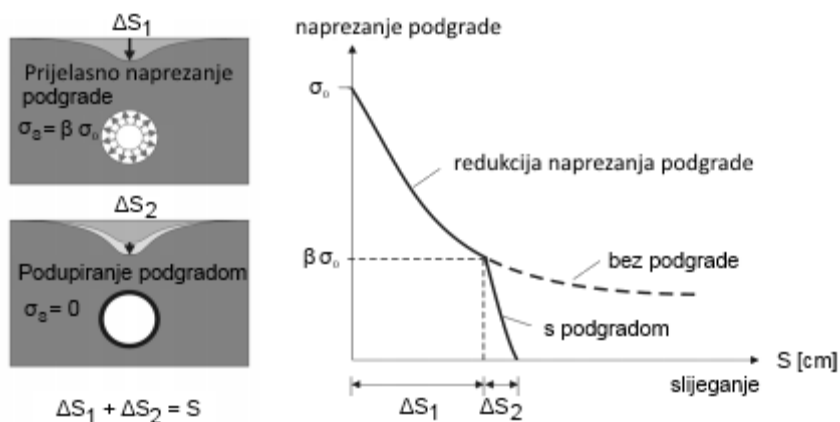
- trag naprezanja kojemu je tlo ili stijenska masa izložena tijekom iskopa tunela ovisno o metodi izvedbe (uz prethodno određeno primarnog stanje naprezanja),
- 3D efekt različitih komponenti smanjenja naprezanja, tipično gubitka čvrstoće na čelu iskopa i radijalno na konturu iskopa tunela,
- promjene uvjeta naprezanja i deformacije tla oko tunela.

U trodimenzionalnim numeričkim analizama, proces izgradnje simulira se postupkom „*korak po korak*“, gdje se u prvom koraku analiziraju primarna naprezanja, a u daljnjim koracima faze iskopa i podgrađivanja. Ovakve analize nerijetko zahtijevaju mnogo vremena pa se iz praktičnih razloga uglavnom koriste 2D analize. Poznatiije metode 2D analiza su [6]:

- metoda redukcije stanja naprezanja (engl. *Convergence Confinement Method*),
- metoda progresivnog oslabljenja (engl. *Progressive Softening Method*),
- metoda kontrole parametra gubitka volumena (engl. *Volume Loss*) koji predstavlja omjer volumena tla koji nastaje deformacijom iskopa i teorijskog volumena tunelske cijevi po metru dužnom,
- metoda dilatacije (engl. *Gap Method*).

Kod metode redukcije stanja naprezanja, relaksacija naprezanja u okolini čela tunela uslijed iskopa uvodi se u model korištenjem faktora rasterećenja β . U prvom se koraku odrede primarna naprezanja σ_0 na čelu tunela. Potom se uklanjaju elementi iskopa pa se primarno stanje naprezanja smanjuje i javlja se slijeganje površine terena ΔS_1 (Slika 2). Zatim se zadaje naprezanje $\beta\sigma_0$ čime se simulira stabilizirajući efekt tla u trećoj dimenziji izostavljenoj u 2D modelu te se potom u model ugrađuje podgrada. Zadnji je korak zadavanje prethodno proračunatih primarnih naprezanja, pri čemu se deformira podgrada, a tlo sliježe za ΔS_2 . Djelomična relaksacija može se uzeti u obzir i zadavanjem stvarnih pomaka na konturi ili kontroliranjem parametra gubitka volumena V_L .

Pri dobro odabranim faktorima rasterećenja, slijeganje površine terena uzdužno po osi tunela poklapa se sa slijeganjem dobivenim analizom 3D modela. Međutim, za praktične probleme pouzdan način za određivanje faktora rasterećenja β ne postoji. Faktor rasterećenja ovisan je o geometriji tunela, primarnim naprezanjima, svojstvima tla i dužini nepodgrađene dionice iza čela tunela. U praksi se odabire iskustveno ili s vrlo konzervativnim vrijednostima. Na primjer, ukoliko je faktor $\beta = 0.2$, dolazi do velike redukcije naprezanja u odnosu na primarna naprezanja, što rezultira velikim pomacima tla. Ukoliko je faktor $\beta = 0.7$ pomaci u tlu su manji, ali relativno visoka opterećenja tada mora preuzeti podgrada [7].

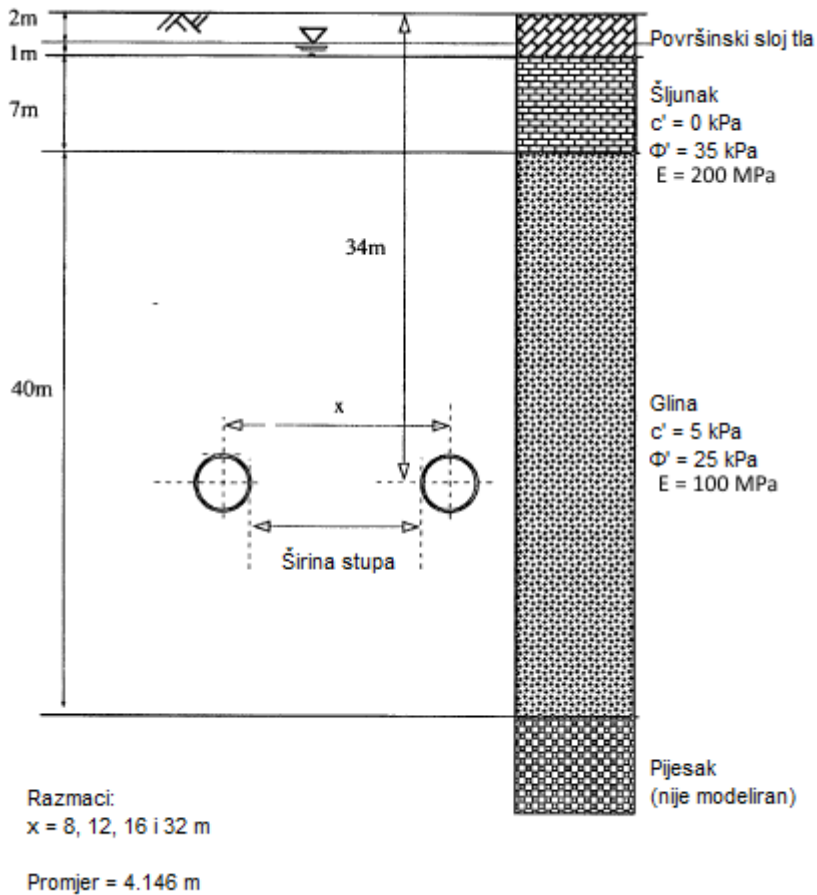


Slika 2. Slijeganje i krivulja odaziva tla kod 2D analize s primijenjenim faktorom rasterećenja (prerađeno prema [7])

4. Utjecaj udaljenosti osi tunela na deformacije

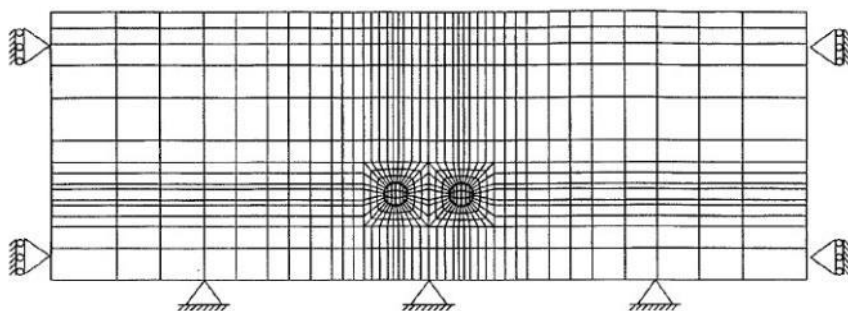
4.1. Geometrija problema i model konačnih elemenata

Za analizu interakcije cijevi dvostrukih tunela prema Addenbrookeu i Pottsu [8] korištene su analize primjenom metode konačnih elemenata korištenjem Imperial College Finite Element Programme. U ovom radu prikazuju se rezultati analize provedene za slučaj paralelnih tunela izvedenih na istoj dubini, pri čemu se varirao razmak između osi tunela. Na Slici 3. prikazana je geometrija problema. Oba tunela imaju vanjski promjer od 4.146 m i osi im se nalaze na dubini od 34 m ispod površine terena. Analizirani razmaci između osi tunela su slijedeći: 8, 12, 16 i 32 m [8].



Slika 3. Geometrija problema (prerađeno prema [8])

Na Slici 4. prikazana je mreža konačnih elemenata modela. Osmočvorni izoparametarski elementi s reduciranom integracijom [9, 10] korišteni su za modeliranje tla, a tročvorni Mindlinovi gredni elementi za modeliranje obloge tunela [11].



Slika 4. Mreža konačnih elemenata [8]

4.2. Model tla

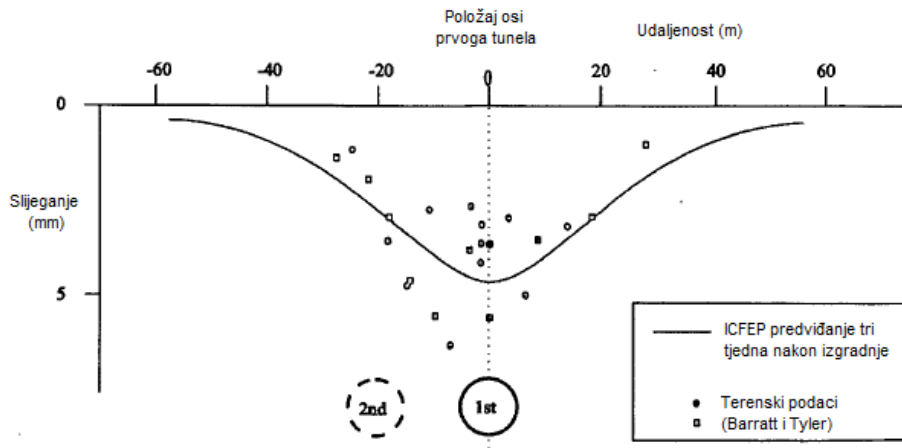
Površinski sloj tla (dalje u tekstu nabačaj) modeliran je kao linearno elastičan, dok su sloj šljunka i gline modelirani kao nelinearno idealno elasto-plastični s Mohr-Coulombovim kriterijem popuštanja. Nabačaj i šljunak modelirani su kao materijali s vrlo brzom konsolidacijom, dok je glini pridružena homogena i izotropna propusnost od 10^{-10} m/s. Addenbrooke [12] i Addenbrooke i Potts [13] prethodno su prikazali rezultate analize ponašanja dvostrukih tunela s modelom smanjenja krutosti tla u kojem nije uzeta u obzir prethodna povijest opterećenja te se ti podaci koriste kao usporedba za numeričke rezultate dobivene iz ove analize [8].

4.3. Rubni uvjeti i inicijalna naprezanja

Rubni uvjeti pomaka, prikazani na Slici 4., ne dozvoljavaju pomak uz horizontalnu granicu donjeg ruba modela i dozvoljavaju samo vertikalni pomak na bočnim granicama modela. Inicijalni koeficijent mirnog potiska tla, K_0 , od 0.50 koristio se za slojeve nabačaja i šljunaka, a od 1.50 za sloj gline. Inicijalna naprezanja u tlu uključuju i raspodjelu hidrostatičkog pritiska od dubine 2.0 m ispod površine terena [8].

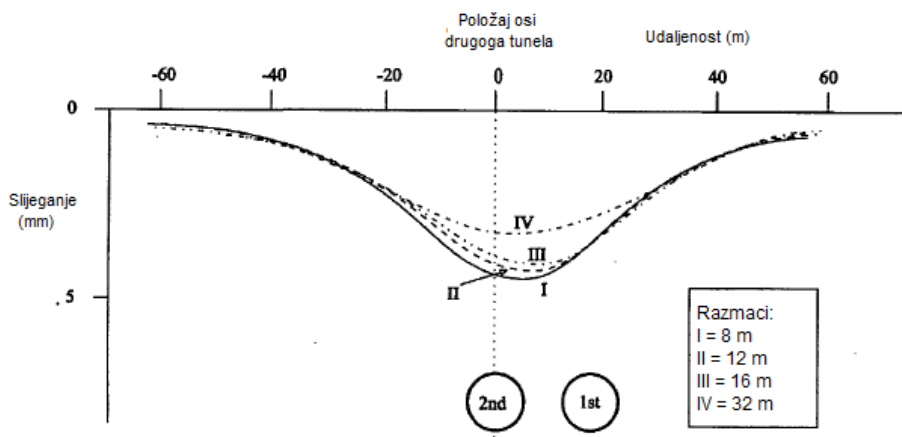
4.4. Rezultati analize

Slika 5. prikazuje profil površinskog slijeganja razvijen iznad prvog tunela tri tjedna nakon izvedbe, odnosno neposredno prije izvedbe drugog tunela. Superponirani podaci prikupljeni su tijekom izgradnje Fleet Line-a iz Regent Parka [13]. Iako podaci prikazuju znatno rasipanje, numerički predviđen profil slijeganja površine terena tri tjedna nakon izgradnje, dobro se slaže s prosjekom izmjerenih vrijednosti slijeganja.



Slika 5. Površinsko slijeganje iznad 34 m dubokog tunela (Imperial College Finite Element Programme) (prerađeno prema [8])

Slika 6. prikazuje predviđene veličine slijeganja površine terena kao posljedica iskopa druge tunelske cijevi. Četiri profila prikazana su za četiri različita razmaka osi tunela (8, 12, 16 i 32 m). Vidljivo je da je točka maksimalnog slijeganja povučena prema prvoizvedenom tunelu, što rezultira konačnim asimetričnim profilom slijeganja površine terena nakon završetka izvedbe obje tunelske cijevi.



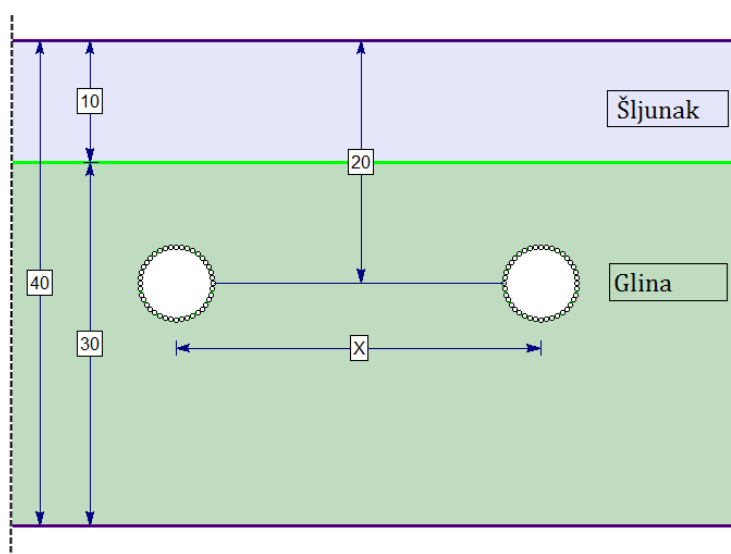
Slika 6. Površinsko slijeganje iznad drugoga tunela kao posljedica iskopa druge tunelske cijevi (prerađeno prema [8])

5. Utjecaj redosljeda izvedbe tunelskih cijevi na deformacije

U nastavku rada prikazani su rezultati analize provedene na proizvoljno odabranom modelu tla kako bi se prikazao utjecaj redosljeda izvedbe tunelskih cijevi na veličinu deformacija. Analizirana su dva moguća načina izvedbe tunela uz variranje njihove međusobne udaljenosti. Prvi način podrazumijeva istovremenu izvedbu tunelskih cijevi, a drugi kada se tunelske cijevi izvode s vremenskim odmakom. Utjecaj se analizirao korištenjem metode konačnih elemenata u dvije dimenzije uz pomoć računalnog programa Rocscience Phase2 [14].

5.1. Karakteristike modela

Na Slici 7. prikazan je dio analizirane geometrije problema. Varirane udaljenosti između osi cijevi tunela (x) su slijedeće: 10, 20, 30 i 50 m, a promjer otvora tunela pri iskopu je 6.0 m.



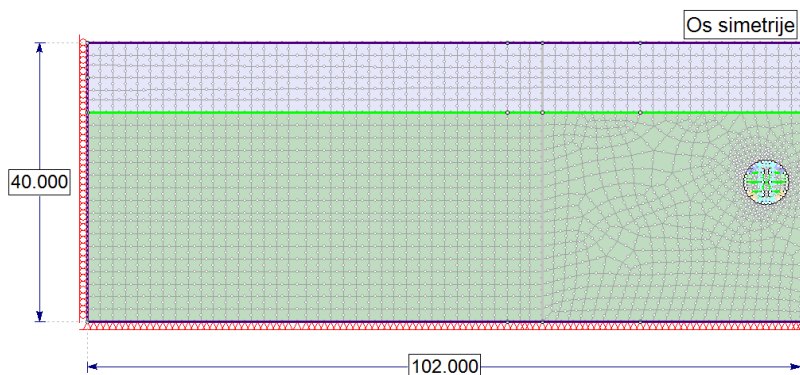
Slika 7. Geometrija problema

Analizirani model širok je 204 m, a dubok 40 m. Ovisno o razmaku između osi tunela (x), variran je i broj konačnih elemenata. Tablicom 1 prikazan je broj elemenata za pojedini model. Na Slici 8. prikazana je mreža konačnih elemenata i rubni uvjeti modela za lijevi simetrični dio modela (102 m širine modela). Tlo je modelirano korištenjem izoparametarskih osamčvornih konačnih elemenata, dok su elementi podgrade modelirani

Timošenkovim grednim elementima. Rubni uvjeti određeni su tako da omogućuju vertikalni pomak na bočnoj granici, a ograničavaju horizontalni i vertikalni pomaci na donjoj granici modela.

Tablica 1. Broj elemenata i čvorova u modelu

Model	Broj čvorova	Broj elemenata
Istovremena izvedba - razmak osi 10 m	9735	3164
Istovremena izvedba - razmak osi 20 m	16065	5270
Istovremena izvedba - razmak osi 30 m	11565	3772
Istovremena izvedba - razmak osi 50 m	11859	3868
Izvedba s vremenskim odmakom - razmak osi 10 m	9752	3167
Izvedba s vremenskim odmakom - razmak osi 20 m	16065	5270
Izvedba s vremenskim odmakom - razmak osi 30 m	11643	3800
Izvedba s vremenskim odmakom - razmak osi 50 m	11859	3868



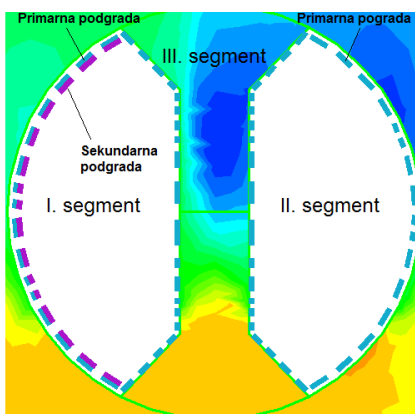
Slika 8. Mreža konačnih elemenata i rubni uvjeti u modelu, gdje desni rub predstavlja os simetrije modela

Pretpostavljeni slojevi šljunka i gline modelirani su primjenom Mohr-Coulombovog konstitutivnog modela s pridruženim tečenjem [10]. U analizi je korišten koeficijent mirnog potiska tla, K_0 , od 0.50. Značajke slojeva tla korištenih u modelu prikazani su u Tablici 2.

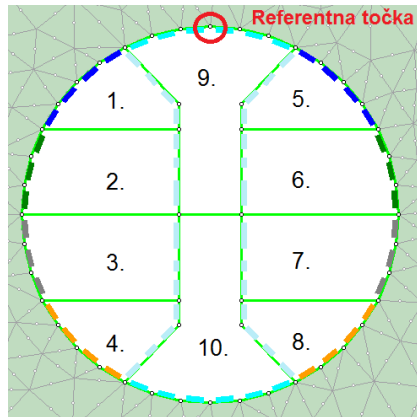
Tablica 2. Značajke slojeva tla u modelu

	Šljunak	Glina
Debljina sloja (m)	5	35
Zapreminska težina (kN/m ³)	17	20
Youngov modul (kPa)	200000	100000
Poissonov koeficijent (-)	0.35	0.30
Vršni kut trenja (°)	35	25
Rezidualni kut trenja (°)	25	20
Vršna kohezija (kPa)	0	10
Rezidualna kohezija (kPa)	0	0
Kut dilatacije (°)	10	0

Kako bi se simuliralo izvođenje poprečnog profila tunela u tri faze, svaki je tunel podijeljen na tri segmenta (Slika 9.), odnosno na ukupno deset dijelova iskopa (Slika 10.). Slojevi podgrade ugrađivani su s vremenskim odmakom tako da je nakon svakog iskopa u profil ugrađen sloj primarne podgrade (mlazni beton), a nakon završetka iskopa punog profila postavljen je sloj sekundarne podgrade (Slika 9.). Na Slici 10. prikazana je referentna točka u kojoj će se pratiti relativni vertikalni pomaci kalote tunela kako bi se mogle prikazati krivulje konvergencije tunela.



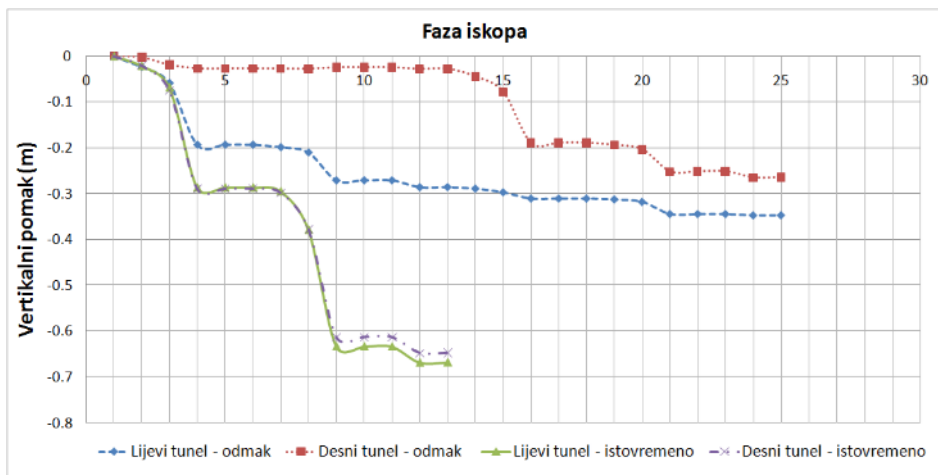
Slika 9. Način iskopa i postavljanja podgrade tunela



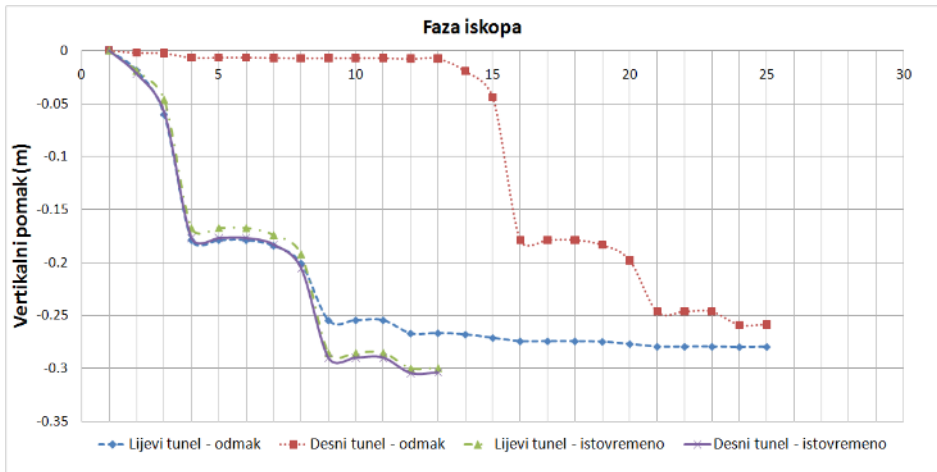
Slika 10. Način podjele poprečnog presjeka tunela na dijelove, redoslijed izvedbe radova i referentna točka na kaloti tunela

5.2. Rezultati analize

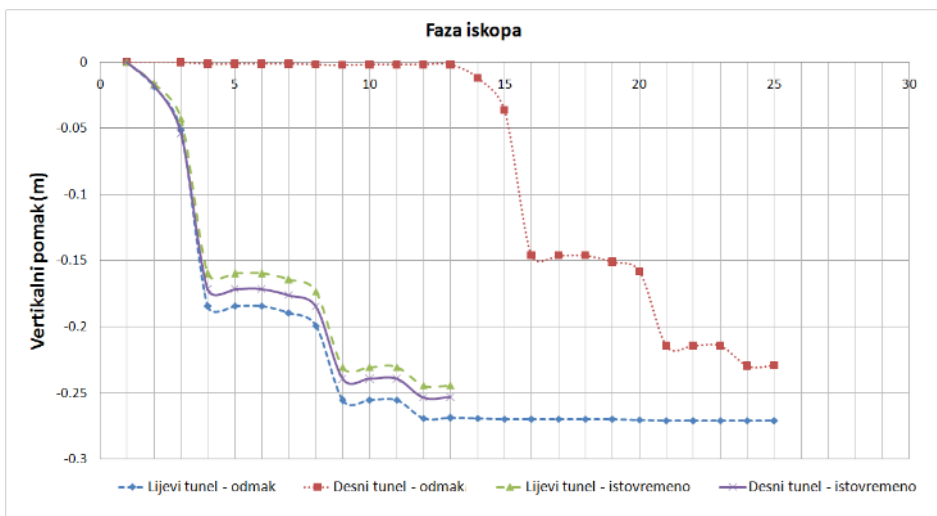
Na Slikama 11., 12., 13. i 14. prikazane su krivulje konvergencije dobivene za analizirane udaljenosti tunela.



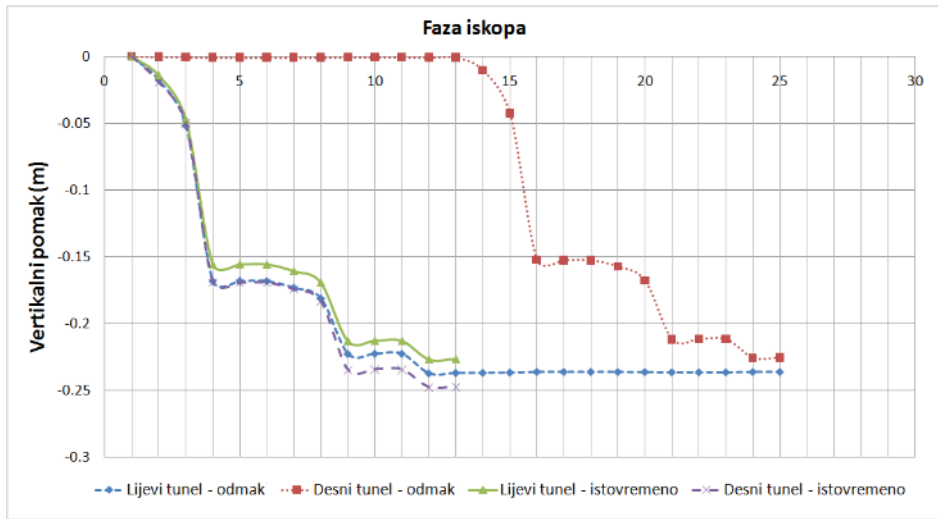
Slika 11. Krivulje konvergencije za udaljenost osi tunela od 10 m (istovremena izvedba i izvedba s vremenskim odmakom)



Slika 12. Krivulje konvergencije za udaljenost osi tunela od 20 m (istovremena izvedba i izvedba s vremenskim odmakom)



Slika 13. Krivulje konvergencije za udaljenost osi tunela od 30 m (istovremena izvedba i izvedba s vremenskim odmakom)



Slika 14. Krivulje konvergencije za udaljenost osi tunela od 50 m (istovremena izvedba i izvedba s vremenskim odmakom)

Uspoređujući dobivene krivulje vidljivo je da se konačne vrijednosti deformacija razlikuju za različite redoslijede izvedbe tunela. Najveće deformacije javljaju se u slučaju istovremene izvedbe za najmanju analiziranu udaljenost i one su značajno veće u odnosu na deformacije dobivene kod svih ostalih analiziranih situacija. Kod većih udaljenosti osi tunela veličina deformacija se smanjuje, i to ispod veličina deformacija dobivenih za slučaj izvedbe tunela s vremenskim odmakom i udaljenost osi tunela od 30 i 50 m. Razlika deformacija pojedinih tunela također ovisi o tijeku izvedbe. Na lijevom tunelu javljaju se veće deformacije u odnosu na desni tunnel za sve analizirane udaljenosti pri izvedbi tunela s vremenskim odmakom, dok se kod istovremene izvedbe uglavnom na desnom tunelu javljaju veće deformacije. Razlike u deformacijama javljaju se zbog nesimetričnosti mreže konačnih elemenata.

Rezultati analiza pokazuju kako se utjecaj izvedbe tunela na deformacije tunela smanjuje s povećanjem udaljenosti osi tunela, pri čemu se na udaljenosti većoj od 50 m (Slika 14.) više ne primjećuje međusobni utjecaj tunela. Veličina deformacije tunela za istovremenu izvedbu tunela u tom slučaju je približno jednaka na lijevom i desnom tunelu dok za izvedbu s vremenskim odmakom postoji razlika u deformacijama tunela, ali njezina prosječna vrijednost odgovara vrijednosti dobivenoj za istovremenu izvedbu (Slika 14.).

6. Zaključak

Analize ponašanja izvedbe dvostrukih tunela izvedenih na različitim razmacima osi i različitim vremenskim uvjetima izvedbe prikazane u ovom radu pokazale su da dobivene veličine konvergencije upućuju na to da se međusobni utjecaj izvedbe tunela može smatrati zanemarujućim nakon povećanja razmaka osi tunela veće od sedam promjera tunela, a bez obzira na vrijeme izvedbe pojedinih tunelskih osi.

Modeliranjem izvedbe dvostrukih tunela izvedenih na različitim razmacima osi i različitim vremenskim uvjetima izvedbe primjenom komercijalnih računalnih paketa (u ovom slučaju Rocscience Phase 2) mogu se pojaviti manje numeričke nelogičnosti u proračunu koje je teško otkloniti. U numeričkim primjerima prikazanim u ovom radu očit je primjer manifestacije manjih nelogičnosti u prikazanim rezultatima kao što su nesimetričnost deformacija lijevog i desnog tunela, a uzrok nesimetričnosti je automatski generirana mreža konačnih elemenata. Na koji način nesimetričnost mreže utječe na rezultate simetrično opterećenog problema prikazali su Bathe [9] i Zienkiewicz [10]. Broj konačnih elemenata korišten u modelu može se povećati, no to ne mora nužno značiti i uklanjanje opisanih problema. Povećanjem broja konačnih elemenata raste globalna matrica krutosti problema, a time i vrijeme rješavanja sustava. Kao moguće uklanjanje opisanih problema dobivene nesimetričnosti rješenja je korištenje radialno generirane mreže konačnih elemenata poput one korištene u primjeru prema Addenbrookeu i Pottsu [8].

Literatura

- [1] Chehade, F.H. Shahrour, I., Numerical analysis of the interaction between twin-tunnels: influence of the relative position and construction procedure, *Tunnelling and Underground Space Technology*, br. 23, pp. 210–214, 2008.
- [2] Möller, S.C., Vermeer, P.A., On numerical simulation of tunnel installation. *Tunneling and Underground Space Technology*, pp. 461–475, 2008.
- [3] Möller, S.C.. *Tunnel induced settlements and structural forces in linings*, Institut für Geotechnik, Stuttgart, 2006.
- [4] Spreyed Concrete Linings for tunnels in soft ground: Design and practice guide. ICE, London 1996
- [5] Loganathan, N., An innovative method for assessing tunnelling induced risks to adjacent structures, Parsons Brinckerhoff Inc., New York, 2011.

- [6] Maraš-Dragojević, S., Analiza slijeganja površine terena uslijed izgradnje tunela, *Građevinar*, br. 7: pp. 573-581, Zagreb, 2012.
- [7] Vermeer, P.A., Möller, S.C., Ruse, N., On the application of numerical analysis in tunnelling, *12th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, br. 2, 2003.
- [8] Addenbrooke, T.I., Potts, D.M., Twin tunnel interaction: surface and subsurface effects, *The International Journal of Geomechanics Construction in Soft Ground*, 2001.
- [9] Bathe K. J. (1985). *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, New Jersey
- [10] Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. (2005). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford
- [11] Day, R., Potts, D.M., Curved Mindlin beam and axisymmetric shell elements - a new approach, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, br. 30, pp. 1263-1274, 1990.
- [12] Addenbrooke, T.I., Numerical analysis of tunnelling in stiff clay, Doktorska disertacija, University of London, 1996.
- [13] Barratt, D.A., Tyler, R.G., Measurements of ground movement and lining behaviour on the London Underground at Regents Park, *Technical Report 684, TRRL*, 1976.
- [14] Rocscience Inc., <https://www.rocscience.com>

MODELIRANJE NEJEDNOLIKOG TOKA U KORITU PROMJENJIVOG POPREČNOG PRESJeka

MODELING OF NON-UNIFORM FLOW IN OPEN CHANNEL WITH VARIABLE CROSS SECTION

Josip Rubeša*, Vanja Travaš*, Nino Krvavica*

Sažetak

U radu je prikazana primjena metode standardnog koraka u svrhu modeliranja stacionarnog strujanja vode u neprizmatičnim koritima. Posebna pažnja posvećena problemu modeliranja tranzitnih dionica reguliranih korita unutar kojih se poprečni presjek mijenja s pravokutnog na trapezni ili obrnuto. U tu svrhu, rad sadrži sažet pregled osnovnih teorijskih obrazaca vezanih za tematiku nejednolikog i stacionarnog strujanja u otvorenim koritima. Rad sadrži i teorijske osnove metode standardnog koraka za proračun vodnog lica. Rezultirajući numerički algoritam u svakom proračunskom presjeku korita definira nelinearnu algebarsku jednadžbu te se u izrađenom numeričkom modelu ista rješava Newton-Raphsonovom iterativnom metodom. Derivacije sudjelujućih funkcija eksplicitno su određene te su poopćene tako da se izmjenom parametra nagiba stranica korita iste mogu odnositi na korito pravokutnog poprečnog presjeka i korito trapeznog poprečnog presjeka. Kod korita nepravilnog oblika sudjelujuće se derivacije aproksimiraju numerički. Numerički model je implementiran u programskom paketu MathCAD 15 te je na kraju rada prikazan numerički primjer.

Ključne riječi: *nejednoliko strujanje, neprizmatično otvoreno korito, stacionarno strujanje, metoda standardnog koraka*

Abstract

The paper presents application of standard step method for modeling a steady flow of water in non-prismatic open channels. A particular attention is paid to the problem of modeling transformation sections of regulated river basins whose cross sections are changed from rectangular to trapezoidal and vice versa. Therefore, this work includes

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: {josip.rubesa,vanja.travas,nino.krvavica}@uniri.hr

a brief overview of basic theory templates associated with the steady and non-uniform flow in open channels and displays a theoretical basics of standard step method for calculating flow profiles. The resulting numerical algorithm in each calculated cross section defines a non-linear algebraic equation which is solved by Newton-Raphson's iterative method in a generated numerical model. Derivations of involving functions are explicitly defined and generalized so by alternating side slope parameters they can be applied for basins with rectangular cross sections and for basins with trapezoidal cross sections. In case of irregular cross sectioned basin, involving derivations are numerically approximated. Numerical model is implemented in software MathCAD 15 and at the end a numerical example is shown.

Key words: *non-uniform flow, non-prismatic open channel, steady flow, standard step method*

1. Uvod

Modeliranje nejednolikog stacionarnog strujanja u otvorenim koritima pravilnog poprečnog presjeka dio je standardne naobrazbe hidrotehničkih inženjera te je popraćeno nizom relativno jednostavnih teorijskih obrazaca namijenjenih za predikciju dubine vode $h(x)$ u koritu. S druge strane, modeliranje iste kategorije strujanja u otvorenim koritima promjenjivog poprečnog presjeka iziskuje algoritam za automatizirano generiranje i rješavanja nelinearnih algebarskih jednadžbi te, stoga, i algoritam za modeliranje morfologije korita. Pritom, ako se tok odvija u prizmatičnom koritu u kojem se protočna površina poprečnog presjeka A i omočeni obod O mogu izraziti poznatim eksplicitnim funkcijama [1], kao što je slučaj pravokutnog, trapeznog ili polukružnog poprečnog presjeka, za provedbu analize toka preliminarna digitalna rekonstrukcija geometrije korita nije neophodna.

2. Modeliranje nejednolikog tečenja s blagim promjenama

Korita prirodnog podrijetla karakteriziraju česte izmjene u obliku i padu dna korita. Ovakve izmjene u geometriji korita uzrokuju pojavnost nejednolikog strujanja. Budući da se analiza takvog strujanja vrši za korita relativno velikih duljina, utjecaj sile viskoznog trenja je nezanemariv te se mora uključiti u vidu konstitutivnog definiranja pada linije energije. Navedeno upućuje na to da će se analiza nejednolikog toka bazirati na energetskej ravnoteži koja se u strogoj matematičkom formi može iskazati u obliku:

$$z + h + \alpha \frac{v^2}{2g} + \Delta h = const., \quad (1)$$

gdje je z geodetska kota dna korita, h dubina vode na istom mjestu, α Coriolisov faktor korekcije brzine, v srednja brzina toka u istom profilu, Δh energetski gubici u visinskom obliku te g ubrzanje sile teže. Treba primijetiti da se u okviru hidrauličke analize toka u otvorenim koritima varijabla v najčešće iskazuje u obliku odnosa Q/A te će se ta praksa koristiti u nastavku ovoga rada. Kako bi se modelirala promjena dubine vode dh/dl koja će definirati neophodnu diferencijalnu jednadžbu, jednadžbu (1) je potrebno derivirati po dužini korita l , čime se dobiva [2]:

$$\frac{dz}{dl} + \frac{dh}{dl} + \frac{d\left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2}\right)}{dl} + \frac{d(\Delta h)}{dl} = 0. \quad (2)$$

Prvi član jednadžbe (2) označava promjenu pada linije dna korita (S_0). Treba primijetiti da se ovaj član može izraziti u vidu varijable h . Kod konstantnog pada dna kanala, koordinata z neke promatrane točke na slobodnoj površini može se obzirom na pad kanala izraziti u obliku $z = h + lS_0$ te se tako može definirati derivacija:

$$\frac{dz}{dl} = \frac{dh}{dl} - S_0. \quad (3)$$

Uz pretpostavku da je strujanje postepeno promjenjivo [3], četvrti član u jednadžbi (2) predstavlja hidraulički pad ili pad linije energije S_E koji se može aproksimirati pomoću Manningove jednadžbe u obliku [4,5]:

$$S_E = \left(\frac{Qn}{R^{2/3}A}\right)^2, \quad (4)$$

u kojem je n Manningov koeficijent [$L^{-1/3} T$] te R hidraulički radijus definiran omjerom A/O . Za zadane rubne uvjete dubine vode jednadžbu (2) je potrebno riješiti po funkciji $h(l)$ kako bi se definirao raspored dubine vode h po dužini korita l . Budući da se razmatra stacionarno strujanje, srednja će se brzina toka v u svakom poprečnom presjeku na stacionaži l definirati omjerom $Q/(Bh(l))$. U tu svrhu potrebno je riješiti jednadžbu (2), što se u praktične svrhe najčešće provodi numeričkim putem [4]. Pritom, može se pokazati da je proračunski algoritam dobiven numeričkom diskretizacijom jednadžbe (2), metodom konačnih razlika (implicitna trapezna metoda), u konačnici istovjetan algoritmu definiranom metodom standardnog koraka [6] koja će se u nastavku detaljnije elaborirati.

2.1. Metoda standardnog koraka

Obzirom na metodu direktnog koraka [4], metoda standardnog koraka ima nekoliko prednosti u primjeni kod korita prirodnog podrijetla. Neovisno o izboru metode za aproksimaciju funkcije $h(l)$, postoji nekoliko ulaznih podataka koje treba unaprijed definirati [5].

(i) Položaj vodnog lica na početnom profilu je jedna od neophodnih informacija. Ako ta informacija nije dostupna, proračun može započeti od neke pretpostavljene visine na bilo kojem profilu od početnog. (ii) Geometrijske karakteristike na karakterističnim stacionažama duž korita su također relevantne. Ovi se podaci mogu dobiti hidrografskim pregledom terena, a obično se svrstavaju u tablicu ili prikazuju u vidu dijagrama. Ukoliko ti podaci za pojedine segmente korita nisu poznati, vrši se interpolacija izvodnica korita između poznatih profila. (iii) Potrebno je još poznavati hrapavost korita i gubitke vrtložnog strujanja, odnosno koeficijente s kojima se ovi gubici modeliraju i donose u vezu s brzinskom visinom [4]. Gubitci vrtložnog strujanja se najčešće izostavljaju iz proračuna i uvode u obzir implicitno na način da se vrijednost Manningovog koeficijenta hrapavosti n , koji oslikava gubitak energije uslijed viskoznog trenja između fluida i čvrste granice toka, poveća za stanovitu vrijednost. Ukoliko su navedeni podaci poznati, može se pristupiti modeliranju nejednolikog i stacionarnog toka u otvorenom koritu. Obzirom da se usvaja stacionarno strujanje nekompresibilnog fluida (vode) te da se uzima u obzir da na razmatranoj dionici otvorenog korita nema lateralnih pritoka, polazni i osnovni teorijski obrazac za analizu toka je Bernoullijeva jednadžba koja definira energetska jednakost između ukupne energije vode u poprečnom profilu 1 i vode u poprečnom profilu 2 u obliku:

$$z_1 + h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_f + h_e, \quad (5)$$

gdje član h_f označava pad linije energije uslijed viskoznog trenja s čvrstom podlogom, a h_e pad linije energije uslijed vrtložnih gibanja unutar same mase vode [4]. Pad linije energije h_f uzrokovan viskoznim trenjem na čvrstoj granici se najčešće kvantificira u obliku aritmetičke sredine padova linije energije izračunatih u profilima 1 i 2 međusobnom udaljenim za iznos prostornog koraka Δl :

$$h_f = \frac{1}{2}(S_{E_1} + S_{E_2})\Delta l \quad (6)$$

Kvantifikacija pada linije energije h_e uzrokovana prisustvom unutarnjih vrtloga se provodi putem jednadžbe [4]:

$$h_e = K_e \frac{|\alpha_2 v_2^2 - \alpha_1 v_1^2|}{2g}, \quad (7)$$

u kojoj je K_e faktor gubitka koji se najčešće definira različitim od nule na dionicama vodotoka kod kojih postoji kontrakcija ili ekspanzija poprečnog profila, tj. nagla promjena u geometriji toka. U preostalim segmentima otvorenog korita se nula usvaja kao vrijednost tog faktora. Pritom treba napomenuti da se prisustvo člana h_e (7) može i izostaviti tj. implicitno nadomjestiti tako da se efekt lokalnih vrtloženja modelira uvećanjem Manningovog koeficijenta hrapavosti. Ovakav pristup koristio se za izradu kasnije prikazanog numeričkog primjera.

Ukoliko su poznati uvjeti toka u profilu 1, dubinu vode h_2 u profilu 2 je potrebno odrediti iz jednadžbe (5) te je stoga također prikladno napisati u drugom obliku. U tu svrhu uvodi se definicija piezometarskog potencijala u obliku $Z_1 = z_1 + h_1$ i $Z_2 = z_2 + h_2$ ta se na osnovu jednakosti $z_1 = z_2 + S_0 \Delta l$ uspostavlja odnos:

$$z_1 + h_1 = z_2 + S_0 \Delta l + h_1, \quad (8)$$

u kojem je S_0 pada dna korita na razdaljini razmatranih profila Δl . Koristeći jednakost (8) te izraze (6) i (7), jednadžbu (5) je moguće napisati u narednom obliku (9).

$$h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + K_e \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{1}{2} S_{E_2} \Delta l + \dots - \left(h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + K_e \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{1}{2} S_{E_1} \Delta l + S_0 \Delta l \right) = 0 \quad (9)$$

Članovi jednadžbe (9) koji se nalaze izvan zagrade predstavljaju nepoznate vrijednosti ovisne o varijabli h_2 . Obzirom da se radi o nelinearnoj jednadžbi, istu je potrebno riješiti nekom iterativnom metodom te se u tu svrhu koristila Newton-Raphsonova metoda [5]. Ukoliko se jednadžba (9) prikaže u obliku $F(h_2)=0$, proračunski postupak se svodi na iterativni obrazac [6]:

$$h_2^{(i+1)} = h_2^{(i)} - \frac{F(h_2^{(i)})}{F'(h_2^{(i)})}, \quad (10)$$

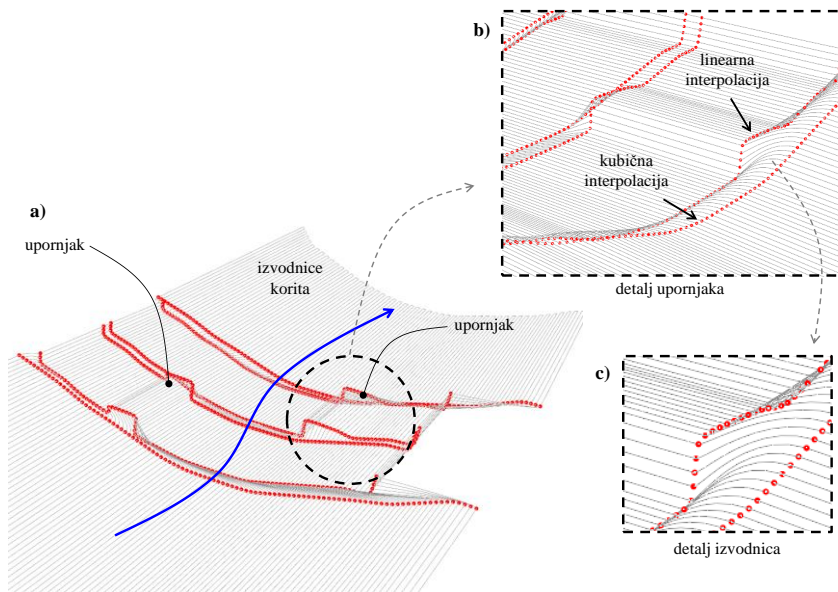
u kojem nadindeksi i označavaju redni broj iteracijskog ciklusa, a $F(h_2)$ derivaciju funkcije $F(h_2)$ definiranu u obliku:

$$F'(h_2) = 1 + \frac{\alpha_2 v_2}{g} \frac{dv_2}{dh_2} - K_e \frac{\alpha_2 v_2}{g} \frac{dv_2}{dh_2} + \frac{1}{2} \frac{dS_{E_2}}{dh_2} \Delta l - 0. \quad (11)$$

Iteracijski postupak definiran jednažbom (10) započinje definirajući polaznu aproksimaciju dubine vode h_2^i te se ponavlja sve dok razlika vrijednosti dubina h_2 u dvije susjedne iteracije i i $i+1$ ne postane manja od neke unaprijed definirane tolerancije. Treba primijetiti da rješavanje jednažbe (11) iziskuje definiranje funkcija $v(h)$ i $S_E(h)$ za pojedini poprečni profil korita. U slučaju da je korito pravilnog poprečnog profila (pravokutno, trapezno ili polukružno), ove se funkcije, a time i njihove derivacije, mogu eksplicitno definirati. U suprotnom, kad je geometrija poprečnog profila nepravilna, sudjelujuće je derivacije potrebno aproksimirati numerički.

2.2. Modeliranje morfologije prirodnog korita

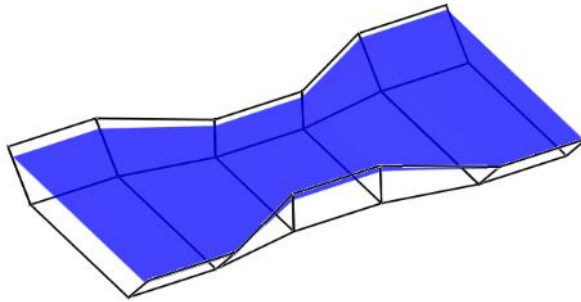
Za razliku od korita pravilnog poprečnog presjeka gdje se izmjena geometrije korita modelira samo izmjenom nagiba stranica korita, kod korita prirodnog podrijetla neophodno je definirati geometriju korita, odnosno istu rekonstruirati iz serije izmjerenih poprečnih profila. Dakle, u ovom drugom slučaju mora se provesti digitalizacija morfologije korita te naknadno provesti uzorkovanje poprečnih profila koji će se koristiti za jednodimenzijsku analizu stacionarnog i nejednolikog toka. Postupak digitalizacije korita treba se temeljiti na sljedećem nizu pretpostavki: (i) izmjereni poprečni presjeci karakteristični su za pojedine dionice korita, (ii) poprečni presjeci izmjereni su obzirom na neko referentno ishodište, (iii) poprečni presjeci leže u ravnini okomitoj na lokalni vektor brzine \mathbf{v}_{sr} . Treba napomenuti da je broj točaka na izmjerenim poprečnim profilima najčešće varijabilan i ovisan o mjestima karakterističnih izmjena u geometriji samog profila. Stoga u prirodnim koritima nije moguće uvjetovati jednak broj točaka na svakom poprečnom profilu te se zbog konstrukcije digitalnog modela korita provodi usklađivanje broja točaka na profilima. Naime, usklađivanje broja točaka neophodno je zbog rekonstrukcije izvodnica između dva susjedna profila. Izvodnice korita se definiraju kao krivulje koje spajaju točke s istim rednim brojem na dva susjedna profila. Prethodno navedenim se provodi interpolacija poprečnih profila, tj. postupak dodavanja točaka na mjestima na kojima točke nedostaju. U literaturi se u svrhu interpolacije predlaže kvadratna interpolacija ako su korita relativno mala [5], ali treba napomenuti da su u literaturi primijenjene i interpolacije višeg reda [7, 8]. Primjer interpolacije relativno složene dionice korita je prikazan na Slici 2 [4] na kojoj je prikazan detalj korita u kojem se nalaze dva upornjaka. Na prikazanom primjeru su izvodnice korita modelirane Hermiteovim interpolacijskim polinomima te se pritom koristila relaksacija tangenti krivulja [4] kako bi se reproducirale nagle izmjene u geometriji korita (slika 1b i 1c).



Slika 1. Detalj digitalnog modela otvorenog korita: a) ilustracija interpolacije poprečnog presjeka prirodnog korita i poprečnog presjeka na mjestu upornjaka, b) detalj upornjaka te c) detalj izvodnica između spoja poprečnog presjeka prirodnog podrijetla i poprečnog presjeka s upornjacom [4].

3. Implementacija numeričkog algoritma

U nastavku će se za definiranje proračunskog algoritma za analizu stacionarnog toka u koritima pravilnog, ali varijabilnog poprečnog presjeka koristiti metoda standardnog koraka. Drugim riječima, razmatrat će se tok u koritu trapeznog poprečnog presjeka unutar kojeg postoje segmenti unutar kojih se nagib stranica pokosa m reducira na nulu čime se definira pravokutni poprečni presjek. Ovakav slučaj geometrije korita odgovara prijelaznim dionicama reguliranih korita, kao što je prikazan na Slici 2, pa je za dimenzioniranja korita stoga posebno interesantan.



Slika 2. Primjer tranzicijske sekcije reguliranog otvorenog korita.

Obzirom da se u ovom slučaju funkcija protočne površine $A(h)$ može poopćeno izraziti za pravokutni i trapezni poprečni presjek s nagibom stranica korita m u obliku [5]:

$$A(h) = h(b + mh), \quad (12)$$

te se funkcija omočenog oboda $O(h)$ može isto tako poopćeno napisati u obliku:

$$O(h) = b + 2h\sqrt{1 + m^2}, \quad (13)$$

derivacije u jednadžbi (11) je moguće eksplicitno definirati. Dakle, ako se usvoji da na razmatranom segmentu korita nema lateralnih pritoka te da je strujanje stacionarno, funkcija brzine $v(h)$ se može napisati u obliku $Q/A(h)$ iz čega slijedi derivacija:

$$\frac{dv(h)}{dh} = -\frac{Q(b + 2mh)}{h^2(b + mh)^2}. \quad (14)$$

Slično navedenom, ako se hidraulički radijus R u jednadžbi (4) za $S_E(h)$ napiše koristeći izraze (12) i (13), ista poprima oblik:

$$S_E = \left\{ \frac{Qn}{\left(\frac{h(b + mh)}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}} \right)^{2/3} h(b + mh)} \right\}^2, \quad (15)$$

iz kojeg slijedi derivacija [4]:

$$\frac{dS_E(h)}{dh} = - \frac{2Q^2 n^2 \left(b + 2h\sqrt{m^2 + 1} \right) \left(\frac{h(b+mh)}{b + 2h\sqrt{m^2 + 1}} \right)^{2/3}}{3h^5} \cdot \frac{\left(5b^2 + 10bhm + 16h^2 m \sqrt{m^2 + 1} + 6bh\sqrt{m^2 + 1} \right)}{(b+hm)^5}. \quad (16)$$

Ukoliko se hidraulička analiza toka provodi za korito općenitog oblika, onda se derivacije definirane izrazima (14) i (15) trebaju numerički aproksimirati za svaki proračunski presjek. Dakle, za poprečni presjek označen indeksom i se derivacija $dv(h)/dh$ iz (11) može aproksimirati putem centralne diferencije:

$$\left. \frac{dv(h)}{dh} \right|_i \approx \frac{\frac{Q}{A(h+\varepsilon)} - \frac{Q}{A(h-\varepsilon)}}{2\varepsilon}, \quad (17)$$

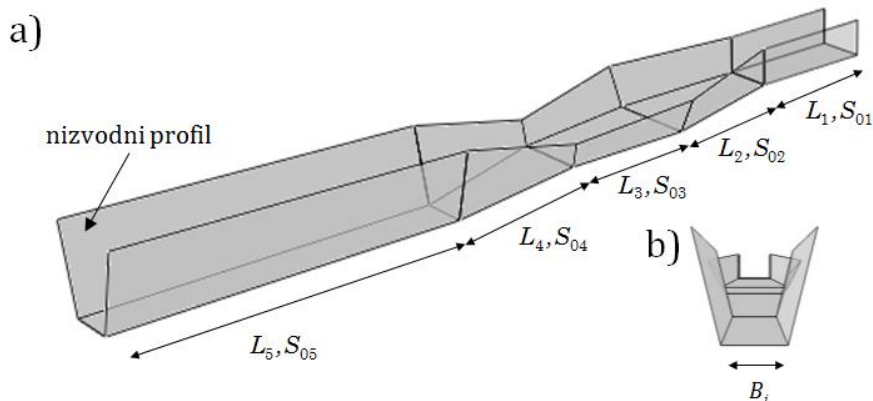
gdje je ε relativno mala veličina (npr. 10^{-10} m). Analogno navedenom, derivacija $dS_E(h)/dh$ se može aproksimirati [4] putem jednadžbe:

$$\left. \frac{dS_E(h)}{dh} \right|_i \approx \frac{\left(\frac{nQ}{A(h+\varepsilon) \left(\frac{A(h+\varepsilon)}{O(h+\varepsilon)} \right)^{2/3}} \right)^2 - \left(\frac{nQ}{A(h-\varepsilon) \left(\frac{A(h-\varepsilon)}{O(h-\varepsilon)} \right)^{2/3}} \right)^2}{2\varepsilon}. \quad (18)$$

4. Numerički primjer

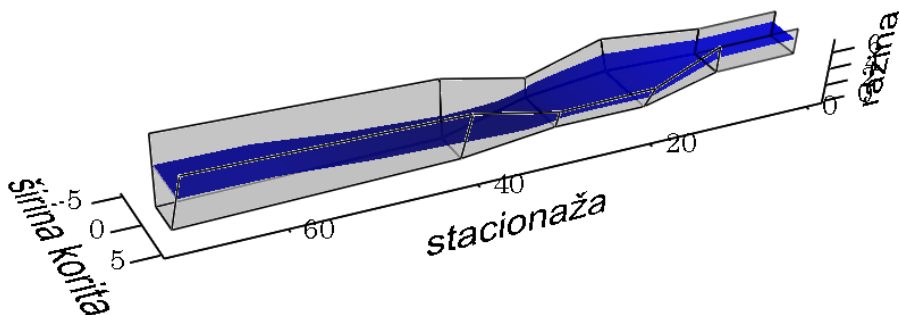
U nastavku je priložen numerički primjer stacionarnog i nejednolikog strujanja u koritu pravilnog, ali varijabilnog poprečnog presjeka. Geometrija korita definira se sa 6 pravilnih poprečnih presjeka između kojih se izmjena u geometriji toka definira linearno mijenjajući parametar nagiba stranica korita m . Pad dna korita na nastalih 5 segmenta korita je definiran kako slijedi: $S_{01} = 0.0001$, $S_{02} = 0.0005$, $S_{03} = 0.0003$, $S_{04} = 0.001$, $S_{05} = 0.0001$. Dužina segmenata korita je definirana u nastavku: $L_1 = 1000$ m, $L_2 = 1000$ m, $L_3 = 1000$ m, $L_4 = 1000$ m, $L_5 = 3000$ m. Širina dna poprečnih profila je priložena u nastavku: $B_1 = 8$ m, $B_2 = 8$ m, $B_3 = 15$ m, $B_4 = 12$ m, $B_5 = 8$ m, $B_6 = 8$ m. Nagiba stranica korita je definiran u nastavku: $m_1 = 0$, $m_2 = 0$, $m_3 = 2$, $m_4 = 1$, $m_5 = 1$, $m_6 = 1$. Visina stranica poprečnih profila iznosi: $H_1 = 1.5$ m, $H_2 = 1.5$ m, $H_3 = 1.5$ m, $H_4 = 3$ m, $H_5 = 3$ m, $H_6 = 3.5$ m. Rezultirajuća geometrija

korita je u distorziranom mjerilu prikazana na Slici 2 (uzdužna dimenzija je množena s 0.01, vertikalna dimenzija s 0.5 te poprečna dimenzija s 2).



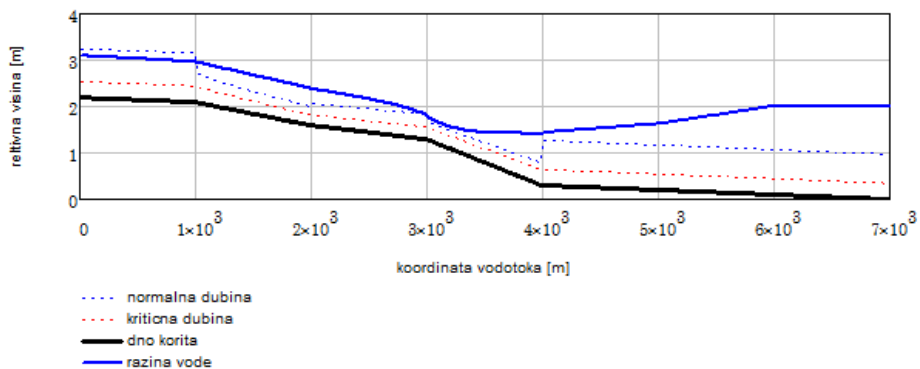
Slika 3. Prikaz usvojene geometrije korita u distorziranom mjerilu u kojem je uzdužna dimenzija množena s 0.01, vertikalna dimenzija s 0.5 te poprečna dimenzija s 2: a) prikaz geometrije korita s oznakama svih relevantnih geometrijskih veličina te b) pogled na korito u smjeru suprotnom od smjera toka.

Manningov koeficijent hrapavosti n je po čitavoj dužini korita usvojen jednakim $0.015 \text{ s/m}^{1/3}$ te je Coriolisov koeficijent α usvojen jednakim 1.05. Protok u zadanom otvorenom koritu je definiran u iznosu od $5 \text{ m}^3/\text{s}$ te se kao rubni uvjet definirala nizvodna razina vode u iznosu od 2 m. Na ovaj način se tok u koritu na nizvodnom profilu može kategorizirati kao miran tok jer je iznos Froudeovog broja na tom mjestu 0.057 [4,5]. Ukratko, prikazani numerički algoritam implementiran je u programskom paketu MathCAD 15 [9] te je rezultat numeričke simulacije za zadane parametre toka prikazan na Slici 4.



Slika 4. Prikaz rezultata numeričkog modela u distorziranom mjerilu.

Treba primijetiti relativne odnose normalne i kritične dubine uzduž korita te staviti iste u usporedbu s izračunatom dubinom vode $h(l)$. U tu svrhu se prilaže Slika 5. Kako se i očekuje, za definirane uvjete toka razina vode u svakom segmentu korita teži razini koja odgovara normalnoj dubini. Osim navedenoga, treba napomenuti da je tok u koritu u podkritičnom režimu. Naime, gotovo na čitavoj dužini korita dubina vode nije manja od kritične dubine, iako joj se značajno približi na pojedinim segmentima, te stoga nisu ostvareni transkritični uvjeti tečenja i formacija vodnog skoka. Štoviše, treba naglasiti da korištena metoda ima poteškoća prilikom modeliranja transkritičnog toka te se u tu svrhu moraju koristiti naprednije numeričke metode (kao npr. metoda konačnih volumena) [5,6].



Slika 5. Raspored kritične i normalne dubine u zadanom koritu i proračunate dubine toka $h(l)$.

5. Zaključak

U radu je prikazana primjena metode standardnog koraka na primjeru modeliranja stacionarnog i nejednolikog strujanja u koritima varijabilnog poprečnog presjeka. Naglasak je stavljen na modeliranje toka u otvorenim koritima pravilnog, ali varijabilnog poprečnog presjeka kako se najčešće susreće u prijelaznim dionicama kod koji se geometrija toka linearno mijenja iz pravokutnog poprečnog presjeka u trapezni poprečni presjek (ili obrnuto). Pritom, u radu su iznijeti i osnovni teorijski obrasci kojima se ista metoda može koristiti i za modeliranje toka u otvorenim koritima općenitog poprečnog presjeka, tj. u koritima prirodnog podrijetla. Za ovaj drugi slučaj toka, u nastavku rada je ukratko se komentira procedura digitalne rekonstrukcije morfologije korita koja je u tu svrhu neophodna. Računalna simulacija nejednolikog stacionarnog strujanja temelji se na jednadžbi očuvanja ukupne energije vode između dva susjedna poprečna profila. Pritom, u svrhu kvantificiranja energetske gubitaka koristila se

Manningova jednadžba te se rezultirajuća nelinearna jednadžba za svaki poprečni presjek riješila Newton-Raphsonovom metodom. Derivacije funkcija $v(h)$ i $S_E(h)$ su se eksplicitno izrazile za slučaj toka u koritu pravilnog poprečnog presjeka te su za slučaj općenitog poprečnog presjeka iznijete njene numeričke aproksimacije. Na kraju rada prikazan je numerički primjer unutar kojeg se razmatra tok u koritu varijabilnog poprečnog presjeka unutar kojeg se izmjenjuju pravokutni i trapezni poprečni presjeci. Numerički primjer je izrađen putem implementacije navedenog numeričkog algoritma u programski paket MathCAD 15, unutar kojeg se provodi i vizualizacija rezultata. U narednim verzijama algoritma, isti će se nastojati prilagoditi isti kako bi se moglo simulirati transkritično strujanje.

Literatura

- [1] Gjetvaj, G., *Interna skripta iz kolegija Hidraulika*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2003.
- [2] Akan, O. A., *Open Channel Hydraulics*, Butterworth-Heinemann Elsevier, London, 2006
- [3] Agroskin, I., Dimitrijević, G. i Pikalov, F., *Hidraulika*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1973.
- [4] Travaš, V., *Rukopis predavanja iz predmeta Računarska hidraulika*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2014.
- [5] Chow, V. T.: *Open-channel hydraulics*, McGraw Hill, 1959.
- [6] Szymkiewicz, R.: *Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics*, Springer, Dordrecht, Heidelberg, London, New York, 2010.
- [7] Western, A. W., Finlayson, B. L., McMahon, T. A. i O' Neill, I. C.: A method for characterising longitudinal irregularity in river channels, *Geomorphology*, br. 21: 39–51, Melbourne, 1997.
- [8] Buhman, D. L., Gates, T. K. i Watson, C. C.: Stochastic variability of fluvial hydraulic geometry: Mississippi and Red rivers, *J Hydraul Eng*, br. 128(1): 426–37, USA, 2002.
- [9] Mathsoft, *Mathcad 15, User Guide*, Mathsoft Inc., Cambridge, MA, 1993.

ISTRAŽIVANJE MOGUĆNOSTI UNAPRJEĐENJA OPSKRBE PITKOM VODOM U JADRANSKOJ REGIJI KROZ PROJEKT DRINKADRIA

ANALYSIS OF DRINKING WATER SUPPLY IMPROVEMENT OPTIONS IN ADRIATIC REGION THROUGH DRINKADRIA PROJECT

Barbara Karleuša*, Nevenka Ožanić*, Josip Rubinić*, Ivana Radman*, Nevena Dragičević*, Goran Volf*, Ivana Sušanj*, Nino Krvavica*, Igor Ružić*, Tamara Crnko*

Sažetak

Strateški projekt Networking for Drinking Water Supply in Adriatic Region / Umrežavanje za opskrbu pitkom vodom u Jadranskoj regiji (akronim DRINKADRIA) sufinanciran je sredstvima Europske Unije u okviru programa IPA Adriatic CBC 2007–2013. Započeo je 1. studenog 2013. i trajat će 29 mjeseci. Ukupna vrijednost Projekta iznosi 6.600.000 EUR. Cilj je Projekta razviti podloge za strategije i procedure sigurne prekogranične vodoopskrbe imajući istovremeno u vidu upravljanje vodnim resursima u prekograničnom kontekstu, klimatske promjene i specifični socio-ekonomski kontekst regije. Značajni financijski resursi uložiti će se u unaprjeđenje postojećih vodoopskrbnih sustava u regiji te razmotriti mogućnosti prekograničnog povezivanja postojećih vodoopskrbnih sustava. U projekt je uključeno šesnaest partnerskih institucija iz zemalja Jadranske regije: Italija, Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina, Crna Gora, Srbija, Albanija i Grčka. Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci je jedan od projektnih partnera s područja Republike Hrvatske i ujedno voditelj jednog radnog paketa. Uz Fakultet, uključeni su sljedeći hrvatski partneri: Hrvatski geološki institut, Istarski vodovod d.o.o., Istarska županija te sljedeće hrvatske suradničke institucije: Hrvatske vode, Istarski vodozaštitni sustav d.o.o. i Primorsko-goranska županija. Projektni tim Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci će svoja istraživanja, koja će se ukratko prezentirati u

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
{barbara.karleusa,nozanic,jrubinic,ivana.radman,nevena.dragicevic,goran.volf,ivana.susanj2,nino.krvavica,igor.ruzic,tamara.crnko}@gradri.uniri.hr

ovom radu, usmjeriti na prekograničnu vodoopskrbu i zaštitu vodnih resursa na dijelu graničnog područja Hrvatske prema Sloveniji te prema Bosni i Hercegovini. Područja na kojima će Fakultet, u suradnji s drugim projektnim partnerima iz Hrvatske, provoditi istraživanja su sjeverna Istra i u Dalmaciji područje sliva izvora Prud i Blatskog polja na otoku Korčuli.

Ključne riječi: prekogranični vodonosnici, upravljanje, vodoopskrba, vodni resursi, DRINKADRIA, EU projekt

Abstract

The Strategic Project Networking for Drinking Water Supply in Adriatic Region (acronym DRINKADRIA) is co-financed by European Union through IPA ADRIATIC CBC 2007-2013 Programme. The Project started on November 1, 2013 and will last for a total of 29 months. The total value of the project amounts to 6.600.000 EUR. The general aim of DRINKADRIA project is to develop the base for strategies and procedures for secure cross-border water supply system with specific emphasis on water resources management in trans-boundary context, climate change and specific socio-economic aspects of the Adriatic region. Significant financial resources will be invested in improving the existing water supply systems. Possibilities of cross-border connection of existing water supply systems will be analyzed. Sixteen partner institutions from eight countries (Italy, Slovenia, Croatia, Albania, Bosnia and Herzegovina, Montenegro, Serbia and Greece) are involved in the Project. The Faculty of Civil Engineering – University of Rijeka is one of Croatian project partners and also one work package leader. Other partners and associate institutions from Croatia are as follows, partners: Croatian Geological Survey, Water Utility of Istria Ltd., Region of Istria and associate institutions: Croatian Waters, Istrian Water Protection System Ltd. and Primorje-Gorski Kotar County. The project team of the Faculty of Civil Engineering University of Rijeka will conduct research with focus on cross-border water supply and water resources protection on border areas of Croatia with Slovenia and Bosnia and Herzegovina. The Faculty will collaborate with other Croatian project partners in research on pilot areas of Northern Istria and in Dalmatia on Prud catchment and Blatsko polje on Korčula.

Keywords: cross-border, management, water supply system, water resources, DRINKADRIA; EU project

1. Uvod

U ovom radu prezentiran je strateški projekt pod nazivom Networking for Drinking Water Supply in Adriatic Region / Umrežavanje za opskrbu pitkom vodom u Jadranskoj regiji - akronim DRINKADRIA, s naglaskom na aktivnosti koje u sklopu projekta provodi Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci.

Cilj je DRINKADRIA projekta izraditi podloge za razradu strategija i procedura za sigurnu prekograničnu vodoopskrbu u Jadranskoj regiji [1]. Pri tome će se u Projektu sagledavati upravljanje vodnim resursima u prekograničnom kontekstu, utjecaj klimatskih promjena/varijacija i specifični socio-ekonomski kontekst regije. Treba istaknuti da će se u projektu značajni financijski resursi uložiti u unaprjeđenje infrastrukture postojećih vodoopskrbnih sustava (monitoring sustava, smanjenje gubitaka, rekonstrukcija ili izgradnja dijelova vodoopskrbnih sustava) te razmotriti potencijalne mogućnosti prekograničnog povezivanja postojećih vodoopskrbnih sustava.

Projekt se sufinancira sredstvima Europske Unije u okviru Programa IPA (eng. Instrument for Pre-Accession Assistance) prekogranične jadranske suradnje 2007-2013 (eng. IPA Adriatic Cross Border Cooperation 2007 – 2013) [2]. Započeo je 1. studenog 2013. i trajat će 29 mjeseci. Ukupna vrijednost projekta iznosi 6.600.000 EUR. U projekt je uključeno sedamnaest partnerskih institucija iz svih osam zemalja Jadranske regije: Italija, Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina, Crna Gora, Srbija, Albanija i Grčka.

Uz Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, iz Hrvatske su u Projekt uključeni: Istarski vodovod d.o.o., Istarska županija i Hrvatski geološki institut, te sljedeće suradničke institucije: Hrvatske vode, Istarski vodozaštitni sustav d.o.o. i Primorsko-goranska županija. Vodeći partner u Projektu je Consulta d'Ambito per il Servizio Idrico Integrato Orientale Triestino (CATO) / Area Council for Eastern Integrated Water Service iz Trsta, Italija. Ostali talijanski partneri su: VERITAS Joint-Stock Company, Optimal Territorial Area Authority n. 3 Central Marche – Macerata, Italian National Council - Water Research Institute (CNR-IRSA) te slovenski partneri: Water Utility of Nova Gorica i University of Ljubljana. Partner iz Srbije je Institute for Development of Water Resources „Jaroslav Černi“, iz Albanije Water Supply and Sewerage Association of Albania (SHUKALB), te iz Bosne i Hercegovine Hydro-Engineering Institute of Civil Engineering Faculty University of Sarajevo i Public Utility NEUM. Partner iz Crne Gore je Public Utility „Vodovod i kanalizacija“ Nikšić, dok su partneri iz Grčke Region of Ionian Islands i University of Thessaly.

Problemi koje će Projekt obuhvatiti su: zastarjela vodoopskrbna infrastruktura, prekomjerni gubici u vodoopskrbnim sustavima, utjecaj klimatskih promjena, pojačana potražnja za vodom uslijed razvoja turističkog sektora, snažne sezonske varijacije u potražnji vode, pritisci na vodne resurse, nedostatak odgovarajućeg pravnog okvira za regulaciju i kontrolu upravljanja prekograničnim vodnim resursima i sustavima vodoopskrbe i dr.

Projektini tim Katedre za hidrotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci će svoja istraživanja, ukratko prezentirana u ovom radu, usmjeriti na prekograničnu vodoopskrbu i zaštitu vodnih resursa na graničnim područjima Hrvatske prema Sloveniji te Bosni i Hercegovini.

Pilot područja na kojima Fakultet u suradnji s drugim hrvatskim projektним partnerima provodi istraživanja su sjeverna Istra i u Dalmaciji područje sliva izvora Prud i Blatskog polja na otoku Korčuli.

2. Radni paketi i planirane aktivnosti Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci u sklopu DRINKADRIA projekta

Aktivnosti projekta DRINKADRIA odvijaju se kroz šest radnih paketa (eng. Work Package – WP) [2]. U nastavku se daje kraći opis aktivnosti planiranih u svakom radnom paketu [3] s naglaskom na specifične aktivnosti Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. Fakultet sudjeluje u svim radnim paketima, osim u paketu 6.

2.1. Radni paket 1 (WP1) - upravljanje i koordinacija rada na projektu

Radni paket 1 (WP1) obuhvaća upravljanje i koordinaciju rada na Projektu, što podrazumijeva koordiniranje aktivnosti između vodećeg partnera, projektних partnera i projektnih timova, i to tijekom višednevnih sastanaka projektnih partnera, sastanaka voditelja radnih paketa, kao i sastanaka projektnih timova, putem on-line komunikacije i sl.

Svi projektni partneri dužni su, u okviru definiranih rokova, koristeći predviđene obrasce i on-line Upravljačko-informacijski sustav, M.I.S. (Management and Information System) izvještavati nadležne institucije o provedenim aktivnostima, postignutim rezultatima i trošenju financijskih sredstava (uz prilaganje svih potrebnih dokumenata).

Provedbu aktivnosti kroz radne pakete koordinira vodeći partner i partner koji je zadužen za vođenje paketa (npr. Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci vodi radni paket 4).

2.2. Radni paket 2 (WP2) – komunikacija i diseminacija

Radni paket 2 (WP2) obuhvaća komunikaciju sa širom javnošću i diseminaciju rezultata Projekta. Važan alat predstavlja kreirana web stranica projekta www.drinkadria.eu na kojoj se objavljuju sve informacije vezane uz Projekt i koja je dostupna široj javnosti.

Za potrebe realizacije Projekta razvijen je i dio web stranice koji nije dostupan javnosti, a na kojem projektni partneri mogu objavljivati i izmjenjivati razne materijale unutar konzorcija.

Tijekom sastanka projektnih partnera održanog u veljači 2014. godine u Rijeci odabran je logo Projekta (Slika 1).



Slika 1. Logo projekta DRINKADRIA

Projektni tim Građevinskog fakulteta u Rijeci planira s ostalim hrvatskim projektnim partnerima u sklopu ovog radnog paketa provesti sljedeće aktivnosti [3]:

- prezentirati Projekt i njegove rezultate na raznim znanstvenim i stručnim skupovima, kao i u medijima,
- organizirati skupove i edukacije vezane uz projektnu tematiku kako za javnost, tako i za ciljane interesne skupine (stručna tijela i organizacije, fakultetska i srednjoškolska populacija, i dr.)
- izraditi razne promotivne materijale,
- izraditi i tiskati brošure na hrvatskom jeziku,
- objavljevati materijale na web stranicama i sl.

2.3. Radni paket 3 (WP3) – kapitalizacija i održivost

Radni paket 3 (WP3) obuhvaća kapitalizaciju i održivost Projekta, pod čime se podrazumijeva i razdoblje nakon njegovog završetka.

Neophodno je u projekt uključiti zainteresirane strane (dionike) kao što su bilateralne komisije, jedinice lokalne i regionalne uprave, komunalna društva, ali i druga stručna tijela i organizacije (obrazovne ustanove, nevladine organizacije i dr.), kako bi ih se pravovremeno upoznavalo s aktivnostima i rezultatima projekta te kako bi mogli doprinijeti rezultatima Projekta. Na taj način osigurava se održivost projekta i korištenje postignutih rezultata projekta u budućnosti od strane svih uključenih dionika [3].

U sklopu aktivnosti radnog paketa 3 održana je prva nacionalna radionica za dionike na Butonigi 17.04.2014. te je u planu organizacija još dviju radionica tijekom trajanja Projekta.

U sklopu spomenute radionice na Butonigi održano je nekoliko prezentacija putem kojih je predstavljen projekt DRINKADRIA, a govorilo se

i o zaštiti krških vodonosnika u Istarskoj županiji, izvoru Gradole, hidrološkim sušama, izvoru Prud kod Metkovića i Blatskom vodonosniku na Korčuli, klasifikaciji voda i ocjeni kemijskog stanja voda te je predstavljen projekt ISTRA-HIDRO.

Tijekom radionice provedena je anketa vezana uz prekograničnu vodoopskrbu i upravljanje vodnim resursima koju je ispunilo dvadeset sudionika. Analiza ispunjenih anketa pokazala je da je 50% ispitanika zaposleno u upravi, 35% u komunalnom poduzeću koje obavlja djelatnost vodoopskrbe, a 15% u znanstveno-istraživačkoj instituciji. Dio ispitanika uključen je i u poslove odvodnje i zaštite voda. Rezultati ankete su pokazali da je sadašnji glavni problem upravljanja vodoopskrbom nedostatak financijskih sredstava, međutim velik problem predstavljaju infrastruktura, zakonodavstvo i politički okviri. Kao značajan problem ističu se gubitci u distribucijskoj mreži.

U pitanjima koja obuhvaćaju količine vode, najvećim problemima se smatraju njihove sezonske oscilacije i klimatske promjene, dok se kod pitanja vezanih uz kvalitetu vode ističe problem zaštite izvorišta. Kao glavni problem kod distribucije vode prepoznata je dotrajalost, neadekvatna mreža i loše održavanje vodoopskrbnih sustava. U bližoj budućnosti vodoopskrbnim upravljačkim ograničenjima prioritetno se smatraju količina vode, kvaliteta i nedostatak financijskih sredstava. Ispitanici smatraju da bi se dio prekograničnih pitanja mogao riješiti prvenstveno boljom suradnjom između lokalne i državne uprave, kao i boljom suradnjom između različitih sektora te jasno s više financijskih sredstava. Većina ispitanika smatra da unapređenju vodoopskrbnih sustava ne pridonosi samo državna aktivnost, nego i lokalna i regionalna samouprava, vodoopskrbna poduzeća, Hrvatske vode, sveučilišta i znanstveno-istraživačke institucije te pojedinci. Polovica ispitanika umjereno je upoznata s pitanjima i poteškoćama u vezi prekograničnog upravljanja vodnim resursima, dok je većina preostalih slabo upoznata. Ispitanici ovakve radionice smatraju korisnima, jer su one prilika za razmjenu mišljenja o problemima zaštite krških vodonosnika i vodoopskrbi općenito.

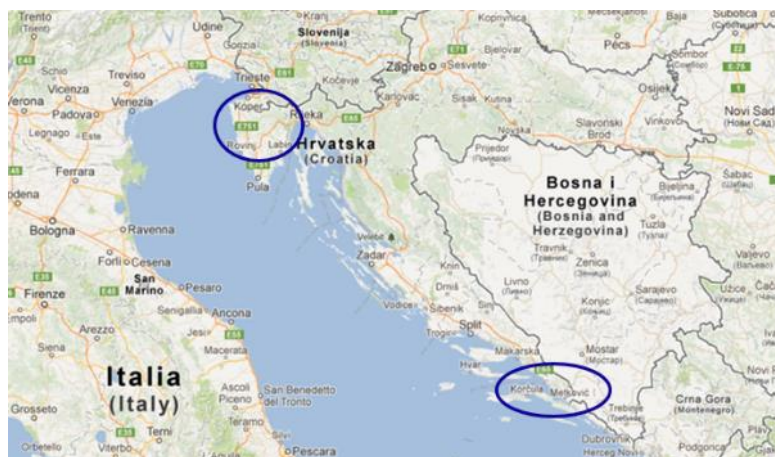
Jedna od dvije u budućnosti planirane nacionalne radionice će se održati u području južne Dalmacije, u blizini izvora Prud koji predstavlja jedno od istraživanih područja u sklopu projekta. Tako će se izravnije u projekt uključiti i dionici s juga, od lokalne i područne uprave do lokalnih vodovoda (Metković, Ploče, NPKL, Blato na Korčuli, Vrgorac i dr.).

2.4. Radni paket 4 (WP4) – upravljanje prekograničnim vodnim resursima

Radni paketi 4, 5 i 6 (WP4, WP5 i WP6) obuhvaćaju rad projektnih partnera na problematici prekogranične vodoopskrbe i upravljanja prekograničnim vodnim resursima.

Radni paket 4 (WP4) obuhvaća upravljanje prekograničnim vodnim resursima, a voditelj paketa je hrvatski partner Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci. U sklopu paketa, na odabranim pilot područjima projektni partneri analizirat će utjecaj klimatskih promjena/varijacija na raspoloživost vodnih resursa, različite scenarije promjena u potrebama za vodom te kakvoću vodnih resursa. Analizirat će se relevantna regulativa zemalja uključenih u Projekt vezana uz upravljanje vodnim resursima u cilju izrade zajedničke podloge za zaštitu prekograničnih vodnih resursa koji se koriste u vodoopskrbi [3].

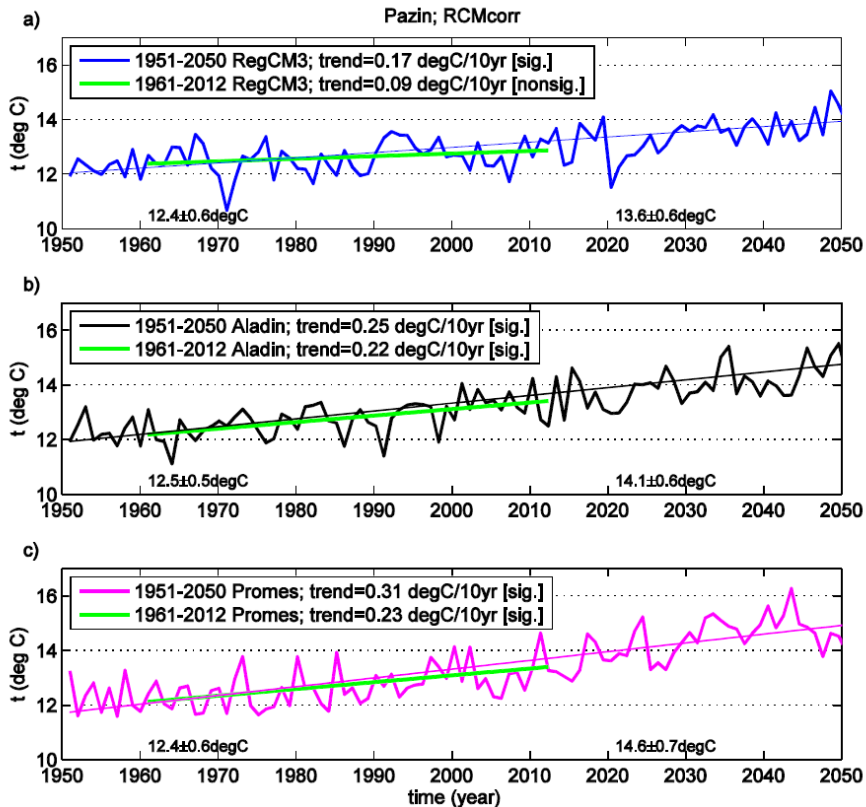
Pilot područja u Hrvatskoj koja su odabrana za provedbu planiranih analiza u Projektu su: područje sjeverne Istre – slivovi izvora Sv. Ivan, Gradole i Bulaž te područje u južnoj Dalmaciji – sliv izvora Prud te Blatskog polja (Slika 2).



Slika 2. Pilot područja u Hrvatskoj

Projektni tim Katedre za hidrotehniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci analizirat će za oba pilot područja utjecaj klimatskih promjena na vodne bilance kako bi se utvrdile promjene u raspoloživosti vodnih resursa. Na Slici 3. prikazani su rezultati analize promjene temperature temeljem mjerenih podataka i simulacijskih modela (RegCM3 [4], Aladin [5] i Promes [6]) za sjevernu Istru (Pazin) u periodu od 1950. do 2050., što je jedan od ulaznih parametara za analizu raspoloživosti vodnih resursa do 2050. godine.

Na oba pilot područja sagledat će se potrebe za vodom (za opskrbu pitkom vodom, ali i za ostala korištenja) te analizirati različiti scenariji promjena u potrebama. Na temelju utvrđenih potreba za vodom i raspoloživih obnovljivih količina (sadašnjih i budućih) izračunat će se indeks iskoristivosti vodnih resursa (eng. WEI – Water Exploitation Index). Cilj je analizirati rizik od nedostatka vode za opskrbu pitkom vodom u bližoj budućnosti (za razdoblje 2021.-2050).



Slika 3. Trend porasta srednje godišnje temperature zraka za Pazin prema tri klimatska modela – RegCM3, Aladin i Promes (1950.-2050.)

Kakvoća vode drugi je aspekt koji će se analizirati u sklopu radnog paketa 4. Objedinit će se podaci o kakvoći vode na izvorištima pilot područja te analizirati trendovi u promjeni kakvoće kako bi se utvrdili rizici. Planira se sagledati i utjecaj korištenja zemljišta na kakvoću vode. Za provedbu potrebnih analiza, na pilot područjima dijelom će se primjenjivati metodologije razvijene u projektu CC-WaterS [7,8] kojem je težište bilo na utjecaju klimatskih promjena na raspoloživost vodnih resursa za potrebe opskrbe pitkom vodom.

Analize raspoloživih količina i kakvoće vode te problematike na pilot područjima bit će temelj za analizu pravnog okvira upravljanja vodnim resursima u prekograničnom kontekstu. Naime, dio zemalja uključenih u Projekt su članice EU te primjenjuju Okvirnu direktivu o vodama [9] i ostale direktive kroz svoje usklađene zakonske akte i podakte. Ostale zemlje u različitim su fazama implementacije europskih direktiva. Međutim, procedure zaštite vodnih resursa koje se koriste za vodoopskrbu uspostavljanjem zona sanitarne zaštite se razlikuju. Ukazuje se potreba za usklađivanjem procedura zaštite vodnih resursa u pograničnim područjima.

Projektni timovi Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci i sastavnica Univerze u Ljubljani razmatrat će mogućnosti usklađivanja procedura Hrvatske i Slovenije kroz problematiku zaštite izvorišta sjeverne Istre.

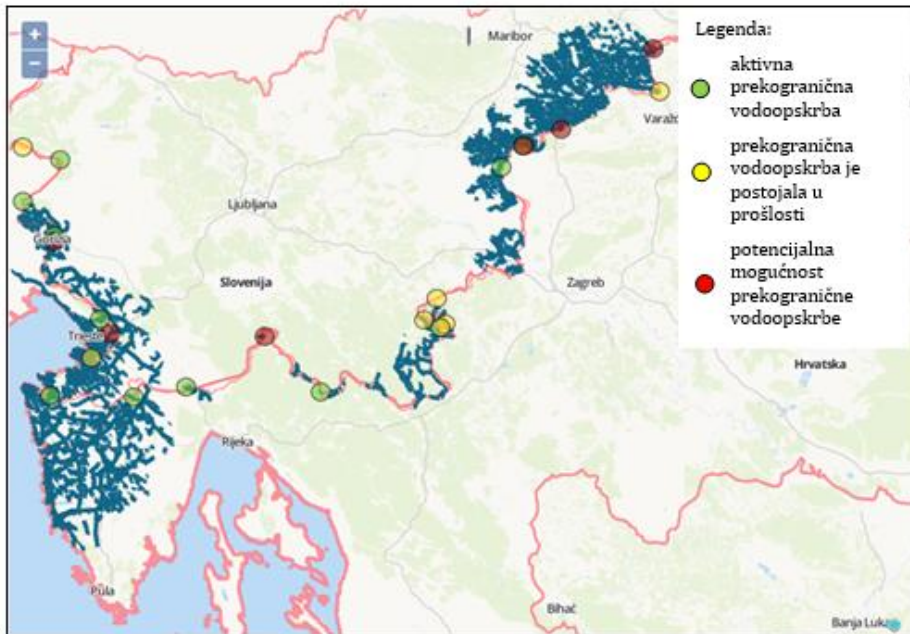
U realizaciji planiranih aktivnosti na pilot područjima u Hrvatskoj Građevinski fakultet će surađivati s ostalim hrvatskim partnerima. Hrvatski geološki institut će preispitati i novelirati slive granice važnog krškog vodoopskrbnog izvora Prud, što će činiti podlogu za hidrološke analize koje će provoditi Fakultet. U suradnji s Hrvatskim geološkim institutom i Institutom za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu razmatrat će se mogućnosti usklađivanja procedura upravljanja prekograničnim vodonosnicima Hrvatske i Bosne i Hercegovine kroz problematiku zaštite izvorišta Prud.

U radnom paketu 4 treba istaknuti aktivnost Istarske županije koja će kroz projekt DRINKADRIA financirati izradu "Programa mjera sanacije unutar zona sanitarne zaštite Istarske županije za postojeće građevine i postojeće djelatnosti".

2.5. Radni paket 5 (WP5) – upravljanje prekograničnim vodoopskrbnim sustavima

U radnom paketu 5 (WP5) težište je na prekograničnoj vodoopskrbi. Aktivnosti koje će se provoditi u radnom paketu su: povijesni pregled prekogranične vodoopskrbe, analiza postojeće i planirane prekogranične suradnje, podloge za razvoj protokola i procedura za efikasnu prekograničnu vodoopskrbu i razvoj ekonomskog modela dugoročnog planiranja prekograničnih i regionalnih vodoopskrbnih sustava [3].

Partneri u Hrvatskoj analizirat će prekogranične vodoopskrbne sustave sa Slovenijom te Bosnom i Hercegovinom. Projektni tim Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci zadužen je za prikupljanje podataka o prekograničnoj vodoopskrbi prema Sloveniji (Slika 4), a Hrvatski geološki institut prema Bosni i Hercegovini. Istarski vodovod analizira suradnju s Rižanskim vodovodom koji opskrbljuje slovensko primorje.



Slika 4. Prikaz lokacija prekogranične vodoopskrbe u GIS-u na granici Italija/Slovenija i Hrvatska/Slovenija [1]

U prvom dijelu Projekta projektni tim Građevinskog fakulteta je obradio pet slučajeva prekogranične vodoopskrbe između Hrvatske i Slovenije.

Prvi slučaj obuhvaća komunalna poduzeća Liburnijske vode d.o.o. (HR) i JP Komunalna Ilirska Bistrica d.o.o. (SLO). Voda se iz Slovenije dostavlja u hrvatska naselja Brdce, Pasjak i Šapjane, te preko hrvatskog teritorija u slovensko naselje Jelšane. Rupa i Klana također dobivaju vodu iz Slovenije, ali samo u sušnom razdoblju. U prošlosti se voda iz Slovenije distribuirala do Čikovića i Matulja. U Hrvatskoj je rekonstruiran vodoopskrbni sustav, te se s njime može opskrbiti prethodno navedena hrvatska i slovenska naselja vodom iz hrvatskih izvora.

U drugom primjeru hrvatsko komunalno poduzeće Humkom d.o.o. kupuje vodu od slovenskog poduzeća OKP Rogaška Slatina d.o.o., za vodoopskrbu dijela hrvatskih općina Hum na Sutli i Zagorska sela. Isporuka slovenske vode će prestati nakon izgradnje mreže na hrvatskoj strani.

Treći primjer obuhvaća izvor vode kod sela Brest u Općini Lanišće (HR) koji se koristi i za opskrbu dijela slovenskog naselja Rakitovec. Ovaj sustav ne spada u nadležnost niti jednog komunalnog društva, nego o njemu brinu mještani sela Brest i Općina Lanišće.

U četvrtom slučaju Komunalac-VIO d.o.o. Delnice isporučuje vodu Sloveniji za dio mjesta Kuželj koji je na slovenskoj strani državne granice koju čini rijeka Kupa. Ovdje se također i otpadne vode iz Hrvatske odvede u Sloveniju, jer se ondje nalazi uređaj za pročišćavanje. U ovom primjeru voda se ne naplaćuje.

Peti primjer je slučaj potencijalne prekogranične vodoopskrbe, u kojem bi Međimurske vode d.o.o. Čakovec mogle isporučivati vodu Komunalnom podjetju Ormož d.o.o. iz Slovenije. Razlog tome je skup i zahtjevan postupak pročišćavanja vode za piće kojeg provodi navedeno slovensko poduzeće. Na tom području postojao je i slučaj u prošlosti, jer je hrvatsko naselje Banfi do 1995. bilo spojeno na slovenski vodovod, a vodu je isporučivalo Komunalno podjetje Ormož.

Analizirani primjeri bit će korisni za izradu podloga za razvoj protokola i procedura za efikasnu prekograničnu vodoopskrbu te planiranje prekograničnih vodoopskrbnih sustava.

2.6. Radni paket 6 (WP6) – pilot akcije/investicije

U okviru radnog paketa 6 (WP6) bit će implementirane pilot akcije/investicije koje bi trebale rezultirati boljom vodnom uslugom, poboljšanjem operativne sigurnosti vodoopskrbnog sustava, odnosno učinkovitijom i djelotvornijom vodoopskrbom i gospodarenjem vodnim resursima [3]. Starenje vodovodne mreže i veliki gubici danas predstavljaju značajan problem. Smanjenjem gubitaka uvelike bi se doprinijelo smanjenju pritiska na dostupna izvorišta te, naravno, ekonomičnosti i ekološkoj učinkovitosti vodoopskrbnih sustava. Razvoj boljeg sustava nadzora i modeliranja mogao bi predvidjeti važne rezultate i omogućiti potrebne informacije za pravovremenu reakciju kao što je identifikacija zona s većim gubicima, curenjem, upravljanjem opskrbnim tlakovima, razvojem područja mjerenja. Sve će pilot akcije predvidjeti i alate za učenje kao i sam komunikacijski proces. Identificirat će se kako vladajuća struktura podupire upravljanje vodoopskrbom, te sukladno tome mogućnosti njihova poboljšanja.

Ovaj se radni paket sastoji od tri aktivnosti: razvoja zajedničkog analitičkog okvira, individualnih pilot akcija/investicija te razvoja pravila i dokumentiranja iskustava.

U ovome paketu Fakultet ne sudjeluje. Jedini hrvatski partner uključen u paket je Istarski vodovod d.o.o. koji će nabavom i ugradnjom elektromagnetnih ili ultrazvučnih vodomjera na daljinsko očitavanje, mjerača tlaka i programskog paketa za prihvata podataka iz vodomjera i

mjerača tlaka za praćenje gubitaka u vodoopskrbnoj mreži nastaviti razvoj Sustava daljinskog nadzora i upravljanja (SDU).

3. Zaključak

Cilj ovoga rada je prezentirati strateški projekt DRINKADRIA koji se sufinancira sredstvima Europske Unije u okviru programa IPA Adriatic Cross Border Cooperation 2007 – 2013, s naglaskom na aktivnosti Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci u njegovoj realizaciji.

Projekt je od velikog značaja za Jadransku regiju jer obuhvaća upravljanje jednim od najznačajnijih resursa za ljudsko društvo, a to je voda. Očekivani rezultat Projekta je izrada podloga za razradu strategija i procedura za sigurnu prekograničnu vodoopskrbu koja je prihvatljiva za sve uključene zemlje partnere Projekta, kao i izrada regionalnih dokumenata s ciljem zaštite izvorišta pitkih voda.

Projektom se želi doprinijeti osiguravanju dostatnih količina zdravstveno ispravne pitke vode na projektnom području za buduće generacije, što će doprinijeti osiguranju kvalitete života na tom području.

Uz zajedničke projektne ciljeve i rezultate kojima će se doprinijeti na razini cijele Jadranske regije (s obzirom da je riječ o programu IPA CBC), ostvarit će se niz lokalnih ciljeva kojima će se unaprijediti upravljanje vodnim zalihama na lokalnoj i regionalnoj razini u partnerskim zemljama (npr. izrada regionalnih programskih dokumenata s ciljem zaštite izvorišta pitkih voda, određivanje slivnih granica izvora, unaprjeđenje upravljanja određenom vodoopskrbnom infrastrukturom i dr.).

Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci Projektu će doprinijeti razvijanjem metodologija i upravljačkih procedura u okviru istraživanja koja će, u suradnji s ostalim hrvatskim projektnim partnerima, provoditi na pilot području sjeverne Istre (izvori Sv. Ivan, Bulaž, Gradole) i u Dalmaciji na područjima izvora Prud i otoka Korčule te obuhvatiti prekograničnu problematiku vodoopskrbe i zaštite vodnih resursa između Hrvatske i Slovenije te Hrvatske i Bosne i Hercegovine.

Literatura

- [1] www.drinkadria.eu (pristupljeno 18.07.2014.)
- [2] www.adriaticipacbc.org (pristupljeno 18.07.2014.)
- [3] Karleuša, B., Brajković, M., Dravec, Lj., Terzić, J., Iskustva u prijavi i provedbi međunarodnog projekta DRINKADRIA, *Zbornik radova Stručno-poslovnog skupa s međunarodnim sudjelovanjem: Aktualna*

problematika u vodoopskrbi i odvodnji, 22.-26.10.2014, Cavtat (u postupku objavljivanja).

- [4] Pal, J.S. and Co-authors, Regional climate modeling for the developing world: The ICTP RegCM3 and RegCNET, *Bulletin of the American Meteorological Society*, br. 88: 1395-1409, 2007.
- [5] Bubnova, R., Hello, G., Bénard, P., Geleyn, J-F., Integration of the fully elastic equations cast in hydrostatic pressure terrain-following coordinate in the framework of the ARPEGE/Aladin NWP system, *Monthly Weather Review*, br. 123: 515-535, 1995.
- [6] Castro, M., Fernández C., Gaertner M.A., Description of a meso-scale atmospheric numerical model. In: J.I. Díaz, J.L. Lions (eds), *Mathematic, climate and environment*, Masson, 1993.
- [7] http://www.ccwaters.eu/downloads/WP3_Final_Report_version_1_2.2010.pdf (pristupljeno 28.08.2014.)
- [8] www.ccwaters.eu (pristupljeno 28.08.2014.)
- [9] Okvirna direktiva o vodama, <http://www.voda.hr/001-679> (pristupljeno 28.08.2014.)



UPRAVLJANJE BUJIČNIM SLIVOVIMA I ZAŠTITA OD BUJIČNIH POPLAVA

TORRENT CATCHMENT MANAGEMENT AND FLASH FLOOD PROTECTION

Nevena Dragičević*, Barbara Karleuša*, Nevenka Ožanić*

Sažetak

U radu je dan pregled europske i hrvatske regulative koja se odnosi na upravljanje bujicama i zaštitu od bujičnih poplava. Obuhvaćene su mjere zaštite od poplava uzrokovanih bujicama vezane uz upravljanje bujičnim slivovima te ublažavanje i prevenciju poplava uzrokovanih bujičnim tokovima. Dan je pregled projekata na temelju kojih su izrađene smjernice za upravljanje bujičnim slivovima i zaštitu od bujičnih poplava u EU. Ističe se problematika upravljanja bujičnim slivovima površine manje od 10 km² te predlaže metodologija utvrđivanja poplavnog značaja tih slivova.

Ključne riječi: *upravljanje bujičnim slivovima, zaštita od bujičnih poplava, regulativa, mjere*

Abstract

Within this paper an overview of the European and Croatian legislative that refers to torrent management and protection from flash flood is given. It encompasses flash flood protection measures regarding torrent catchment management and mitigation and flash flood prevention. Overview of existing projects is given, on which guidance for torrent catchment management and flash flood protection for the EU are based. It emphasises the torrent catchment management on catchments with an area of less than 10 km², as well as gives suggestions for developing methodology for defining the flood significance for these catchments.

Key words: *torrent catchment management, flash flood protection, legislative*

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
{nevena.dragicevic, barbara.karleusa, nozanic}@gradri.uniri.hr

1. Uvod

Unatoč sve većem tehnološkom napretku, ranjivost društva na bujične poplave i njihove posljedice danas je još uvijek velika [1]. Bujice su stalni ili povremeni vodotok čija su obilježja: velike i brze oscilacije protoka, turbulentno tečenje jake erozivne sposobnosti, sklonost ka promjeni smjera tečenja te veliki pronos nanosa koji može pokrenuti klizišta [2]. Bujična poplava je iznenadna lokalna poplava velikog volumena i kratkog trajanja koja slijedi nekoliko sati (obično manje od 6 sati) nakon jake ili obilne kiše, uslijed sloma brane ili nasipa te naglih ispuštanja vode. Osim intenziteta i trajanja oborina, faktori koji imaju ključan utjecaj na pojavu bujičnih poplava su topografija, pokrov terena i stanje tla, odnosno vrsta tla. Nedostaci topografskih uvjeta poput strmih terena, brdsko–planinskih terena, uskih dolina ili jaruga ubrzavaju tečenje i povećavaju vjerojatnost pojave bujičnih poplava [3]. U urbanim sredinama s velikom koncentracijom stanovništva na relativno malim prostorima bujične poplave i danas predstavljaju znatan problem u svijetu i Republici Hrvatskoj [4].

Općenito se upravljanje rizicima od poplava zasniva na načelima solidarnosti, prvenstva u potrebama, hitne službe, trajne imobilizacije i mobilizacije; planira se i koordinira na razini vodnog područja u cilju smanjenja rizika od štetnih posljedica poplava, posebno po život, zdravlje i imovinu ljudi, okoliš, kulturnu baštinu, gospodarske djelatnosti i infrastrukturu [2]. Sve navedeno postaje složenije ukoliko se razmatra upravljanje rizicima od bujičnih poplava, gdje se očekuje brzo i učinkovito djelovanje svih sudionika u zaštiti od poplava i gdje uključenost educiranog lokalnog stanovništva ima izuzetno velik značaj.

U radu će se dati pregled europske i hrvatske regulative koja se odnosi na upravljanje bujicama i zaštitu od bujičnih poplava te projekata na temelju kojih su izrađene smjernice za upravljanje bujičnim slivovima i zaštitu od bujičnih poplava u EU. Istaknut će se problematika upravljanja bujičnim slivovima površine manje od 10 km² i dati prijedlog analize poplavnog značaja tih bujica. Analize relevantne regulative, projekata i mogućnosti unaprjeđenja upravljanja bujičnim slivovima provedene su u sklopu bilateralnog hrvatsko–japanskog, znanstveno–istraživačkog projekta *Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj* u kojem je sudjelovao Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci u periodu od 2009. do 2014. godine.

2. Upravljanje bujičnim slivovima i zaštita od bujičnih poplava kroz regulativu Europske Unije

Europska Unija kao Zajednica zahtijeva transparentan, učinkovit i usklađen zakonski okvir unutar vodne politike, s definiranim zajedničkim načelima i općim okvirom za djelovanje. Osnovni takav zakonski okvir na razini cijele Zajednice predstavlja Okvirna direktiva o vodama [5] čija je svrha osigurati takav okvir, koordinirati i objedinjavati i, na dulji rok, dalje razvijati opća načela i strukture za zaštitu i održivu uporabu vode u Zajednici, u skladu s načelom supsidijarnosti. Ona zahtijeva izradu planova upravljanja vodnim područjem kako bi se pridonijelo ublažavanju učinaka od poplava, propisuje obavezu zemalja članica da odrede pojedinačne slivove na svom državnom teritoriju, grupiraju ih u vodna područja, a male slivove pripoje većima ili povežu s obližnjim slivovima [5]. Smanjenje poplavnih rizika nije jedan od temeljnih ciljeva te direktive te je stoga 23. listopada 2007. godine donesena Direktiva o procjeni i upravljanju poplavnim rizicima [6] čija je svrha uspostaviti okvir za procjenu i upravljanje poplavnim rizicima s ciljem smanjivanja štetnih posljedica poplava u Zajednici za zdravlje ljudi, okoliš, kulturnu baštinu i gospodarsku aktivnost [5, 6].

Kako bi prevencija i ublažavanje od poplava bilo učinkovito na razini Europske Unije neophodna je suradnja država članica međusobno, ali i sa državama nečlanicama. Odlukom o uspostavi mehanizma Zajednice za omogućavanje povećane suradnje u intervencijama pružanja pomoći civilne zaštite omogućena je potpora i pomoć država članica u slučaju velikih nesreća, uključujući i poplave [7]. Za potrebe hitne financijske pomoći u slučaju velike nesreće uspostavljen je Fond solidarnosti Europske Unije kao pomoć pogođenom stanovništvu, regijama i državama kako bi se u što kraćem razdoblju sanirali i vratili u uobičajeno stanje [6].

Države članice Europske Unije obavezne su prema Direktivi o procjeni i upravljanju poplavnim rizicima [6] za svako vodno područje ili jedinicu upravljanja, kao i dio međunarodnog vodnog područja koji se nalazi na njihovom teritoriju izvršiti preliminarnu procjenu poplavnih rizika te izraditi planove upravljanja poplavnim rizicima. Planovi moraju obuhvaćati sve aspekte upravljanja poplavnim rizicima, s naglaskom na prevenciju, zaštitu, pripravnost, uključujući prognoze poplava i sustave ranog upozoravanja te uzeti u obzir značajke određenog riječnog sliva ili podsliva. Također, dužne su izraditi karte opasnosti i rizika od poplava [6]. Karte opasnosti od poplava su zemljovidni prikaz mogućnosti razvoja određenih poplavnih scenarija, dok karte rizika od poplava sadrže prikaz mogućih štetnih posljedica razvoja scenarija prikazanih u zemljovidima [2].

Prve smjernice za upravljanje bujičnim poplavama, temeljene na postojećem pravnom okviru, objavljene su 2002. godine pod naslovom

Smjernice za prevenciju i ublažavanje bujičnih poplava izrađene pod pokroviteljstvom projekta NEDIES (Natural and Environmental Disaster Information Exchange System) [1]. Namijenjene su donositeljima odluka na različitim razinama od nacionalne, regionalne do lokalne uprave involvirane u upravljanje katastrofama te kao smjernice stručnjacima i informacija široj javnosti. Smjernicama su predložene informacije (Tablica 1.) koje je potrebno prikupiti o svakom analiziranom području, a obuhvaćaju niz različitih podataka o geografiji, geologiji, geomorfologiji, hidrologiji, hidraulici, vegetaciji, korištenju zemljišta, riječnim vodnim građevinama, povijesnim analizama lokalnih poplavnih događaja i slično. Kao pomoć pri prikupljanju navedenih podataka neophodno je koristiti se alatima poput baza podataka općih informacija, GIS aplikacija za potrebe grafičkog prikaza karata i njihovu djelomičnu analizu te odabrane kompjuterske aplikacije za obradu podataka, odnosno obradu ulaznih parametara hidrološkog i hidrauličkog modela [1].

Najčešća strategija za prevenciju od poplava je implementacija građevinskih mjera poput izgradnje nasipa za obranu od poplava, oteretnih kanala, retencija, proširenja korita vodotoka, vraćanja vodotoka u prvobitno stanje i slično, kako bi se smanjio rizik od poplave. Međutim, one često rezultiraju značajnim utjecajem na okoliš. Iako doprinose smanjenju poplava i njihovoj prevenciji, također imaju i nedostatke poput problema sa dugotrajnošću takvog zahvata, lažnog osjećaja sigurnosti te troškova funkcioniranja i održavanja [1,8].

Tablica 1. Izvori informacija za procjenu rizika od poplava [8, 9]

IZVOR	KARAKTERISTIKE
POVIJESNI PODACI	Gdje su se u povijesti javile bujične poplave, njihova razornost i posljedice.
METEOROLOŠKI I HIDROLOŠKI PODACI	Procjena mjesta poplavnog događaja i njegovog opsega. Za regije smještene daleko od rijeka, omogućuju samo procjenu oborine koja može uzrokovati ovakav događaj (trajanje, intenzitet)
ANALIZA POTENCIJALNOG PROLOMA HIDROTEHNIČKIH OBJEKATA	Za većinu hidrotehničkih objekata pripremaju se izvješća u fazi projektiranja sa procjenom vjerojatnosti njihova proloma.

Negrađevinske mjere koje obuhvaćaju planiranje korištenja i gospodarenja zemljištem, podizanje svijesti o problemu putem različitih metoda informiranja javnosti, uvođenje sustava uzbunjivanja te planiranje mjera oporavka nakon katastrofe su održive i zahtijevaju znatno manja investicijska ulaganja. Njihov je utjecaj na okoliš zanemariv. Implementacija

regulative na svim razinama od europskih, nacionalnih, regionalnih pa sve do lokalnih jedna je od negrađevinskih mjera koje potiču promicanje zakonskog okvira na područjima sklonima poplavama, ali i nadogradnju istih [1].

Uspješno gospodarenje poplavama zavisi o promišljenoj i dugoročnoj integraciji građevinskih i negrađevinskih mjera u kombinaciji s primjenom metodologije procjene rizika čime se ostvaruje zatvoren okvir gospodarenja poplavama. Pozitivni rezultati ovise o pravilnom odabiru odgovarajućih mjera, temeljenih na karakteristikama poplava analiziranog područja, fizičkih i morfoloških karakteristika poplavnog područja, ekonomskih i socijalnih uvjeta, te političkih i okolišnih uvjeta [1].

2.1. Bujične poplave i projekti vezani uz istraživanje bujičnih poplava na području Europe

Posljednjih desetljeća ekstremni poplavni događaji sve su učestaliji u Europi naročito u dijelovima sa intenzivnijim sušnim razdobljima. Javnost najčešće poplave doživljava i prepoznaje kao poplave velikih nizinskih rijeka, iako je dokazano da je većina smrtonosnih poplava upravo bujičnog tipa [3]. Takve poplave u središnjoj i istočnoj Europi su prostorno ograničene i najčešće udaljene od glavnih rijeka te se javljaju na nekoj od bujičnih pritoka predstavljajući veliki izazov nacionalnim meteorološkim i hidrološkim službama, hitnim službama i lokalnim zajednicama, za prognoziranje poplavnih događaja, slanje upozorenja stanovništvu, hitne pripreme i odgovore neposredno prije i za vrijeme poplava [3]. Prema izvješću o klimatskim promjenama [10] u budućnosti će se veoma vjerojatno povećati broj poplavnih događaja diljem Europe, naročito onih bujičnog karaktera. Nažalost, bujične poplave najčešće pogađaju neizučene slivove, i vrlo često su slabo dokumentirana pojava, naročito na slivnim područjima manjih površina [11]. Naglo mijenjaju tečenje vodotoka, a njihovi su dinamični hidromorfološki procesi česti u alpskim slivovima. Posljedice njihova djelovanja su privremene ili pak trajne promjene toka rijeke, čime se komplicira upravljanje rizicima od poplava [10].

Prosječni godišnji ekonomski gubitci uzrokovani prirodnim katastrofama diljem svijeta procijenjeni su na 40 milijardi eura [11]. Potrebno je napomenuti da su u zadnja dva desetljeća poplave prouzrokovale milijarde eura štete samo u Francuskoj [12]. Ukupne ekonomske štete procjenjuju se na 1,2 milijarde eura samo za bujičnu poplavu rijeke Gard iz 2002. godine te 3,3 milijarde eura za Aude iz 1999. godine [11]. U Europi, nizinske poplave su rijetko povezane sa smrtnošću osim u slučajevima popuštanja nasipa. U kontrastu s time, bujične poplave često rezultiraju gubicima života. Primjer takvih bujičnih poplavnih događaja je Lynmouth poplava u Velikoj Britaniji 1952. godine sa

zabilježena 34 smrtna slučaja, zatim poplava u Barceloni, Španjolska, 1962. s više od 400 mrtvih, Piedmont regija u Italiji 1968. te ponovo 1994. sa 74 odnosno 69 mrtvih te Aude u Francuskoj 1999. s 35 mrtvih [11, 13]. Popis značajnijih bujičnih poplava u razdoblju od 1994. do 2006. godine na europskom području prikazani su u Tablici 2. Navedene pojave pripadaju događajima na slivovima većim od 10 km². Nažalost kao što je već ranije navedeno, bujični događaji naročito na malim slivovima rijetko su evidentirani te su informacije i podaci o njihovim pojavama i razmjeru šteta teško i rijetko dostupne (primjeri bujičnim poplavama sklonih slivova manjih od 10 km²: u Ujedinjenom Kraljevstvu - Aylesbury, Barton-Le-Clay, Beebham, Bicester, Holme Green, Hook, Letchworth, Luthon, South Hinksey, Stevenage, Toddington, Tring Wingrave [14] te u Italiji Ravone bujica [15]).

Zbog sve učestalijih poplava, zadnjih 15-ak godina povećao se interes za istraživanjem fenomena bujičnih poplava. U tom je razdoblju pokrenut veliki broj projekata na tu temu, a jedan od prvih je i *Povijesne poplave sa gledišta integriranog upravljanja poplavama (Study of Historical Floods from an Integrated Flood Management Viewpoint)* [3]. Glavni cilj ovog projekta je povećanje pripremljenosti i reakcije lokalne vlasti i stanovništva u zajednicama sklonim bujičnim poplavama s ciljem smanjenja ranjivosti ugroženog stanovništva. Fokus je dan na optimizaciju i procjenu postojećih tehnologija za predviđanje bujičnih poplava sa socijalno ekonomskog aspekta obuhvaćenih zajednica.

Prema njemu i izvješću sedam različitih europskih zemalja (Bugarske, Češke, Litve, Poljske, Rumunjske, Slovačke i Slovenije) [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] o bujičnim poplavama i iskustvima u prošlosti nastale su prve *Smjernice upravljanja bujičnim poplavama – nedavna iskustva centralne i istočne Europe iz 2007. godine* [3, 23].

Proučavanjem uočena je važnost bujičnih poplava te snaga njihove razornosti sa posljedicama ljudskih žrtava i velikih materijalnih šteta. U Češkoj Republici, Slovačkoj i Poljskoj uspostavljen je sustav ranog upozoravanja, međutim, njihove osnovne komponente poput širenja obavijesti o opasnosti te plana djelovanja lokalnih vlasti u to vrijeme još su bili u razvoju [18, 21, 22]. Uočena je potreba za većom i intenzivnijom edukacijom lokalnog stanovništva ugroženog bujičnim poplavama te nužnost razvoja metodologija za predviđanje i upozoravanje na bujične poplave, kao i razvijanje planova akcije lokalnih vlasti za potrebe pravovremene i prave reakcije na poplavne događaje [3, 16, 24].

FLASH projekt (*Observations, Analysis and Modeling of Lightning Activity in Thunderstorms, for use in Short Term Forecasting of Flash Floods*) obuhvatio je pilot područja u pet različitih zemalja: Izraelu, Italiji, Grčkoj, Španjolskoj i Cipru, čije analize su se temeljile na prikupljenim i analiziranim podacima i mjerenim oborinama [25, 26]. Utjecaj i međuodnos

munja i oborina na pojavu poplava bujičnog tipa analiziran je s ciljem kratkoročnih prognoza bujičnih poplava na analiziranim područjima.

Tablica 2. Popis značajnijih bujičnih poplava u Europi od 1994. do 2008. godine [8, 29]

SLIVNO PODRUČJE RIJEKE/ VODOTOKA	DATUM	DRŽAVA	POPLAVLJENO PODRUČJE [km ²]	TRAJANJE OLUJNOG NEVREME NA [h]
Giofyros	13.01.1994.	Grčka	166	14
Avène	6.10.1997.	Francuska	33,7-55	18
Malà Svinka i Dubovický	20.7.1998.	Slovačka	15,8-35,4	4
Posina	20.9.1999.	Italija	116	24
Aude	13.11.1999.	Francuska	9,5-305	24
Magarola	10.6.2000.	Španjolska	94,3	8,4
Štrbský	24.7.2001.	Slovačka	12,7	1
Sesia	5.6.2002.	Italija	75-983	22
Kamp	7.8.2002.	Austrija	70,1-622	31
Weisseritz	13.8.2002.	Njemačka	49,7-54,3	34
Gard	8.-9.9.2002.	Francuska	38,1-1856	28
Fella	29.8.2003.	Italija	23,9-623	12
Turniansky	19.6.2004.	Slovačka	70,4	1,25
Valency, područje Boscastle	16.8.2004.	Velika Britanija	20	6,75
Csdimcea	29.8.2004.	Rumunjska	50	19
Feernic	23.8.2005.	Rumunjska	168	5,5
Trisanna	23.8.2005.	Austrija	122	25
Costa Brava	13.10.2005.	Španjolska	57,3-73,8	9
Ilisua	20.6.2006.	Rumunjska	139	9
Cilt	30.6.2006	Rumunjska	36	4
Isarco i Passorio	3.-4.10.2006.	Italija	12-342	12,5
Almyrida	16.10.2006.	Grčka	24,7	15
Grinties	4.8.2007	Rumunjska	52	4
Selška Sora	18.9.2007.	Slovenija	31,9-212	16,5
Starzel	2.6.2008.	Njemačka	15,1-124	8

Daljnje istraživanje na projektu fokusirano je na smanjenje gubitaka ljudskih života i materijalnih šteta kroz poboljšanje pripremnosti i upravljanja rizicima od bujičnih poplava [25, 26, 27]. Cilj ovog projekta je istražiti metodologiju i povećati točnost prognoziranja poplava [3, 28].

Potrebno je spomenuti i *CRUE ERA-Net* projekt koji se bavi procjenom i upravljanjem rizicima od poplava. Temelji se na suradnji 12 zemalja

(Austrija, Belgija, Finska, Francuska, Njemačka, Mađarska, Irska, Italija, Poljska, Španjolska, Nizozemska, Ujedinjeno Kraljevstvo) koje su u povijesti imale problema s poplavama [31]. Direktiva o poplavama Europske Unije zahtjeva izradu karata poplava za područja velikog rizika za sve države članice do 2013. godine. U sklopu projekta predložene su smjernice i preporuke za izradu i vizualizaciju ovih karata po skupinama korisnika, kao i smjernice poboljšanja planova u slučaju katastrofe [30, 31, 32].

HYDRATE projekt (*Hydrometeorological Data Resources and Technologies for Effective Flash Flood Forecasting*) još je jedan takav projekt koji je obuhvatio šest pilot projekata u različitim zemljama (Španjolskoj, Francuskoj, Italiji, Slovačkoj, Grčkoj i Rumunjskoj) [11, 13]. Naglasak je dan na strategiju promatranja bujičnih poplava i usklađivanje postojećih europskih hidrometeoroloških postaja. Bujične poplave proučavane su usporedbom informacija dobivenih tradicionalnim hidrometeorološkim monitoringom, radarom te informacijama dobivenim na terenu [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39].

3. Upravljanje bujičnim slivovima i zaštita od bujičnih poplava u Hrvatskoj

Hrvatska pripada skupini vodom relativno bogatih zemalja koja je zbog prostranih brdsko–planinskih područja s visokim kišnim intenzitetima, širokih dolina nizinskih vodotoka, velikih gradova i vrijednih dobara na potencijalno ugroženim površinama, te zbog nedovoljno izgrađenih i održavanih zaštitnih sustava, prilično ranjiva od poplava [2, 40]. Približno 15% državnog teritorija potencijalno je ugroženo poplavama [2]. Prema analizi rizika od katastrofa najveći broj događaja i broj ljudskih žrtava u Hrvatskoj otpada na poplave te ukazuje na povećanu učestalost pojave poplava u periodu od 1989. do 2006. godine [41].

Zaštita od poplava na primorsko-istarskim slivovima vezana je ponajviše uz zaštitu urbanih sredina, turističkih područja, prometnica i poljoprivrednih površina od bujičnih poplava. U Istri postoji opasnost od brojnih bujica koje ugrožavaju gradove, naselja, prometnice i poljoprivredne površine na njenoj obali [42, 43]. Mnoge bujice ugrožavaju priobalne gradove Kvarnera i Hrvatskog primorja te naselja i poljoprivredne površine na kvarnerskim otocima. Dijelom neuređene brdske vode s Velebita ugrožavaju naselja i Jadransku magistralu duž čitavog područja od Senja prema Starigradu i Paklenici. Naselja Hrvatskog Zagorja ugrožavaju Krapina i njezini bujični pritoci. Medvedničke bujice usprkos djelomično izgrađenom zaštitnom sustavu prijetnja su gradu Zagrebu. Orljava i njene bujične pritoke opasnost su za naselja Požeške kotline. Također, od bujičnih brdskih voda nedovoljno su zaštićeni i drugi

gradovi i naselja na slivovima Save i Kupe, poput Ogulina, kao i mnoge poljoprivredne površine i infrastrukturne građevine. Najveći problemi zaštite od poplava na slivovima Drave i Dunava predstavlja mnoštvo neuređenih bujica koje ugrožavaju naselja i poljoprivredne površine u Međimurju, Podravini i Podunavlju. Dalmatinsku obalu od Zrmanje do Prevlake te dalmatinske otoke ugrožavaju brojne neuređene bujice, ali i neprimjerena gradnja kojom su presječeni mnogi bujični tokovi [43].

Zaštita od poplava i štetnog djelovanja voda u Hrvatskoj obuhvaćena je zakonskom regulativom i planskim dokumentima, od kojih su najvažniji:

- Zakon o vodama [2]
- Zakon o financiranju vodnog gospodarstva [44]
- Državni plan obrane od poplava [45]
- Strategija upravljanja vodama [43]
- Plan upravljanja vodnim područjima [7, 42]
- Glavni provedbeni plan obrane od poplava [46]
- Plan upravljanja vodama za 2013. godinu [47]
- Pravilnik o posebnim uvjetima za obavljanje djelatnosti vodoistražnih radova i drugih hidrogeoloških radova, preventivne, redovne i izvanredne obrane od poplava, te upravljanja detaljnim građevinama za melioracijsku odvodnju i vodnim građevinama za navodnjavanje [48]
- Zakon o zaštiti od elementarnih nepogoda [49]

Navedeni zakoni i dokumenti odnose se na upravljanje vodama iznad zadanog veličinskog praga [7, 8], u što spadaju vodotoci sa slivnom površinom iznad 10 km², odnosno oni koji u značajnoj mjeri utječu na neki površinski ekosustav. Manja vodna tijela nisu obuhvaćena Okvirnom direktivom o vodama, međutim ukoliko se pokaže da su ona bitna sa stanovišta upravljanja i gospodarenja vodama, odnosno da postoji potreba za primjenom mjera radi postizanja postavljenih ciljeva u zaštiti voda, bit će predmet analize i planiranja. To znači da se za mala vodna tijela, u koje spadaju tekućice sa slivnom površinom manjom od 10 km² na koje otpada 80% ukupne dužine svih obuhvaćenih tekućica u Republici Hrvatskoj (Tablica 3.), ne provodi analiza i tipizacija prema odredbama Okvirne direktive o vodama. Takva se vodna tijela, po potrebi, obrađuju prema kriterijima koji vrijede za veće vodno tijelo s kojim su u površinskom kontaktu, ili, ako takvog kontakta nema, za najbliže ili najprimjerenije veće vodno tijelo. Na Jadranskom vodnom području 70% ukupne duljine vodotoka pripada slivovima površina manjih od 10 km² [7, 43].

Vlada Republike Hrvatske treba donijeti mjere (Tablica 4.) uređenja voda prema višegodišnjim programima izgradnje te godišnjim planovima upravljanja vodama [45]. Za poslove uređenja voda i zaštite od štetnog

djelovanja voda zadužene su Hrvatske vode, kao i za izradu procjene rizika od poplava te karte opasnosti i rizika od poplava za vodna područja i po potrebi za njihove dijelove i podslivove [2, 42]. Hrvatskim zakonima i propisima vezano posebno za bujice navode se mjere prevencije i ublažavanja od bujičnih poplava, njihovog štetnog djelovanja i erozije [2, 43, 45] od kojih je dio prikazan u Tbllici 3.

Tablica 3. Mjere obrane od poplava prema Državnom planu obrane od poplava [45]

MJERE PLANIRANJA, STUDIJSKIH POSLOVA I PRAĆENJA VODNOG REŽIMA:
Planiranje i izvedba sustava praćenja vodnog režima i najave poplavnih voda
Planiranje i izrada matematičkih simulacijskih i prognostičkih hidroloških modela
Planiranje i upravljanje rizicima od poplava kroz praćenje izrade prostorno-planske dokumentacije, izdavanje vodopravnih akata i slično
Izrada i ažuriranje provedbenih planova obrane od poplava
Donošenje drugih planova i akata kojima se utvrđuju postupci, mjere i način izvršavanja poslova i zadataka
Praćenje hidrometeorološki, tehničkih i ostalih podataka potrebnih za predlaganje i provođenje mjera obrane od poplava
Ažuriranje hidroloških prognostičkih modela održavanje i unaprjeđivanje informacijskog i komunikacijskog sustava za sve razine rukovođenja obranom od poplava
MJERE PLANIRANJA, STUDIJSKIH POSLOVA I PRAĆENJA VODNOG REŽIMA
Planiranje i provedba poslova izgradnje, rekonstrukcije i dogradnje regulacijskih i zaštitnih vodnih građevina i građevina za osnovnu melioracijsku odvodnju koje mogu poslužiti prihvatu i evakuaciji velikih voda (vodne građevine u sustavu obrane od poplava)
Planiranje i provedba poslova održavanja prirodnih i umjetnih vodotoka i drugih voda, regulacijskih i zaštitnih vodenih građevina i građevina za osnovnu melioracijsku odvodnju u sustavu obrane od poplava
PREVENTIVNE PRIPREMNE RADNJE
Redoviti pregledi stanja ispravnosti regulacijskih i zaštitnih vodnih građevina i građevina za osnovnu melioracijsku odvodnju
Redoviti pregledi stanja uređenosti korita vodotoka i drugih voda radi osiguranja kontroliranog i neškodljivog protoka velikih voda
Osiguranje predviđenog retencijskog prostora za prihvata velikih voda u višenamjenskim akumulacijama
Popuna opreme i materijala za potrebe neposredne obrane od poplava, prije i tijekom provođenja neposredne obrane
Čuvanje opreme i materijala u terenskim centrima obrane od poplava i posebnim skladištima Hrvatskih voda i drugih pravnih osoba koje provode neposrednu obranu od poplava
NEPOSREDNE MJERE REDOVITE I IZVANREDNE OBRANE OD POPLAVA
Izrada prognoza veličine i vremena nailaska vodenog vala

Učestali pregledi stanja ispravnosti regulacijskih i zaštitnih vodnih građevina i građevina za osnovnu melioracijsku odvodnju od vremena proglašenja pripremnog stanja obrane od poplava do njenog opoziva

Provedba potrebnih mjera i radnji na regulacijskim i zaštitnim vodnim građevinama, te građevinama osnovne, a po potrebi i detaljne melioracijske odvodnje koje mogu poslužiti prihvatu i evakuaciji velikih voda

Otklanjanje uzroka koji ometaju protok voda koritom vodotoka

Stavljanje u funkciju izgrađenih objekata za rasterećenje velikih voda (oteretnih kanala, retencija, akumulacija s retencijskim prostorom za prihvata velikih voda, ustava, preljeva, odvodnih tunela i slično)

Izgradnja druge obrambene crte prije ili za vrijeme neposredne obrane od poplava ukoliko prijete neposredna opasnost od podvira, prodora, rušenja ili prelijevanja zaštitnih vodnih građevina

RADNJE NAKON PRESTANKA REDOVITE OBRANE OD POPLAVA

Izvođenje završnih radova u svezi s obranom od poplava (sakupljanje opreme, materijala i alata u skladišta i slično)

Hitne sanacije oštećenja regulacijskih i zaštitnih vodnih građevina nastalih za vrijeme obrane od poplava, radi otklanjanja neposrednih opasnosti koje mogu nastati kod prolaska novih vodnih valova

Čišćenje otpada, nanosa i drugih naplavina nastalih prolaskom vodnog vala

Geodetska snimanja poplavnih linija

Prikupljanje podataka o izvršenim radovima, utrošenom materijalu, troškovima provedene obrane od poplava i štetama na zaštitnim i regulacijskim vodnim građevinama, vodotocima i vodama

Nadoknada troškova za ljude, opremu i materijal Hrvatskih voda, pravnih osoba i drugih fizičkih i pravnih osoba, nastalih tijekom provođenja obrane od poplava

Izrada cjelovitog izvješća o provedenoj obrani od poplava s analizom i ocjenom provedenih mjera, troškova i šteta, te s prijedlozima za otklanjanje nedostataka, prema sadržaju i uputama koje su dane ovim Planom

Problematika bujičnih poplava obuhvaćena je istraživanjima provedenim u sklopu bilateralnog hrvatsko-japanskog, znanstveno-istraživačkog projekta Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj [50]. Jedan od aspekata istraživanja u sklopu projekta bio je usmjeren na analizu regulative koja obuhvaća upravljanje bujičnim slivovima i zaštitu od upravljanja bujičnim slivovima pri čemu se ukazala potreba detaljnije analize poplavnog značaja bujičnih slivova manjih do 10 km², što se detaljnije izaže u slijedećem poglavlju.

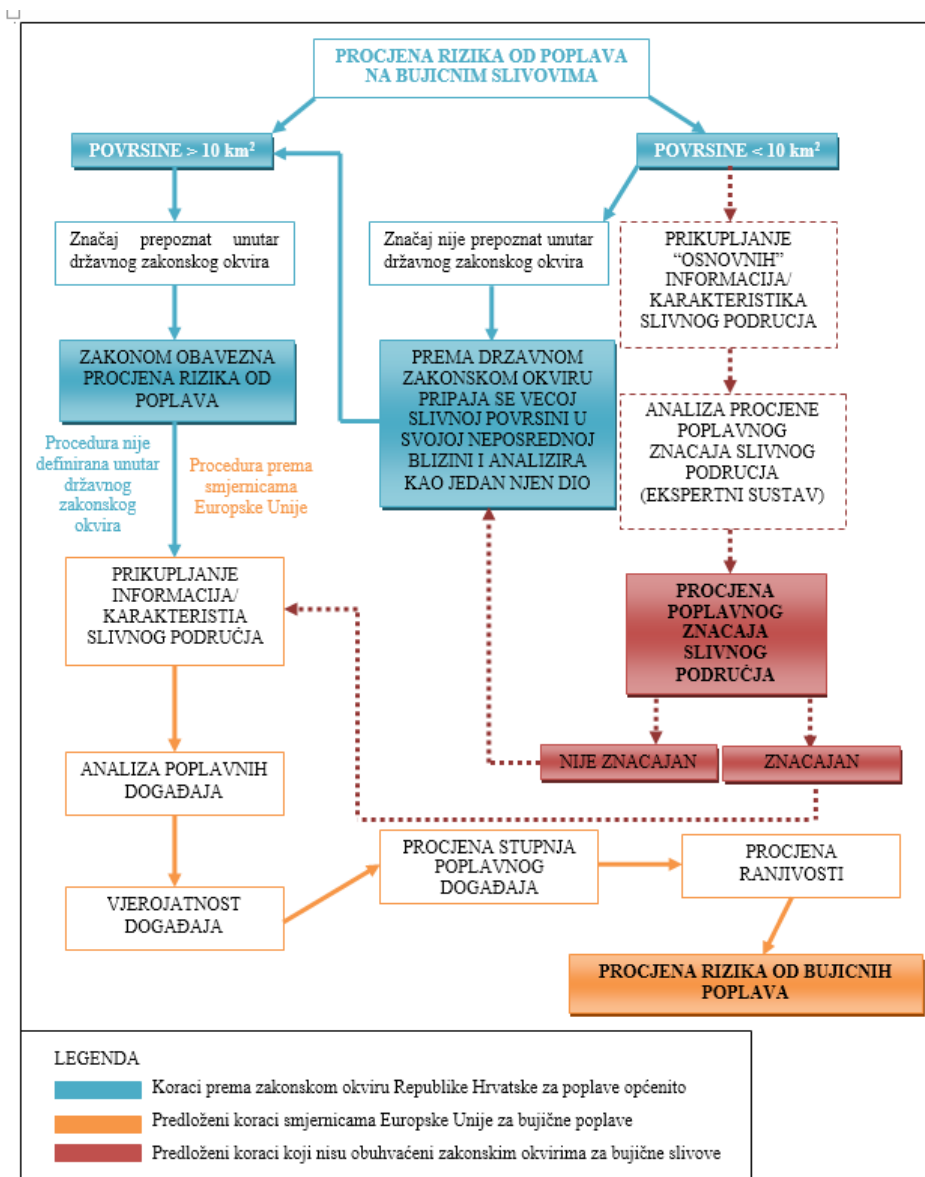
4. Mogućnost unapređenja upravljanja bujičnim slivovima i zaštite od bujičnih poplava u Hrvatskoj detaljnijom analizom poplavnog značaja slivova manjih od 10 km²

Prvi i osnovni korak upravljanja poplavama, općenito, pa tako i bujičnim poplavama, je izrada procjene rizika od poplava za svako vodno područje, a

po potrebi i za njegove dijelove [2]. Svaka takva procjena rizika mora obuhvaćati sve relevantne dijelove propisane Direktivom o procjeni i upravljanju poplavnim rizicima [6]. Nakon toga slijedi izrada karata opasnosti od poplava i karata rizika od poplava za vodna područja, a po potrebi za njegove dijelove i njihove podslivove [2].

Zakonom [2] je obavezna procjena rizika od poplava za vodna područja kao cjeline, a hoće li se ili ne izraditi procjena rizika pojedinačno za dijelove vodnih područja i njihove podslivove ovisi o tome da li je neki sliv, odnosno podsliv od poplavnog značaja. Do sada unutar zakona ne postoje odrednice, pravila i smjernice za određivanje poplavnog značaja pojedinih dijelova vodnih područja. Nadalje, zakoni Republike Hrvatske ne definiraju korake procesa procjene rizika od takvog događaja, već ih se može naći u smjernicama danim unutar zakonskog okvira Europske Unije, koji su nastali kao rezultati istraživanja na raznim projektima o poplavama. Sam proces procjene rizika i izrade karata zahtjeva multidisciplinarni i interdisciplinarni pristup, timski rad, opsežno istraživanje te znatna financijska sredstva. Stoga su manji slivovi unutar vodnih područja često zanemareni i pripojeni većem slivnom području u njihovoj neposrednoj blizini, te unutar njega sagledani kao cjelina.

U sklopu pregovora s Europskom Unijom, Hrvatska je bila obavezna uskladiti svoje zakone s onima Europske Unije. Stoga su zakoni Republike Hrvatske, vezani uz vode, danas velikim dijelom preuzeti iz direktiva Europske Unije. Hrvatski zakoni, samostalno, ne razrađuju detaljno problem upravljanja bujicama i bujičnim poplavama te kao takvi nisu dostatni i javlja se potreba za njihovom nadopunom. U nastavku je dan pregled postojećih koraka procjene rizika od poplava definiranih zakonima Republike Hrvatske i Europske Unije (Slika 1). Postojeći koraci upotpunjeni su prijedlogom autora rada postupkom definiranja značaja za bujične slivove manje od 10 km², čiji značaj od poplava nije prepoznat, niti našim niti Europskim, zakonima, kao i preporukom da se slivovi kojima se značaj na posljetku dokaže, dalje upute na samostalnu proceduru određivanja rizika od poplava prema zakonskim smjernicama Europske Unije. Mali slivovi bez poplavnog značaja podliježu postupcima u skladu sa zakonima Republike Hrvatske, odnosno pripajaju se većoj slivnoj površini u njihovoj neposrednoj blizini i kao takvi analiziraju kao sastavni dio veće cjeline (slivnog područja), a ne samostalno.



Slika 1. Postupak procjene rizika od i određivanja značaja bujičnih poplava

U nastavku se predlaže postupak procjene poplavnog značaja nekog slivnog područja kojem je primarna svrha analiza poplavnog značaja slivova manjih od 10 km² međutim, postupak se može primijeniti u preliminarnoj procjeni rizika od poplave za veće slivove.

Autori predlažu postupak utvrđivanja poplavnog značaja sliva, koji se sastoji od tri koraka:

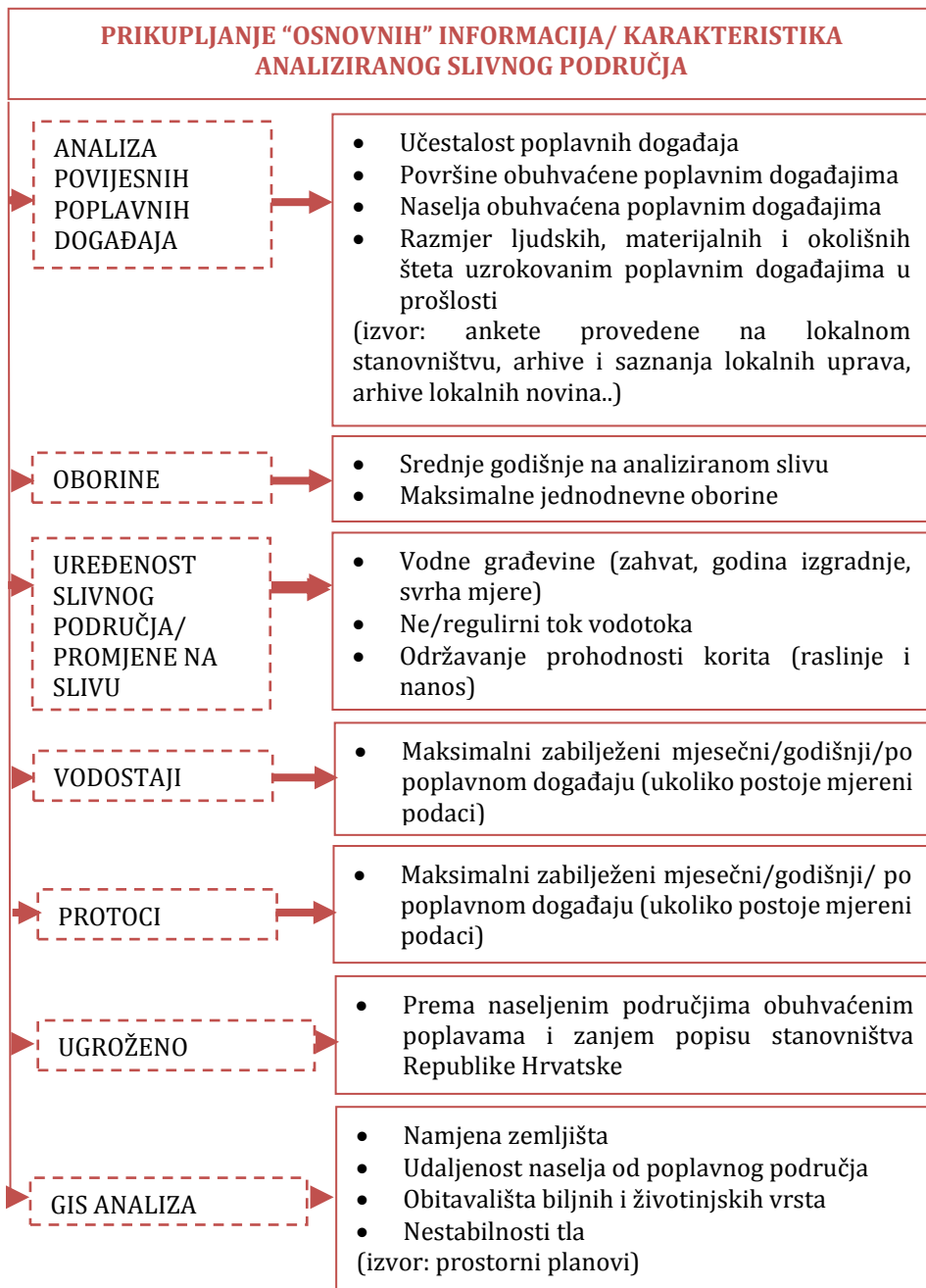
- prikupljanja „osnovnih“ informacija - karakteristika slivnog područja,
- analize poplavnog značaja slivnog područja po definiranim kriterijima te
- konačne procjene poplavnog značaja slivnog područja dobivene na temelju prethodna dva koraka.

Prikupljanje „osnovnih“ informacija detaljnije je prikazano Slikom 2. Ovaj korak zamišljen je da bude jednostavan i financijski povoljan. Kao izvori informacija mogu se koristiti: arhive lokalnih uprava, postojeće podloge prostornih planova, postojeći mjereni podaci o oborinama, vodostajima i protocima na tom području, informacije koje se mogu dobiti obilaskom terena te ankete provedene na lokalnom stanovništvu. Prednost je što većinu tih informacija može prikupiti ili već posjeduje sama lokalna uprava.

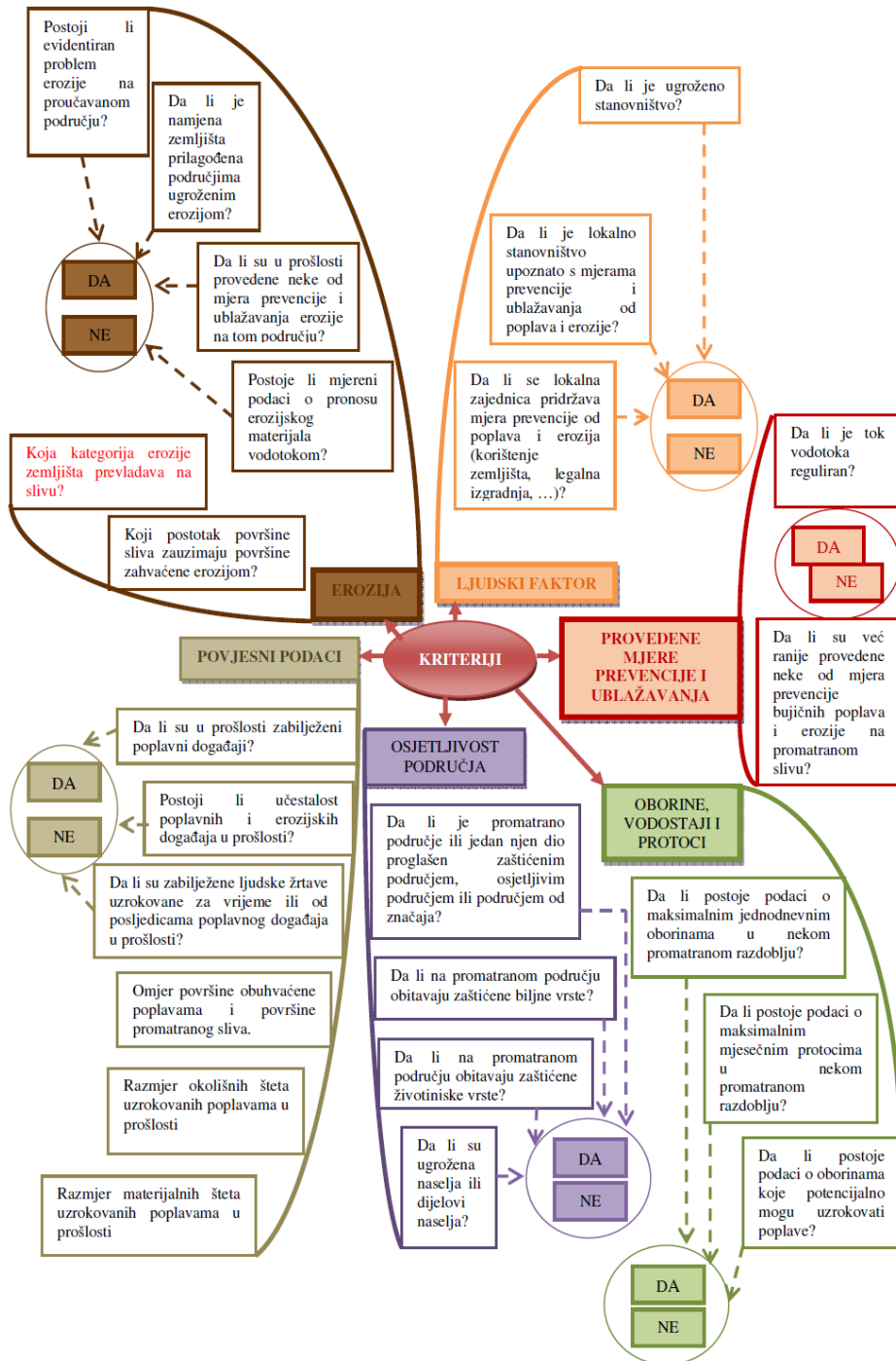
S obzirom da se često javlja problem kako grupirati i sagledati sve dostupne informacije poželjno je sve ih objediniti u jednu bazu podataka unutar GIS sustava koja bi se koristila za potrebe daljnjih analiza, uz obavezu njene nadopune i proširenja u budućnosti.

Po završetku prikupljanja informacija treba provesti postupak analize poplavnog značaja slivnog područja.

Kriteriji po kojima treba analizirati slivno područje su: povijesni podaci, provedene mjere prevencije i ublažavanja, ljudski faktor, osjetljivost područja, erozija i oborine vodostaji i protoci prema Slici 3. Navedeni kriteriji su odabrani na temelju detaljne analize ranije spomenutih zakona, direktiva i projekata te u njima navedenih kriterija za procjenu rizika od poplava na većim slivnim površinama. Isti kriteriji odnosno informacije potrebne za definiranje svakog pojedinog kriterija su pojednostavljeni kako bi se analiza poplavnog značaja za mala slivna područja svela financijski i vremenski na minimum.



Slika 2. Koncept prvog koraka sa primjerom dostupnih informacija



Slika 3. Kriteriji i njihovi elementi za potrebe definiranja značaja od bujičnih poplava nekog područja

Za potrebe definiranja značaja nekog slivnog područja procjenu poplavnog značaja sliva analizom svih dostupnih informacija može dati stručnjak (ekspert). Međutim, da bi se taj postupak analize ubrzao, moguće je razviti ekspertni sustav koji bi obuhvatio sve navedene kriterije po kojima treba provesti analizu.

Ekspertni sustavi su razvijeni računarski programi koji oponašaju ili barem pokušavaju oponašati ljudsko razmišljanje i sposobnost rješavanja problema. To rade korištenjem baza podataka i pravila iz željene domene, a našli su primjenu i u vodnom gospodarstvu [51]. Takvi sustavi, iako temeljeni na znanju, iskustvu stručnjaka i logičnom rasuđivanju, mogu isključivo poslužiti kao sustav potpore korisniku, ali ni u kojem slučaju ne mogu zamijeniti konačnu odluku i procjenu stručnjaka [52].

Ekspertni sustavi temelje se na nekolicini bitnih elemenata (prikupljanju znanja, baza podataka, radnoj memoriji, mehanizmima za donošenje zaključaka, objašnjenja i korisničkog sučelja) koji objedinjava stručnjak (ekspert) čiji zadatak je razvoj tog ekspertnog sustava baziranog na znanju, njegovo održavanje i buduća nadogradnja. Takvi sustavi se sastoje on mnogo značajki od kojih su najznačajnije: prikupljanje informacija i znanja, sistematizacija i pohrana te naposljetku logička obrada podataka [53, 54, 55].

Znanje integrirano unutar ekspertnog sustava mora se temeljiti na nekolicini različitih izvora informacija: znanju i iskustvu stručnjaka te dostupnoj znanstvenoj i stručnoj literaturi. Takva grupa prikupljenih informacija u nekom specifičnom području i o nekom specifičnom problemu mora se sistematizirati i pretvoriti u grupu pravila. Svako se pravilo sastoji od dva elementa pretpostavke odnosno teorije i zaključka koje dovodi do rješenja jednim ili većim brojem koraka i petlji. Konačni proizvod ekspertnog sustava je mehanizam za generiranje zaključaka baziran na prikupljenom znanju o nekom specifičnom problemu u obliku korisničkog sučelja [53, 54, 55].

Svaki definirani kriterij se treba sagledavati kroz podkriterije, a analizu i vrednovanje po podkriterijima moguće je provesti odgovaranjem na konkretna pitanja navedena na Slici 3. Na temelju odgovora, ekspertni sustav provodi vrednovanje, odnosno analizira stupanj zadovoljenja definiranih pravila i daje konačnu procjenu poplavnog značaja sliva. Sustav vrednovanja i zaključivanja ekspertnog sustava prema danim odgovorima neće se detaljnije prikazivati u ovom radu.

Po provedenoj analizi slivnog područja, konačni zaključak ekspertnog sustava ukazuje je li sliv od poplavnog značaja ili nije te se sukladno tome

može pristupiti procjeni rizika za analizirani sliv ili njegovom pripajanju slivu u neposrednoj blizini.

Očekuje se da bi provedba takvog postupka doprinijela bržoj, jednostavnijoj, ali i financijski povoljnijoj preliminarnoj procjeni postojanja rizika od poplava na nekom slivom području. Primjena postupka procjene značaja doprinijela bi upravljanju bujicama i bujičnim poplavama kao negrađevinska mjera prevencije i ublažavanja od bujičnih poplava zbog brze procjene potencijalne mogućnosti pojave bujičnih poplava te shodno tome, ranije i pravovremene reakcije i primjene građevinskih i negrađevinskih mjera obrane od poplava.

5. Zaključak

Cilj ovoga rada bio je dati pregled europske i hrvatske regulative i značajnijih projekata u EU koji se odnose na upravljanje bujicama i zaštitu od bujičnih poplava te obuhvatiti mjere zaštite, ublažavanja i prevencije tih poplava. Analize relevantne regulative, projekata i mogućnosti unaprjeđenja upravljanja bujičnim slivovima bile su dio istraživanja provedenog u sklopu bilateralnog hrvatsko–japanskog, znanstveno-istraživačkog projekta „Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj“, pri čemu je uočena potreba detaljnije analize poplavnog značaja bujičnih slivova manjih do 10 km². Primjena postupka procjene značaja prikazanog u radu doprinijela bi upravljanju bujicama i bujičnim poplavama kao negrađevinska mjera prevencije i ublažavanja od bujičnih poplava zbog brze procjene potencijalne mogućnosti pojave bujičnih poplava te, shodno tome, ranije i pravovremene reakcije i primjene građevinskih i negrađevinskih mjera obrane od poplava.

Zahvala

Istraživanje za potrebe izrade rada provedeno je u sklopu bilateralnog hrvatsko–japanskog projekta „Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj“, dio znanstvenog projekta „Hidrologija osjetljivih vodnih resursa u kršu“. (114-0982709-2549) financiranog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH, te u sklopu potpore istraživanjima Sveučilište u Rijeci (broj potpore 13.05.1.3.08, naslov: Razvoj novih metodologija u gospodarenju vodama i tlom u krškim, osjetljivim i zaštićenim područjima i broj potpore 13.05.1.1.03 Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području).

Literatura

- [1] Colombo, A.J., Hervás, J., Arellano, A.L.V.: Guidelines on Flash Flood Prevention and Mitigation, *NEDIES Project*, European Commission Joint Research Centre, Institute for the Protection and Security of the Citizen Technological and Economic Risk Management, Natural Risk Sector, Ispra, Italy, 2002.
- [2] Zakon o vodama, „*Narodne Novine*“, 2009., 153/09, 63/11, 130/11.
- [3] Guidance on Flash Flood Management: Recent Experiences from Central and Eastern Europe, *Associated Programme on Flood Management*, World Meteorological Organization, Global Water Partnership, 2007.
- [4] Procjena Ugroženosti Republike Hrvatske od Prirodnih i Tehničko Tehnoloških Katastrofa i Velikih Nesreća, „*Narodne Novine*“, 2009., 101/98, 15/2000, 199/2003, 30/2004.
- [5] EU Water Framework Directive 2000/60/EZ of the European Parliament and of the Council, *Official Journal of the European Union*, 2000., L 327.
- [6] Directive 2007/60/EC of the European Parliament and of the Council on the assessment and management of flood risks, *Official Journal of the European Union*, 2007., L 288/27.
- [7] Plan Upravljanja vodnim Područjima - Nacrt, *Hrvatske vode*, 2010.
- [8] Dragičević, N.: Analiza upravljanja bujičnim slivovima i zaštita od bujičnih poplava i erozije kroz regulativu i primjere, *Arhiva Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci*, Rijeka, 2012.
- [9] Management of Flash Floods: A Tool for Integrated Flood Management, *Associated Programme on Flood Management*, World Meteorological Organization, Global Water Partnership, 2012.
- [10] River Basin Management in a Changing Climate, Common Implementation Strategy for the Water Framework Directive, *Guidance document No. 24*, European Commission, 2009.
- [11] Gaume, E., Bain, V., Bernardara, P., et.al.: A Compilation of Data on European Flash Floods, *Journal of Hydrology*, Elsevier, 2009, 367, 70-78
- [12] Younis, J., Anquetin, S., Thielen, J.: The benefit of high-resolution operational weather forecasts for flash flood warning, *Hydrology and Earth System Sciences*, www.hydrol-earth-syst-sci.net/12/1039/2008/, Vol. 4., 2008.
- [13] <http://www.hydrate.tesaf.unipd.it/>, (Kolovoz, 2013.)

- [14] Marshall, D.C.W.; Bayliss, A.C.: *Flood estimation for small catchments*, Report No. 124, Institute of Hydrology, Natural Environment Research Council, 1994.
- [15] Dottori, R.; Grazzini, F.; Di Lorenzo, M.; Spisni, A.; Tomei, F.: Analysis of flash flood scenarios in an urbanized catchment using a two-dimensional hydraulic model, *Envolving Water Resources Systems: Understanding, Predicting and Managing Water-Society Interactions* Proceedings of ICWRS 2014, Lipanj 2014, Bologna, Italija, 198-203.
- [16] Forward integration of flood warning in areas prone to flash floods – Romania, Global Water Partnership – Romania, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.gwp-romania.ro/proiect_01/_pdf/Final_Report.pdf, (Maj, 2013.)
- [17] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint - Bulgaria, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.apfm.info/projects/pilot/europe/Summary_CEE_APFM.pdf, (Maj, 2013.)
- [18] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint – Czech Republic, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint - Lithuania, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.apfm.info/projects/pilot/europe/Flash_Flood_Czech_Republic.pdf, (Maj, 2013.)
- [19] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint - Slovenia, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.apfm.info/projects/pilot/europe/Flash_Flood_Slovenia.pdf, (Maj, 2013.)
- [20] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint - Poland, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.apfm.info/projects/pilot/europe/Flash_Flood_Poland.pdf, (Maj, 2013.)
- [21] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint - Slovakia, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, http://www.apfm.info/projects/pilot/europe/Flash_Flood_Slovak_Republic.pdf, (Maj, 2013.)

- [22] http://www.apfm.info/regional_projects/ceetac.html, (Srpanj, 2013.)
- [23] Study of historical floods in Central and Eastern Europe from an integrated flood management viewpoint, WMO/GWP Associated Programme on Flood Management, Bratislava, 2005.
- [24] <http://flash-eu.tau.ac.il/> (Srpanj, 2013.)
- [25] Barrera, A., Altava-Ortiz, M., Llasat, M.C., Barnolas, M.: Heavy rain prediction using deterministic and probabilistic models – the flash flood cases of 11-13 October 2005 in Catalonia (NE Spain), *Advances in Geosciences*, vol.12, 2007., 121-126.
- [26] Michaelides, S.C., Savvidou, K., Nicolades, K.A, Charalambous, M.: In search for relationships between lightning and rainfall with a rectangular grid-box methodology, *Advances in Geosciences*, vol.20, 2009., 51 – 56.
- [27] Llasat-Botija, M., Llasat, M.C., Lopez, L.: Natural Hazards and the press in the western Mediterranean region, *Advances in Geosciences*, vol. 12, 2007., 81-85.
- [28] <http://www.crue-eranet.net/> (Maj, 2013.)
- [29] Marchi, L., Borga, M., Preciso, E., et.al.: Characterisation of Selected Extreme Flash Floods in Europe and Implications for Flood Risk Management, *Journal of Hydrology*, Elsevier, 2010.
- [30] Meyer, V., Kuhlicke, C., Luther, J., Fuchs, S., et.al.: Recommendations for the user-specific enhancement of flood maps, *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 12., 2012., 1701-1716.
- [31] Lumbroso, D.M., Di Mauro, M., Tagg, A.F., Vinet, F., Stone, K.; FIM FRAME: a method for assessing and improving emergency plans for floods, *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol 12. 2012., 1731-1746.
- [32] Borga, M., 2010: Flash floods: Observations and analysis of hydro-meteorological controls. *Journal of Hydrology*, Vol. 394, No. 1-2, 2010., 1-3.
- [33] Bouilloud, L., Delrieu, G., Boudevillain, B., Kirstetter, P. E.: Radar rainfall estimation in the context of post-event analysis of flash-flood events. *Journal of Hydrology*, 397, No. 1-2, 2010., 17-27.
- [34] Cheval, S., Baciú, M., Dumitrescu, A., Breza, T., Legates, D. R., and Chende, V. : Climatologic adjustments to monthly precipitation in Romania. *International Journal of Climatology*, Vol. 31, No. 5., 2011., 704-714.

- [35] Koutroulis, A. G., Tsanis, I. K., Daliakopoulos, I. N.: Seasonality of floods and their hydrometeorologic characteristics in the island of Crete. *Journal of Hydrology*, Vol. 394, No. 1-2, 2010., 90-100.
- [36] Viglione A., Borga, M., Balabanis and G. Blöschl: Barriers to the exchange of hydrometeorological data across Europe – results from a survey and implications for data policy. *Journal of Hydrology*, Vol. 394, No. 1-2, 2010., 63-77.
- [37] Marchi, L., Borga, M., Preciso, E., Sangati, M., Gaume, E., Bain, V., Delrieu, G., Bonnifait, L, and Pogacnik, N.: Comprehensive post-event survey of a flash flood in Western Slovenia: observation strategy and lessons learned. *Hydrological Processes*, 23, 2009., 3761–3770.
- [38] Borga, M., Gaume, E., Creutin, J. D., and Marchi, L.: Surveying flash floods: gauging the ungauged extremes. *Hydrological Processes*, Vol. 22, No. 18., 2008., 3883-3885.
- [39] Bonacci, O.; Horvat, B.: Bilanca voda Hrvatske: dostignuća i potrebe, 3. *Hrvatska konferencija o vodama – Hrvatske vode u 21. Stoljeću*, Osijek, 28.-31. Svibnja 2003., Hrvatske vode, Osijek, 2003., 33-43.
- [40] South Eastern Europe Disaster Risk Mitigation and Adaption Initiative – Risk Assessment for South Eastern Europe, *International Strategy for Disaster Reduction*, The World Bank, Geneva, 2008.
- [41] Plan Upravljanja vodnim područjima – Dodatak II. Analiza Značajki Jadranskog Vodnog Područja, *Hrvatske vode*, 2010.
- [42] Strategija Upravljanja Vodama, *Hrvatske vode*, ur. Danko Biondić, Zagreb, 2009.
- [43] Zakon o Financiranju Vodnog Gospodarstva, „*Narodne Novine*“, 2009., 153/09, 90/11.
- [44] Strategija upravljanja vodama, „*Narodne Novine*“, 2008., 091/2008
- [45] Državni Plan Obrane od Poplava, „*Narodne Novine*“, 2010., 153/2009.
- [46] Glavni Provedbeni Plan Obrane od Poplava, *Hrvatske vode*, 2011.
- [47] Plan Upravljanja Vodama za 2013. Godinu, *Hrvatske vode*, Zagreb, 2013.
- [48] Pravilnik o posebnim uvjetima za obavljanje djelatnosti vodoistražnih radova i drugih hidrogeoloških radova, preventivne, redovne i izvanredne obrane od poplava, te upravljanja detaljnim građevinama za melioracijsku odvodnju i vodnim građevinama za navodnjavanje, „*Narodne Novine*“, 2010. 83/2010.
- [49] Zakon o Zaštiti od Elementarnih Nepogoda, „*Narodne Novine*“, 1997., 73/97, 174/04

- [50] Ožanić, Nevenka; Karleuša, Barbara; Dragičević, Nevena; Sušanj, Ivana; Žic, Elvis; Ružić, Igor; Krvavica, Nino. Ublažavanje nepogoda kod poplava i odrona zemlje u hrvatskoj kroz hrvatsko–japansku suradnju, *Dani gospodarenja vodama 2013: Napredak kroz znanost*, ur. Bekić, Damir, Zagreb : Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2013., 63-93
- [51] Karleuša, Barbara; Beraković, Boris; Rajčić, Vlatka. Ekspertni sustav za ocjenu uspješnosti planiranja u gospodarenju vodama., *Građevinar: časopis Hrvatskog saveza građevinskih inženjera*, Vol. 62, No.1., 2010., 1-11.
- [52] Vitureanu, P.: *Expert Systems*, SAGE Publications, 1991.
- [53] Karleuša, B.: *Unapređenje gospodarenja vodama korištenjem ekspertnog sustava*, PhD thesis, Faculty of Civil Engineering, University of Zagreb, 2005.
- [54] Maher, M. L.: *Expert Systems for Civil Engineers: Technology and Application*, American Society of Civil Engineers, New York, 1987.
- [55] Walters, J. R., Nielsen, N. R.: *Crafting Knowledge Based Systems: Expert Systems Made Realistic*, A Willey-Interscience Publication, New York, 1988.

WASTEWATER TREATMENT AND DISPOSAL IN HARBOURS

PROČIŠĆAVANJE I ZBRINJAVANJE OTPADNIH VODA U LUKAMA

Neva Hero*, Filipa Maria Santos Ferreira**

Sažetak

Radom je obuhvaćen proces nastanka, prikupljanja i zbrinjavanja otpadnih voda iz luka kao i prikaz mogućeg tipa uređaja za pročišćavanje otpadnih voda smještenog u luci. Raspravlja se o problemima s kojima se lučka uprava može susresti zbog raznovrsnosti sastava otpadnih voda u luci, prilikom prikupljanja i njihovog zbrinjavanja, uzimajući u obzir pravne zahtjeve i tehnička rješenja uređaja za pročišćavanje otpadnih voda. Također, radom su obuhvaćeni i uređaji za pročišćavanje koji se nalaze na brodovima (kruzerima, teretnim brodovima i ratnim brodovima). Na primjeru Luke Lisabon određena je vrsta uređaja za pročišćavanje i lokacija gradnje istog te su dana rješenja problema koja bi se riješila izgradnjom uređaja za pročišćavanje otpadnih voda iz luke Lisabon.

Ključne riječi: pročišćavanje otpadnih voda, brodovi, luka, Luka Lisabon

Abstract

In this paper the process of production, collection and disposal of wastewater from harbours was investigated. Moreover, different types of wastewater that can be found in harbours are characterized, as well as the problems that might be related to wastewater treatment of those effluents, considering the legal requirements and technical solutions. Onboard wastewater treatment for cruise ships, cargo ships and warships was also analyzed. Lisbon Port was taken as a test subject in order to provide a solution for the wastewater treatment, including a possible location for a wastewater treatment plant and the type of treatment that could be implemented.

Key words: wastewater treatment, ships, harbour, Lisbon Port

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci

E-mail: neva.hero1@gmail.com

** Instituto Superior Tecnico Lisbon, Portugal

1. Introduction

Nowadays, wastewater treatment has become an important issue of modern society. Not only wastewaters from the households are discharged into receiving waters (sea, rivers, and lakes) but also wastewaters from different industries, contaminated with various heavy metals, pathogens, nutrients, etc. Therefore, the impact of sewage on marine environment is of large concern. Research about wastewater treatment in harbours is of importance as well as answering the questions such as: what kind of wastewater can be purified on wastewater treatment plant in harbours, what are the problems that can be encountered in wastewater treatment plants, which processes of wastewater treatment should be provided, what are obligatory legal standards required for discharging the wastewater into the natural recipient whether it is the ocean or the Mediterranean Sea.

2. Legal Requirements

2.1. *Legal Regulation on the Sea*

The EU has adopted a set of rules to reinforce safety and help prevent pollution from vessels. The two main Directives are:

- The Ship – source Pollution Directive (2009/123/EC)
- The Port Reception Facilities Directive (2000/59/EC).

Beside the EU Directives, the most important international regulations for sea pollution from vessels are MARPOL 73/78 (especially Annex IV: Prevention of pollution by sewage from ships dated 27th September 2003.) and The London Convention.

According to MARPOL, discharge of sewage (black water) into the sea is prohibited, except when: the ship is discharging comminuted and disinfected sewage using a system approved by the Administration at a distance of more than 4 nautical miles from the nearest land, or sewage which is not comminuted or disinfected at a distance of more than 12 nautical miles from the nearest land, provided that in any case, the sewage that has been stored in holding tanks shall not be discharged instantaneously but at a moderate rate when the ship is en route and proceeding at not less than 4 knots; the rate of discharge shall be approved by the Administration based upon standards developed by the Organization, or the ship is situated in the waters under the jurisdiction of a State and is discharging sewage in accordance with such less stringent requirements as may be imposed by such State. When the sewage is mixed with wastes or wastewater having different discharge requirements, the more stringent requirements shall apply. Gray water is essentially unregulated by law and may be discharged almost everywhere in the

oceans but in the Mediterranean Sea. Turkey has a legislation that doesn't permit discharge of either black, gray water or bilge water pumping within territorial waters (12 nautical miles away from land). For other countries in the Mediterranean Sea, information about gray water discharge prohibition was not found.

2.2. Legal Regulation on Land

In general, legal requirements on land depend on legal requirements from each country. However, for EU member states these are now similar to a large extent. With regards to technology-based standards for wastewater discharge to surface water, two EU Directives are of prime significance: the Urban Wastewater Treatment Directive (UWTD) 91/271/EEC; the Integrated Pollution Prevention and Control Directive (IPPC) 96/61/EC. Both are referenced in the Water Framework Directive (WFD) 2000/60/EC.

2.3. Comparison of Discharging Requirements on Land and at Sea

Legal requirements for discharging of effluent into natural recipient (sea) from the wastewater treatment plant (WWTP) on land are significantly lower than legal requirements at sea. The biggest difference is evident in the fecal coliform bacteria (in 100 ml of water) where requirements at sea are 20 times stricter than the requirements on land. Table 1 shows comparison of requirements for the quality of effluent discharged from vessels and from wastewater treatment plants on land. Values of legal requirements on land are given for discharging into the bathing waters.

Table 1. Comparison of requirements for the quality of effluent discharged from ships and from WWTP on land

STANDARDS	MARPOL 73/78 Annex IV*	Regulation for discharging domestic wastewater** Croatia	Regulation for discharging domestic wastewater*** Portugal
BOD ₅ (mgO ₂ /l) for 20°C	25	25	40
COD (mgO ₂ /l)	125	125	150
TSS (mg/l)	35	35	60
Fecal coliform bacteria (in 100 ml of water)	100	2000****	2000****
pH	6,0 – 8,5	6,5– 9,0	6,0 – 9,0

*apply to sewage treatment plants installed onboard on or after January 1st 2010 [1]

**Domestic wastewater after secondary treatment discharged into the sea

(NN 80/13: NN 43/14)

***Adopted from Decreto – lei 236/98

****Maximum permissible value, inshore waters

3. Variety of Wastewaters in Harbours

3.1. General comments

In harbours, wastewater can be produced on land-based harbour facilities (including restaurants, offices, shipyards and washing areas) or collected from different vessels (with different wastewater treatment plants onboard or without any kind of wastewater treatment plants onboard). In general, wastewater is divided into sanitary wastewater, industrial wastewater and wastewater from ships (black water–sewage, gray water or ballast water). Problems that can occur are various. In the following chapter possible solutions are given.

3.2. Sanitary (Domestic) Wastewater

Sanitary (domestic) wastewater from harbours is usually fecal water from office buildings and other buildings with sewage systems which can be found in harbours including wastewater from showers and harbour canteens (water from cooking, washing dishes, sinks etc.) as well as wastewater from restaurants that can be harbor parts meant for cruise ship passengers, skippers or tourists. The quality of sanitary (domestic) wastewater varies from location to location and the quantity is within a narrow range. One of the biggest problems that occur in a narrow coastal area along the coast is the intrusion of salt water (NaCl) into the sewage

system. If salt water together with sanitary water goes to a biological wastewater treatment plant situated at the end of sewage system, the salt will destroy bacteria (biomass) needed for the purification process. NaCl has a negative impact on the purification process and can cause a delay in treatment at the concentration $>10\%$. Seawater typically has a salinity of about 35% , which means that only $\frac{1}{4}$ of the total incoming salt wastewater is allowed in sewage wastewater treatment plants, so that the WWTP can operate regularly.

3.3. Industrial Wastewater

Industrial wastewater is usually wastewater produced in washing areas and wastewater from different types of machines and devices as well as water which is used for cooling the devices and shipyard wastewater. Contaminated water from harbours is often full of toxic heavy metals such as tin (Sn), copper (Cu), zinc (Zn), lead (Pb), nickel (Ni), iron (Fe) etc., which are harmful to human health and as such can not be discharged without purification into the public sewer system or natural receiving waters in cities (sea, river ...). In order to know exactly what kind of heavy metals industrial wastewater contains and in what quantities, the most important thing is to make a very good wastewater analysis.

3.4. Wastewater from Ships

Wastewater onboard can be sanitary wastewater divided into “black water” sewage containing feces and “gray water” wastewater from washing in living quarters. Oily bilge water is a mixture of water, oily fluids, lubricants, cleaning fluids and other similar wastes that accumulate in the lowest part of the vessel from a variety of different sources including engines, piping and ballast water, Table 2.

Table 2. Type of wastewater generated by ships

Type of wastewater	Origin	Contaminants
Black water	Toilets	Faecal water, bacteria, viruses, pathogens, organic waste, paper and any other product flushed down the toilet
Gray water	Showers, washbasins, swimming pools, washing machine, etc.	Phosphates and other nutrients from soap and detergents; chlorine and toothpaste; pathogen bacteria and any other potentially damaging substance
Oily Bilge	The motors and turbines	Used oils, various hydrocarbons, lubricants, etc.
Ballast water	Coastal water of one region	Liquid and solid contaminants with different composition and live or dead marine organisms

*source [2], [3], [4]

According to Environmental Protection Agency (EPA) 2004 survey, estimated sewage generation rates ranged from 4.2 to 102.2 l/day/person, estimated gray water rates ranged from 136 to 450 l/day/person. In addition, according to EPA, there appears to be no relationship between per capita sewage/gray water generation rates and number of persons onboard; wastewater production onboard depends from ship to ship.

At present, the ships have a few options for dealing with wastewater. The first option is to collect the wastewater into holding tanks and dispose of it in the port facilities. This option is the best from the environmental standpoint but ships have to pay the port facilities for such disposal. The second option is to have a wastewater treatment plant on-board, treat wastewater during the voyage and discharge into sea according to MARPOL or stricter country/ship regulations. This option is also suitable from an environmental standpoint but in this case a vessel must have a wastewater treatment plan onboard (which can cost, according to the Royal Caribbean, up to three million US dollars for big cruise ships that have to comply with legal regulations for sailing in the Alaska area). The third option is discharging wastewater into the sea/ocean without treatment, according to MARPOL, at least 12 nautical miles offshore, released in small amounts while the ship is sailing at speed not less than 4 knots. Nowadays, most ships have advanced wastewater treatment systems onboard that purify water to a near drinking water standard and residual sludge from wastewater systems can be discharged as waste. It is very important to regulate the discharge of wastewater from ships because usually several ships leave harbours at a same time so the discharge of one ship can be on top of the

discharge of another which can increase the amount of nutrients. In excessive amounts, nutrients cause a type of pollution called eutrophication. Eutrophication stimulates an explosive growth of algae (algal blooms) that depletes the water of oxygen when the algae die and are eaten by bacteria. Estuarine waters may become hypoxic (oxygen poor) or anoxic (completely depleted of oxygen) from algal blooms. While hypoxia may cause animals in estuaries to become physically stressed, anoxic conditions can kill them. The problem of pumping wastewater ashore can be eliminated but in that case the price significantly increases. Of course, that option is better for “closed“ seas like the Mediterranean or Adriatic. Once the wastewater is on shore, wastewater treatment plants in harbours can purify the water and sewage sludge (with no heavy metals in it if possible) and prepare it for further use in agriculture as fertilizer. But there is another problem other than high costs: companies have to pay for the disposal of wastewater and sludge in harbours.

4. Wastewater treatment and disposal in harbours

4.1. Possible treatment diagrams for WWTP in harbours

Figure 1 (a and b) shows possible wastewater treatment plant diagrams for treatment of wastewater from harbours. The upper diagram shows physical-chemical WWTP and the lower physical-biological wastewater treatment plant with chloride removal.

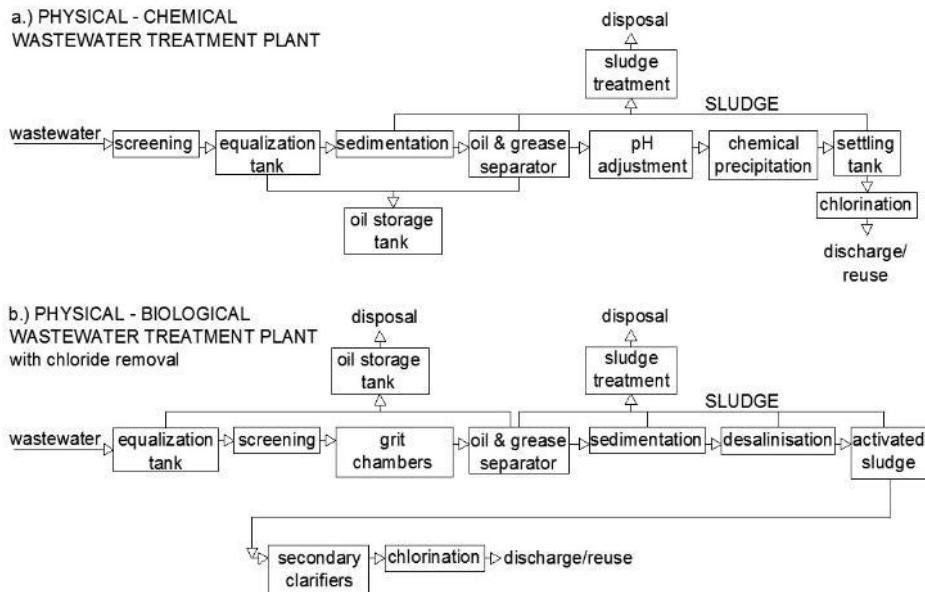


Figure 1. Possible wastewater treatment scheme for WWTP in harbours a.) & b.)

Unlike biological, chemical WWTP can treat wastewaters that contain toxic compounds. In addition, biological treatment requires very big areas which can be very expensive if the port authorities have to buy the land for construction of wastewater treatment plant.

But on other side, according to Oneke Tanyi [5], chemical WWTP produces 25% more sludge per day than biological. The production of sludge is considered a very important factor in choice of wastewater treatment method nowadays.

The economic costs of treatment have to be evaluated based on a summation of individual costs associated with sludge production, cost of chemicals, energy cost and cost associated to volume savings. The cost of volume and energy savings depend from country to country (each country has specific prices for electricity, gas etc...) and on quality and quantity of wastewater.

It is very hard to claim that one WWTP type is better than the other. Each one has its own advantages and disadvantages. The choice which WWTP is to be constructed depends on the society, discharge requirements, quality and quantity of wastewater, environmental sensibility and, most important, costs ready to be covered.

During the final thesis research, a questionnaire for harbours was created. The questionnaire was sent from the official Instituto Superior Tecnico E-mail address to 60 harbours in the Mediterranean Sea. Unfortunately, out of sixty, only nine harbours responded, only one of which has a WWTP (pretreatment–oil and grease removal). Other harbours do not have wastewater treatment plants. Wastewater from port facilities is generally transported to a land wastewater treatment plant in trucks or buildings inside the harbour are connected to the municipal sewage system. Wastewater from the ships is transported in trucks or barges to wastewater treatment plants which can accept wastewater from ships (usually industrial WWTP or chemical WWTP).

4.2. Wastewater treatment on-board

The term “marine sanitation device” (MSD) refers to equipment for installation onboard a vessel which is designed to receive, retain, treat or discharge sewage and any process to treat such sewage (US environmental protection agency, 2008). There are 3 types of MSDs recognized by the US Coast guard: Type I, Type II, and Type III. At most of cargo and cruise ships with traditional Type II Marine Sanitation Devices (Figure 2), sewage is treated using biological treatment and chlorination. Some cruise ships do not treat their sewage biologically but use maceration and chlorination

instead. Biological–chlorination MSDs operate similarly to biological wastewater treatment plants for municipal wastewater treatment on land. The treatment system typically includes aerobic biological treatment to remove biochemical oxygen demand and some nutrients, clarification and filtration to remove solids, and final chlorine disinfection to destroy pathogens.

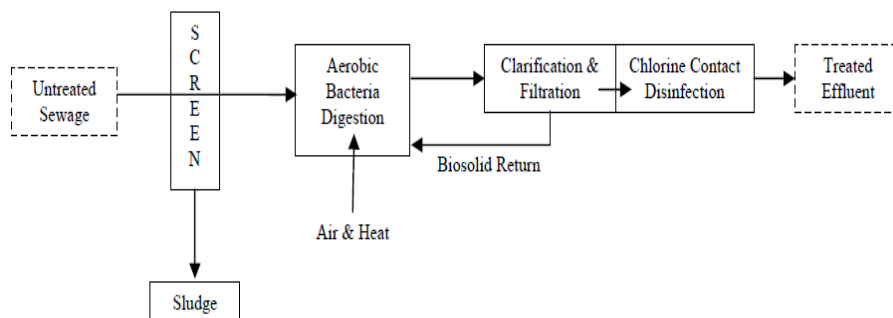


Figure 2. Simplified Schematic of Traditional Type II Marine Sanitation Device Using Biological Treatment and Chlorine Disinfection [2], [6]

If the ship does not have the sewage treatment onboard, it must have a holding tank of the capacity to the satisfaction of the Administration for the retention of all sewage, having regard to the operation of the ship, the number of persons on board and other relevant factors.

Wastewater from ship is collected into five small tanks with capacity of up to 8 m³. Water is pumped from small sewage tanks into big holding tanks (capacity to the satisfaction of the Administration). From there, wastewater is pumped into a treatment plant and afterwards discharged into the sea according to MARPOL. If the ship is in harbour for few days or longer, wastewater is pumped from holding tanks into port facilities (trucks, barges etc.).

Figure 3 shows simplified scheme of wastewater treatment onboard. This scheme was made by the main ship engineer of one of the cruise ships. Every ship has a specific wastewater treatment system but, in general, they are based on this scheme.

barges for discharge of wastewater from ships because they don't have any wastewater treatment plants close to the sea and close to the harbour which barges can pump wastewater from. Sometimes the odor can spread while pumping the wastewater from ship. Usually, the entrance bridge is very close to truck. The process of pumping can be very unpleasant for passengers of a cruise ship. If the ship stays longer in harbor, wastewater can be pumped when the passengers leave the ship but if the ship is in harbour for a short period wastewater must be pumped in front of passengers. That problem can also be solved with using a barge which can approach the ship from the seaside so that the passengers can not witness the process of discharging.

According to the International Convention for the Prevention of Pollution from Ships, MARPOL 73, Article 3 excludes warships from complying with MARPOL demands, which means that discharge of wastewater and wastewater treatment varies from ship to ship and country to country owning a warship. Usually, port authorities have most difficulties with disposal of wastewater from warships because a lot of them have systems for flushing and cooling with salt water (sea) which immediately excludes the wastewater treatment of collected wastewater in a biological wastewater treatment plant. It is possible to treat the wastewater in biological WWTP only if the salt wastewater is diluted to a level that cannot destroy bacteria in WWTP and completely stop operation of WWTP (<10‰ of chloride in the wastewater). In addition, warships usually do not have wastewater treatment plants onboard. They collect water (black, gray and medical water, all mixed) in holding tanks and discharge into open sea or pump into port reception facilities but that depends on their good will since they are excluded from all regulations.

5. Port of Lisbon

Port of Lisbon does not have a WWTP but is one of the ports planning to build wastewater treatment plant in the next 10 years. Lisbon harbour is specific because the terminals are on two different sides of the Tagus River which geographically separates the harbour in two different parts. Based on the distribution of terminals there is a possibility to build two wastewater treatment plants, one on each side of the river, or to build one big wastewater treatment plant on one side of the river while the wastewater from the other side can be delivered to it by barges (Figure 4). Whether to build two smaller wastewater treatment plants or only one depends on economic calculations e.g. feasibility calculations.



*the size of square is symbolic

Figure 4. Possible locations for wastewater treatment plants on both sides of the river Tagus – Port of Lisbon

On the south side of the river there are terminals for liquid bulk (fuel oil, diesel, gasoline, mineral oils, ammonia, phosphoric acid, acrylonitrile, bitumen, LPG and chemicals) and food bulk. To protect the environment and human health from a possible environmental disaster, a wastewater treatment plant designated to treat wastewater from this side of river is very important. Since wastewater is full of oil and grease, a very efficient physical treatment is needed. Moreover, equalization tank is of great importance for harbour wastewater. Equalization tank provides flow and composition equalization of incoming wastewater. In addition, it is important to use good flocculants (organic flocculants instead of inorganic can be used in wider range of pH value, have a better purification effect, lower waste moisture, do not increase salt concentration in wastewater...) so the process of removing oil and grease would be better. Also, there is a need for quality sedimentation to reduce or eliminate the metal content from wastewater. To conclude, for the south part of Lisbon port the preferred solution would be a physical-chemical wastewater treatment plant with special emphasis on removing of oil, grease and heavy metals from wastewater.

On the north part of the Tagus River, the control center, the docks for small vessels, two cruise ship terminals, two cargo ship terminals (container terminals) and the warship terminal are situated. In general, on this side of the river the wastewater pollution comes basically from sewage (black water from vessels and wastewater from offices, restaurants, canteens etc.). A wastewater treatment plant could be similar to a municipal (biological WWTP) if the wastewater from ships does not have a large share of salt (sea

water). But knowing that there is not enough time to make an analysis of wastewater from the vessels, it is very risky to build a biological sewage treatment plant; physical-chemical wastewater treatment plant would be more preferable and eliminate the problem with high salt concentration in incoming wastewater.

Encouraging the ships to discharge the water into the wastewater treatment plants inside the harbour instead of discharging it into sea before entering the harbour can be made by reduction in price for the discharge or by giving some privileges to vessels which are more environmentally friendly and discharge into the port facilities. Otherwise, if the ships discharge into the open sea according to MARPOL before entering the harbour, the built WWTP will not be used in full capacity, which is a waste of money and might be not environment friendly. Moreover, it is important to stimulate ships to make effluent analysis on a monthly base and send the results of these analyses before entering the harbour so that the Port authority can know exactly what the quality of the incoming wastewater is. For now, generally speaking, cruise ships make effluent analyses but it will be also necessary to collect the results from cargo ships and warships.

A wastewater treatment plant in the harbour is useful for treatment of wastewater types which municipal WWTPs cannot treat, such as industrial wastewater, wastewater with a high concentration of chloride, wastewater with a high concentration of oils and grease, as well as wastewater with high concentration of heavy metals. Utilization of a wastewater treatment plant could be very high if the ship companies were encouraged to discharge in port facilities instead into the sea. This problem is easier to solve in closed seas (e.g. the Adriatic Sea) where the sea is full of islands. Meeting the conditions for fulfilling MARPOL is very demanding because to reach 12 nautical miles from the closest land means to sail up to 50 nautical miles (Figure 5).



*distances are symbolic, measured with google earth

Figure 5. Distance for complying MARPOL, right – Port of Rijeka, Croatia, left – Port of Lisbon, Portugal

6. Conclusion

Treatment of wastewater from the harbours is a very complex process which has to be done in a very short period without mistakes. Wastewater that has to be treated has different characteristics and quantity. The main categorization of wastewater from harbours is: the wastewater that is produced on land in the harbour facilities and the wastewater that is produced on the sea, inside the vessels. In general, harbours nowadays do not have wastewater treatment plants installed. They usually provide trucks or barges that transport wastewater from vessels into wastewater treatment plants outside the harbour. WWTPs to which wastewater is transported are usually industrial (because of wastewater quality) and can be quite far away from harbours. This can lead to high prices of transport and disposal. Constructing a wastewater treatment plant inside the harbour might be a better solution in order to prevent potential environmental problems that can occur during the transportation of wastewater to the WWTP outside the harbour or during the discharge of wastewater from vessels into the sea without treatment. Types of treatment in WWTP inside harbours depends on the quality of incoming wastewater. However, because of possible high concentrations of chloride or high concentrations of heavy metals in the wastewater, it is safer to design and construct

chemical treatment plants rather than biological WWTP (in order to avoid the complete destruction of biomass (bacteria) by toxic compounds that are necessary for wastewater treatment), designed in such a way that can accept wastewater from narrow coastal areas of cities which cannot be treated in the municipal biological WWTP because of higher concentration of chlorides, as well as wastewater that can be toxic (wastewater from washing holding tanks with a toxic cargo from cargo ships).

Acknowledgement. *I would like to express my appreciation and thanks to engineer Vera Godinho from Port authority, Port of Lisbon. She gave me many precious practical tips and pointed out all the problems they have to deal with in the harbour on a daily basis. She helped me a lot with arranging the visits to different types of ships, which was an unforgettable experience.*

Literature

- [1] Chen, W., Wastewater treatment in the marine industry, *Wartsila technical Journal*, no. 02: 61-65, 2013.
- [2] Environmental Protection Agency (EPA), Revision to Clean Water Act Ocean Discharge Criteria Regulations, Office of water 4504-F, EPA-842-F-01-001, 2011.
- [3] MARPOL – Marine pollution (1973., 1978.): International Convention for the Prevention of Pollution From Ships, 1973. As modified by the Protocol of 1978.
- [4] MARPOL – Marine pollution (1973., 1978.): International Convention for the Prevention of Pollution from Ships, 1973, Annex IV, Regulations for the Prevention of Pollution by Sewage from Ships
- [5] Oneke Tanyi, A., Comparison of chemical and biological phosphorus removal in wastewater – a modeling approach, Appendix C Summary, Department of Chemical Engineering, Lund University, Sweden, 72-78
- [6] Perić, T., Kulenović, Z., Dobrota, Đ., *Automated Wastewater Treatment Plant on Cruises*, University of Split, Faculty of Maritime Studies, PPT presentation

PIPENET3D: RAČUNALNI PROGRAM ZA STACIONARNU ANALIZU TOKA U TLAČNIM SUSTAVIMA

PIPENET3D: COMPUTER PROGRAM FOR STEADY FLOW ANALYSIS IN PIPE NETWORKS

Davor Stipanić*, Vanja Travaš*

Sažetak

U radu su prikazane teorijske osnove i odabrani implementacijski aspekti računalnog programa PIPENET3D razvijenog u svrhu provedbe hidrauličkih analiza stacionarnog strujanja u tlačnim sustavima. Za zadane geometrijske i topološke značajke proizvoljne tlačne mreže, program na osnovu definiranih hidrauličkih opterećenja definira radne tlakove mreže te brzine strujanja fluida u svakoj dionici zadanog tlačnog sustava. Proračun se svodi na postavljanje nelinearnog sustava jednadžbi kontinuiteta u kojima je iznos protoka u dionicama izražen u funkciji razlike tlakova na krajevima iste. Postupak rješavanja sustava provodi se putem Newton-Raphsonove metode te se u svrhu rješavanja linearnog sustava jednadžbi koristi metoda konjugiranih gradijenata. U svrhu generiranja automatiziranog algoritma za formiranje ovakvog sustava jednadžbi iz proizvoljno zadane tlačne mreže, u radu je priložen i osvrt na definiranje potrebnih topološki značajki mreže te je skrenuta pažnja na problem automatizacije inicijalne pretpostavke protoka. Program je napisan koristeći programski jezik FORTRAN te se i dalje razvija (prvenstveno u vidu uključivanja nestacionarne analize toka).

Ključne riječi: PIPENET3D, metoda konjugiranih gradijenata, metoda korekcije tlakova, Newton-Raphsonova metoda, tlačni sustavi, topologija mreža

* Građevinski fakultet u rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: {davor.stipanic,vanja.travas}@uniri.hr

Abstract

The paper presents some theoretical foundations and selected aspects related to the computational implementation of the program PIPENET3D developed for a steady flow analysis in pipe systems. For a given geometrical and topological features of arbitrary pressure network, the program can retrieve pressure head and flow velocities in pipes of the defined pressured network. The computational procedure is based on a system of non-linear equations defined as mass budget equations in which the flow rate is expressed in terms of difference pressure head at the pipe ends. A Newton-Raphson method is used to solve the system of equations while the conjugate gradient method is used to solve the generated system of linear equations. In order to generate an automated algorithm for the formation of such a system of equations defined for an arbitrarily pressure network, the article contains a reference to define the necessary topological characteristics of the network and includes some comments related to the problem of flow rate initialization. The program is written using a programming language FORTRAN and is still developing (primarily in the form of inclusion of transient flow analysis).

Key words: *PIPENET3D, conjugate gradient method, pressure-correction method, Newton-Raphson method, pipe networks, mesh topology*

1. Uvod

Svi tlačni sustavi (npr. vodovodi, plinovodi, naftovodi i drugi) zahtijevaju provedbu hidrauličke analize toka za najnepovoljnije uvjete rada. Ovakve analize se provode kako bi se pravovremeno utvrdilo zadovoljavaju li svi elementi u tlačnoj mreži postavljene uvjete korištenja [1, 2]. U okviru svakodnevne hidrotehničke prakse, pod pojmom tlačnog sustava najčešće se podrazumijeva vodoopskrbna mreža te će se u nastavku pojam tlačnih sustava prvenstveno odnositi na takvu vrstu mreže.

Tlačni sustavi mogu biti sa ili bez zatvorenih hidrauličkih petlji. Pritom, u vodoopskrbi se gotovo redovito koriste tlačni sustavi sa zatvorenim hidrauličkim petljama. Iz tog razloga se razvio program PIPENET3D koji za analizu tlakova u vodoopskrbnom sustavu koristi metodu korekcije tlakova. Za ovakav tip tlačne mreže je hidrauličkim proračunom potrebno odrediti geometrijske značajke vodoopskrbne mreže (promjere cjevovoda, duljine cjevovoda, debljina stijenke cijevi, visina apsolutne hrapavosti i sl.) koje će osigurati zahtijevanu količinu vode i potrebne tlakove, a istovremeno osigurati najmanji pogonski trošak i održavanje tlačnog sustava. Budući da je pronalaženje optimalnog rješenja iterativan postupak, javlja se potreba razvoja programa koji će brzo i efikasno analizirati zadani tlačni sustav. U tu svrhu razvijen je program PIPENET3D koji je opisan u nastavku.

Program PIPENET3D trenutno nema raspoloživo interaktivno grafičko sučelje te se komunikacija s korisnikom trenutno odvija putem više *.txt

datoteka u kojima se u zadanom formatu definiraju parametri svake hidrauličke analize. Tako se zasebno zadaju koordinate čvorova mreže, topološka struktura mreže te ostali hidraulički i mehanički podaci.

Hidraulička analiza tlačnog sustava zahtijeva definiranje geometrijskih (promjer D i apsolutna hrapavost cijevi ε) i topoloških značajki tlačne mreže, hidrauličkog opterećenja u čvorovima mreže, razine vode u vodospremama te, konačno, mehaničkih svojstava fluida koji struji kroz tlačni sustav. Mehaničke karakteristike fluida se odnose na gustoću ρ i dinamičku viskoznost μ . Na osnovu ovih ulaznih podataka PIPENET3D definira piezometarske potencijale u spojevima mreže H , protoke Q i brzine strujanja fluida v u svakoj dionici tlačnog sustava. Pritom se definiranje potencijala vodospreme H može interpretirati kao „rubni uvjet“, pomoću kojeg se definiraju piezometarski potencijali H svih ostalih spojeva.

U okviru topoloških značajki tlačne mreže zadaje se broj spojeva ni , broj dionica M i topološka matrica **TOP** [3] koja definira povezanost dionica i čvorova mreže. Hidraulička opterećenja q u spojevima odnose se na zahtijevanu potrošnju, tj. protok vode na izlazu iz pojedinog spoja tlačne mreže. Dakle, u programu PIPENET3D se hidraulička opterećenja definiraju u spojevima dionica, odnosno u čvorovima tlačne mreže. Tijekom proračuna piezometarskih potencijala H uzimaju se u obzir linijski gubici u polju tlaka dok se lokalni, koji trenutno nisu uključeni u program, mogu uzeti u obzir kao postotak linijskih. Zbog malih vrijednosti u odnosu na ostale članove Bernoullijeve jednadžbe, član visinske brzine je isto tako zanemaren. Ovakvo pojednostavljenje se može lako opravdati činjenicom da su ciljane brzine u vodoopskrbnim mrežama do svega 2 m/s jer se u slučajevima većih brzina značajno povećava gubitak tlaka u mreži. Naime, gubitak tlaka u mreži raste s kvadratom brzine. Stoga se za optimalnu brzinu uobičajeno usvaja brzina od 1 m/s. Također su i premale brzine u mreži nepoželjne zbog pojave taloženja i sedimentacije. Treba primijetiti da prilikom zadavanja hidrauličkih opterećenja q nije potrebno unaprijed definirati protok iz vodospreme Q , već isti slijedi iz jednadžbe kontinuiteta napisane za stacionarno strujanje fluida i zadanih hidrauličkih opterećenja.

2. Teorijski model toka

Dominantne sile za slučaj strujanja fluida u tlačnom sustavu su gravitacijska sila i sila viskoznog trenja. Budući da su stvarni fizikalni procesi toka veoma kompleksni, potrebno je uvesti radne pretpostavke kako bi se zadani problem pojednostavio. Jedna od takvih pretpostavki se temelji na činjenici da su komponente vektora brzine okomite na os cijevi znatno manjeg intenziteta od komponente brzine paralelne s osi cijevi. Ova činjenica opravdava uvođenje dimenzionalne redukcije domene toka pa se

tako trodimenzijski tok opisuje kao jednodimenzijski. Posljedica navedenoga je predodžba toka putem srednjih vrijednosti relevantnih mehaničkih veličina u svakom poprečnom presjeku cijevi. Navedeno se posebno odnosi na brzinu toka koja se u svakom presjeku cijevi definira kao srednja brzina lokalnog profila brzina. Osim navedenog, te u okviru konvencionalne prakse u hidrotehničkom inženjerstvu, uvodi se pretpostavka da je fluid u tlačnom sustavu nestlačiv.

Iako je program PIPENET3D prvenstveno razvijen s ciljem proračuna tlačnih sustava u hidrotehnici, ostavljena je mogućnost definiranja raznih fluida (nafte, plina itd.). Ipak, valja naglasiti da se u slučaju strujanja plinova može javiti potreba da se sustav jednadžbi nadopuni Van der Waalsovom jednadžbom stanja za realne plinove, za što ovaj program nije još prilagođen. Proračunski algoritam trenutno se temelji na jednadžbi kontinuiranosti napisane za nestlačivi fluid i na Bernoullijevoj jednadžbi za stacionarno strujanje [3, 4].

2.1. Jednadžba kontinuiteta

Zbog činjenice da je stvarna brzina toka funkcija položaja i vremena, princip očuvanja mase opisuje se korištenjem diferencijalnih i integralnih jednadžbi. Međutim, zbog uvedenih pretpostavki te stacionarnosti toka, princip očuvanja mase se za razmotrene uvjete toka može svesti na oblik algebarskih jednadžbi [5]. Pritom, za razliku od mehanike krutih tijela gdje je pogodnije motriti materijalne koordinate, u mehanici fluida je prikladnije koristiti Eulerov opis gibanja te stoga uvesti veličinu masenog protoka. Štoviše, zbog usvojene pretpostavke da je fluid nestlačiv, umjesto s masenim protokom, može se korelirati sa samim protokom Q . Za tlačnu mrežu se jednadžba kontinuiteta svodi na pravilo da je protok koji ulazi u promatrani spoj jednak protoku koji iz njega izlazi. Budući da se u spojevima odvija i potrošnja vode q , jednadžba poprima oblik:

$$\sum_{i=1}^n Q_{oi} = q_0, \quad (1)$$

gdje o označava promatrani spoj, i susjedni spoj te n broj dionica koje se spajaju na promatrani spoj.

2.2. Bernoullijeva jednadžba

Princip očuvanja energije se može primijeniti u svrhu definiranja Bernoullijeve jednadžbe za stacionarno strujanje koja ima oblik:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta E, \quad (2)$$

gdje član z predstavlja geodetsku visinu osi cijevi, ρ gustoću fluida, p statički tlak, g akceleraciju sile teže, v srednju brzinu strujanja fluida, te ΔE energiju u visinskom obliku utrošenu na svladavanje hidrodinamičkih otpora strujanju između presjeka 1 i 2. Iako bi zbog jednodimenzionalnosti toka za jednadžbu (2) bilo potrebno uvesti Coriolisov faktor [6], zbog malih vrijednosti članova brzinske visine je ova korekcija izostavljena. Stoga se Bernoullijeva jednadžba u programu PIPENET3D svodi na:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \Delta E, \quad (3)$$

gdje zbroj geodetske visine z i tlačne visine $h=p/\rho g$ definira piezometarsku visinu H . Stoga se jednakost (3) može zapisati u obliku:

$$H_1 = H_2 + \Delta E. \quad (4)$$

2.3. Model viskoznog trenja

Gubitak energetske visine ΔE može se izraziti kao funkcija brzine te se uz pomoću Vaschy-Buckinghamovog Π teorema može izvesti poznata Darcy-Weisbachova jednadžba:

$$\Delta E = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (5)$$

u kojoj je L duljina cijevi, a λ Darcyjev faktor trenja. Darcyjev faktor trenja funkcija je Reynoldsovog broja Re i relativne hrapavosti ε/D . Reynoldsov broj definira režim strujanja pa se tako za slučaj $Re < 2300$ strujanje može kategorizirati kao laminarno, za $2300 < Re < 4000$ prijelazno, te za $Re > 4000$ turbulentno [3, 7]. Darcyjev faktor trenja se različito računa ovisno o režimu strujanja. Tako je za laminarno strujanje Darcyjev faktor trenja u linearnoj ovisnosti o Reynoldsovom broju te se računa prema formuli:

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (6)$$

Za prijelazni režim strujanja se u programu PIPENET3D Darcyjev faktor trenja računa prema Haalandovoj jednadžbi [8]. Ona je predviđena za turbulentno strujanje, te se na taj način prijelazni režim modelirao na strani sigurnosti. Dakle, za sve vrijednosti $Re > 2300$ primijenila se Haalandova jednadžba u eksplicitnom obliku (7).

$$\lambda = -1.8 \log \left(\left(\frac{\varepsilon}{3.7D} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right)^{-2} \quad (7)$$

2.4. Kirchhoffovi uvjeti

Prvi Kirchhoffov uvjet odnosi se na očuvanje mase te iziskuje da je suma protoka koja ulazi u spoj jednaka sumi koja iz njega izlazi. Drugim riječima, prvi Kirchhoffov uvjet predstavlja jednadžbu kontinuiteta (1). Drugi Kirchhoffov uvjet se odnosi na očuvanje energije unutar petlje. Uvjet definira da je suma gubitaka energetske visine unutar petlje jednaka nuli, odnosno:

$$\sum_{i=1}^n \Delta E_{oi} = 0, \quad (8)$$

gdje je n ukupan broj cijevi u petlji. Valja napomenuti kako se drugi Kirchhoffov uvjet mijenja ako u petlji postoji element koji dodaje ili oduzima energiju [3]. Nalazi li se u petlji pumpa, jednadžba poprima oblik:

$$\sum_{i=1}^n \Delta E_{oi} = H_{man}, \quad (9)$$

gdje H_{man} predstavlja manometarsku visinu pumpe. S druge strane, ako se u petlji nalazi turbina, jednadžba se svodi na:

$$\sum_{i=1}^n \Delta E_{oi} = -H_{turb}, \quad (10)$$

gdje H_{turb} predstavlja pad tlaka na turbini. U programu PIPENET3D trenutno nisu uključeni elementi za modeliranje pumpi i turbina, ali se isti mogu relativno lako implementirati te će se ovaj nedostatak u narednoj verziji programa nadograditi.

3. Implementacija teorijskog modela

Metoda korekcije tlaka se bazira na tome da se protok prikaže u vidu razlike tlakova te se pritom kao nepoznanice javljaju visinski tlakovi h (odnosno piezometarski potencijali H), a ne protoci Q . U svrhu generiranja ovakvog sustava jednadžbi, potrebno je definirati brzinu toka v u funkciji pada piezometarskog potencijala ΔE na krajevima dionice. Iz tog razloga se iz (4) i (5) može definirati odnos:

$$\Delta E_{oi} = H_i - H_o = \lambda_{oi} \frac{L_{oi}}{D_{oi}} \frac{v_{oi}^2}{2g} \quad (11)$$

te je iz (12) brzina toka u dionici oi :

$$v_{oi} = \mp \sqrt{\frac{2gD_{oi}}{\lambda_{oi}L_{oi}}} \sqrt{|H_i - H_o|} = P_{oi} \sqrt{|H_i - H_o|}. \quad (12)$$

Kako bi se očuvao predznak brzine v , potrebno je odrediti predznak pada piezometarske linije, što se matematički zapisuje u obliku:

$$v_{oi} = \frac{H_i - H_o}{|H_i - H_o|} P_{oi} \sqrt{|H_i - H_o|}. \quad (13)$$

Vrijednost protoka u dionici oi se sada može definirati umnoškom (14) i površine poprečnog presjeka cijevi A :

$$Q_{oi} = A_{oi} v_{oi} = \frac{H_i - H_o}{|H_i - H_o|} P_{oi} A_{oi} \sqrt{|H_i - H_o|}. \quad (14)$$

Uvrštavanjem (15) u (2) dobiva se:

$$\sum_{i=1}^n \frac{H_i - H_o}{|H_i - H_o|} P_{oi} A_{oi} \sqrt{|H_i - H_o|} - q_o = 0. \quad (15)$$

Jednadžba (14) se može napisati za bilo koji spoj o u tlačnoj mreži. Dakle, raspoloživih jednadžbi kontinuiteta je onoliko koliko ima spojeva u mreži. Upravo toliko je i nepoznatih piezometarskih potencijala H koje treba odrediti te je stoga sustav rješiv. Ovom metodom dolazi se do sustava nelinearnih algebarskih jednadžbi te se u svrhu rješavanja sustava u programu PIPENET3D koristi Newton-Raphsonova metoda [3]. Proces generiranja sustava je u programu PIPENET3D automatiziran.

3.1. Rješavanje sustava

Sustav jednadžbi kontinuiteta se rješava iterativnim putem koristeći Newton-Raphsonovu metodu. Sustav je riješen onda kada je za svaki spoj u mreži zadovoljena jednadžba kontinuiteta (1). Sve dok jednadžbe kontinuiranosti nisu zadovoljene postojat će odstupanje odnosno rezidual protoka R [9]. Stoga se za neuravnoteženo stanje u spoju o može pisati:

$$\sum_{i=1}^n \frac{H_i - H_o}{|H_i - H_o|} P_{oi} A_{oi} \sqrt{|H_i - H_o|} - q_o = R_o(H_1, H_2, H_3, \dots, H_o, \dots, H_{ni}), \quad (16)$$

gdje je n broj dionica koje prolaze kroz spoj o . Za svaki spoj postoji jednadžba kontinuiranosti te rezidual R_o . Usvojena iterativna metoda umanjuje rezidual dok isti ne postane manji od neke unaprijed definirane tolerancije (10^{-6}). Pritom, u svakom iterativnom koraku se vrši korekcija piezometarskog potencijala prema principu:

$$H_i^{(k)} = H_i^{(k-1)} + dH_i^{(k)}, \quad (17)$$

gdje je $H_i^{(k)}$ vrijednost piezometarskog potencijala u (k) -toj iteraciji, $H_i^{(k-1)}$ u $(k-1)$ -toj iteraciji, a $dH_i^{(k)}$ vrijednost korekcije piezometarskog potencijala u (k) -toj iteraciji.

U svrhu definiranja proračunskog protokola, razmotrit će se slučaj (16) gdje su i i o susjedni spojevi (čvorovi). Neka je piezometarski tlak u spoju o poznat. Dakle, potrebno je odrediti piezometarski tlak u spoju i takav da rezidual R_o bude jednak nuli. U prvoj iteraciji pretpostavlja se neka vrijednost piezometarskog potencijala H , a u idućoj računa prema (17). Pritom, korekcija $dH_i^{(k)}$ se definira tako da se ista raspiše u Taylorov red te da se pritom zanemare članovi višeg reda, iz čega slijedi [3, 9]:

$$dH_i^{(k)} = -\frac{R_o^{(k)}(H_i^{(k-1)})}{R_o^{(k)}(H_i^{(k-1)})}, \quad (18)$$

gdje je R' derivacija reziduala. Ako se isti pristup primijeni za općeniti slučaj sa N spojeva u mreži, za spoj o vrijedi:

$$R_o^{(k)}(H_1, H_2, \dots, H_{ni}) + \frac{\partial R_o^{(k)}}{\partial H_1} dH_1^{(k)} + \dots + \frac{\partial R_o^{(k)}}{\partial H_o} dH_o^{(k)} + \dots + \frac{\partial R_o^{(k)}}{\partial H_N} dH_N^{(k)} = 0. \quad (19)$$

Jednadžbu (19) je potrebno raspisati za svaki spoj u mreži. Nepoznanice su korekcije piezometarskih potencijala dH_i , kojih ima koliko i raspoloživih jednadžbi. Sustav jednadžbi može se matricno prikazati u obliku:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial H_1} & \frac{\partial R_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial R_1}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial R_1}{\partial H_N} \\ \frac{\partial R_2}{\partial H_1} & \frac{\partial R_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial R_2}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial R_2}{\partial H_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_o}{\partial H_1} & \frac{\partial R_o}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial R_o}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial R_o}{\partial H_N} \\ \frac{\partial R_1}{\partial H_1} & \frac{\partial R_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial R_1}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial R_1}{\partial H_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_N}{\partial H_1} & \frac{\partial R_N}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial R_N}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial R_N}{\partial H_N} \\ \frac{\partial H_1}{\partial H_1} & \frac{\partial H_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial H_o}{\partial H_o} & \dots & \frac{\partial H_N}{\partial H_N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \underbrace{\begin{bmatrix} dH_1 \\ dH_2 \\ \vdots \\ dH_o \\ \vdots \\ dH_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{dH}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -R_1 \\ -R_2 \\ \vdots \\ -R_o \\ \vdots \\ -R_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}}, \quad (20)$$

gdje je matrica koeficijenata poznata kao Jacobieva matrica \mathbf{J} . Vektor s nepoznatim korekcijskim članovima označen je sa \mathbf{dH} , a vektor reziduala s \mathbf{R} . Za zadanu tlačnu mrežu program PIPENET3D automatizirano generira članove matrice \mathbf{J} [3] koristeći obrazac koji će se u nastavku ilustrirati za primjer spoja 1 koji ima susjedne spojeve 2 i 3 (dakle, na čvor 1 su spojene dvije cijevi). Tada (16) poprima oblik:

$$R_1(H_1, H_2, H_3) = \frac{H_2 - H_1}{|H_2 - H_1|} P_{21} A_{21} \sqrt{|H_2 - H_1|} + \dots \quad (21)$$

$$+ \frac{H_3 - H_1}{|H_3 - H_1|} P_{31} A_{31} \sqrt{|H_3 - H_1|} - q_1,$$

Parcijalna promjena funkcije R_1 po piezometarskom potencijalu H_1 je:

$$\frac{\partial R_1}{\partial H_1} = -\frac{P_{21} A_{21}}{\sqrt{|H_2 - H_1|}} - \frac{P_{21} A_{21} \operatorname{signum}(H_2 - H_1)(H_1 - H_2)}{2(|H_2 - H_1|)^{3/2}} + \dots \quad (22)$$

$$- \frac{P_{31} A_{31}}{\sqrt{|H_3 - H_1|}} - \frac{P_{31} A_{31} \operatorname{signum}(H_3 - H_1)(H_1 - H_3)}{2(|H_3 - H_1|)^{3/2}},$$

gdje funkcija *signum* vraća nulu ako je razlika $H_i - H_0$ nula, te vraća $(H_i - H_0)/|H_i - H_0|$ ako je ista razlika različita od nule. Parcijalna promjena funkcije R_1 po piezometarskom potencijalu H_2 je:

$$\frac{\partial R_1}{\partial H_2} = -\frac{P_{21} A_{21}}{\sqrt{|H_2 - H_1|}} - \frac{P_{21} A_{21} \operatorname{signum}(H_2 - H_1)(H_1 - H_2)}{2(|H_2 - H_1|)^{3/2}} \quad (23)$$

te je parcijalna promjena funkcije R_1 po piezometarskom potencijalu H_3 :

$$\frac{\partial R_1}{\partial H_3} = -\frac{P_{31} A_{31}}{\sqrt{|H_3 - H_1|}} - \frac{P_{31} A_{31} \operatorname{signum}(H_3 - H_1)(H_1 - H_3)}{2(|H_3 - H_1|)^{3/2}}. \quad (24)$$

Treba primijetiti da se navedeni obrazac analogno primjenjuje na sve spojeve u tlačnom sustavu te se u tu svrhu samo mijenjaju indeksi i broj doprinosa parcijalnih promjena reziduala R , odnosno broj članova različitih od nule u matrici \mathbf{J} . Nakon što se na taj način raspisu i proračunaju svi članovi matrice \mathbf{J} i vektora \mathbf{R} , kao jedine nepoznanice ostaju članovi vektora \mathbf{dH} . Zanimljivo je primijetiti da u stanovitim okolnostima generirani sustav jednadžbi može biti slabo kondicioniran te determinanta matrice koeficijenata \mathbf{J} postaje bliska nuli, čime se otežava postupak rješavanja sustava. U tu svrhu program PIPENET3D koristi iterativnu metodu konjugiranih gradijenata koja u okviru razmatranog problema redovito uspješno pronalazi rješenje. Zanimljivo je napomenuti da se numeričkim eksperimentima pokazalo da je kondicioniranost matrice \mathbf{J} direktno vezana za zadanu topologiju mreže. Ova problematika iziskuje dodatne analize koje će se sigurno provesti u okviru sljedećeg razvoja programa PIPENET3D.

Pronalaskom vektora \mathbf{dH} vrši se korekcija piezometarskih potencijala H . Zatim se ponavlja postupak, sve dok norma vektora reziduala \mathbf{R} ne postane manja od neke unaprijed definirane tolerancije. Kada je postignuta željena točnost, proračun završava, te se ispisuju traženi piezometarski potencijali

u spojevima. Na temelju dobivenih piezometarskih potencijala definiraju se protoci u dionicama (14).

4. Inicijalizacija protoka i piezometarskih potencijala

Prethodno opisan algoritam iziskuje definiranje početnog rasporeda piezometarskog potencijala H koji ispunjava uvjet prvog Kirchhoffovog uvjeta (1). To se postiže na način da se prvo odrede protoci u mreži koji zadovoljavaju jednadžbe kontinuiteta, ali ne i drugi Kirchhoffov uvjet (8). Zatim se na temelju proračunatih inicijalnih protoka određuju gubici energetske visine za svaku dionicu mreže. Kao posljednji korak algoritma, određuju se potencijali H na temelju poznatih piezometarskih potencijala u vodospremama [3].

4.1. Inicijalizacija protoka

U svrhu određivanja protoka u dionicama uvodi se matrica orijentacije protoka \mathbf{K} [3]. U njoj su sadržani predznaci protoka u ovisnosti o tome je li pretpostavljeni protok prema promatranom spoju ili od njega. Kreira se na osnovu topološke matrice \mathbf{TOP} te njene vrijednosti nemaju veze sa stvarnim smjerom protoka. Služi isključivo za automatizaciju pisanja jednadžbi kontinuiteta, te će u slučaju pogrešno pretpostavljenog smjera, inicijalni protok imati negativan predznak. Kako broj jednadžbi kontinuiranosti koincidira s brojem spojeva u mreži, članovi matrice \mathbf{K} slijede iz jednadžbi kontinuiranosti napisanih za svaki pojedini čvor tlačne mreže. Tako se može napisati općeniti sustav:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1M} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & \cdots & K_{NM} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}}, \quad (25)$$

iz kojeg se može primijetiti da je sustav jednadžbi pododređen. Drugim riječima, sustav ima beskonačno mnogo rješenja. Ipak, u svrhu automatizirane inicijalizacije proračuna, potrebno je pronaći jedno rješenje koje zadovoljava prvi Kirchhoffov uvjet (1). Dakle, treba riješiti matrični sustav $\mathbf{KQ}=\mathbf{q}$, gdje je \mathbf{Q} nepoznati vektor. Odabrano eksplicitno rješenje za vektor \mathbf{Q} se bazira na regresijskoj analizi [3] te se definira u vidu jednadžbe:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K}^T [\mathbf{K}\mathbf{K}^T]^{-1} \mathbf{q}, \quad (26)$$

unutar koje se sustav definiran s $[\mathbf{KK}^T]^{-1}\mathbf{q}$ rješava koristeći metodu konjugiranih gradijenata, jer i u ovom slučaju može doći do izražaja slaba kondicioniranost matrice koeficijenata \mathbf{KK}^T .

4.2. Inicijalizacija piezometarskih potencijala

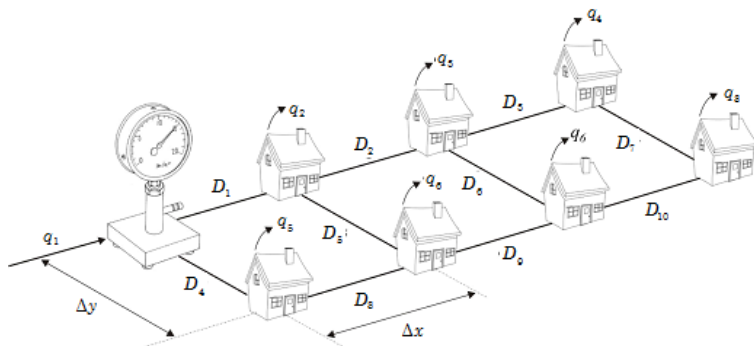
Nakon što se odrede inicijalni protoci, na temelju jednadžbe (5) definiraju se gubici energetske visine za svaku dionicu u mreži. Dovoljno je poznavati barem jedan piezometarski potencijal nekog spoja u mreži da se na temelju (11) odrede piezometarski potencijali susjednih spojeva. Algoritam za navedeno se može pronaći u literaturi [3]. Algoritam za inicijalizaciju piezometarskih potencijala H_i u prvom redu definira piezometarske potencijale spojeva susjednih vodospremi, a zatim se na osnovi cikličkog pretraživanja poznatih potencijala određuju piezometarski potencijali u susjednim spojevima. Postupak se iterativno ponavlja dok u svim čvorovima tlačne mreže nije poznati piezometarski potencijal.

5. Numerički primjer

Numerički primjer će se prikazati u svrhu demonstriranja rada programa PIPENET3D. Kako bi se izvršio hidraulički proračun tlačne mreže, potrebno je definirati geometrijske i topološke značajke iste, hidraulička opterećenja u spojevima, piezometarski potencijal zadanih vodosprema te, konačno, mehanička svojstva fluida. Svi ulazni podaci učitavaju se iz pripadajućih *.txt datoteka unutar kojih se zatraženi podaci moraju definirati u strogo zadanom formatu. Detaljan opis definiranja ulaznih podataka bi iziskivao veliki broj stranica rada koji nije prihvatljiv te bi u tom slučaju rad prerastao u upute za korištenje programa. Izlazni podaci programa se isto tako dobivaju u vidu *.txt datoteka. U nekoj od narednih verzija programa razmotriti će se opcija izrade interaktivnog sučelja za zadavanje i pregled rezultata hidrauličke analize.

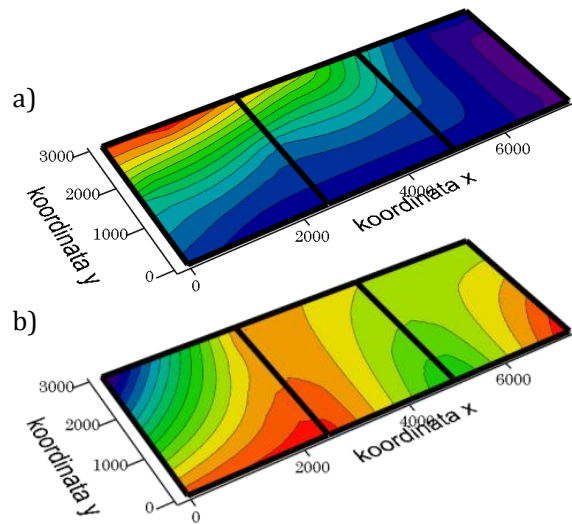
Tlačna mreža je u potpunosti definirana zadavanjem matrice koordinata spojeva \mathbf{XYZ} i topološke matrice \mathbf{TOP} koja definira relativne odnose između dionica i spojeva [3]. U razmatranom primjeru je zadano $N = 8$ i $M = 10$ te je geometrija dionica definirana prostornim inkrementima $\Delta x = 2500$ m i $\Delta y = 3000$ m (Slika 1). Kako je pažnja u ovom radu prvenstvo predana vodoopskrbnim mrežama, mehanička svojstva fluida koji struji u tlačnoj mreži su zadana gustoćom $\rho = 1000$ kg/m³ i dinamičkom viskoznosti fluida $\mu = 0.001307$ Pa·s pri temperaturi od 10 °C. Što se tiče hidrauličkog opterećenja, osim spoja 1 na kojem je poznati piezometarski potencijal $H = 45$ m (vodosprema), u svim spojevima dionica tlačne mreže su zadana hidraulička opterećenja: $q_2 = 3.6$ l/s, $q_3 = 3.1$ l/s, $q_4 = 2.8$ l/s, $q_5 = 3.8$ l/s, $q_6 = 4.0$ l/s, $q_7 = 2.2$ l/s, $q_8 = 4.1$ l/s. Dionice tlačne mreže su zadane

promjerima: $D_1 = 500$ mm, $D_2 = 400$ mm, $D_3 = 200$ mm, $D_4 = 300$ mm, $D_5 = 250$ mm, $D_6 = 250$ mm, $D_7 = 150$ mm, $D_8 = 200$ mm, $D_9 = 200$ mm, $D_{10} = 200$ mm. Apsolutna hrapavost ε je za sve dionice usvojena u iznosu od 0.01 mm.

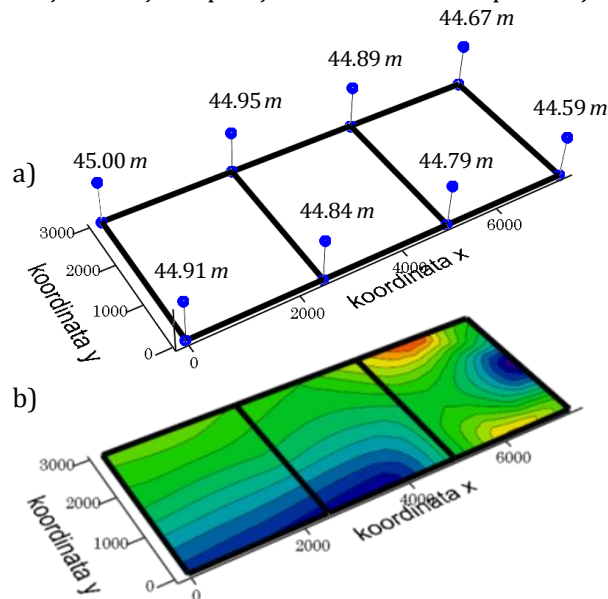


Slika 1. Shema zadane tlačne vodoopskrbne mreže (u spoju 1 se nalazi zadani piezometarski potencijal koji u ovom primjeru ima ulogu vodospreme).

Nakon definiranja ulaznih podataka pokreće se proračun tako da se aktivira *.exe datoteka programa PIPENET3D. U slučaju zadanih podataka dobivaju se protoci u dionicama Q_j , brzine v_j i piezometarski potencijali spojeva H_i . Rezultati protoka su izraženi u m^3/s , brzina u m/s , a piezometarskih potencijala u m. Prostorni raspored pojedinih ulaznih i izlaznih veličina je vizualiziran u programu MathCAD 15 te pritom treba primijetiti da se u tu svrhu provela interpolacija veličina definiranim u dionicama i spojevima unutar područja koji zauzima sama mreža. Iako ovakav prikaz rasporeda karakterističnih veličina toka nije primjeren jer ukazuje na iznose varijabla toka izvan cijevi, prikladan je za preliminarni iskaz rezultata. U nekoj od narednih verzija programa izradit će se prikladnija vizualizacija rezultata. Na taj način je na Slici 2a prikazan raspored promjera dionica te na Slici 2b raspored potrošnje vode po spojevima tlačne mreže. Na sličan način je na Slici 3b prikazan raspored proračunate srednje brzine toka u dionicama sustava te je na Slici 3a prikazan raspored visinskog tlaka.



Slika 2. Ulazni podaci: a) interpolacija profila dionica (crvena područja ukazuju na predjele s maksimalnim promjerom D), b) interpolacija hidrauličkog opterećenja (crvena područja ukazuju na predjele s maksimalnom potrošnjom vode q)



Slika 3. Izlazni podaci: a) raspored visinskog tlaka u spojevima tlačne mreže, b) interpolacija brzine toka u dionicama tlačne mreže (crvena područja ukazuju na predjele s maksimalnom brzinom vode v)

6. Zaključak

U radu su prikazani odabrani teorijski implementacijski aspekti programa PIPENET3D, razvijenog za stacionarnu analizu toka u tlačnim sustavima. Prikazani program PIPENET3D relativno brzo i s proizvoljnom točnošću definira iznose piezometarskog potencijala u spojevima zadane tlačne mreže. Program je razvijen tako da može modelirati tlačni sustav s više vodosprema te pritom ima integrirani iteracijski algoritam koji ovisno o zadanim potrošnjama vode u spojevima tlačne mreže definira pripadajuće protoke iz svake vodospreme. Za slučaj da je tlačni sustav definiran samo s jednom vodospremom, program nudi opciju optimizacije poprečnih profila dionica tlačne mreže, i to tako da se promjeri D definiraju na način da se minimiziraju operativni troškovi mreže. Kao kriteriji postizanja optimalnih promjera definira se brzina toka u dionicama u iznosu od 1 m/s. Program je testiran tako da se isti koristio za analizu primjera tlačnih mreža iz literature u kojima je raspored relevantnih hidrauličkih veličina unaprijed poznat. Program PIPENET3D je u daljnjem razvoju te se za narednu verziju programa primarno razmatraju druge optimizacijske metode i implementacija algoritma za nestacionarnu analizu toka.

Literatura

- [1] Gjetvaj, G., *Rukopis predavanja iz predmeta Hidraulika*, Interna skripta, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2006.
- [2] Vuković, Ž., *Opskrba vodom i odvodnja I.*, Interna skripta, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2014.
- [3] Travaš, V., *Rukopis predavanja iz predmeta Računarska hidraulika*, Interna skripta, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2014.
- [4] Alfirević, I., *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*, Golden marketing, Zagreb, 2003.
- [5] Jeppson, R.W., *Steady flow Analysis of pipe networks*, An Instrucitonal Manual, Department of Civil and Environmental Engineering and Utah Water Research Laboratory, Utah State University, 1974.
- [6] Prodanović, D., *Mehanika fluida za studente Građevinskog fakulteta*, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2007.
- [7] Sleigh, A., *Notes for the Level 1 Lecture Course in Fluid Mechanics*, School of Mechanical Engineering, University of Leeds, 2006.
- [8] Haaland, S.E., *Simple and explicit formulas for friction factor in turbulent flow*, ASME Journal of Fluids Engineering, br. 105: 89-90, 1983.
- [9] Giudice, J.J., *Analysis of pipe networks based on the Newton-Raphson method*, Master's thesis, BCE, The City College of New York, 1964.

MODEL UNAPRJEĐENJA PROMETNIH UVJETA U STAMBENIM NASELJIMA – PRIMJERI NASELJA U GRADU RIJECI

MODEL FOR TRAFFIC CONDITION IMPROVEMENT IN RESIDENTIAL AREAS – EXAMPLES FROM CITY OF RIJEKA

Ivana Pranjić*, Aleksandra Deluka Tibljaš*, Srđan Škunca,
Sergije Babić*, Iva Močibob*, Martina Klaric*, Tomislava Golik***

Sažetak

U radu je analizirana prometna komponenta organizacije i funkcioniranja tri riječka naselja, planski građena početkom 60-ih godina (Turnić), krajem 60-ih (Vojak), te krajem 70-ih i 80-ih godina 20. st. (Srdoči). U cilju istraživanja mogućnosti prilagodbe spomenutih naselja novim prostorno-prometnim standardima i potrebama stanovnika, u sklopu izrade nekoliko diplomskih radova na Građevinskom fakultetu u Rijeci, obrađeno je postojeće stanje prometnog sustava, provedena analiza svih vidova prometa i uvjeta njihovog odvijanja te potreba korisnika, temeljem čega su izrađeni i konkretni prijedlozi unaprjeđenja prometnog sustava u navedenim naseljima. Predložene promjene usmjerene su na optimizaciju svih vidova prometa, a posebno na poboljšanje uvjeta pješачkog prometa. Razvijeno je više prijedloga rješenja koja su odabrana usporedbom mogućih varijanti na temelju više kriterija. Rezultati opisanih istraživanja i prijedlog modela prema kojem je provedena analiza i prema kojem su definirana optimalna rješenja se mogu primijeniti i na druga naselja i gradove.

Ključne riječi: prometni uvjeti, stambeno naselje, model unaprjeđenja prometa

*Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, Rijeka

E-mail:

{ivana.pranjic,aleksandra.deluka.tibljash,sergije.babic,iva.mocibob,martina.klaric,tomislava.golik}
@gradri.uniri.hr

**Grad Rijeka – Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam, ekologiju i gospodarenje zemljištem,
Titov trg 10, Rijeka

E-mail: srdjan.skunca@rijeka.hr

Abstract

This paper analyzes the traffic component of the organization and functioning of three settlements in Rijeka, built on urban planning standards in early 60s (Turnić), late 60s (Vojak), and the late 70s and 80s of the 20th century (Srdoči). In order to study the possibilities for adaptation of these settlements to new spatial traffic standards and population needs, a few theses at the Faculty of Civil Engineering in Rijeka dealt with the current state of the transport system. An analysis of all types of traffic conditions and user needs was conducted and a base for concrete proposals of improving the transport system in these areas was created. The proposed changes are aimed at optimizing all types of traffic, especially on improved conditions of pedestrian traffic. Several possible solutions were developed throughout the comparison of several different variants according to several criteria. The results of the described research and the proposed model according to which the analysis was conducted and by which the optimal solutions were defined can be applied to other towns and cities.

Keywords: *Rijeka, traffic conditions, residential area*

1. Uvod

Stambena naselja u gradu Rijeci nastala od 50-tih do 90-tih godina prošlog stoljeća razlikuju se prema urbanističkom oblikovanju, gustoći stanovanja i, u prometnom smislu, načinu na koji je unutarinja mreža prometnica povezana sa obodnom gradskom mrežom. Prometni uvjeti unutar naselja, bez obzira na urbanističko oblikovanje, mogu se smatrati vrlo sličnima jer naselja nastaju u vrijeme značajno nižeg stupnja motorizacije. Naglim povećanjem stupnja motorizacije, osobito 90-tih godina prošloga stoljeća dolazi do promjene unutar naselja jer se raspoloživi prostori u velikoj mjeri počinju koristiti za potrebe parkiranja automobila i pomalo pod svojevrsnom „najezdom“ automobila nestaju pješački i općenito javni prostori u gradovima, a time i mogućnost socijalnih kontakata u tim naseljima.

U dogovoru i uz podršku Odjela za urbanizam Grada Rijeke tijekom 2013. Godine, grupa studentica Građevinskog fakulteta u Rijeci je u sklopu izrade diplomskih radova [1],[2],[3],[4] radila na zadatku analize nekoliko takvih naselja u Rijeci. Cilj je bio utvrditi uvjete u naseljima (Vojak, Turnić, Srdoči) te predložiti prometna rješenja kojima će se unaprijediti ne samo prometni, već i socijalni uvjeti u analiziranim naseljima.

U radu je prikazana urbanistička povijest ovih naselja, analiza uvjeta i ponuđena rješenja za navedena naselja te u konačnici i model pomoću kojega je moguće analizirati i definirati rješenja za unaprijeđenje prometnih uvjeta i općenito uvjeta života u nekom gradskom naselju.

2. Urbanistički razvoj odabranih primjera stambenih naselja u Rijeci

2.1. Stambeno naselje Turnić

Stambeno naselje Turnić planirano je i izgrađeno u sklopu provedbe Programa stambene izgradnje na području grada Rijeke do 1961. godine kao jedno od prvih kompleksnih stambenih naselja u poslijeratnom razvoju grada [5]. Kao takvo, naselje se planira, a potom i izgrađuje s potrebnim sadržajima javne i društvene namjene, javnih servisa, trgovačko-uslužnim sadržajima i dr. te oprema javnim zelenim površinama, igralištima i dr. Prema urbanističkom rješenju arhitekta Zdenka Sile od 1959. do 1961. izgrađen je dio naselja do Čandekove ulice s približno 830 stanova, a do 1965. i preostali dio do Ulice A. Barca, nazvan Gornji Turnić, s dodatnih 560 stanova, u kojem su, postupno i s vremenskim razmacima, izgrađeni opskrbeni centar, škola, dječji vrtić, knjižnica, ambulanta i dr. Iako je glavna naseljskih sadržaja smještena uz Čandekovu ulicu, ista nije tijekom razvoja stekla fizionomske osobine koje bi je učinile prepoznatljivim i privlačnim središnjim prostorom. Iako visoke gustoće (~250 st./ha), prostorna rahlost odražava kreiranje naselja u uvjetima izrazito niskog stupnja motorizacije od svega 16 stanovnika/1 automobil. Glavne naseljske prometnice meandriraju rubom naselja uz koji su smješteni 11-katni stambeni tornjevi koji su s nizovima i drugim stambenim građevinama uglavnom povezani uličnom mrežom kolno-pješačkih osobina te poprečno položenim pješačkim stazama i stubištima (preko kojih je riješen pristup i dijelu tornjeva, što je u današnjoj praksi posve neprihvatljivo). Stoga je analiza današnje prometne slike i utvrđivanje opsega i vrste potrebnih zahvata u cilju prilagođavanja naselja suvremenim potrebama svakako izazovan zadatak.

2.2. Stambeno naselje Vojak

Početakom 60-ih godina 20. stoljeća na slobodnom prostoru između trsatskog groblja i igrališta nogometnog kluba "Orijent" pokrenuto je planiranje stambenog naselja [6]. Unutar jedinstvenog urbanog sklopa površine oko 14 hektara dominira 8 stambenih tornjeva raspoređenih u dvije, oblikovno i brojem stanova, različite skupine: zapadna, visine 11 katova te istočna, visine 14 katova (radi niže konfiguracije), u zaleđu kojih je smješteno 6 stambenih blokova visine 9 etaža. Na površinama između tornjeva i nizova planirani su naseljski sadržaji: vrtić, osnovna škola, opskrbeni i društveni centar, toplana te parkovne i igrališne površine. Opisana organizacija dijelom je odraz ranije izgrađene prometne mreže, a dijelom uvjetovana odjeljivanjem od vojarne Trsat smještene sjeverno od

naselja. Gradnja naselja započela je 1965. [7], a okončana početkom sedamdesetih godina. Izgrađeno je ukupno 1.000 stanova te postignuta visoka gustoća stanovanja od oko 300 st./ha. Iako je izostala izgradnja društvenog centra na spoju s Kumičićevom ulicom i izrazitije uređenje javnih površina, naselje posjeduje ugodnost kojoj pogoduje akropolski smještaj, blagi nagib terena i široka ekspozicija prema autoritetima prostora, po čemu je naselje bilo atipično već u razdoblju nastanka, s višim standardom stanovanja u odnosu na samo nekoliko godina stariji Turnić.

2.3. Stambeno naselje Srdoči

Nakon izrade prvog prijedloga Provedbenog urbanističkog plana naselja Srdoči 1976. godine, pokrenuta je intenzivna i dominantno višestambena izgradnja te je šire područje starih naselja ruralnog tipa integrirano u jedinstveni prostor naselja Srdoči [8]. Naime, do 1983. godine izgrađeno je 1.153 novih stanova od kojih 1.023 u višestambenim građevinama organiziranim u dvije morfološko-tipološke cjeline: nizovi unutar prstena ulica Tina Ujevića i Dobriše Cesarića, te blokovi istočno i zapadno od sjevernog završetka Ulice Miroslava Krleže. Izgradnja pratećih sadržaja nije vremenski pratila izgradnju naselja te je dio njih izostao na planiranim lokacijama, a dio njih (npr. trgovački centar) nastao je transformacijom nekadašnje radne zone istočno do Ulice Bartola Kašića. U odnosu na Turnić i Vojak, vidljive su posebnosti stambenog naselja Srdoči. Riječ je o naselju mješovitog tipa, s visokom zastupljenošću individualne stambene izgradnje, formiranog tijekom četiri desetljeća na podlozi više urbanističkih koncepcija, modela izgradnje (putem stambene zadruge, gradnja za tržište, POS) te načina opremanja pratećim sadržajima, što se odrazilo i na organizaciju naselja, nedostatnu kvalitetu urbanog prostora, stambene arhitekture te funkcioniranje naselja kao cjeline [9].

3. Analiza prometnih uvjeta u odabranim stambenim naseljima u Rijeci

Analizom prometnih uvjeta obuhvaćena su tri riječka stambena naselja: Srdoči, Turnić i Vojak. Smještaj naselja unutar grada Rijeke i osnovni podaci o njima prikazani su na Slici 1.



Slika 1. Položaj analiziranih naselja na karti mjesnih odbora Grada Rijeke u odnosu na centar grada; [10]

Istraživanja u naseljima obuhvatila su analizu važećih dokumenata prostornog uređenja, terenske obiliske i opažanja prometnih uvjeta unutar naselja, a u 2 od 3 naselja provedeno je i istraživanje mišljenja stanovnika (anketa) o prometnim uvjetima. Rezultati ovih istraživanja prikazani su u nastavku za svako pojedinačno naselje.

3.1. Postojeće stanje – usporedba zajedničkih pokazatelja kvalitete prometnog sustava

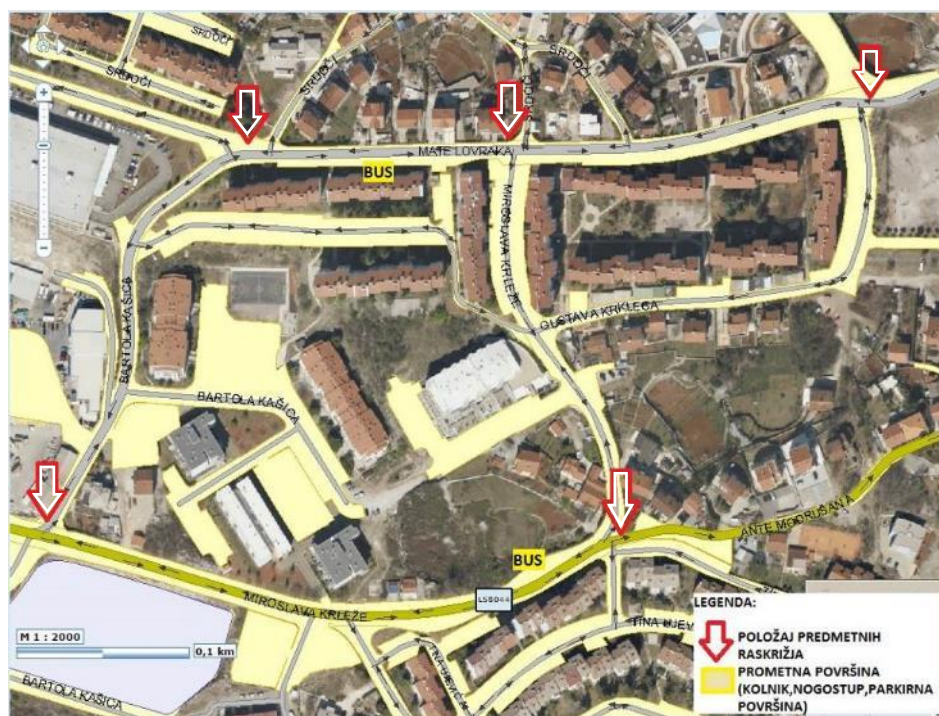
S ciljem utvrđivanja polaznih osnova za predlaganje intervencija u prometni sustav kojima bi se unaprijedili prometni, a time i opći uvjeti života u analiziranim naseljima, definirani su osnovni zajednički pokazatelji kvalitete prometnog sustava naselja, koji su prikazani u Tablici 1. Uz zajedničke pokazatelje, za svako naselje izdvojeni su i specifični problemi, opisani u poglavljima koja slijede.

Tablica 1. Zajednički pokazatelji stanja prometnog sustava u analiziranim naseljima

Naselje	Uvjeti odvijanja motornog prometa	Uvjeti odvijanja pješačkog prometa	Stanje i potrebe za parkirnim mjestima	Uvjeti odvijanja javnog prijevoza
SRDOČI	<ul style="list-style-type: none"> - tranzitni promet u naseljskim ulicama, - građevinski i prometni nedostaci na raskrižjima 	<ul style="list-style-type: none"> - propisna širina nogostupa (1,50 m), - sigurnost umanjuju nepropisno parkirana vozila, - manjak javnih pješačkih površina 	<ul style="list-style-type: none"> - površinska parkirališta uz stambene objekte (kapacitet), - ulično parkiranje - nedostatak oko 420 PM 	<ul style="list-style-type: none"> - nedovoljan broj i neprihvatljiva udaljenost postaja JP u odnosu na gravitacijsko područje
TURNIĆ 1	<ul style="list-style-type: none"> - razina uslužnosti i sigurnost na raskrižjima nezadovoljavajući 	<ul style="list-style-type: none"> nedostatak pješačkih površina i zauzetost postojećih nepropisno parkiranim vozilima 	<ul style="list-style-type: none"> - parkirališta uz stambene građevine različitog kapaciteta, - nedostatak oko 450 PM 	<ul style="list-style-type: none"> - zadovoljavaj ući broj postaja na prihvatljivoj udaljenosti, - linije JP dovoljno frekventne
TURNIĆ 2	<ul style="list-style-type: none"> slaba povezanost dijelova naselja zbog neadekvatne organizacije prometa 	<ul style="list-style-type: none"> - propisna širina nogostupa (1,50m), - sigurnost umanjuju nepropisno parkirana vozila, - pješačke površine slabo povezane 	<ul style="list-style-type: none"> - parkirališta uz stambene građevine različitog kapaciteta, - ulično parkiranje - nedostatak oko 320 PM 	<ul style="list-style-type: none"> - zadovoljavaj ući broj postaja na prihvatljivoj udaljenosti, - linije JP dovoljno frekventne
VOJAK	<ul style="list-style-type: none"> nezadovoljavajuća razina uslužnosti i sigurnost na raskrižjima 	<ul style="list-style-type: none"> - neatraktivnost i manjak pješačkih površina u naselju, - raspršenost sadržaja po naselju 	<ul style="list-style-type: none"> - parkirališta uz stambene građevine manjeg kapaciteta, - nedostatak oko 150 PM 	<ul style="list-style-type: none"> - zadovoljavaj ući broj postaja na prihvatljivoj udaljenosti, - linije JP dovoljno frekventne

3.2. Prometni uvjeti u naselju Srdoči

Osnovna prometna mreža naselja Srdoči može se ocijeniti kao zatvorena [11] jer se veza naselja sa obodnom županijskom cestom Ž5204 (ulica Martinkovac) ostvaruje preko jednog raskrižja u razini, a mreža prometnica i prometna organizacija naselja omogućuju dostupnost svih sadržaja unutar naselja. Sjeverni dio ulice Miroslava Krleže (Slika 2) predstavlja mikrocentar naselja svojom pozicijom i ponudom pogotovo uslužnih sadržaja. U prometnom smislu, riječ je o generatoru prometa čije potrebe nisu riješene na zadovoljavajući način, što se prvenstveno ogleda u nedostatku uličnih parkirnih mjesta za korisnike spomenutih uslužnih sadržaja i posljedično manjkom pješačkih površina zauzetih nepropisno parkiranim vozilima [1].



Slika 2. Ortofoto promatranog područja naselja Srdoči;[12]

3.3. Prometni uvjeti u naselju Turnić

Analizirana su dva dijela naselja Turnić, tj. jugozapadno područje naselja koje graniči sa naseljem Krnjevo (Turnić 1) te sjeveroistočni dio naselja na granici s naseljem Podmurvice (Turnić 2). Njihova poveznica je Ulica Franje Čandeka (L58044) na koju oba dijela naselja imaju pristup preko svojih sabirnih ulica.

3.3.1. Prometni uvjeti u naselju Turnić 1

Jugozapadni dio naselja, radno nazvan Turnić 1, omeđen je četirima prometnicama različite kategorije koje su međusobno povezane raskrižjima u razini i čine otvorenu prometnu mrežu [11] oko naselja (Slika 3). Važno je istaknuti kako se oba analizirana raskrižja u naselju nalaze u neposrednoj blizini osnovnih škola, ali svojim elementima ne udovoljavaju visokim sigurnosnim standardima kakve bi trebala imati obzirom na učestalost korištenja od strane školske djece, kao ni razinom uslužnosti u vršnim satima. Karakteristični problem ovog naselja predstavlja podređenost pješačkog prometa motornom prometu u samom naselju, što je posljedica nedostatka pješačkih površina kao i nezadovoljavajućeg kapaciteta parkirnih površina u odnosu na pretpostavljeni broj stanovnika [2], što rezultira velikim brojem nepropisno parkiranih vozila u naselju.

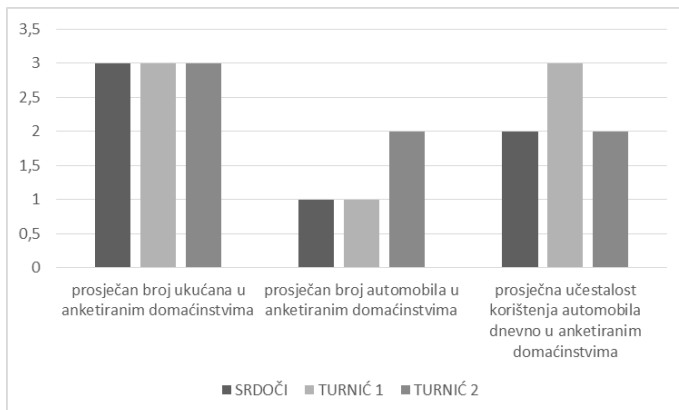


Slika 3. Ortofoto prikaz naselja Turnić 1; [12]

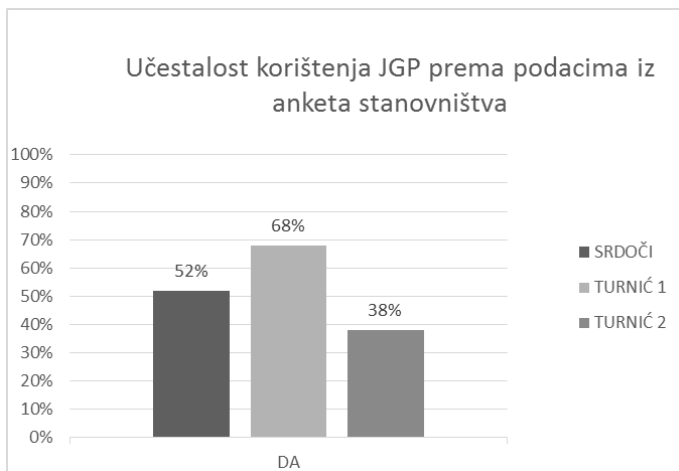
3.3.2. Prometni uvjeti u naselju Turnić 2

Drugi dio naselja, radno nazvan Turnić 2, nalazi se sjeveroistočno od prethodno opisanog područja. Omeđen je dvjema važnim gradskim prometnicama, ulicom Franje Čandeka i Vukovarskom ulicom koje su vrlo opterećene tranzitnim prometom koji se kreće prema odnosno iz centra grada, ovisno o vršnom satu (Slika 4). Prometna mreža naselja otvorenog je

procjene sigurnosti prometa u naselju i procjene prometne opterećenosti naselja i pripadajućih obodnih prometnica. U nastavku je prikazan dio rezultata provedenih anketa (Slika 6, 7).



Slika 6. Rezultati analize podataka prikupljenih u anketama u [1],[2],[3] radi utvrđivanja stvarnog stupnja motorizacije



Slika 7. Rezultati analize podataka prikupljenih u anketama u [1],[2],[3] radi utvrđivanja učestalosti korištenja javnog gradskog prijevoza

4. Odabir prijedloga rješenja prometnog sustava u analiziranim naseljima

Rješavanju prometnih problema unutar svakog naselja pristupilo se individualno, na temelju prethodno utvrđenih zajedničkih pokazatelja stanja prometnog sustava (Tablica 1). Prilikom razrade prijedloga rješenja navedenih problema željelo se uzeti u obzir sve segmente prometnog

sustava koji neposredno ili posredno mogu utjecati na poboljšanje kvalitete života u naselju, a koji su se razlikovali u pojedinim naseljima.

Odabir prijedloga rješenja za naselja zasnivao se na pojednostavljenom postupku višekriterijske optimizacije, pri čemu je razrađeno nekoliko varijanti na razini idejnog rješenja koje su vrednovane prema definiranim kriterijima, a težina kriterija određena subjektivnom procjenom analitičara. Konačni prijedlog rješenja dobiven je vrednovanjem pojedine varijante prema unaprijed određenom rasponu ocjena i kriterijima za svako od analiziranih naselja, pri čemu je varijanta s najvećom konačnom ocjenom usvojena je kao moguće rješenje. Primjer definiranja kriterija za vrednovanje dan je u Tablici 2.

Tablica 2. Opis kriterija za vrednovanje varijantnih rješenja u naselju Turnić 1; [2]

kriterij	opis kriterija	mjerna jedinica kriterija	važnost kriterija (%)
sigurnost	smanjenje broja kolizijskih točaka u raskrižju	kolizijske točke	25
propusnost	postizanje zadovoljavajuće razine uslužnosti na raskrižju	razina uslužnosti	20
povećanje pješačkih površina	podizanje razine sigurnosti i standarda za pješački promet	m ²	15
udio rekonstruirane površine	površina rekonstrukcije radi primjene novog rješenja	m ²	10
parkirne površine	ulično parkiranje na obodnim ulicama	broj pm	10
duljina putovanja	procjena duljine putovanja unutar naselja	kvalitativni kriterij	10
ambijentalnost	uklopivost rješenja u izgled naselja	kvalitativni kriterij	10

5. Prijedlozi rješenja unaprjeđenja prometnog sustava u analiziranim naseljima

Prijedlozi rješenja prometnih problema u analiziranim naseljima dani su na razini idejnog rješenja koje je rezultat razrade varijante rješenja usvojene nakon pojednostavljenog postupka višekriterijske optimizacije za svako od analiziranih naselja. Idejna rješenja predstavljaju sintezu unaprjeđenja samog prometnog sustava u naselju i oplemenjivanja prostora predloženim promjenama vezanima uz prometne tokove.

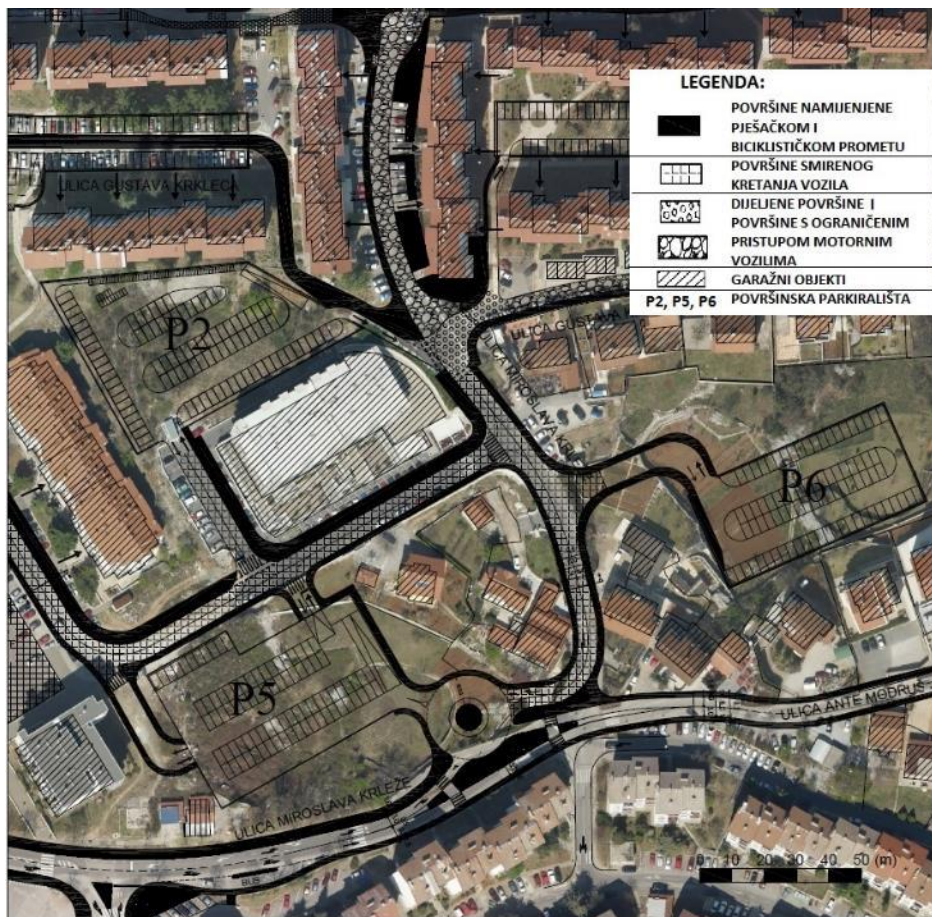
5.1. Naselje Srdoči

Prijedlog rješenja prometnog sustava u naselju Srdoči temelji se na reorganizaciji vođenja prometa u obodnim ulicama promatranog područja kako bi se što više reducirao tranzitni promet koji opterećuje naseljske ulice. Predlaže se tzv. „tranzitni prsten“, jednosmjerna prometnica oko naselja sa dva prometna traka u svrhu postizanja veće protočnosti prometa. Uspostava prstena zahtijeva određene građevinske i regulacijske promjene, ponajprije na raskrižjima unutar samog prstena. Predlažu se rekonstrukcije četiri klasična raskrižja u mala kružna raskrižja te dvije rekonstrukcije postojećih raskrižja radi poboljšanja sigurnosti i propusnosti prometa te prilagodbe na novu regulaciju prometa.

Jedna od značajnijih predloženih promjena je i prenamjena određenih ulica u naselju u područja smirenog prometa i ograničenog pristupa za motorna vozila (Slika 8) kako bi se stvorila mirna stambena zona. Kolno-pješački pristupi zamišljeni su kao zone smirenog prometa u kojima bi se različitim mjerama naglasila podređenost motornog prometa u odnosu na nemotorizirane vidove prometa (ograničenje brzine na 30 km/h, popločenje, vertikalna i horizontalna signalizacija...). Drugi tip zone smirenog prometa namijenjen je isključivo nemotoriziranom prometu, uz iznimku dozvoljenog pristupa interventnim i dostavnim vozilima te vozilima stanara. Na taj način stvaraju se uvjeti za kvalitetnu pješačku i biciklističku komunikaciju između rubnih dijelova naselja u kojima se nalaze socijalno zanimljivi sadržaji, a dodatno se naglašava i uloga Ulice Miroslava Krležje kao centralnog dijela naselja namijenjenog stanovnicima za korištenje u slobodno vrijeme.

Predlaže se i uvođenje nekoliko novih autobusnih postaja u području tranzitnog prstena kao i promjena režima kretanja javnog prijevoza u naselju, što je posljedica novog režima prometa, kako bi se potaklo stanovnike na što učestalije korištenje ovog vida prometa. Problem nedostatka parkirnih mjesta riješen je idejom o multifunkcionalnim

garažnim objektima, čiji bi kapaciteti bili u mogućnosti u potpunosti zadovoljiti potrebu za parkirnim mjestima u naselju.



Slika 8. Situacijski prikaz idejnog rješenja dijela naselja Srdoči sa naznačenim prometnim površinama; [1]

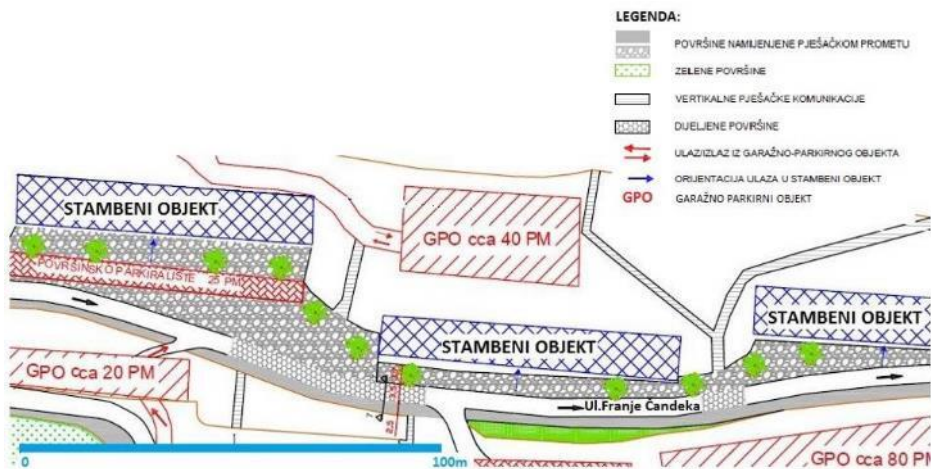
5.2. Naselje Turnić 1

Unaprjeđenje prometnih uvjeta u naselju Turnić 1 predstavlja sintezu optimalnog varijantnog rješenja prometnog sustava na obodnim prometnicama i prijedloga rješenja prometa u ulicama u naselju, kao i rješenja za parkirne površine. Odabrano rješenje podrazumijeva promjenu režima prometa u dvjema obodnim ulicama sa istočne i zapadne strane naselja, čime se stvara kružni tok prometa oko naselja i smanjuje količina motornog prometa, uz osiguran pristup svim objektima u naselju. Novi režim prometa zahtijeva i rekonstrukciju prometnica, kao i raskrižja koja su, neovisno o spomenutim promjenama, okarakterizirana kao

nezadovoljavajuća u smislu sigurnosti i propusne moći. Neophodnom rekonstrukcijom zbog promjene režima prometa uklonjeni su i spomenuti problemi na oba analizirana raskrižja i na taj način poboljšani uvjeti i za motorni, ali i za nemotorizirani promet. Prometni sustav u samom naselju izmijenjen je u cilju poboljšanja uvjeta za nemotorizirani promet.

Predložena je i primjena koncepta dijeljenih površina kojima se mogu koristiti svi sudionici u prometu, no naglasak je na prednosti pješaka i biciklista u odnosu na motorna vozila što se postiže karakterističnom izvedbom same kolne površine koja onemogućava razvoj većih brzina vozila i prometnim znakovima koji vozačima daju do znanja da se nalaze u zoni smirenog prometa (Slika 9).

Rješenje problema nedostatka parkirnih mjesta predloženo je na tri načina; optimizacijom postojećih površinskih parkirališta, odnosno iscrtavanjem parkirnih mjesta, izvedbom montažnih nadzemnih garažnih objekata na mjestu postojećih individualnih garaža uz njihovo prethodno uklanjanje te izvedbom dva veća garažna objekta. Preuređenje i obogaćivanje zelenih površina sadržajima zanimljivim stanovnicima naselja također je jedan od prijedloga unaprjeđenja, čime bi se staovništvo potaklo na češći i aktivniji boravak u naselju. Uz izvedbu pješačkih i biciklističkih staza na zelenim površinama u naselju, predlaže se i primjena ideje urbanih vrtova, zelenih površina koje bi stanovnici naselja pod određenim uvjetima mogli koristiti za uzgoj različitih biljaka.



Slika 9. Situacijski prikaz idejnog rješenja dijela naselja Turnić 1 sa naznačenim tipovima prometnih površina; [2]

5.3. Naselje Vojak

Prijedlozi rješenja prometnog sustava u naselju Vojak također su proizašli iz analize varijantnih rješenja raskrižja na dvjema lokacijama (Slika 5). Rezultat spomenute analize idejna su rješenja rekonstrukcije raskrižja iz klasičnog semaforiziranog u jednostručno urbano kružno te klasičnog nesemaforiziranog u mini kružno raskrižje (Slika 10), čime se rješavaju uočeni problemi na raskrižju, povećava se sigurnost svih sudionika u prometu, kao i kapacitivnost raskrižja ali i ambijentalnost samog prostora.

Kao posljedica rekonstrukcije jednog od raskrižja predlaže se i nova organizacija prometa oko naselja, čime sve obodne prometnice postaju dvosmjerne. Preinake prometnog sustava predlažu se i u samom naselju, pri čemu se uglavnom zadržava postojeće prometno rješenje ali se predlaže rekonstrukcija prometnica kako bi se stvorili što bolji uvjeti za nemotorizirani promet u naselju. Na dijelovima prometnice u naselju predlaže se izvedba dijeljenih površina za sve sudionike u prometu sa izrazitom prednošću pješaka koje bi zamijenile klasične pješačke prijelaze. Osim toga, predlaže se i izvedba biciklističke staze kroz naselje radi zadovoljenja možebitnih potreba ovog vida prometa koji generiraju sadržaji poput Sveučilišnog kampusa .

Problem nedostatnog broja parkirnih mjesta u naselju rješava se prijedlogom izvedbe dvoetažnih nadzemnih parkirnih objekata na mjestu postojećih individualnih garažnih objekata u nizu te reorganizacijom prostora, odnosno oblikovanjem površinskih parkirališta na novim površinama u naselju i optimizacija postojećih parkirnih površina. Kako bi se stanovnike naselja potaklo na aktivnije korištenje zelenih površina u naselju, predlaže se i njihovo unaprjeđenje u vidu obogaćivanja postojećih i definiranja novih lokacija za odmor i rekreaciju.



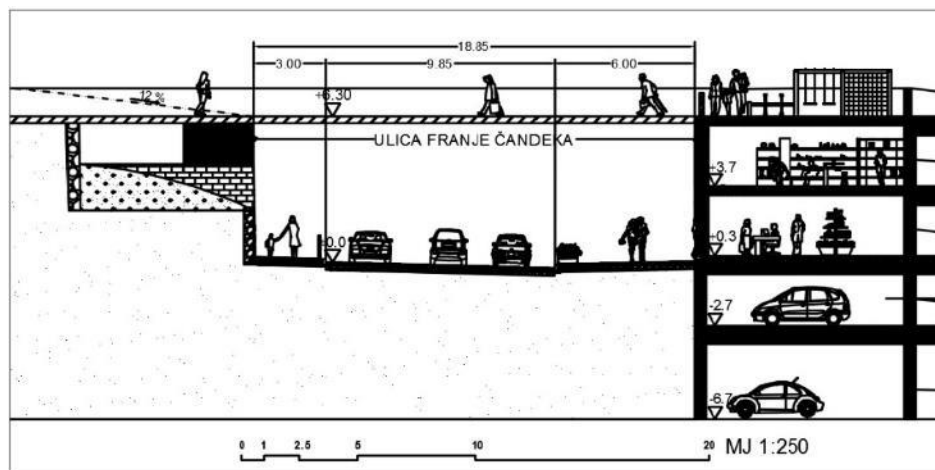
Slika 10. Rekonstrukcija postojećeg raskrižja u naselju Vojak u mini kružno raskrižje uz primjenu nove regulacije prometa; [4]

5.4. Razvoj prijedloga rješenja u naselju Turnić 2

Osnovni cilj pri formiranju varijantnih rješenja bio je objediniti analizirano područje u prometno, prostorno i društveno povezanu cjelinu, budući da je nedostatak takve vrste povezanosti u naselju detektiran kao jedan od važnijih problema prilikom analize postojećeg stanja. Konačni prijedlog rješenja prometnog sustava naselja Turnić 2 rezultat je postupnog razvoja i oblikovanja prvobitno predložene varijante rješenja. Razradom početne varijante rješenja u smislu postizanja što boljih uvjeta odvijanja motornog ali i nemotoriziranog prometa, bolje organizacije parkirnog prostora uz ispunjenje uvjeta potrebnog kapaciteta parkiranja, bolje implementacije mogućih promjena u samom prostoru, uzevši u obzir i financijski okvir predloženih promjena, ponuđen je konačni prijedlog rješenja.

Prijedlog rješenja uključuje uvođenje jednosmjernog režima prometa u stambenim ulicama u naselju, kao i izvedbu parkirnih objekata na tri lokacije u promatranom području. Predložena rješenja prometnog sustava otvaraju nove mogućnosti organizacije prostora za pješake. Nastojanje je predloženim promjenama stvoriti prostor koji će činiti jedinstvenu cjelinu stambenog naselja sigurnu, ali i privlačnu za kretanje pješaka. Oko većih stambenih građevina predlaže se izvedba površina mirne zone prilagođene potrebama pješaka. U svrhu povezivanja visinski različitih dijelova predlaže

se izvedba pješačkog nathodnika u sklopu višeetažnog parkirnog objekta (Slika 11) koji bi potencijalno mogao biti i multifunkcionalni centar sa trgovačkim i uslužnim sadržajima te na taj način postati centar aktivnosti u naselju. Također se predlaže uređenje i obogaćivanje zelenih površina uz izvedbu površina sportsko-zabavnog tipa kao poticaj stanovnicima da ih što aktivnije koriste.



Slika 11. Poprečni presjek ulice Franje Čandeka i rekonstruiranog garažnog objekta uz ulicu sa izvedbom pješačkog nathodnika-poveznice južne i sjeverne zone naselja;[3]

6. Zaključak

Stambena naselja Srdoči, Turnić i Vojak, koja su predmet analize u ovome radu, iako planski građena, nisu prilagođena današnjim prometnim potrebama. Provedene analize su pokazale da se kao glavni problem u naseljima može detektirati nedostatan broj parkirnih mjesta što rezultira parkiranjem na pješačkim površinama i na taj način znatno smanjenim standardom odvijanja ovog vida prometa. U pojedinim slučajevima nezadovoljavajućim se pokazuju i kapaciteti i sigurnost obodnih raskrižja.

Pri predlaganju rješenja nastojalo se u svim slučajevima analizirati nekoliko mogućih varijanti te iste vrednovati korištenjem više kriterija, kojima se nastojalo obuhvatiti ne samo uobičajene prometne i ekonomske pokazatelje za pojedina rješenja već i one socijalne i ekološke. Implementirana su inovativna rješenja koja se uobičajeno koriste kod planiranja ili rekonstrukcija stambenih naselja u razvijenijim zemljama kao što su: primjena koncepta dijeljenog prostora, garažnih objekata sa sportskom namjenom na krovu, urbani vrtovi i sl.

Na primjeru četiri naselja u gradu Rijeci nastala u različitom periodu, različitih unutarnjih i obodnih prometnih mreža, na ovaj se način utvrdila metodologija donošenja rješenja za unaprjeđenje prometnih uvjeta i života u naselju koja se može primijeniti i za druga naselja u Rijeci, ali i u drugim gradovima. Ova metodologija uključuje: pomnu analizu uvjeta u naselju, definiranje više varijanti rješenja za utvrđene probleme uz usvajanje suvremenih tendencija u definiranju prometnih uvjeta u urbanim sredinama i uvažavanje urbanističkog razvoja naselja te usporedbu rješenja na osnovu različitih kriterija (prometni, ekonomski, socijalni, okolišni). Na ovaj je način i uz aktivnu participaciju građana analiziranih naselja moguće doći do rješenja koja kroz unaprjeđenje prometnog sustava može unaprijediti i svakodnevni život u stambenim naseljima.

Literatura

- [1] Klarić, M.; *Prenamjena javnih površina u naselju Srdoči u Rijeci*: Diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Rijeka 2013.
- [2] Pranjčić, I.; *Analiza prometnih uvjeta i prijedlog za unaprjeđenje prometnog sustava u naselju Turnić u Rijeci*; Diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Rijeka 2013.
- [3] Močibob, I.; *Unaprjeđenje prometne povezanosti i prenamjena javnih površina u Dubrovačkoj ulici u Rijeci*; Diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Rijeka 2013.
- [4] Golik, T.; *Analiza prometnih uvjeta i prijedlog za unaprjeđenje prometnog sustava u naselju Vojak u Rijeci*; Diplomski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; Rijeka 2013.
- [5] Kolacio, Z. (1961.), *Stambeno naselje "Turnić", "Arhitektura"*, 5-6, Zagreb
- [6] Škunca, S. (2012.): *Planiranje i izgradnja radničkih naselja u Rijeci u svijetlu društveno-političkih promjena u razdoblju 1940.-1945.*, u: N. Palinić, ur., *V međunarodna konferencija o industrijskoj baštini, Rijeka i industrijsko graditeljsko nasljeđe*, Zbornik radova, str. 467-484, ProTorpedo Rijeka, 2014.
- [7] Belica, H. (1965.), *Naselje Vojak u punom zamahu*, Novi list, 3.12.
- [8] *Provedbeni urbanistički plan stambenog naselja Srdoči, elaborat plana*, Zavod za urbanizam i izgradnju Rijeke, Sektor za prostorno planiranje, voditelj zadatka: Gordana Rafajlović, dia, Rijeka, travanj 1984.
- [9] Škunca, S.(2011.): *Planiranje grada Rijeke od 1993.*, u: M. Črnjar, ur., *Prostorno planiranje u Primorsko-goranskoj županiji*, str. 59.-72.,

JU Zavod za prostorno uređenje Primorsko-goranske županije,
Rijeka, 2011.

- [10] Karta mjesnih odbora Grada Rijeke; preuzeto sa
www.lokalpatrioti-rijeka.com/forum/viewtopic.php?t=2148f=26
- [11] Maletin, M.; Planiranje i projektovanje saobraćajnica u gradovima;
Beograd 2005.
- [12] *Interaktivni plan Grada Rijeke*; www2.rijeka.hr/ip2/Default.aspx
- [13] Generalni urbanistički plan grada Rijeke, 2007.

PONOVNA UPOTREBA ASFALTOG RECIKLATA U CEMENTNOJ STABILIZACIJI UPOTREBOM NOVOCRETE DODATKA

REUSE OF RECYCLED ASPHALT IN CEMENT STABILIZATION WITH NOVOCRETE ADDITIVE

Krunoslav Šarić*, Tihomir Čulibrk, Marko Renčelj*****

Sažetak

U radu je predstavljena nova tehnologija rekonstrukcije tj. obnove cesta po postupku hladnog recikliranja u cementnoj stabilizaciji s NovoCrete dodatkom. Spomenuta tehnologija pruža rekonstrukciju ceste uz povoljnije ekonomske uvjete, a istovremeno postiže veću nosivost i fleksibilnost stabiliziranog sloja, što kasnije rezultira jeftinijim održavanjem i duljim životnim vijekom ceste.

Rad sadrži ključne podatke i rezultate ispitivanja za objektivno uspoređivanje NovoCrete tehnologije sa drugim tehnologijama za rekonstrukciju prometnica, i opise izvedbe i svojstva obrađivane tehnologije.

Ključne riječi: *rekonstrukcija prometnica, hladno recikliranje, reciklirani asfalt, cementna stabilizacija, NovoCrete dodatak, nove tehnologije*

Abstract

This article introduces the new technology of road reconstructions or restructuring roads by cold recycling in cement stabilization with NovoCrete additive. This technology provides reconstruction of the road with more favorable economic conditions, while achieving a greater capacity and flexibility of a stabilized layer, which later results in cheaper maintenance and longer life span of the road. The article comprehends key data and results of tests to objectively compare NovoCrete technology with other technologies for road reconstruction and descriptions of technology performances and characteristic.

* Aris d.o.o., Mavra Schlengera 6, Gornji Kneginec
skrunoslav@gmail.com

** Hrvatske ceste, Vončinina 3, 10 000 Zagreb
tihomir.culibrk@hrvatske-ceste.hr

*** Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, Smetanova 17, SI-2000 Maribor;
marko.rencelj@um.si

Key words: *reconstruction of roads, cold recycling, recycled asphalt, cement stabilization, NovoCrete additive*

1. Uvod

U posljednje vrijeme kada je Svijet zadesila ekonomska recesijska kriza, kada su cijene radova u građevinarstvu pale na minimum i ako znamo da je po Zakonu o javnoj nabavi (ZJN) najbolja ponuda najjeftinija ponuda, izvođači radova traže način kako biti najjeftiniji ponuđač i paralelno zadržati kvalitetu. Ako tome još pridodamo izraziti rast potreba za mobilnošću i neprestano rastući promet, kao posljedica se događa prekoračenje kapaciteta prometne infrastrukture i uništavanje same prometne infrastrukture zbog prometnog preopterećenja.

Kako bi smanjili troškove eksploatacije i prijevoza agregata, idealno rješenje je ponovno upotrijebiti asfalt i materijal iz nosivog sloja postojeće prometnice koju namjeravamo rekonstruirati. Asfaltni granulati sam po sebi je vrlo štetan za okoliš i s njegovim ugrađivanjem u nosivi sloj također rješavamo i problem deponiranja asfalta. Umjesto deponiranja, asfaltni granulati upotrijebimo kao novi nosivi sloj buduće ceste i stabiliziramo ga cementom i NovoCrete dodatkom. Dodavanjem cementa povećavamo nosivost tampona, dok je uloga NovoCrete dodatka neutraliziranje fulvične i ugljične kiseline koje se nalaze u tlu (zemlji), povećanje nosivosti samoga tampona i zaštite kolničke konstrukcije [1].

Upotrebom navedene tehnologije bitno smanjujemo zagađenje okoliša. Prilikom recikliranja nema eksploatacije agregata za novu prometnicu, iskop, odvoz i deponiranje oštećenog kolnika te se bitno smanjuje i sama količina stavki troškovnika.

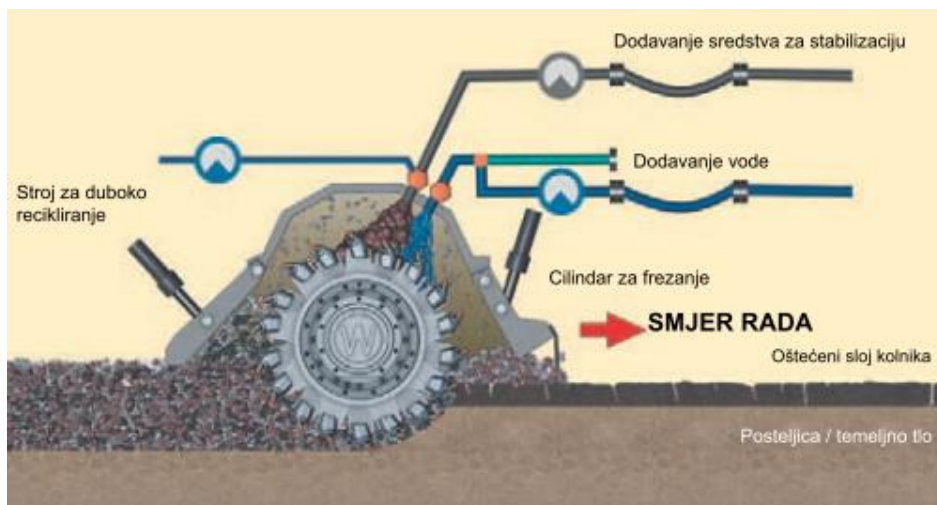
Rezultati ispitivanja asfaltnog i tamponskog granulata stabiliziranog NovoCrete dodatkom su vrlo dobri, naime oni pokazuju da je nosivost tamponskog sloja pri rekonstrukciji do dva puta veća od nosivosti tampona pri tradicionalni gradnji i da je tako stabilizirani tampon fleksibilniji, što je kod cesta vrlo važno.

Rekonstrukcija prometnica u stabilizaciji cementom i upotrebom NovoCrete dodatka je ekonomski povoljna, a zbog velike nosivosti tretiranog tampona održavanje prometnica je posljedično jeftinije te se produžava životni vijek rekonstruiranih prometnica. U nastavku ćemo detaljno objasniti način i odabranu tehnologiju rekonstrukcije prometnica.

2. Recikliranje kolničkih konstrukcija

2.1. Općenito

Recikliranje kolničke konstrukcije po hladnom postupku je postupak ponovne upotrebe oštećenih asfaltnih i djelom ostalih slojeva kolnika za izradu novih nosivih slojeva kolnika bez dodatnog zagrijavanja upotrijebljenih materijala i veziva. Osnovne faze radova su freziranje postojećeg kolnika, dodavanje veziva, homogeniziranje, formiranje recikliranog sloja i zbijanje. Reciklirana smjesa može se proizvesti na licu mjestu (in-situ postupak, Slika 1) ili u specijalnom postrojenju (miješalici) na samom gradilištu (in-plant postupak).



Slika 1. Princip rada reciklažnog stroja [2]

Najvažniji dio stroja za recikliranje je rotirajući bubanj za freziranje i miješanje. Pokraj bubnja je također vrlo važan sistem za dodavanje sredstava za stabilizaciju i vode. Cilindar obično rotira prema gore i tako sitni materijal iz postojeće prometnice, kao što je prikazano na Slici 1.

Također, kada se stroj kreće naprijed dodaje se voda kroz prilagodljive cijevi i rotirajući cilindar miješa vodu s reciklatom zbog dosezanja optimalne vlage za učinkovito zbijanje. Na sličan način se kroz cijevi mogu dodati različiti tekući dodaci za stabilizaciju tla, prije svega cementni mulj, bitumenska emulzija, upjenjeni bitumen, itd. Praškasti materijali za stabilizaciju (cement, vapno, NovoCrete...) razastiru se na postojeću trasu prije prijelaza stroja. Tako stroj prolazi kroz razastrte materijale i istovremeno ih miješa sa asfaltnim reciklatom [2].

Kod hladne reciklaže in-situ napravi se tzv. "reciklažni vlak". Reciklažni vlak se sastoji od više dijelova/strojeva međusobno smisleno povezanih s ciljem doseganja čim kvalitetnijeg, jeftinijeg i bržeg načina rada.

Recikliranjem asfaltnog kolnika po hladnom postupku dobivamo homogeni sloj koji, ovisno o okolnostima upotrebe, u rekonstruiranom kolniku može biti donji ili gornji nosivi sloj. Reciklirane mješavine moguće je ugraditi u slojevima debljina 100 do 400 mm. Sastav i svojstva recikliranih mješavina bitno su drugačiji od asfaltnih mješavina proizvedenih po vrućem postupku [3].

Najveće koristi od upotrebe hladne reciklaže pri rekonstrukciji prometnica su:

- Ekološki faktor: U cijelosti se iskorištava stari oštećeni asfalt i istrošene nosive slojeve. Nema deponiranja, procjednih voda, ogromnih eksploatacija kamenih sirovina, posljedično smanjenjem količine transporta smanjuje se i opterećenje postojeće cestovne infrastrukture, ali i ispuštanje CO₂ iz dizelskih motora u okoliš te reducira potrošnju fosilnih goriva.
- Kvaliteta recikliranog sloja: Zbog kvalitete miješanja, dodavanja sredstva za stabilizaciju i vode uz pomoć sofisticiranog mikroprocesorskog upravljanja, kao konačni ishod dobije se dobro povezani debeli homogeni sloj visoke tlačne čvrstoće.
- Kraće vrijeme gradnje: Hladna reciklaža se obično radi u jednom prolazu reciklažnog vlaka i tako znatno smanjuje vrijeme gradnje prometnice. Također, smanjuju se troškovi izgradnje, zabrane prometa i privremeno opterećenje okolnih prometnica koje se koriste za vrijeme rekonstrukcije prometnice.
- Sigurnost prometa: Reciklaža se može izvoditi na jednoj prometnoj traci, dok se po drugoj traci istovremeno odvija promet. Na kraju radnog dana, reciklirani kolnički trak može se otvoriti za odvijanje prometa s ograničenjima.
- Troškovi: Kombinacija gore navedenih svojstava rezultira nižim troškovima kod izgradnje prometnica hladnom reciklažom, obzirom na upotrebu tradicionalnih načina gradnje [2].

2.2. NovoCrete tehnologija

NovoCrete dodatak predstavlja novi standard u stabilizaciji tla. To je mineralni bijeli praškasti materijal koji se sastoji od alkalnih i zemljo-alkalnih elemenata i drugih kompleksnih spojeva. NovoCrete u kombinaciji s cementom omogućuje ekonomičnu i ekološku pretvorbu postojećih nenasivih ili slabo nosivih tla u dobro nosiva tla. Iako sastav NovoCrete

dotatka inicijalno izgleda jednostavan, točna kemijska formula je zaštićeni patent. Osnovni princip funkcioniranja NovoCrete dodatka je neutraliziranje fulvičnih i ugljičnih kiselina koje se nalaze u zemlji, čime se tako pospješuje hidratacija cementa. Zahvaljujući smjeru hidratacije kristala te zbog same dužine koju kristali tvore tijekom procesa hidratacije (dugi igličasti kristali) stabilizirani sloj povećava tlačnu čvrstoću, statički i dinamički modul elastičnosti, vlačnu i čvrstoću na savijanje, vodonepropusnost, neutralizira pH faktor te razvija otpornost materijala na smrzavanje [1]. Sam postupak recikliranja na licu mjesta NovoCrete dodatkom je vrlo sličan kao i običan postupak recikliranja; jedina je razlika da se kod rasprostiranja cementa rasprostire i NovoCrete dodatak.

NovoCrete dodatak, nakon potrebnih određenih ispitivanja tla od strane neovisnih geološko-inženjerskih laboratorija, ima vrlo širok spektar uporabe, od kojih su neki:

- Izgradnja i rehabilitacija cesta i autocesta
- Povećanje nosivosti zaustavnih traka autocesta
- Pješačke i biciklističke staze
- Šumski putovi i poljoprivredne ceste
- Pristupne industrijske ceste (drvena, naftna industrija...)
- Stabilizacija planuma željezničkih kolosijeka
- Lučki terminali i lukobrani
- Parkirališta, kontejnerski robni terminali, logistički centri
- Izgradnja i rehabilitacija prometnih površina na aerodromima
- Dodatak temeljima (povećanje čvrstoće)
- Uspostava temeljnih slojeva ispod podova hala
- Izgradnja kanalizacijskih sustava
- Stabilizacija nasipa, pojačanje brana
- Deponijska područja za drvo, metal, itd.
- Pojačanje i učvršćivanje kosina
- Odlagališta otpada (nosivost i nepropusnost podloge) [2]

2.3. Svojstva tehnologije

Najvažnija svojstva hladne reciklaže na licu mjesta s NovoCrete dodatkom već su općenito nabrojana ranije, no potrebno je još detaljnije objasniti sva svojstva i prednosti recikliranja s NovoCrete dodatkom u usporedbi s tradicionalnim načinom rekonstrukcije prometnica.

U specifičnim tlima (slabo nosivim, s visokom koncentracijom gline, soli, bogatim sulfatima, onečišćenim, s organskim primjesama, pješćanim, itd.) prednost NovoCrete dodatka je najizrazitija (Tablica 1). Dok stabilizacija

cementnom smjesom otkazuje u takvim tlima, stabilizacija NovoCrete dodatkom je moguća i vrlo pouzdana.

Tablica 1. Prednosti stabilizacije NovoCrete dodatkom [4]

TRADICIONALNA REKONSTRUKCIJA PROMETNICA	NovoCrete tehnologija
Cementna mješavina otkazuje u glinenim tlima bogatim sulfatima	Stabilizacija glinenih tla bogatih sulfatima
Nemoguća stabilizacija pješčanih tla organskim primjesama	Stabilizacija pješčanih tla organskim primjesama
Nemoguća stabilizacija zagađenog tla	Stabilizacija zagađenog tla
Kratak životni vijek rekonstruirane prometnice zbog prethodno navedenih razloga	Životni vijek (pretpostavka) dulji od 20 godina

3. Usporedba tradicionalne rekonstrukcije prometnica hladnim recikliranjem na licu mjesta NovoCrete dodatkom

Tradicionalna rekonstrukcija prometnice koja ima problem s nosivošću, obuhvaća iskop i odvoz te deponiranje slabog temeljnog tla i ugrađivanje:

- Geotekstila ili geomreže (po potrebi),
- MNS (mehaničkog stabiliziranog nosivog sloja),
- CNS (cementnog stabiliziranog nosivog sloja),
- BNS (bitumeniziranog nosivog sloja),
- AB (bitumenskog betona za habajuće slojeve).

NovoCrete tehnologijom postojeće se tlo obrađuje na licu mjesta postupkom hladnog recikliranja:

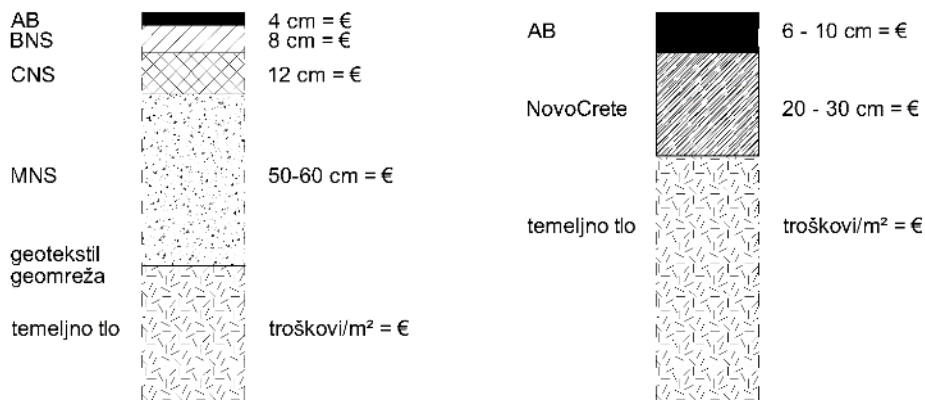
- Frezanjem i sitnjenjem postojećega tla dodatkom vode, cementa i NovoCrete.
- Ugradnjom samo habajućeg sloja na stabilizirani sloj.

Jednostavnost i praktičnost uporabe NovoCrete tehnologije najrazvidnije je iz Slike 2, gdje su ilustrirani svi slojevi potrebni za tradicionalnu rekonstrukciju i rekonstrukciju pri postupku recikliranja.

Na ilustracijama se vidi da kod tradicionalne rekonstrukcije prometnice postoji više slojeva, što posljedično znači i više rada te veće troškove. Tablici 2 sadrži najvažnije uštede ako se rekonstrukcija prometnice radi hladnim recikliranjem. Najvažnije uštede se manifestiraju, kako smo već spomenuli, u broju slojeva nove rekonstruirane prometnice. Kod tradicionalne rekonstrukcije vrši se iskop, odvoz i deponiranje "starog" materijala koji je

sastavljen od asfaltnog reciklata i tampona. Zatim se buduća kolnička konstrukcija mora stabilizirati geomrežom, ili geotekstilom, pa je tu još i materijal za novi nosivi sloj, koji se mora eksploatirati, transportirati na gradilište i pravilno ugraditi. Tek nakon svih tih radnji slijedi asfaltiranje, i to obično u dva sloja. Kod hladnog recikliranja uopće nema tih nabrojanih radova. Jedini trošak koji ih povezuje je proizvodnja, transport i ugrađivanje habajućeg sloja asfalta. Ali i kod tih troškova je prednost na strani hladne reciklaže, jer se treba ugrađivati samo jedan sloj asfalta. Tako se kod hladne reciklaže na količini asfalta uštedi približno 50%.

Kao što se vidi, kod hladne reciklaže NovoCrete dodatkom snižavaju se troškovi rekonstrukcije same prometnice, a istovremeno poboljšavaju nosivost i životni vijek prometnice.



Slika 2. Razlike u slojevima između tradicionalne rekonstrukcije i hladnog recikliranja NovoCrete dodatkom [4]

Tablica 2. Prikaz ušteda NovoCrete tehnologije u usporedbi s tradicionalnom rekonstrukcijom prometnice [4]

TRADICIONALNA REKONSTRUKCIJA PROMETNICA		NovoCrete TEHNOLOGIJA	
-	Iskop materijala (strojevi, radna snaga)	+	Općenito iskop materijala nije potreban
-	Odvoz iskopanog materijala na deponiju	+	Nema troškova iskopa i odvoza materijala
-	Troškovi odvoza iskopanog materijala		
-	Troškovi agregata	+	Nema troškova agregata i dovoza agregata
-	Troškovi dovoza agregata		
-	Troškovi asfaltnog sloja (asfalt + dovoz asfalta)	+	Ušteda 50% asfaltnog sloja
-	Troškovi ugradnje asfalta (strojevi, radna snaga)		
-	„Potrebno vrijeme izgradnje“	+	Ušteda 70% „potrebnog vremena izgradnje“

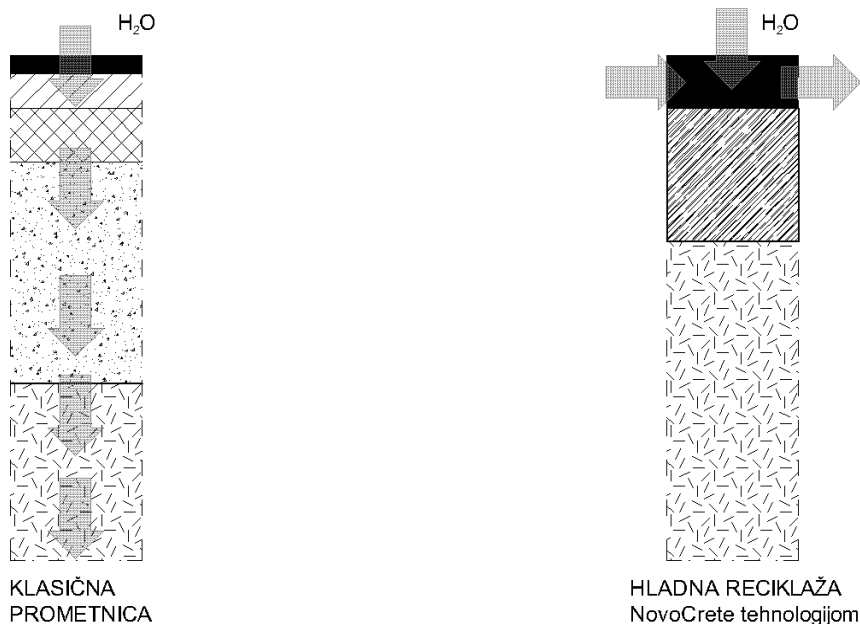
3.1. Svojstva kolničke konstrukcije rekonstruirane NovoCrete tehnologijom

Osim što je rekonstruirana kolnička konstrukcija postupkom hladne reciklaže jeftinija i brže se izvodi, postoji i neka dodatna vrlo važna svojstva.

Vodonepropusnost stabiliziranog sloja (Slika 3) vrlo je važna i kod rekonstrukcije prometnice na tradicionalan način teško ostvariva. To je vrlo važno svojstvo stabiliziranog sloja jer se tako sprječava prodor vode u kolničku konstrukciju koja je uvod u njenu destrukciju. Vodonepropusnost nastane zbog zatvorene strukture stabiliziranog sloja, što omogućuje NovoCrete dodatak.

Tako vodonepropusan stabilizirani sloj čuva kolničku konstrukciju i osigurava stabilnost i čvrstoću temeljnog tla. Voda je poznata kao veliki neprijatelj, tj. opasnost za kolničku konstrukciju koja tako gubi integritet, homogenost, a time smanjuje i životni vijek prometnice. Osnovni mehanizam destrukcije kolničke konstrukcije je smanjenje trenja među česticama jer njihovim pomicanjem tijekom vremena zbog prometnog opterećenja dolazi do "zablaćenja zastora" te raspadanja same kolničke konstrukcije. Osim opisanog, postoji još i drugi vrlo neugodan mehanizam destrukcije kolničke konstrukcije zbog djelovanja vode. Svojstvo vode je da pri smrzavanju poveća svoj volumen. Kad voda uđe u kolničku konstrukciju

i nastupi zima, nastankom leda volumen se poveća i razbija homogenu strukturu kolničke konstrukcije. Dolaskom proljeća i odmrzavanjem vode opet se smanjuje njezin volumen i obično su tek tada vidljiva oštećenja kolničke konstrukcije nastala zbog djelovanja vode [5].



Slika 3. Prozor vode i drugih tekućina (kiselina i soli) u kolničku konstrukciju [4]

Jednako tako, zbog zatvorene strukture stabiliziranog sloja sprječava se prozor kiselina i soli u kolničku konstrukciju kroz habajući sloj, ali također i prozor soli iz temeljnog tla prema habajućem sloju (Slika 3).

Prednosti zatvorene strukture stabiliziranog sloja se manifestiraju tako da:

- Nema uleknuća kolnik.
- Nema udarnih rupa.
- Kolnička konstrukcija je otporna na smrzavanje.

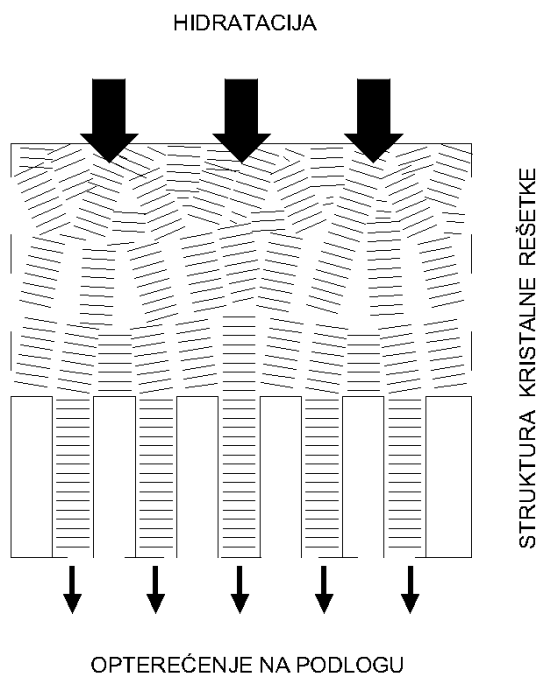
Kod stabilizacije samo cementom ne postiže se vodonepropusnost kolničke konstrukcije. K tome, djelovanje iz vozila isteklog pogonskog i kočionog ulja oštećuje habajući sloj prometnice i sama sanacija je vrlo skupa. Veliki trošak predstavlja i produživanje životnog vijeka ugrađivanjem dodatnog sloja asfalta debljine veće od 10 cm (nanošenje na

oštećenu cestu izravnavajućeg sloja asfalta). Sve prednosti stabilizacije NovoCrete dodatkom prikazane su u Tablici 3.

Velika nosivost podloge je također vrlo važan faktor koji se postiže NovoCrete dodatkom. Zahvaljujući smjeru hidratacije kristala te zbog same dužine koju kristali stvaraju tijekom procesa hidratacije (dugi igličasti kristali, 3 puta duži od onih u klasičnoj cementnoj mješavini) stabilizirani sloj ima vrlo visoku nosivost (Slika 4). Takva struktura tvori veliku "tvrd-elastično ploču", što rezultira manjim opterećenjem na temeljno tlo (jednolično opterećenje temeljnog tla). Sve to je moguće jer NovoCrete podupire proces hidratacije cementa i sprječava djelovanje fulvičnih i karbonskih kiselina. Uporabom NovoCrete potpomaže se i imobilizacija onečišćavanja koja uzrokuju negativne posljedice na okoliš (teški metali i organske supstance u tehnološkim procesima ostaju trajno ugrađeni u nove kristalne strukture stabiliziranog materijala).

Tablica 3. Prednosti stabilizacije NovoCretom [4]

TRADICIONALNA CEMENTNA STABILIZACIJA	NovoCrete CEMENTNA STABILIZACIJA
Stabilizirani nosivi sloj je vodopropustan te podložan smrzavanju kod niskih temperatura	Stabilizirani sloj je vodonepropustan, stoga i otporan na smrzavanje
Mrlje od kočionog ulja oštećuju površinu prometnice, a čišćenje i sanacija oštećene površine je veoma skupa	Mrlje od kočionog ulja ostaju na površini, niski troškovi sanacije
Kraći životni vijek	Dulji životni vijek
Životni vijek može se produljiti ugradnjom dodatnog sloja asfalta debljine 10-18 cm	Životni vijek može se produljiti ugradnjom dodatnog sloja asfalta debljine 2 - 3 cm



Slika 4. Kristalna mreža koju tvori cement NovoCrete dodatkom [4]

Stabilizacija NovoCrete tehnologijom daje vrlo veliku nosivost temeljnih tla. Nosivost temeljnog tla i nosivost tla nakon stabilizacije potvrđene su laboratorijskim testiranjem tlačnih čvrstoća i modula elastičnosti. Ispitivanja koja je izradio proizvođač NovoCrete-a pokazuju da u prosjeku nosivost temeljnog tla s početnih 15 MN/m^2 nakon 1-2 dana naraste na 150 MN/m^2 . Stabilizirani sloj kod kojeg su postignute visoke čvrstoće omogućuju apsorpciju vibracija teških teretnih vozila i ostale mehanizacije s velikim osovinskim opterećenjima. Apsorbirana vibracija nema značajnijeg štetnog utjecaja na temeljno tlo, nego se reflektira natrag. Ukratko, dodatkom NovoCrete dobije se najtraženija kombinacija u današnjoj industriji cestogradnje – relativno elastični nosivi sloj visoke čvrstoće. Elastičnost koji sloj dobiva jednako je važan kao i razvoj visokih čvrstoća zbog mehanizma djelovanja prometnog opterećenja [5].

Strukturne promjene u toku hidratacije cementa povećavaju tlačnu čvrstoću obrađenog materijala, statički i dinamički modul elastičnosti, vlačnu te čvrstoću na savijanje, otpornost na djelovanje smrzavanja, a moguće je i stabilizirati tlo s većim udjelom organskih tvari. Usporedba cementne stabilizacije bez i s NovoCrete dodatkom prikazana je u Tablici 4.

Tablica 4. Usporedba cementnih stabilizacija [4]

TRADICIONALNA CEMENTNA STABILIZACIJA	NovoCrete CEMENTNA STABILIZACIJA
Hidratacijski proces traje 28 dana: pojava pukotina uslijed skupljanja	Hidratacijski proces traje 90 dana: nema pojave pukotina
Kratki igličasti kristali ne podnose velika opterećenja tijekom procesa hidratacije	Duga igličasta kristalna rešetka podnosi velika opterećenja tijekom procesa hidratacije
Podnosi maksimalno opterećenje od 150 MN/m ²	Podnosi opterećenja veća od 150 MN/m ² nakon 1-2 dana
Stabilizirani sloj ima malu vlačnu čvrstoću	Stabilizirani sloj ima veliku vlačnu čvrstoću. Nema potrebe za ugradnjom armature ni izvođenjem dilatacija.

4. Proračun kolničkih konstrukcija EverStress programom

EverStress je koristan program za modeliranje i analiziranje kolničkih konstrukcija. Software izračunava/simulira odazive (deformacije i naprezanja) slojeva u kolničkoj konstrukciji podvrgnutoj pneumatskom prometnom opterećenju. Metodologija po kojoj radi program je metoda konačnih elemenata.

Zadali smo opterećenje pneumatika od 45 kN. Napravili smo izračune deformacija i naprezanja programom Everstress za različite iznose CBR-a tampona i to: bez NovoCrete dodatka 7% i s NovoCrete dodatkom kad CBR naraste na 75% [3].

Podaci za izračun:

- Debljina asfalta: $D_{\text{asf}} = 10$ cm
- Debljina tampona: $D_{\text{tamp}} = 20$ cm
- Poissonov koeficijent za asfalt: $\nu_{\text{asf}} = 0,40$
- Poissonov koeficijent za tampon: $\nu_{\text{tamp}} = 0,35$
- Poissonov koeficijent za glinu: $\nu_{\text{gli}} = 0,45$

Za izračun u Everstressu još je bio potreban dinamični modul E_{vd} koji je za glinu izračunat korelacijama - iz vrijednosti CBR-a. Tako E_{vd} za različite CBR-e iznosi:

- CBR = 7% → $E_{\text{vd}} = 14,7$ MPa
- CBR = 75% → $E_{\text{vd}} = 142,3$ MPa

U Everstress su se još morali uvrstiti moduli elastičnosti za materijale:

- $E_{\text{asf}} = 3000$ MPa

- $E_{\text{nosivi sloj}} = 110 \text{ MPa}$ – bez dodatka NovoCrete
- $E_{\text{nosivi sloj}} = 24000 \text{ MPa}$ – s dodatkom NovoCrete [2]

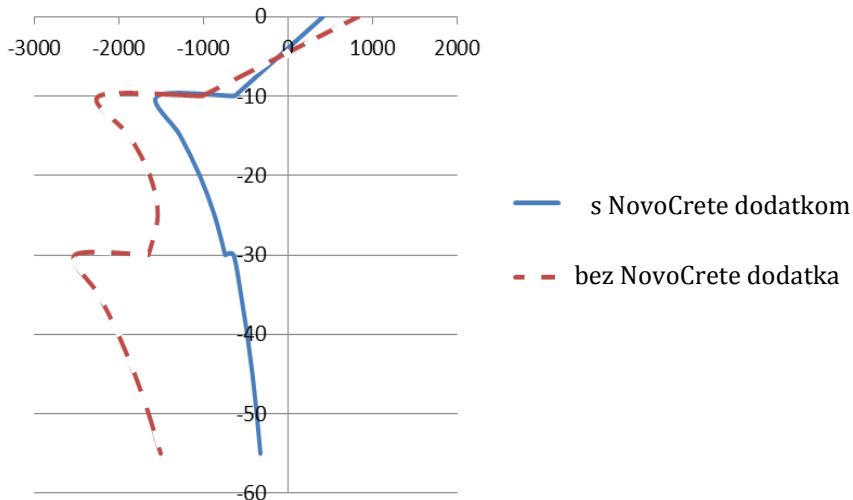
U izračunu Everstressom dobiveni su rezultati, koji su uneseni u Excel. Zatim su iz njih iscrtani grafovi deformacija i naprezanja. U obrađivanom primjeru iscrtani su grafovi za:

- Vertikalne i horizontalne deformacije,
- Horizontalna i vertikalna naprezanja.

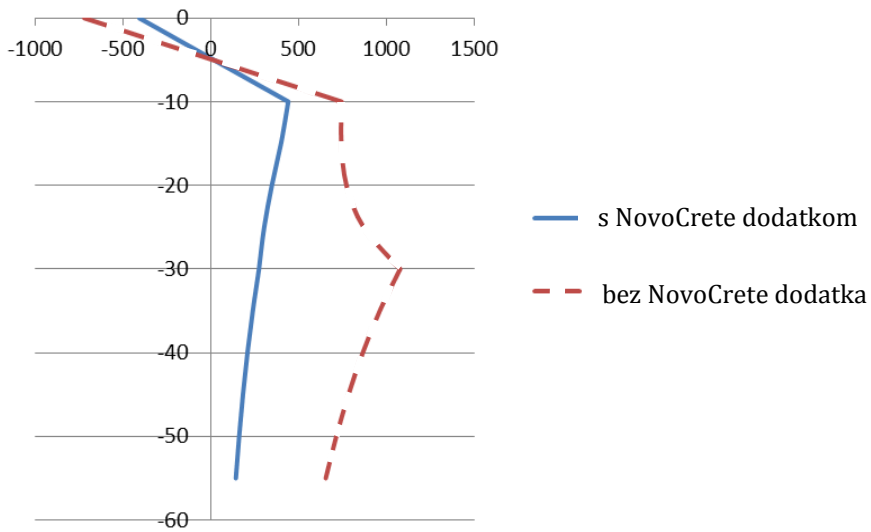
Opaska:

- *Deformacije:* jedinica mjere na X – osi je cm^{-6} (mikron)
jedinica mjere na Y – osi je cm
- *Naprezanja:* jedinica mjere na X – osi je kPa
jedinica mjere na Y – osi je cm [5]

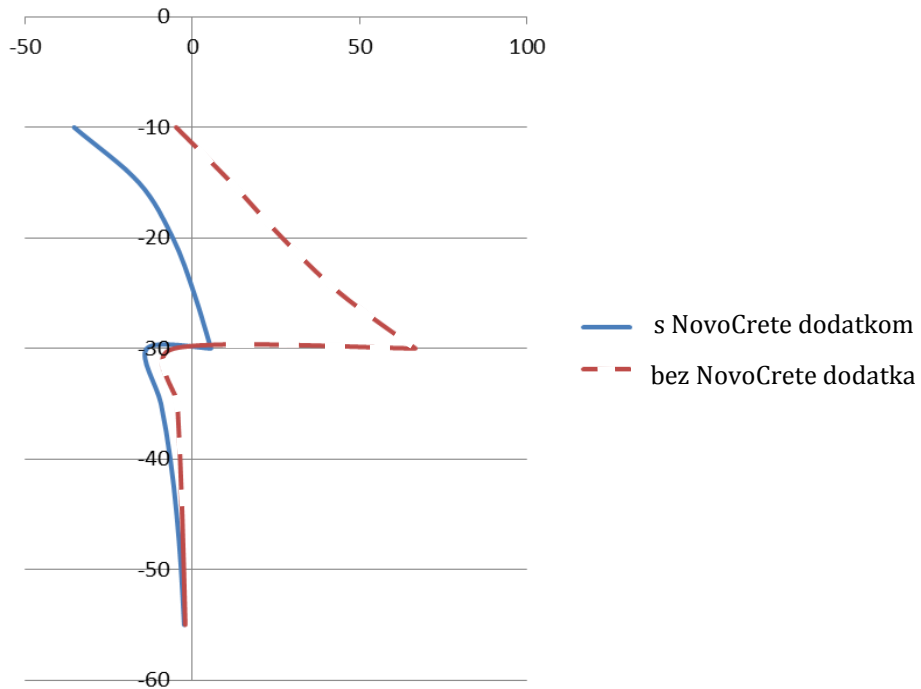
Prikaz rezultata relevantnih za usporedbu tehnologija vidljiv je na Slikama 5 do 8.



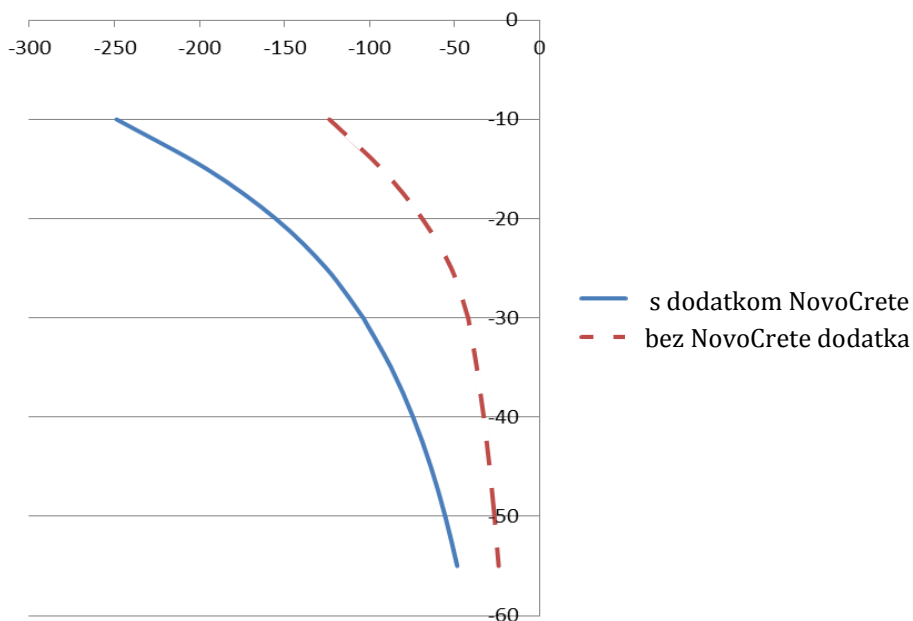
Slika 5. Graf vertikalnih deformacija [5]



Slika 6. Graf horizontalnih deformacija [5]



Slika 7. Graf horizontalnih napreznja na prijelazu sloja asfalt-tampon [5]



Slika 8. Graf vertikalnih napreznja na prijelazu asfalt-tampon [5]

5. Zaključak

Nakon pregleda svih rezultata vidi se da je utjecaj NovoCrete dodatka izrazito važan. On snažno utječe na veličinu i raspon deformacija i napreznja po cijeloj kolničkoj konstrukciji (posebice u samom sloju tampona). Na grafovima na koji prikazuju tampon bez NovoCrete dodatka vidi se da deformacije na prijelazu iz tampona u nasip još rastu – iz čega se zaključuje da je debljina tampona premalena. U tom slučaju potrebno je povećati debljinu tampona (ili dodati NovoCrete). Iz grafa je vidljivo da kod uzorka kojima je NovoCrete dodan, deformacije na prijelazu iz tampona u nasip ne rastu, već se osjetno smanjuju. Može se konstatirati da je program Everstress potvrdio naše tvrdnje o NovoCrete tehnologiji.

Rekonstrukcija prometnica NovoCrete tehnologijom je 20%-45% ekonomski povoljnija, ekološki prihvatljivija, brža te, u konačnici, u praksi jednostavnija za izvedbu od tradicionalne rekonstrukcije prometnica. Isto tako je i uporaba NovoCrete „zelene” tehnologije hladnim postupkom recikliranja u skladu s konceptom održivog razvoja prometne infrastrukture. Nažalost, zbog izuzetnih svojstava, prije svega zbog vodonepropusnosti i otpornosti na smrzavanje kojima drastično poboljšava stabilizirani sloja tampona ceste, građevinska regulativa često je glavna prepreka uporabi NovoCrete tehnologije (zadovoljavanje minimalne

debljine smrzavanja). Tampon izrađen korištenjem NovoCrete dodatka je tanji i otporan na smrzavanje tako da dodavanje nasutog sloja tampona zbog zadovoljavanja minimalne dubine smrzavanja nema smisla. Uporaba NovoCrete tehnologije danas postupno raste zbog ekonomskih razloga i globalne recesijske krize. Jednako tako, vrlo je uporabljiva u budućnosti građevinarstva, prije svega u cestogradnji, ali tek kada postanemo svjesni, da priroda i prirodni izvori materijala nisu neiscrpní te da njih možemo sačuvati novim tehnologijama poput recikliranja/stabiliziranja cementnim vezivom uz dodavanje NovoCrete-a.

Literatura

- [1] <http://www.geocrete.net/products-2/>, Van Mannekus & Co. B.V., 3100 AE Schiedam, The Netherlands, 2014.
- [2] Wirtgen, "Wirtgen cold recycling technology", http://media.wirtgen-group.com/media/02_wirtgen/infomaterial_1/kaltrecycler/kaltrecycling_technologie/kaltrecycling_handbuch/Kaltrecycling_Handbuch_EN.pdf, Wirtgen GmbH, Reinhard-Wirtgen-Strasse 2, 53578 Windhagen, Germany, 2012.
- [3] Rukavina, T., Dragčević V., Lopuh, S., Rajić, S., "Metode stabilizacije slabo nosivog tla pri izgradnji prometnice", *Građevinar*, br 59 (2007) 4, 301-309, Zagreb, 2007.
- [4] http://groundwerks.ca/uploads/Groundwerks_Presentation_engl_1_.pdf, "Putting you back on solid ground! Soil stabilization with the NovoCrete® technology", Groundwerks Consulting Inc., Canada, 2014.
- [5] Šarić, K., "Ponovna uporaba recikliranega asfalta v cementni stabilizaciji s dodatkom NovoCrete", *magistarski rad*, Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, Maribor, Slovenija, 2013.

VARIJANTNA RJEŠENJA PROMETNICE TRG ŽABICA-MLAKA: PROJEKTIRANJE, VREDNOVANJE I ODABIR OPTIMALNE TRASE

ALTERNATIVE DESIGN SOLUTIONS OF THE ROAD FROM THE ŽABICA SQUARE TO MLAKA: DESIGN, EVALUATION AND OPTIMAL ROUTE SELECTION

Marko Glušac*, Lorella Mekić**, Damir Šimunić***, Srđan
Škunca****

Sažetak

*U radu se daje prikaz varijantnih rješenja nove prometnice, radno nazvane **produžetak ulice Riva**, koja povezuje trg Žabicu s raskrižjem Krešimirova-Zvonimirova-Baračeva ulica na Mlaci te predstavlja prostorno-prometnu i funkcionalnu dogradnju prvog, longitudinalnog, gradskog prometnog koridora (ujedno državne ceste) na koji se oslanja i integrirani zemaljsko – pomorski putnički terminal, planiran na prostoru od De Franceschijevog gata do postojećeg željezničkog kolodvora.*

Prva faza izgradnje opisane prometnice obuhvaća dionicu položenu s južne strane postojećeg željezničkog skadišta 32 (na mjestu kojeg se formira pročelje i dio kompleksa budućeg autobusnog terminala) za koju je izdana lokacijska dozvola i izrađen glavni projekt. Zapadni nastavak trase kroz lučki i željeznički infrastrukturni prostor, kao druga faza izgradnje, nametnuo je izradu varijantnih rješenja kojima su ispitane mogućnosti površinskog vođenja trase, podzemnog, odnosno nadzemnog prolaza kroz navedeni prostor kao i priključenja na postojeću prometnu mrežu. Varijantna rješenja ocjenjivala su se primjenom urbanističkih, prometnih, ekoloških i financijskih kriterija, odnosno razmatranjem istih, na temelju čega je predložena najbolja varijanta.

* Rijekaprojekt, d.o.o. Rijeka,

** Grad Rijeka, Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam, ekologiju i gospodarenje zemljištem

*** Rijekaprojekt, d.o.o. Rijeka,

**** Grad Rijeka, Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam, ekologiju i gospodarenje zemljištem

Varijantna rješenja izradila je tvrtka Rijekaprojekt d.o.o. Rijeka u suradnji s Odjelom gradske uprave za razvoj, urbanizam, ekologiju i gospodarenje zemljištem Grada Rijeke, a u cilju utvrđivanja optimalne trase koja će predstavljati oslonac za razvojne promjene i urbanističke integracijedijelova lučkog područja za koje je ista pretpostavka i oslonac.

Ključne riječi: grad Rijeka, dogradnja prometnog sustava, varijantna rješenja, integrirani putnički terminal, lučko područje

Abstract

This paper shows alternatives for construction of a new road, preliminary called Riva Street Extension, which connects Žabica Square with Krešimirova-Zvonimirova-Baračeva St. intersection in Mlaka area. The mentioned section means a functional upgrading of the first longitudinal traffic corridor (ranked as state road) which provides integration of a land & sea terminal, planned within the area between De Franceschi quay and the railway station.

The first construction phase of the described road includes a section in front of the south facade of the existing rail warehouse No 32 (which will be replaced with the new terminal complex structure), which is already covered by location permit and master project. The western section, as the second constructional phase which engages the port and railway infrastructure area, required the creation of several alternatives in order to examine and evaluate possibilities of ground road route design, underground or above-ground passage as well as a connection to the existing traffic road network. In order to propose the best solution, alternatives have been evaluated and analyzed using urban, traffic, ecological and financial criteria.

Alternatives were made by Rijekaprojekt d.o.o. Rijeka in professional cooperation with the City of Rijeka Department of Development, Urban Planning, Ecology and Land Management in order to create road route capable to anticipate further developmental changes within port area and urban integration processes which will be enabled by this road as a prerequisite and support.

Key words: City of Rijeka, traffic system upgrading, alternative solutions, integrated passenger terminal, port domain

1. Uvod

Razvoj grada Rijeke bitno je obilježen lučkom i s njom povezanom prometnom funkcijom, kako u strukturi gospodarstva, tako i u prostornom razmještanju ovih funkcija. Lučki i željeznički kompleks, izgrađen na površinama koje s istoka i zapada dodiruju samo gradsko središte, (p)ostao je ishodištem brojnih poteškoća u funkcioniranju i organizaciji grada. Iako je izgradnjom *specijaliziranih lučkih terminala* (Bakar, za rasute terete i Bršica za drvo i stoku, 1967., Omišalj, za naftu i tekuće terete, prva faza 1979.) tijekom druge polovice 20. stoljeća dijelom proveden projekt

ustpostave *lučkog sustava* na širem području Riječkog zaljeva te ispitana i potvrđena mogućnost izgradnje nove suvremene luke na sjevernoj strani otoka Krka, radi mnogih razloga kojih se u okvir ovoga rada ne možemo dotaknuti, početkom 21. stoljeća razvoj novih lučkih kapaciteta, tj. dovršetak kontejnerskog terminala na Brajdici i izgradnja istovrsnog na Zagrebačkoj obali, nastavljen je isključivo unutar područja tzv. stare luke.

1.1. Stanje i razvoj sučelja luka-grad

U kontekstu prethodno navedenoga potrebno je naglasiti kako se tijekom posljednja dva desetljeća *urbanističko* i *gospodarsko planiranje lučke funkcije u gradu Rijeci* odvijalo i u svijetlu trajnog prevrednovanja potencijala prostora i građevina na kojima se ova djelatnost odvija. Iako je prostor obilježen brojnim posebnostima proizašlim iz pravnog statusa te odvijanja lučke gospodarske aktivnosti temeljem dugoročnih koncesija, provedena je prenamjena Riječkog lukobrana i njegovo djelomično uređenje kao javne površine i potpuno prihvaćena koncepcije napuštanja Delte i luke Baroš u korist gradskih sadržaja [1] te utvrđen status kulturnog dobra za najznačajnija povijesna lučka skladišta (čime se uvodi nova odgovornost za postojeće i buduće oblike njihovog korištenja).

Na tragu planiranih promjena, Grad Rijeka otkupio je od Hrvatskih željeznica kompleks zemljišta sa skladištima na Zapadnoj Žabici te pokrenuo planiranje i projektiranje autobusnog terminala s pratećim sadržajima kao polaznog programa urbane preobrazbe ovog dijela gradskog središta. Svojim položajem i sadržajima, novoplanirani urbani blok tijekom razvoja projekta nazvan Kompleks Zapadna Žabica dodiruje zonu (putničkog) željezničkog kolodvora te se nameće kao urbana paralela pojasu lučkog područja sve do Orlandovog gata. Štoviše, budući da je funkcioniranje kompleksa uvjetovano prometnicom koja se proteže duž južnog pročelja, planiranom kao nastavak ulice Riva preko lučkog područja do Krešimirove ulice, otvaraju se izuzetno ozbiljna pitanja o modelu/ima preobrazbe lučkog područja na potezu De Franceschijev gat–kompleks skladišta Metropolis.

Na temelju navedenog, nedvojbeno je kako se projektiranje buduće prometne veze trg Žabica-Mlaka našlo pred dvostruko teškim zadatkom: omogućiti gospodarsko korištenje lučkog područja u kontekstu već stvorenih odnosa, ali i voditi računa kako će nova trasa predstavljati oslonac urbane preobrazbe (dijelova) lučkog područja čiji su modeli, vrijeme i sadržaji tijekom projektiranja posve nepoznati i nepredvidivi.

Obzirom na složenost ukupnih odnosa unutar područja obuhvata zadatka iz naslova, u nastavku ovoga rada daje se pregled planskih i drugih

polazišta važnih za rješavanje postavljenog zadatka, metodologije rada na njegovoj obradi, sadržaja rješenja i način njihovog vrednovanja!

1.2. Dokumenti prostornog uređenja

1.2.1. **Prostornim planom uređenja grada Rijeke** na području između željezničkog kolodvora i Rive boduli planira se gradnja integriranog zemaljsko–pomorskog putničkog terminala te produljenje ulice Riva do Krešimirove ulice preko lučkog područja, u funkciji terminala i drugih sadržaja. Obje ulice ujedno predstavljaju i dijelove državne ceste koja se longitudinalno proteže područjem grada od čvora Draga na obilaznici do zapadne administrativne granice prema gradu Kastvu. (Slika 1.)

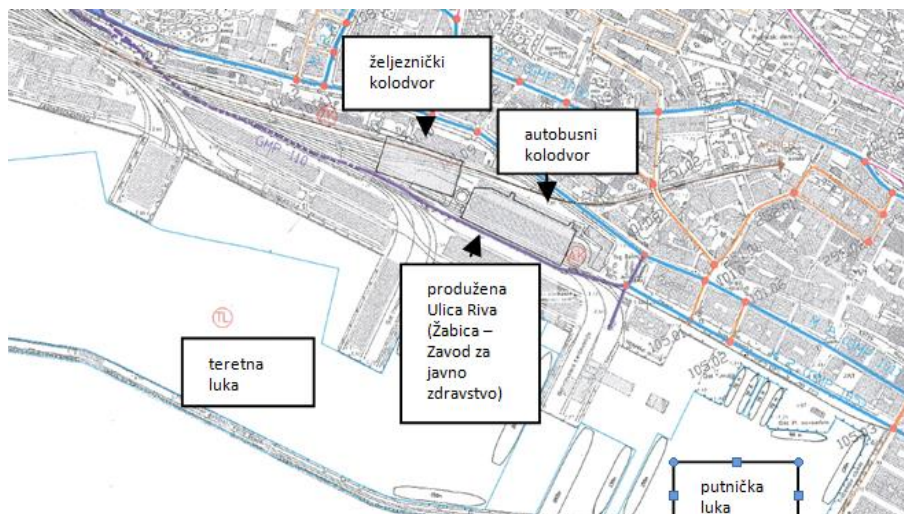


Slika 1. Položaj Integriranog putničkog terminala (IPT) i njegova povezanost na prometni sustav grada Rijeke [1]

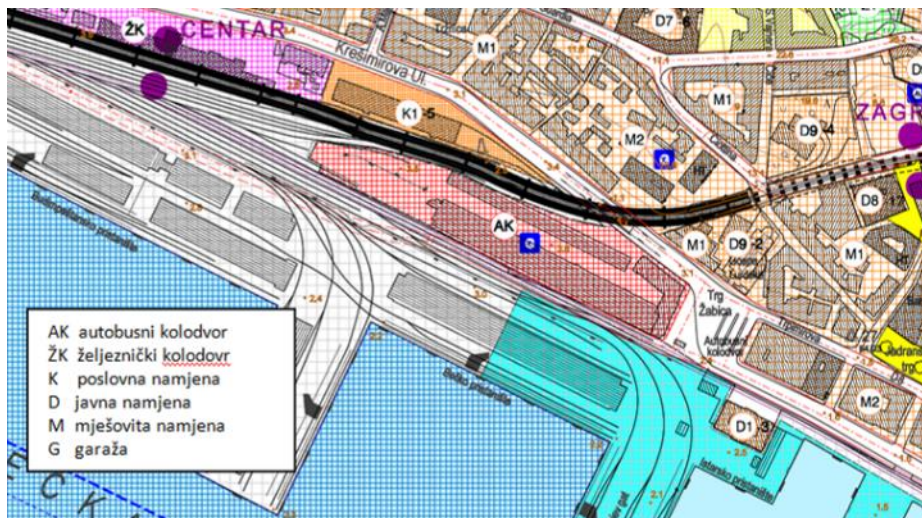
U podlozi ovakvog rješenja stajala je studija putničkih terminala [2] kojom je istražen prometni sustav grada, provjerena prostorna dispozicija na razini idejnih rješenja kao i prostorno-prometno dimenzioniranje autobusnog terminala u kontekstu integriranog terminala autobusnog, željezničkog i pomorskog putničkog prometa te postavljena načelna trasa nove prometnice, produžene ulice Riva, površinska duž južnog pročelja planiranog terminala, a tunelska ispod površine željezničkog kolodvora, s izlaznom rampom na Krešimirovoj ulici, južno od zgrade Zavoda za javno zdravstvo PGŽ. (Slika 2. - oznaka prometnice je GMP 110)

1.2.2. **Generalni urbanistički plan grada Rijeke** [3] razrađuje koncepciju Prostornog plana te su posve određene površine putničkih terminala koje se međusobno nadovezuju te planirana prometnica oznake GU XXIV, ujedno i državnog pravca (čvor Draga- Krnjevo-Kastav). Međutim, trasa iste pomaknuta je nešto južnije i vodi se duž sjevernog ruba lučkih skladišta i silosa. Iako je riječ o simboličnom pomaku, isti sugerira potencijal koji ovakva trasa može imati u urbanoj transformaciji dijela lučkog područja od

De Franceschijevog gata do Zagrebačke obale, pri čemu željeznički kompleks još uvijek može nesmetano funkcionirati. U mnogim dosadašnjim raspravama ovakav konceptijski pristup, na žalost, nije bio prepoznat.



Slika 2. Položaj putničkih terminala i planirane prometnice trg Žabica-Mlaka prema [2]



Slika 3. Odnos prometnih terminala i prometnog sustava prema [3]

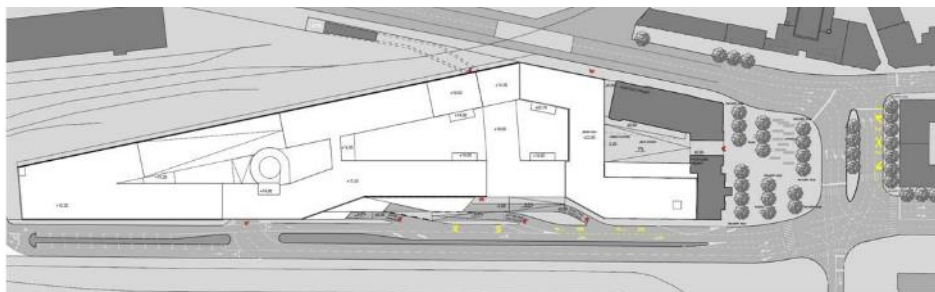
1.2.3. **Detaljni plan uređenja putničkog terminala "Zapadna Žabica"** [4], na podlozi prethodno provedenog javnog natječaja za idejno urbanističko-arhitektonsko rješenje utvrđuje položaj, osobine i funkcionalne veze garažno-terminalnog kompleksa i nove prometnice u nastavku ulice Riva.

Uzimajući granicu lučkog područja kao krajnji južni rub cestovne čestice, ista se locira na površini postojećih kolosijeka (12, 13, 14, 15 i 16) koji se uklanjaju, čime je omogućen odvojeni pristup za autobusni terminal i garažu. Izgradnja nove trase pretpostavlja opsežnu rekonstrukciju trga Žabica (uklanjanje postojećih perona, značajno povećanje pješačkih površina), a izvodi se u fazama: najprije trasa u funkciji pristupa kompleksu, a tek potom tunnelska dionica u zapadnom nastavku. (slika 4).



Slika 4. Kompleks Zapadna Žabica (na lokaciji skladišta 31 i 32), rekonstruirani trg Žabica i produžetak ulice Riva duž južnog pročelja, [vizualizacija prema 4]

1.2.4. Idejnim projektom 1. faze produžene ulice Riva [5] razrađene su postavke Detaljnog plana te je pristup kompleksu Zapadna Žabica (oko 52.000 m² BRP, 950 PM, autobusni terminal s 18 perona, komercijalni, trgovački, zabavni i drugi sadržaji) riješen preko četverotračne prometnice dužine oko 300 metara, uličnog karaktera poprečnog presjeka duž pročelja kompleksa (Slika 5), koja "završava" podzemnom rampom kao prijelaznom građevinom prema 2. fazi prometnice, građevno-prometnoj cjelini koja je predmet ovoga rada.



Slika 5. Idejni projekt prometnice i trga Žabica – Idejni građevinski projekt: rješenje trga Žabica i 1. faze trase prometnice [5]

2. Idejni projekt 2. faze izgradnje produžene ulice Riva

Kako je iz prethodnog poglavlja vidljivo, izrada projekta 2. faze izgradnje produžetka ulice Riva pokrenuta je približno 4 godine nakon dovršetka idejnog projekta kompleksa Zapadna Žabica, 1. faze produžene ulice Riva, rekonstrukcije trga Žabica i ulaza u lučko područje. Tijekom pripreme projekta analizirano je područja obuhvata, infrastruktura, korištenje površina i građevina unutar lučkog područja te uspostavljena komunikacija s izrađivačima Studije okvirnih mogućnosti izgradnje drugog kolosijeka željezničke pruge na dionici Škrljevo-Rijeka-Šapjane [6].

2.1. Prometno – tehnička analiza zone utjecaja i razlozi za izgradnju nove prometnice

Iako je riječ o planskoj kategoriji, bez obzira na konačnu varijantu rješenja važno je ukazati i pojasniti svrsishodnost izgradnje nove prometne veze trg Žabica-Mlaka. Razlozi za njezinu izgradnju proizlaze iz potrebe a/*dogradnje sustava cestovne mreže* u skladu s potrebama urbanog sustava (hijerarhičnost prometnog sustava), b/*reorganizacije vođenja prometnih tokova* u širem gradskom središtu u cilju poticanja javnog prijevoza, c/*jačanje sustava javnih garaža* u cilju smanjenja tranzitiranja gradskim središtem.

Analiza prometne zone utjecaja Krešimirove ulice koja se proteže od raskrižja „Mlaka“ na zapadu do Trga Žabica na istoku pokazuje kako je riječ o višeslojnoj tipologiji prometne regulacije i građevina:

- semaforizirana raskrižja: (njih 5),
- semaforizirani priključak vatrogasne postrojbe,
- semaforizirano raskrižje/pješački prijelaz Krešimirova ulica–Ulica Blaža Polića,
- dvosmjerni dvotračni podvožnjak ispod željezničke pruge; ostala dva prometna traka su cestovno-željeznički prijelaz u razini s brkljom,
- semaforizirani pješački prijelazi na Trgu Žabica–preko Ulice Riva i Trpimirove ulice.

Prometno opterećenje Krešimirove ulice na zapadnom dijelu prometne zone utjecaja je oko 26.500 voz/dan (15.900 prema istoku i 10.600 prema zapadu). Taj broj raste do 30.500 voz/dan u slučaju djelomičnog zatvaranja obilaznice, a do 36.000 ako je obilaznica potpuno zatvorena [7]. Ovu količinu prometa čine osobna vozila s odredištem unutar gradskog središta, ali i ona koja njime tranzitiraju, vozila javnog prijevoza te određen broj teretnih vozila, sva u režimu mješovito vođenog prometa.

S obzirom na izrazito urbani karakter Krešimirove ulice te rekonstrukcijski potencijal prostora uz nju (kompleksi Benčić, KBC duž sjevernog pročelja, te Zapadna Žabica i lučko-željeznički kompleks duž južnog pročelja), isti će po realizaciji generirati novi promet.

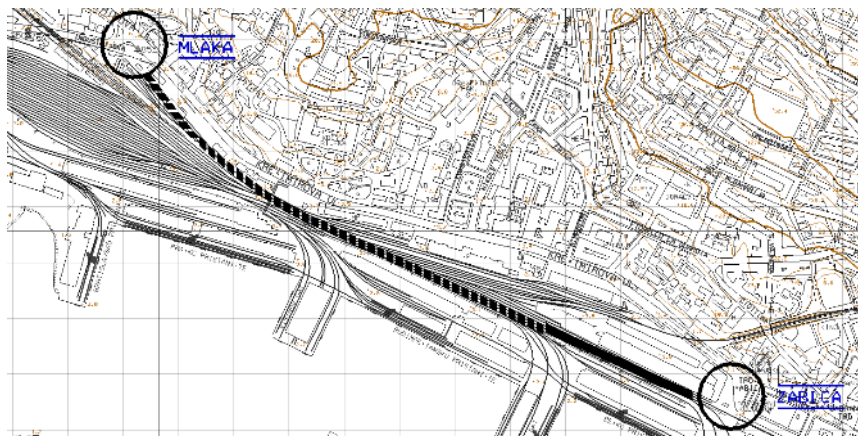
Iako je tijekom posljednjih pet godina recesija u mnogome utjecala na prometnu potražnju pa je veličina prometnih tokova otprilike na razini iz 2007. g. (što znači da nije došlo do očekivanog rasta od 3-5% godišnje u međuvremenu), neprijeporna je činjenica kako će novi cestovni koridor preuzeti tranzitnu komponentu te prometni volumen kojemu će odredište biti putnički terminali i javna garaža, dok će na Krešimirovoj ulici biti moguće uspostaviti trake rezervirane za javni prijevoz i tako unaprijediti njegovu protočnost, smanjiti zagađenje te istovremeno omogućiti dovoljnu protočnost odvijanja lokalnog prometa vozila. U kontekstu opisane regulacije, moguće je pretpostaviti da će oko 65 % postojećeg prometnog volumena prijeći na novi koridor tj. oko 18.000 vozila [7].

2.2. Projektni zadatak

Na temelju svih relevantnih saznanja oblikovan je projektni program koji sadrži sljedeće bitne točke:

- dionica se nastavlja na prometnicu radno nazvanu **produžetak ulice Riva** (t. 1.2.4.) te se stoga nadovezuje na projektno rješenje iste za koje je izdana lokacijska i građevna dozvola;
- projektiranje dionice provest će se unutar koridora utvrđenog GUP-om te koridora predviđenog za rekonstrukciju Krešimirove ulice;
- u zoni kolosijeka teretnog i putničkog kolodvora Rijeka, dionicu će se denivelirati u funkcionalno potrebnoj dužini (Slika 6);
- u sklopu denivelirane trase projektirat će se kružno raskrižje s priključkom za pristup kompleksu zaštićenih skladišta „Metropolis“, tj. ispitati poziciju i građevinsko-tehničke elemente priključka (usp. t.1.1.);
- u suradnji sa službama Hrvatskih željeznica, uskladit će se rješenje s rješenjem rekonstrukcije kolodvora Rijeka s naglaskom na (podzemno) povezivanje glavne kolodvorske zgrade i putničkih perona;
- povezivanje dionice na prometnu mrežu otvara potrebu rekonstrukcije raskrižja Mlaka radi novih prostorno-prometnih odnosa unutar privoza koji ga formiraju (Zvonimirova, rekonstruirana Krešimirova ulica i produžena ulica Riva), što nameće potrebu izrade prometne prognoze (za kratkoročno i dugoročno razdoblje) kao podloge za rješenja rekonstrukcije raskrižja (od kojih jedno tipologije kružnog raskrižja);

- ovisno o rezultatima rada, moguća su odstupanja tj. izrada varijantnih rješenja kojima će se ciljano provjeravati i unaprijeđivati građevinsko-prometni elementi trase i optimizirati troškovi izgradnje.



Slika 6. Grafički prikaz elemenata projektnog programa za rješavanje dionice prometnice Zapadna Žabica-Mlaka

3. Građevinsko-prometna varijantna rješenja

Izrađeno je šest varijantnih rješenja [7] koja se razlikuju primarno po načinu prolaza lučko-željezničkim područjem. Prometnica je projektirana s dva prometna traka u varijantama 1, 3, 4, 5, a s četiri prometna traka u varijanti 2 te novim rješenjima na zapadnom i istočnom spoju: istočni spoj podrazumijeva novo prostorno-prometno oblikovanje trga Žabica, dok se zapadni spoj Mlaka razvija kroz podvarijante: a/rekonstruirano semaforizirano raskrižje i b/dvotračni kružni prometni tok.

3.1. Varijanta 1: pretežito podzemna trasa Z. Žabica-Krešimirova ul.

Trasa dvotračne ceste položena je denivelirano u odnosu na lučku i željezničku infrastrukturu, a spaja se na Krešimirovu ulicu rampama u neposrednom podnožju Zavoda za javno zdravstvo PGŽ (Slika 7). Dužina trase iznosi 990 metara, od čega na tunelski dio otpada 617 metara, a na tunelske rampe ispod Krešimirove ulice 330 metara. Radi povezivanja s Krešimirovom ulicom, ista se rekonstruira u duljini od 300 metara. Rekonstrukcija dionice od Zavoda za JZ PGŽ do raskrižja Mlaka obuhvaća izgradnju novog dvotračnog kolnika s južne strane postojećeg drvoreda (na površini iza postojećeg zida prema kompleksu HŽ-a) te suženje postojećeg

prometnog profila duž sjeverne strane drvoreda. Samo raskrižje nije predmet rekonstrukcije, već dolazi do ukapanja trase u postojeće stanje.

Troškovi izgradnje procjenjuju se na približno 183 milijuna kuna.



Slika 7. Položaj pretežito podzemne trase Zapadna Žabica–Krešimirova ulica

3.2. Varijanta 2: Tunelska trasa Zapadna Žabica–Mlaka

U odnosu na prethodnu, ova se varijanta ističe gotovo linearno položenom trasom, a razlikuje se u četvertračnom poprečnom profilu te u priključenju dionice na raskrižje Mlaka koje se u ovoj varijanti predviđa rekonstruirati u kružno raskrižje. Ukupna duljina trase iznosi 1050 metra, a tunelskog dijela kojim je riješen prolaz ispod željezničkog teretnog kolodvora, 685 metara. Radi prometno-građevinskih uvjeta rekonstrukcije raskrižja Mlaka, završni, površinski dio trase položen je duž sjeverne strane pruge Rijeka-Ljubljana.

Troškovi izgradnje procjenjuju se na približno 303 milijuna kuna.



Slika 8. Položaj tunelske trase Zapadna Žabica–Mlaka

3.2.1. Ograničenja (prisilni elementi) u vođenju trase prometnice

U obje opisane varijante, tunelski dio trase presijeca dvije značajne vodne građevine: potok Brajdu i Škurinjski potok, i to na lokaciji koja se nalazi malo istočnije od glavnog željezničkog kolodvora. Navedeni potoci/kanali su u dijelu od Krešimirove ulice do utoka u more položeni

paralelno, velikih gabarita: širine oko 3,85 i visine oko 2,75 m, s kotom dna na oko -1,0 m i visinski se podudaraju s podzemnim dijelom prometnice. Budući da je riječ o vodotocima velikih protoka koji na sebe vezuju mrežu sekundarnih kanala oborinske odvodnje i podzemnih voda, daljnje projektno rješavanje razmotrilo je dvije mogućnosti vođenja trase.

1. *Prelaganje potoka i „podvlačenje“ istih ispod planiranog tunela* – ovakvo tehničko rješenje ne pruža dovoljnu sigurnost za normalno funkcioniranje obaju potoka i evakuaciju velikih količina vode. Kod velikih protoka (koji nisu do kraja poznati) rješenje „sifonom“ je tehnički vrlo upitno, a poseban problem je i održavanje korita kod nekontroliranog donosa materijala kroz same potoke. Osim poznatih i reguliranih, na području Brajda–Mlaka ima nepoznatih i nereguliranih podzemnih tokova, koji izgradnjom tunela na plitkoj koti dobivaju barijeru za oticanje prema moru te je realno očekivati pogoršano stanje odvodnje zone Mlaka koja i inače predstavlja rizično područje u odnosu na plavljenje.

2. *Spuštanje tunelske dionice trase ispod Škurinjskog potoka i potoka Brajda* – ovo rješenje omogućuje nepromijenjeno funkcioniranje kao i otjecanje podzemnih voda prema moru, kao i rekonstrukciju vodnih građevina radi povećanja profila i protoka, čime se poboljšava cjelokupno stanje odvodnje zone Brajda i Mlake budući da je omogućena izgradnja rasteretnog kraka potoka Podpinjol u dužini od oko 500 m.

Međutim, primjena podvlačenja nameće potrebu polaganja tunelske trase oko 4 metra dublje kako bi se izbjegla kolizija s opisanim vodnim građevinama, ali se time izazivaju bitno veći troškovi izgradnje i kasnijeg održavanja. Kako bi se izbjegle brojne negativnosti i predvidive poteškoće u projektiranju i realizaciji opisanih mogućnosti rješenja, izrađene su dodatne varijante. Varijanta 3 je u cijelosti položena nadzemno i samo je potrebno izbjeći polaganje temelja stupova na navedene vodotoke, dok se varijante 4 i 5 vode nalaze nadzemno do trasa vodotoka i tek tada polažu denivelirano u odnosu na željeznička postrojenja.

3.3. Varijanta 3: nadzemna trasa Zapadna Žabica–Krešimirova ulica

Trasa duljine 700 metara vodi se na spoju lučkih i željezničkih površina duž sjeverne strane silosa, *ali nadzemno* tj. preko kolosijeka putničkog i teretnog kolodvora, glavnim nadvožnjakom duljine 510 m i manjim nadvožnjakom duljine 140 m, a zapadni spoj izvodi se također nadzemnim rampama na Krešimirovu ulicu, u zoni kompleksa Kliničkog bolničkog centra, te zahtijeva i rekonstrukciju oko 500 metara ulice na način iz varijante 1. U ovoj varijanti izbjegnuto je polaganje temelja stupova nadvožnjaka u postojeće vodne građevine (iz t. 3.2.1.).

Troškovi izgradnje procjenjuju se na približno 75 milijuna kuna.



Slika 9. Položaj nadzemne trase Zapadna Žabica–Krešimirova ulica

3.4. Varijanta 4 : pretežito površinska trasa Zapadna Žabica–Mlaka

U ovoj varijanti, trasa se također vodi duž sjeverne strane silosa, ali je *položena na slobodnoj površini* na spoju lučkih i željezničkih postrojenja, prolazi iznad postojećih vodnih građevina bez potrebe za njihovom rekonstrukcijom, a denivelira u zoni lire željezničkih kolosijeka tunelom duljine 120 metara. Trasa se spaja na postojeće raskrižje na Mlaci kao *novi privoz s jugoistočne strane, neovisan o Krešimirovoj ulici*, a raskrižje je moguće izvesti kao kružno ili četverokrako.

Opisanim rješenjem omogućen je kvalitetan kolni prometni prilaz zaštićenoj lučkoj nadgradnji: kompleksu skladišta Metropolis te skladištu na Visinovom gatu koji se nalaze unutar lučkog područja bitno smanjenog intenziteta lučkih operacija, a o kojemu izrazito ovisi revalorizacija ovih prostora smještajem i funkcioniranjem novih gradskih sadržaja u njima

Troškovi izgradnje procjenjuju se na približno 84 milijuna kuna.



Slika 10. Položaj pretežito površinske trase Zapadna Žabica–Mlaka

3.5. Varijanta 5: pretežito površinska trasa Z. Žabica–Krešimirova ul.

U ovoj varijanti, trasa ceste također je položena slobodnim površinama duž sjeverne strane silosa (radi vođenja trase, na istočnom dijelu potrebno je ukloniti nekoliko postojećih lučkih kolosijeka), ali se priključuje na Krešimirovu ulicu tunelom dužine 225 metara. Izvedba spoja ulijevanjem u središnji dio uličnog profila zahtijeva rekonstrukciju Krešimirove ulice u dužini od oko 500 metara. Kao i u prethodnoj, i u ovoj varijanti moguć je kvalitetan kolni prometni prilaz zaštićenom kompleksu skladišta Metropolis te skladištu na Visinovom gatu i njihovoj prenamjeni.

Procjena troškova izgradnje iznosi približno 100 milijuna kuna.



Slika 11. Položaj pretežito površinske trase Zapadna Žabica-Krešimirova ulica

3.6. Varijanta 6: tunelska trasa Zapadna Žabica-Krešimirova ulica

U ovoj varijanti, vođenje trase kroz lučko-željezničko područje u cijelosti je riješeno tunelom duljine 568 metara, a spoj na Krešimirovu ulicu izvodi se ulijevanjem u profil Krešimirove ulice kao u varijanti 5. Ukupna duljina trase je 800 metara, uz dodatnih 500 metara rekonstrukcije Krešimirove ulice. Nažalost, u ovoj varijanti postoji kolizija s postojećim vodnim građevinama koja je riješena spuštanjem trase.

Procjena troškova izgradnje iznosi približno 179 milijuna kuna.



Slika 12. Položaj tunelske trase Zapadna Žabica - Krešimirova ulica

Usporedni prikaz glavnih osobina svih opisanih varijanti trase prikazan je u Tablici 1.

Tablica 1. Građevinske karakteristike varijantnih rješenja

Varijanta	Osobine trase		Tipologija prometnog spoja
	površinska (L;m)	objekti (L;m)	
1. Z. Žabica - Krešimirova ul.	617 m, rampe: 148 m (S) +225 m (N)	tunel, 640 m / 520 m dvotračni + 120 m jednotračni	jednotračne rampe
2. Z. Žabica - Mlaka*	365 m	četverotračni tunel, 685 m	kružno raskrižje
3. Z. Žabica - Krešimirova ul.	475 m, rampe: 270 m (S) + 225 m (N)	nadvožnjak, 650 m/ 360 m dvotračni + 250 m jednotračni	jednotračne rampe
4. Z. Žabica - Mlaka	1050 m	dvotračni tunel, 120 m	semaforizirano ili kružno raskrižje
5. Z. Žabica - Krešimirova ul.	745 m	dvotračni tunel, 225 m	dvotračna rampa
6. Z. Žabica - Krešimirova ul.	800 m	dvotračni tunel, 568 m	dvotračna rampa

* Mlaka, tj. raskrižje Krešimirova ulica - Zvonimirova ulica - Baračeva ulica

4. Vrednovanje varijanti

Da bi se između varijantnih rješenja opredijelili za optimalno, provedeno je vrednovanje istih primjenom sljedećih skupina kriterija:

A/ *urbanistički (prostorni) kriterij*, unutar kojeg je razmatrano

- u1 - uklapanje prometnice u postojeći ambijent,
- u2 - mogućnost otvaranja lučkih površina i prostora za urbani razvoj,
- u3 - fleksibilnost modela korištenja prostora tijekom procesa u1;

B/ *prometni kriterij*, unutar kojeg je razmatrano:

- p1 – uspostava hijerarhijski organizirane prometne mreže,
- p2 – postizanje uvjeta za podizanje kvalitete javnog gradskog prijevoza, pješačkog prometa i korištenje alternativnih oblika prijevoza,
- p3 - mogućnost nadogradnje prometnog sustava (uz u2);

C/ *ekološki kriterij*, koji je obuhvatio

- e1 - fizionomski utjecaj (izgled urbanih struktura nakon zahvata),
- e2 - utjecaj na tlo i podzemlje,
- e3 - zagađenja zraka, zagađenje bukom i svjetlom i

D/ *financijski kriterij*, koji je obuhvatio sljedeće relevantne komponente:

- f1 - cijenu izvedbe,
- f2 – učinkovitost zahvata za neposredne korisnike unutar zahvata
- f3 - mogućnost korištenja EU fondova.

Prema istaknutim kriterijima, tim projektanta i naručitelja svaku je varijantu ocijenio *ekspertnom metodom* primjenom sljedećih ocjena: 1 – *neprihvatljiv odnos*, 2 – *prihvatljiv odnos*, 3 – *dobar odnos*, 4 – *najbolji odnos*, a potom je provedeno ponderiranje kriterija. Urbani i prometni kriterij ponderirani su jednako jer su obje skupine ocijenjene jednako vrijednima obzirom na brojne i raznovrsne (a neutvrđene) scenarije planiranja (urbanizacije) lučko-željezničkog područja. Ekološki kriteriji ponderirani su nešto nižim ponderom (0,2) budući da je riječ o zahvatu koji se izvodi kao dogradnja sustava vrlo određenih osobina u odnosu na mogućnosti zaštite okoliša, dok je financijski kriterij ponderiran nešto izraženije (0,3) obzirom na ulaganja u zahvat koji ima posredne komercijalne učinke koje će pojedini dionici u prostoru različito koristiti i vrednovati. Rezultati ocjenjivanja i ponderiranja prikazani su u Tablicama 2 i 3.

Vrednovanje prema kriterijima *skupine A* posebno je zahtjevno jer se projektnim rješenjem anticipiraju brojni scenariji mogućeg urbanog razvoja za koje, zasad, posjedujemo samo dio gradivih elemenata: postojeće gradske strukture duž Krešimirove ulice i na Žabici, planirane i projektirane strukture kompleksa Zapadna Žabica te strukture lučke nadgradnje i podgradnje. U ovakvim okolnostima, po kriteriju *u1* najbolje je tunelsko rješenje (var. 2) te rješenja s priključnom rampom u trupu Krešimirove, dok su rješenja s vanjskim rampama najmanje prihvatljiva radi reduciranja već formiranih prostora javnog karaktera. Po kriteriju *u2*, najpovoljnije su ocijenjene varijante 4 i 5 radi prilagodljivosti površinskih trasa budućim prostorno-premetnim zahvatima te tunelska varijanta 6 radi linearnog vođenja trase koje relaksira planiranje struktura i površina južno od nje. Prema kriteriju *u3* vrednovana je mogućnost parcijalne prenamjene dijelova lučkog područja (Metropolis, Visinov gat) uz zadržavanje aktivnih lučkih površina (De Franceschijev-Visinov gat, Zagrebačka obala). U smislu traženog, ni jedna od varijanta ne udovoljava u cijelosti, dok su tunelske varijante 1 i 2 jedva prihvatljive jer samo potencijalno omogućuju pristup istima (podzemni ili površinski odvojak prije rampe).

Vrednovanje prema kriterijima *skupine B* ocijenilo je tunelsko rješenje prema varijanti 2 te pretežito površinsku trasu prema varijanti 4 najpovoljnijima za vođenje tranzitnog prometa i ishodišno-odredišnog prometnog volumena koji generira kompleks Zapadna Žabica (*p1*), dok kriteriju *p2* najbolje udovoljavaju tunelsko rješenje prema varijanti 2 (s

obzirom na kapacitet i prometne uvjete koji mogu privući i dio lokalnog prometa s Krešimirove) te denivelirana varijanta 3 radi potencijala vođenja prometa pješaka i biciklista koji nemaju tunelske varijante, a kod pretežito površinskih trasa isti je sveden na dionicu do ulaza u Metropolis i ugrožen opasnostima neposrednog lučkog ambijenta. Međutim, varijanta 3, radi deniveliranja trase već u zoni kompleksa Zapadna Žabica i vođenja iste poviše lučkih i željezničkih kolosijeka, pokazuje se neprikladnom u pogledu kriterija $p3$, kojemu bolje udovoljavaju trase koje omogućuju izravan ili posredan površinski priključak lučkog područja uopće.

Vrednovanje prema kriterijima skupine C rukovodilo se pristupom kako su tunelske trase (naj)prihvatljivije u pogledu estetike prostora ($e1$), zagađenja zraka te zagađenja bukom i svjetlom ($e3$). Suprotno tome, djelomično nadzemna trasa u varijanti 3 najmanje je prihvatljiva (posebno radi dodatnog zauzeća bolničkog parka rampama i time prenošenja negativnih utjecaja u dubinu kompleksa), dok površinski vođene trase pokazuju varijetete prihvatljivosti. U odnosu na kriterij $e2$, tunelska trasa u varijanti 2 ocijenjena je nepovoljnije od ostalih radi bitno veće dubine izvedbe tunela u geotehnički krajnje neprikladnom ambijentu. Jednako nepovoljnom ocjenom zauzet je stav o nepotrebno povećanom zauzeću površina prema rješenju trasa u varijanti 4 te ukupno neprimjerneih odnosa koji proizlaze iz usporednog vođenja para dvosmjernih cesta/ulica jakih prometnih volumena.

U vrednovanju prema financijskim kriterijima, gotovo presudnu ulogu predstavljale su cijena izvedbe te mogućnost financiranja iz EU fondova. U pogledu potonjeg, najviša ocjena nije dodijeljena s obzirom da se iz istih ne može očekivati cjelovito financiranje zahvata. Ipak, budući da je riječ o nekomercijalnoj prometnici, važnu ulogu ima njezin učinak na potencijalne korisnike ($f2$) te je stoga vrednovanje prema ovom kriteriju bilo povezano i s kriterijem $u2$. Iako su najskuplje varijante očekivano rangirane najniže, najprihvatljivijom je ocijenjena varijanta koja nije najjeftinija (%), ali je upravo po potonjem kriteriju najpovoljnija.

Tablica 2. Ocjene varijantnih rješenja prema kriterijima

Kriterij varijanta	urbani				prometni				ekološki				financijski				rang	
	u1	u2	u3	Σ	p1	p2	p3	Σ	e1	e2	e3	Σ	f1	f2	f3	Σ		Σ
1	2	2	2	6	3	3	3	9	2	4	2	8	2	3	2	7	30/48	6
2	4	3	2	9	4	4	2	9	4	2	4	10	1	1	1	3	32/48	4
3	2	3	3	8	3	4	1	7	1	4	1	6	4	3	3	10	31/48	5
4	3	4	3	10	4	3	2	9	3	2	2	7	3	3	3	9	35/48	3
5	3	4	3	10	3	3	4	10	4	3	3	10	3	3	3	9	39/48	1
6	3	4	3	10	3	3	3	9	4	3	4	11	2	2	2	6	37/48	2

Tablica 3. Rezultati ponderiranja varijantnih rješenja

Varijanta	<i>urbani</i>	<i>prometni</i>	<i>ekološki</i>	<i>financijski</i>	Σ	rang
<i>ponder</i>	0,25	0,25	0,2	0,3	1,00	
1	1,50	2,25	1,60	2,10	7,45	6
2	2,25	2,25	2,00	1,20	7,70	5
3	2,00	2,00	1,20	3,00	8,20	4
4	2,50	2,25	1,40	2,70	8,85	2
5	2,50	2,50	2,00	2,70	9,70	1
6	2,50	2,25	2,20	1,80	8,75	3

5. Zaključak

Nova prometnica, produžetak ulice Riva, ima svoju ulogu u dopuni cestovne mreže šireg gradskog centra, kako radi postupne realizacije prostornih potencijala područja kojim prolazi, tako i radi stvaranja uvjeta za podizanje kvalitete javnog gradskog prijevoza, pješačkog prometa i korištenja alternativnih oblika prijevoza (biciklistički promet). Izgradnjom ove prometnice bit će omogućeno uređenje krajnjih prometnih traka unutar četverotračnog profila Krešimirove ulice isključivo za vođenje javnog prijevoza (uz zadržavanje odvijanja lokalnog prometa) u kontinuitetu od trga Žabice do Mlake (oko 3 km tzv. "žute" trake u oba smjera, s mogućim nastavkom do raskrižja Krnjevo) te tako učinkovito nadograditi sustav vođenja javnog prijevoza – okosnicu kojega će činiti potez ulica Scarpina-Adamićeva rezerviranih za javni gradski prijevoz unutar najužeg gradskog središta zajedno s tzv. žutim trakama od Titovog trga duž Fiumare.

U smislu tehničkih elemenata realizacije, uvjeti u kojima se ona treba izgraditi vrlo su zahtjevni, bilo da se radi o podzemnom ili o nadzemnom prolazu kroz osjetljivi prostor lučko-željezničke infrastrukture. Ispitivanjem šest varijantnih rješenja i njihovim ocjenjivanjem kroz urbanističke, prometne, ekološke i financijske kriterije, uočljiva je skupina varijantnih rješenja (5, 4 i 6) unutar koje je najpovoljnijom ocijenjena varijanta 5. Stoga je realno zaključiti kako će ona predstavljati osnovu za daljnju razradu, pogotovo u svjetlu nastavka rada na projektiranju drugog kolosijeka ali i razrješavanja odnosno unaprjeđivanja zatečenih prometnih, urbanističkih i drugih odnosa unutar užeg i šireg područja obuhvata prema željenoj slici ovoga dijela grada.

Literatura

- [1] Jurković, S., Marinović-Uzelac, A., Rogić, I., Gašparović, S., Tomašić, Ž., *Prostorni plan uređenja grada Rijeke 2000-2020*, Zavod za urbanizam i prostorno planiranje Arhitektonskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2003.
- [2] Sladić, A., *Putnički terminali u Rijeci, Prometno-tehnološka studija*, Naručitelj: Grad Rijeka, Izrađivač: Rijekaprojekt – Niskogradnja d.o.o u suradnji s IGH PC Rijeka, Rijeka, 1998.
- [3] *** *Generalni urbanistički plan grada Rijeke*, Zavod za urbanizam i planiranje Arhitektonskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam i gospodarenje zemljištem Grada Rijeke, Zagreb/Rijeka, 2007.
- [4] *Odluka o donošenju Detaljnog plana uređenja putničkog terminala "Zapadna Žabica", (Sl.N. 44/07.)*
- [5] *** *Idejni projekt prometnice i Trga Žabica/Produžena Ulica Riva, Trg Žabica, mapa A 0010*, Naručitelj: Grad Rijeka, Izrađivač: IGH d.d. Zagreb, zajednička oznaka projekta IP – 5823/08, Broj pr.: 5 3120-547/08; Rijeka, lipanj 2009.
- [6] *** *Studija okvirnih mogućnosti izgradnje drugog kolosijeka željezničke pruge na dionici Škrljevo-Rijeka-Šapjane*, Naručitelj: HŽ-Infrastruktura, d.o.o, Razvoj i investicijsko održavanje, Izrađivač: Željezničko projektno društvo, voditelj projekta Smolić, L., suradnici: Rijekaprojekt, Institut građevinarstva Hrvatske, Granova, Geotehnički studio, IPP, Oikon, Zagreb, 2015.
- [7] *** *2. faza produžene ulice Riva – idejna rješenja*, Naručitelj: Grad Rijeka, Izrađivač: Rijekaprojekt d.o.o, br. pr. 13-059-0-IR, gl. projektant Šimunić, D., Rijeka, svibanj 2014. g.

KOLORISTIČKA OBRADA PROČELJA VIŠESTAMBENE RIJEČKE ARHITEKTURE DRUGE POLOVICE 20. STOLJEĆA KAO POLAZIŠTE OBNOVE KROZ PROJEKT PODIZANJA ENERGETSKE UČINKOVITOSTI

FACADE COLOR PATTERNS OF RIJEKA RESIDENTIAL ARCHITECTURE IN 1950S AS RENOVATION BASE OF ENERGY EFFICIENCY IMPROVAL PROJECT

Srđan Škunca*

Sažetak

Posljednjih godina uočljiv je trend energetske obnove pročelja višestambenih građevina. Nažalost, poslijeratna višestambena arhitektura još uvijek se ne vrednuje na odgovarajući način, nije predmet interesa službe zaštite te stoga, osim rijetkih iznimaka, ne štiti učinkovito. Stoga izostaje ne samo odgovoran i promišljen odnos prema estetskoj dimenziji pročelja i njegovom utjecaju na javni prostor i sliku grada uopće, nego i neophodna kontrola projekata obnove koji se, kako recentni primjeri pokazuju, tretiraju gotovo isključivo kao inženjerski zadatak, čemu pridonose i važeći propisi prema kojima za obnovu pročelja nije potrebna građevna dozvola (osim na građevinama zaštićenima kao kulturno dobro). Autorovo istraživanje neštićenog fonda višestambenih građevina pokazalo je kako se nestručna obnova pročelja sve više događa na građevinama iz kasnih pedesetih i ranih šezdesetih godina, tj. razdoblja kada nastaju svojevrsni "modeli" kolorističke obrade pročelja koji će se koristiti tijekom kasnijih razdoblja izgradnje grada. U cilju vrednovanja ove specifične komponente oblikovanja grada, ovim se radom želi upozoriti na izvorišta, glavne nositelje, razvoj i vrijednost kolorističke obrade pročelja riječke poslijeratne višestambene arhitekture te tako potaknuti daljnja istraživanja u cilju odgovornog pristupa u projektiranju obnove i primjeni suvremenih materijala i tehnologija.

* Grad Rijeka, Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam, ekologiju i gospodarenje zemljištem, Titov trg 3, 51000 Rijeka; E-mail: srdjan.skunca@rijeka.hr

Ključne riječi: arhitektura, obnova pročelja, koloristička obrada pročelja, energetska učinkovitost, Rijeka

Abstract

In the last few years, the trend of facade energy renovation of the multistorey residential houses is notable. Unfortunately, postwar residential architecture is not an object of interest of protection as cultural heritage, neither is it evaluated in a proper way and efficiently protected as well. So, we are faced with lack of liable and serious approach to the facade esthetic meaning and its influence on the public space and city image at all, supported with law stipulations which enable renovation works without issuing of a building permit, based on main design only. In such a way, facade renovation design has been driven almost exclusively as an engineering task, without control by any official body. Author's research of a numerous unprotected houses has shown that defective renovation encompasses more and more houses built during late fifties and early sixties, a period when some specific color patterns in facade treatment are created as models which have been followed during next construction periods. In order to evaluate this specific component of the city image, the aim of this paper is to point out the sources, main actors, development and values of facade coloring in postwar residential architecture in Rijeka and promote further research useful for renovation design and applying contemporary materials and technologies.

Key words: architecture, facade renovation, facade color patterns, energy efficiency, city of Rijeka

1. Uvodna razmatranja

1.1. Opseg i cilj istraživanja

Energetska obnova pročelja jedan je od općeprihvaćenih projekata jer su koristi njegove provedbe prihvatljive ne samo korisniku/ulagaču (smanjenje troškova stanovanja, podizanje vrijednosti nekretnine) već i zajednici (zaposlenost, financijski učinci, očuvanje okoliša). Ipak, sama završna faza obnove pročelja koja uključuje kolorističku obradu, u mnogim slučajevima pokazala se konfliktnom. Nedostatak svijesti kako javni prostor započinje već na pročelju građevine, bila ona (više)obiteljska ili višestambena, kao i općeprihvaćen negativan odnos prema poslijeratnoj, tzv. socijalističkoj stambenoj arhitekturi,¹ bitni su za formiranje stava o obnovi pročelja kao prilici za "ispravljanje" naslijeđenog stanja. Iako obnova pročelja otvara pitanje pristupa koji u mnogim primjerima može i treba biti konzervatorskog karaktera, ali može predstavljati i priliku za kreativan

¹ Recentno i afirmativno vrednovanje ovog razdoblja predstavlja projekt *Socijalizam i modernost, Umjetnost, kultura, politika 1950.-1974.* koji su 2011. proveli Muzej suvremene umjetnosti i Institut za povijest umjetnosti iz Zagreba.

pristup, više recentnih realizacija svjedoči o nekritičkom pristupu (čest je pritisak vlasnika i upravitelja zgrada) kao i o manjkavom poznavanju osobina razdoblja nastanka građevine, "jezika" i učinka boja na prostorne odnose mikro i makrolokacije, što se odražava u odabiru boja i geometriji njihove primjene. Stoga je cilj ovoga rada bio istraživanje i upoznavanje projekatana i drugih aktivnih sudionika obnove s osnovnim izvorištima i tendencijama, autorima i građevinama ključnim u formiranju *modela* kolorističke obrade pročelja poslijeratne riječke arhitekture.

1.2. Obnova pročelja u svijetlu zakonske osnove

Prema *Zakonu o gradnji* [1, čl. 8], svaka građevina mora biti projektirana i izgrađena tako da njezino korištenje bude sigurno u pogledu *mehaničke otpornosti i stabilnosti*, požara, buke, higijene, zdravlja i okoliša, sigurnosti i pristupačnosti, *gospodarenja energijom i očuvanja topline* te održive uporabe prirodnih izvora. Ove zahtjeve potrebno je tijekom korištenja građevine unaprijediti,² a provedba se, zasad, regulira *Pravilnikom o jednostavnim i drugim građevinama i radovima* [2], prema kojemu se temeljem *glavnog projekta, ali bez građevinske dozvole*, na postojećoj zgradi mogu izvoditi radovi kojima se "*poboljšava ispunjavanje temeljnih zahtjeva za građevinu, a ne mijenja se usklađenost iste s lokacijskim uvjetima u skladu s kojima je izgrađena*". Spomenuti radovi uključuju obnovu, zamjenu i dodavanje dijelova zgrade koji su "*dio omotača grijanog ili hladnog dijela zgrade ili su dio tehničkog sustava zgrade*" što podrazumijeva, između ostalih, i toplinsku izolaciju podova, zidova, stropova, ravnih, kosih i zaobljenih krovova (čl. 5, t. 8.). Važno je ukazati kako u pripremi zahvata projektant obnove pročelja (u pravilu ovlaštenu inženjer građevinarstva) nije dužan pribaviti uvjete/potvrde **javnopravnih tijela**, čime je uskraćena mogućnost uvida i očitovanja različitih stručnih službi na estetsku komponentu zahvata.

1.3. Vrednovanje poslijeratne arhitekture i odnos prema obnovi u dokumentima prostornog uređenja

Oslanjajući se na koncept uspostavljen u *Prostornom planu uređenja grada Rijeke*, donesenom 2003. godine, *Generalni urbanistički plan grada Rijeke* [3] sadrži bitan iskorak odredbom o zaštiti sklopova i građevina graditeljskog nasljeđa koji su "*nastali unutar bilo kojeg gradskog područja, koji nisu registrirani i zaštićeni kao kulturno dobro, a koji posjeduju izražena stilska obilježja, urbanu, arhitektonsku i oblikovnu kvalitetu razdoblja historizma, secesije..., Moderne arhitekture (1918.-1945.) te poslijeratne*

² prema čl. 170., vlasnik građevine bit će kažnjen ukoliko tijekom korištenja građevine ne održava i ne unaprijeđuje ispunjavanje temeljnih zahtjeva, energetskih svojstava i td. iste.

arhitekture nastale do zaključno 1974. godine" [3:324]. Unutar graditeljskog nasljeđa iz poslijeratnog razdoblja, plan prepoznaje spomeničku vrijednost sljedećih višestambenih građevina i kompleksa:

Tablica 1. Prijedlog zaštite višestambenih građevina i kompleksa, GUP 2007.

Podmurvice	Stambeni tornjevi arh. Emilija	D.A.*
	Naselje Turnić (u granicama plana iz 1958.)	A.U.V.*
Zamet	Ex radničko naselje "3.maja" i "Torpeda"	A.U.V.
Krimeja-Vojak	Stambene kuće i regulacija ex naselja Dexa	A.U.V.
	Stambeno naselje Vojak	A.U.V.
Podvežica	Naselje Ogranak (uz Ul. D. Gervaisa)	D.A.
	Ex radničko naselje Vulkan	D.A.
Pećine	Višestambene građevine uz Ul. J.P. Kamova	A.U.V.

* D.A. - definirana arhitektura, A.U.V. - arhitektonsko-urbanistička vrijednost

U razradi mjera zaštite, GUP utvrđuje kako je u razdoblju od 1945. do 1974. nastao vrijedan fond građevina i naselja poslijeratne moderne arhitekture koje je potrebno štititi od neprimjerenih zahvata, a od zahvata koji se dozvoljavaju izrijekom se navodi i "promjena materijala i načina obrade pročelja u cilju poboljšanja termoizolacijskih osobina građevine, ali uz zadržavanje ili rekonstrukciju izvorne kolorističke obrade pročelja." [3:324] (podcrtao autor) za koji zahvat je *potrebno mišljenje stručne službe grada Rijeke.*

Nažalost, budući da se u utvrđivanju statusa kulturnog dobra institucije spomeničke zaštite u pravilu ograničavaju na razdoblje do 1918., a odredbe prostornih planova nisu za njih neposredno obvezujuće, izostala je učinkovita primjena citiranih odredbi GUP-a, pokazatelj čega su i neprimjerni zahvati obnove pročelja, mnogi od njih izvedeni i unutar gradskih područja zaštićenih kao kulturno dobro.

2. Utjecaji - izvorišta (poslijeratne) polikromije pročelja

Izvorišta poslijeratne prakse kolorističke obrade pročelja riječke stambene arhitekture moguće je prepoznati unutar tri skupine utjecaja za koje je unutar opsega ovoga rada, moguće dati samo osnovne naznake.

2.1. Međuratna arhitektura Rijeke i Sušaka susretište je talijanskih i hrvatskih arhitektonskih struja i autora. Iako se radi veličine gradova, broja i vrste ostvarenja arhitektonska produkcija ne može cjelovito uspoređivati, moguće je zaključiti kako je uporaba boje i polikromne obrada pročelja zastupljenija na riječkoj strani [4]. Zajedničku osobinu predstavlja koloristički pristup uporabom materijala, najčešće kamena, u zoni prizemlja nad kojim se ožbukano pročelje obrađuje monokromatski te korištenjem

kontrasta okvira otvora i plohe pročelja. Specifičnosti polikromne obrade izražene na riječkoj strani posebno su zastupljeni u zonama loggia i istaknutih volumena stepenišnih vertikalna (tonski pomak u odnosu na boju pročelja), balkonskih ograda i vijenaca (kontrastna boja u odnosu na pročelje) te veoma učestala primjena boje (ili opeke) u povezivanju prozorskih otvora. Razdoblje do polovice pedesetih bit će označeno nastavkom djelatnosti dijela prijeratnih arhitekata (Kolacio, Bunetta, Babić i dr.) te novim imenima zagrebačke arhitektonske škole koji će u svojim projektima uspostavljati kvalitetan dijalog s predratnom.

2.2. Utjecaje europske moderne arhitekture moguće je iščitati u neposrednom "govoru" nasljeđa Moderne Rijeke i Sušaka, kroz vrijednosti koje zagovara zagrebačka arhitektonska škola i iz nje proizašli utjecajni protagonisti pa do posredovanih ali i neposrednih saznanja o suvremenoj poslijeratnoj arhitektonskoj praksi.³ U kontekstu ove teme, nesporan je utjecaj Le Corbusiera koji u razdoblju 1947.-52. u Marseilleu izvodi osporavanu i hvaljenu višestambenu zgradu *Unité d' Habitation*. Njezino pročelje, iako izvedeno u sirovom betonu (*beton brut*), u zoni loggia tretirano je polikromno; izborom mondrianovskih boja: crvene, zelene, žute, bijele, ljubičaste i plave razbijena je monolitnost i monotonost o kojoj je progovorio i sam Corbusier:⁴ "...Odlučio sam stvoriti ljepotu kontrastom.... Ponukat ću ljude na razmišljanje, to je razlog silovitoj, bučnoj, pobjedonosnoj polikromiji fasada."

Konkretan odnos prema korištenju boje Le Corbusier razvija već u tzv. *purističkoj fazi* u kojoj boju promatra kao dopunu forme,⁵ te uspostavlja polikromiju kroz sustav *glavne grupe boja* (žuta, crvena, zemljana, bijela, crna, modra i njihove mješavine), *dinamičkih boja* (limun-žuta), narančasta, zelena, kobaltno plava i dr. i *tranzicijskih boja*. Le Corbusier eksterijerno primjenjuje boju već 1926. na Cité Frugè u Pessacu.⁶ Nasuprot pristupu koji razvija tada aktualan De Stijl (Rietveld, Doesburg i dr.), Le Corbusier naglašava boju kao *konstitutivni dio ukupnog arhitektonskog prostora* tj. i unutrašnjeg i vanjskog, ali i potrebu promišljanja o ekspresiji ukupnog prostora (*jedinstvo cjeline*) već tijekom projektiranja: "Polikromija je

³ Kolacio i Sila obilaze 1953. London, koji se intenzivno obnavlja, [5] ali i Rotterdam u kojem se iste godine, po projektu Bakeme i van den Broeka, dovršava rekonstrukcija Lijnbaana, glavne trgovačke ulice i četvrti uništene u bombardiranju početkom 2. svj. rata.

⁴ *Unité d'habitation (Cité Radieuse), Marseille, Le Corbusier 1952* /www.galinsky.com/buildings/marseilles/assics-unite-d-habitation-le-corbusier/

⁵ Charles Edouard Jeanneret /Le Corbusier/ s prijateljem, slikarom Amedéoom Ozenfantom objavljuje 1918. knjigu *Après le cubisme /Nakon kubizma/*, manifest purizma u kojem definira odnos forme, kao dominantnog elementa, i boje kao podređenog.

⁶ Naselje s 50 zgrada socijalnog stanovanja, nastalo po narudžbi industrijalca Henryja Frugèsa, prvi je Le Corbusierov urbanistički i arhitektonski projekt velikog mjerila.

arhitektonska tehnika jednako snažna kao tlocrt ili presjek. Štoviše, polikromija kao takva je element tlocrta i presjeka."⁷ Stoga se marseilleski blok u modernoj arhitekturi ubrzo promeće u arhetip, a njegov izravan i rani utjecaj u Hrvatskoj vidljiv je na zagrebačkoj višestambenoj zgradi u Vukovarskoj 35-35a., arhitekta Drage Galića, projektiranoj 1953., a izgrađenoj 1957. godine. [7]

2.3. Riječka arhitektonska i likovna scena 50-ih godina 20. stoljeća živa je i produktivna, posebno uzimajući u obzir veličinu grada i njegovu temeljnu usmjerenost prema razvoju lučkog, prometnog i industrijskog kompleksa, specifičnosti uspostave novog društveno-političkog sustava te imperativ brze obnove i industrijalizacije. Uoči završetka tzv. Prve petoljetke 1951., Zdenko Kolacio, utjecajni arhitekt i direktor riječkog Urbanističkog instituta, objavljuje edukativni prikaz uloge *suвременe arhitekture i urbanizma*. [8] Stavljajući ih u umjetnički kontekst: "*slobodne linije i "čudne" kombinacije boja na slikama suвременih slikara, gdje se uobičajeni sadržaj gubi i... svodi na odnos obojenih površina ili linija, smatra se često bezvrednim likovnim stvaranjem. Isto ovo vrijedi i za mnoga arhitektonska djela,*" afirmativno ustvrđuje kako je u povijesnom razvoju umjetnost "*redovno bila ispred faktičnog stanja i momentalnih potreba.*" U Kolaciovim navodima moguće je prepoznati poveznice s manifestom grupe EXAT iz prosinca 1951.: apstraktna umjetnost nije dekadentna, boriti se protiv preživjelih shvaćanja u likovnoj umjetnosti, bez eksperimenta nema napretka u kreativnosti.

U ožujku 1954. u Rijeci je upriličen **Salon 54** na kojem organizatori⁸ izlažu primjere likovnog stvaralaštva u rasponu od moderne figuracije do čiste apstrakcije⁹ čime Rijeka postaje mjestom dovršetka *rekonstrukcije modernizma* [9] značenje koje riječkoj javnosti putem novinskih članaka efektno prezentira arhitekt Kolacio. [10] Iste godine, prema projektu arh. Franje Tišine, preuređuje se palača ex Banco di Roma na riječkom Korzu za smještaj općinske uprave. Jedan od najzahtjevnijih zahvata bio je funkcionalno i semantičko preuređenje bankarske šalter-sale u prizemlju za novu gradsku vijećnicu, u sklopu kojeg arh. Franjo Tišina prepušta obradu bočnih zidova predsjedničke niše te začelnog zida dvorane slikaru Vladimiru Udatnyju. Na neutralnoj ili zlatnoj podlozi, unutar okvira zadanog crtežom (meridijani i paralele) ili bez njega, Udatny smješta stilizirane brodove i nepravilne kvadrate modre, svijetloplave, žute, crvene, sive i crne

⁷ Le Corbusier, *Trendovi racionalne arhitekture u odnosu na suradnju slikarstva i kiparstva*, izlaganje na konferenciji u Rimu 1966. Citirano prema [6]

⁸ Likovni kritičari i povjesničari umjetnosti iz Hrvatske (jedan od trojice njih bio je i tadašnji direktor riječke Moderne galerije Boris Vižntin), Slovenije (1) i Srbije (1).

⁹ Na izložbi je zastupljena i grupa "Exat", a I. Picelj, njezin član, izradio je plakat Salona.

boje - viziju nove riječke arhitektonske slike.¹⁰ Spoj arhitekture i likovnog djela istom je proglašen umjetničkim djelom [11], a obnovljena vijećnica poželjnim primjerom sinteze arhitektonskog i jezika likovne apstrakcije.



Slika 1. Vladimir Udatny: Osluk izvorno začelnog zida Vijećnice, 1954.

3. Presjek riječke stambene arhitekture druge polovice 40-ih i početka 50-ih

Riječka arhitektonska produkcija ranog poraća usmjerena je na rekonstrukciju građevina različitih namjena, dovršenje radničkih naselja započetih uoči ili tijekom rata (Labinska, Deksa na Vojaku) [12], odnosno izgradnju novih radničkih naselja (Zamet, Vulkan) [13]. Pojedinačna višestambena izgradnja uspješno koristi lokacije unutar još nedovršenih blokova, ali i nove duž Autostrade Narodne fronte (Zvonimirova ul.) gdje 1951. nastaje višestambena enklava bitno većeg mjerila, zametak budućeg stambenog naselja Turnić (Sl. 2.b.) te duž Ulice Janka Polić-Kamova. Stanje i ovako skromne produkcije¹¹ Kolacio ocjenjuje nezadovoljavajućim: *"Naše su novogradnje suviše "sive", t.j. ne samo skoro bezbojne u arhitektonskom smislu već i stvarno bez boja, uz vrlo male iznimke. Naša nova arhitektura mora biti duhovita po zamisli i oblikovanju, a svaki novi objekt... predstavljati stvarni korak naprijed k boljoj arhitekturi ...i suvremenijoj... izgradnji nove Rijeke."* [15]

¹⁰ Na žalost, prilikom preuređenja vijećnice polovicom 90-ih, dio oslika na bočnim zidovima predsjedništva uklopljen je u portirnicu i prekriven novim naličem.

¹¹ Od 16 višestambenih zgrada, polovicom 1953. u izgradnji je njih 13, dijelom u gradskom središtu, a ponajviše duž Ulice J. Polić-Kamova na Pećinama. [14]



a)



b)

Slika 2. Višestambena zgrada podignuta 1947. unutar radničkog naselja Zamet, (a), te uz Autostradu Narodne fronte (Zvonimirova ulica 54-56), 1951. (b)

Iako se opseg višestambene izgradnje do 1955. nije bitnije povećao, novopodignute građevine pokazuju pomak arhitektonskog i oblikovnog koncepta koji pretpostavlja obradu pročelja bojom: *"Nova arhitektura u Polić-Kamovoj iznenadjuje mnoge građane, naročito zbog veće primjene boja. Ovaj element arhitekture često se do sada odviše zanemarivao. Boja... naglašuje izvjesne arhitektonske elemente, obogaćuje objekat i predio grada ili naselja, a unosi i veću radost u stambene zone grada. Iz ovog razloga arhitekti se sve više njome služe u oblikovanju arhitekture."* [16]¹² Kolaciov afirmativni stav odnosi se na višestambene nizove izgrađene u Polić-Kamovoj ulici od 1953. (kuća Vulkan, k.br. 51-55.) do 1956. (kuća Narodnog odbora i Vodogradnje, k.br. 57-63.) na kojoj arh. Nada Šilović polikromnu obradu pročelja povjerava slikaru Udatnyju [17]! Međutim, ista arhitektica polikromno tretira pročelja još pet svojih višekatnica koje se 1955.-57. izvode na spoju Istarske i Liburnijske ulice, potvrđujući tako spregu izražajnih mogućnosti boje i kvalitetne arhitekture: *"Vanjsko bojenje zgrada izvest će se u raznim tonovima i bojama (potcrtao autor), kako bi se razbila monotonija vanjskog prostora, i to po principu suvremene dekoracije za oživljavanje površina."* [18]



Slika 3. Nada Šilović, Stambeni niz u Ulici J. P. Kamova, 57-63., 1954-56.

¹² Ipak, Kolacio ne dijeli Le Corbusierovo shvaćanje primjene boje: *"... i u slučaju primjene boja na pročeljima objekt mora zadržati svoju arhitekturu, jer je boja samo prateći element arhitekture, a nikako ne primaran faktor."*

4. Primjena boje u izgradnji kompleksnih naselja krajem 50-ih i tijekom 60-ih godina

4.1. Koncept ekonomične gradnje, 1959.

Krajem pedesetih godina provodi se državna stambena reforma u sklopu koje se pokreću projekti tzv. *ekonomične izgradnje*. Reprezentativan primjer koncepta razvijenog u Rijeci predstavlja stambena višekatnica tipa "Voplin", (nazvana tako prema naručitelju) koju projektira arhitekt Andrija Čičin-Šain sa suradnicima, koristeći se polikromnom obradom pročelja kao vanjskim odrazom koncepta tlocrtne dispozicije stanova smaknutih etaža.

Međutim, ni prva prva zgrada, izgrađena 1959. godine u Ulici senjskih uskoka, ni sljedeće nisu izvedene sukladno projektiranom rješenju [19] (Sl. 3.a.). U odnosu na polikromiju Udatnyja koja se oslanja na dinamiku loggia, Čičin-Šain razvija boju na *velikim formatima koje uokviruje plastika pročelja* ali je zamišljena polikromna napetost pročelja u izvedbi svedena na dvije boje (bijelu i sivo-plavu) koje se koriste na *velikim ploham pročelja*, ali u pravilnom kontrastnom ritmu koji odgovara cjelokupnom formatu vertikale smaknutih etaža unutar kojeg se kontrastnom bojom u odnosu na boju pročelja naglašava linearnost međuetažnih rizalita i konzolne plastike balkona. (Sl. 3.b.) Opisano rješenje primijenjeno je na više lokacija, ali će pod utjecajem izvedbe kompleksnih naselja ubrzo ostati usamljeno.



a)



b)

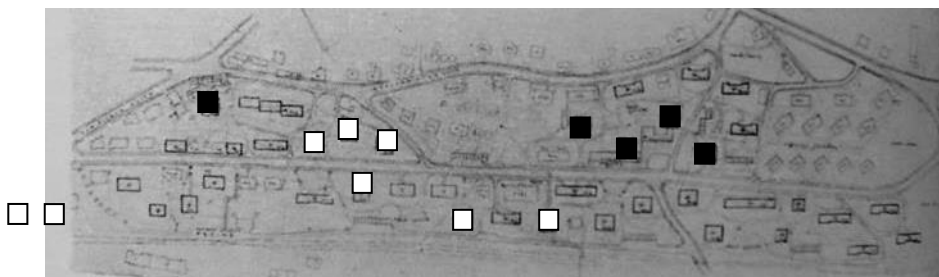
Slika 3. Andrija Čičin-Šain, Višekatnica tipa "Voplin", projektirana polikromija pročelja (19) (a) i ona izvedena 1961. u Brajšinoj ulici (b) [20: 21]

4.2. Stambeno naselje Ogranak, 1959.- 62.

U okviru izgradnje kompleksnog naselja Ogranak (od 1959. do 1962. duž današnje Ulice Drage Žervea) Čičin-Šain izvodi oblikovno bitno unaprijeđen tip šesterokatnice "Voplin" koje zauzimaju istaknut položaj između Ulice Drage Žervea i željezničke pruge te čine "pročelje" stambenog naselja ne samo prema moru nego i prema gradskom središtu (Sl. 4).

Naizgled manji zahvati u oblikovanje pročelja, u kombinaciji s kolorističkom obradom pokazuju se bitnim za ukupni doživljaj građevine, naselja i prostora. Rizalit serklaža reduciran je na potez prozorskih otvora u zoni smicanja (polu)etaža te se koristi za nošenje i vođenje prozorskih grilja radi čega je u zoni između prozorskih otvora umetnut i dodatni rizalit. Zona južnih balkona smještenih u samim kutovima građevine dodatno je oživljena smještajem prozorskih otvora na bočnim pročeljima na kojima su svi otvori povezani vertikalnim rizalitom.¹³ Ipak, potpuni doživljaj korpusa građevine temelji se na promišljenoj polikromiji pročelja. Korištenjem isključivo osnovnih boja (*žute, crvene, plave, crne*) obrađuju se isključivo polja u zonama prozorskih otvora, a crnim rizalitim postiže kontrast prema dominantnoj boji pročelja (uglavnom bijela). Na južnom pročelju, bojom se povezuje središnja površina između prozorskih otvora, što je *izravna primjena principa riječke međuratne moderne arhitekture* (Sl. 5.a.). Međutim, sva obojena polja mogu se vidjeti jedino ukoliko su sve grilje u zatvorenom položaju; drugim riječima, položaj grilja bitno utječe na doživljaj intenziteta boja i pretežitog dijela pročelja.

Očuvane fotografije i ostacima polikromije upućuju na primjenu više kolorističkih shema koje su se ponavljale. Izgled jedne od njih pokazuje autorovo istraživanje djelomično očuvanih oslika pročelja zgrade u Kumičićevoj 18 (Shema 1.a. i b.).¹⁴



Slika 4. Regulacija stambenog naselja "Ogranak" [21] Položaj Čičin-Šainovih višekatnica označen je svijetlim, a stambenih tornjeva Marčeta/Stanić tamnim kvadratima

Čičin-Šainov pristup blizak je konceptu koji razvija arhitekt Ivan Vitić na stambenom kompleksu u Laginjinoj ulici 7-9 u Zagrebu od 1957. do 1962. Iako se urbani kontekst bitno razlikuje, u oblikovanju pročelja Vitić se koristi osnovnim bojama i pomičnim griljama, stvarajući dinamičnu igru ostakljenih i bojanih ploha unutar svakog kata i cjeline pročelja. [22]

¹³ Isti je tip višestambene građevine korišten izgradnji Kozale 1959.-60. i centra stambenog naselja Turnić, od 1959. do 1965.

¹⁴ Na sjevernom pročelju zgrade u Ul. Drage Gervaisa 24 nazire se drugačija koloristička shema parapeta.

Sjeverno od Ulice Drage Žervea, podignuta je i grupa stambenih tornjeva prema projektu arhitekata Dušana Marčeta i Srečka Stanića. Iako razvijeni na istom konceptu smicanja etaža, koloristički pristup posve je suprotan: nad sivim postamentom prizemlja tornja dominira bjelina pročelja razvedena sivom bojom prozorskih parapeta po vertikali svih pročelja osim južnog na kojem su bojom naglašene zone između balkonskih otvora, a plavom bojom podgled balkonskih konzola.



a)



b)

Slika 5. Dva koncepta polikromne obrade pročelja: koncept A. Čičin-Šain, Južno pročelje stambene višekatanice u Ulici Drage Žervea 23 (Slika 5.a.) te koncept Marčeta/Stanić, Južno pročelje stambenog tornja u Ulici Drage Žervea 39. /Slika 5.b.)

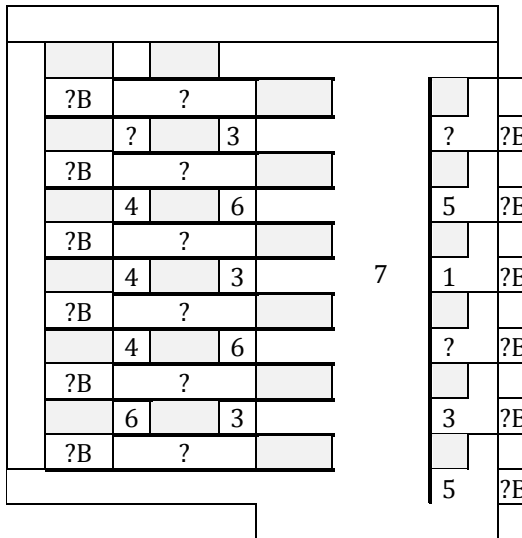
Dakle, unutar naselja Ogranak razvijena su istovremeno dva koloristička koncepta: *Čičin-Šainov razvedeni polikromni koncept* kojega dodatno dinamizira koncepcija zaštite od sunca, te *Marčeta/Stanićev koncept reducirane i koncentrirane polikromije*. Čičin-Šainov koncept ostat će, kao i Vitićev,¹⁵ osamljen tj. ponajviše vezan uz autorovu produkciju, dok će koncept Marčeta/Stanić biti prihvaćen kao model iz kojega će se derivirati koloristička obrada stambenih tornjeva u izgradnji stambenih naselja tijekom 60-ih i 70-ih godina.

¹⁵ Dok je kompleks u Laginjinoj zaštićeno kao kulturno dobro Z-2146 (www.min-kulture.hr), nedavna obnova Čičin-Šainove višekatanice u Kumičićevoj ulici kojom su negirane sve osobine arhitektonskog i oblikovnog koncepta prošla je bez intervencije Konzervatorskog odjela iako je zgrada smještena na rubu zone koja je pod zaštitom.

Shema 1.a. Postojeće stanje polikromije sjevernog pročelja Kumičićeva 18

5. kat	?		?	?		?	sivo-plava boja
	6		?		?		
4. kat	3		?	?		?	
	4		?		?		
3. kat	3		3	3		3	
	?		6		1		
2. kat	3		3	3		3	
	6		2		4		
1. kat	3		3	3		3	
	7			6			
Prizemlje							
	5			ULAZ			
Suteren							

Shema 1.b. Postojeće stanje polikromije zapadnog pročelja Kumičićeva 18



1-žuto, 2-crveno/ružičasto/, 3-svijetloplavo, 4-plavo, 5-modro, 6-crno, 7-bijelo,
 otvor, — rizaliti, □ ?B - pune balkonske ograde, ? nema ostataka boje

4.3. Stambeno naselje Turnić, 1959.- 65.

Stambeno naselje Turnić, izgrađeno u razdoblju 1959.-1965., tipološki je konglomerat. [23] Za razliku od stambenih tornjeva u naselju Ogranak, kod tornjeva na Turniću D. Marčeta i S. Stanić primjenjuju nešto drugačije oblikovne intervencije poput fasadnog vođenja grilja i u tu svrhu korištenje motiva serklaža u funkcionalnoj dužini te izvedenice kolorističkog koncepta iz kojih je očit Čičin-Šainov utjecaj (Sl. 8.). Bjelina terabone linerano je razvedena crnim nosačima/vodilicima grilja te crnim kvadratima u zoni balkonskih vratiju južnog pročelja, a dinamizirana tamnom bojom samih prozorskih grilja na južnom, zapadnom i istočnom pročelju. Na ovaj način, pomičnim kvadratima grilja prepuštena je uloga dinamičnog i stalnog kontrasta bijeloj podlozi pročelja, za razliku od loggia koje stvaraju tamniju, prigušenu zonu. Inoviran koncept također će biti poticajan u kolorističkoj obradi tornjeva u daljnjoj stambenoj izgradnji.



Slika 6. Dušan Marčeta i Srećko Stanić, Stambeni tornjevi u naselju Turnić, netom po izgradnji 1961.

Ipak, posebnost izgradnje naselja leži u prvoj serijskoj primjeni tehnologije polumontažne izgradnje kojom su izvedeni stambeni nizovi skromnijeg standarda, [17:62] smješteni između Čandekove (k. br. 31-35) i Šibenske ulice (k.br. 20). U obradi pročelja arhitekti Scarpa, Schwalba i Felice-Rošić koriste se polikromijom kao izrazom tehnologije gradnje: skeletna konstrukcija istaknuta je linearnom mrežom plavo-sive boje, a paneli pročelja, ovisno o formatu prozorskih otvora i namjenom prostora, bijelom ili tamno sivom bojom, pri čemu su prozorski paneli (soba) dekorativno naglašeni plavim poljem u zoni parapeta ili otvaranja grilja (Sl. 7.a.). Međutim, u daljnjoj razradi i izvedbi opisanog tipa (1965., u Ul. A. Kosića-Rika 4, 8, 10 i 12), Felice-Rošić izrazito reducira polaznu polikromiju svodeći je na bijelo pročelje na kojem horizontalnim linijama naglašava zone stropne konstrukcije, koristeći se mjestimično tamnijom boja prizemlja kao kontrastnom osnovom. Ovakva obrada postat će svojevrsnim modelom za izravnu primjenu ili kolorističke izvedenice u daljnjoj primjeni ove tipologije i tehnologije gradnje.



a)



b)

Slika 7. Razvoj kolorističke obrade pročelja montažnih stambenih nizova: Čandekova 31, 1960., sjeverno pročelje (7.a.), A. Kosića-Rika 4-4B, 1965., južno pročelje (7.b.)

5. Koloristička obrada stambenih naselja kasnih 60-ih i 70-ih godina

Polovicom 60-ih godina započinje izgradnja više stambenih naselja: Kantride i Donje Vežice, 1963., Podmurvica i Vojaka, 1965. te Gornje Vežice, 1967.

Naselje Vojak karakteriziraju dva tipa stambenog tornja i stambeni niz koji se nisu ponovili u drugim naseljima, a jednak pristup zadržan je i prilikom projektiranja stambenog naselja Gornja Vežica. Lokacije oba naselja izrazito su eksponirane unutar urbanog pejzaža. U slici grada, tornjevi Vojaka razvijaju se na sušačkom hrptu u nastavku gradskog Parka heroja, dok su stambeni tornjevi Gornje Vežice locirani u obliku potkove čiji istočni zavoj vrhuni nad širokim kanjonom Martinščice. Ovakve posebnosti nisu mogle ostati nezapažene arh. Miculiniću koji s malim vremenskim pomakom razvija rješenja oba naselja u okviru projektnog ureda GP "Jadran", a netom nakon studijskog boravka 1963. u skandinavskim zemljama koje su ga oduševile prostornim standardom stana, komunalnom opremljenošću i stupnjem urbane uređenosti novih naselja, te je realno pretpostaviti da se tom prilikom susreo i s principima uporabe boje u skandinavskoj stambenoj arhitekturi.¹⁶

Na Vojaku se bjelina pročelja stambenih tornjeva kvadratičnog tlocrta izrazito ritmizira tamnocrvenim horizontalama koje povezuju zonu prozorskih otvora i balkona (Sl. 8.a.), dok se voluminozne vertikale tornjeva

¹⁶ Švedski arhitekti Backström&Reinius zagovarali su eksterijerno korištenje boje u dva osnovna smjera: bojenjem cijelog oplošja građevine ili naglašavanjem nestrukturnih elemenata. 1952.-54. realiziraju projekt satelitskog grada Vällingbyja koji ubrzo postaje predmetom stručnog interesa diljem svijeta.

na Gornjoj Vežici omekšavaju bojenjem u zonama parapeta ili naglašavanjem većih površina unutar zona otvora (Sl. 8.b., 9.).



a)



b)

Slika 8. Koncept kolorističke obrade pročelja stambenih tornjeva u naselju Vojak, 1967. (Sl. 8.a.) i u naselju Gornja Vežica, 1971.-76. (Sl. 8.b.) [24]



Slika 9. Panorama naselja Gornja Vežica u vrijeme izgradnje [24]

Za razliku od opisanih, za rješenje stambenog tornja u naselju Kantrida proveden je 1960. javni natječaj,¹⁶ a potom se isti toranj tijekom 70-ih primjenjuje i u naselju Krimeja (Sl. 10.a.). Ipak, koloristička obrada tornjeva odvija se na tragu modela izvedenih u naseljima Ogranak i Turnić.

U isto vrijeme, od 1967.-75. Igor Emili realizira na Podmurvicama skupinu od sedam stambenih tornjeva posve drugačijeg oblikovnog koncepta. Toranjski volumen trapezne osnove izdiže se poviše sivog betonskog postamenta, dominira bjelinom pročelja koje je razvedeno vertikalnim betonskim brisolejima u zonama južnih i bočnih loggia te bojom drveta u zonama prozorskih otvora, vidljivo uvučenim u odnosu na plohu pročelja (Sl. 10.b.). Emilijev koncept raskida s neposrednom primjenom boje na pročelju i bit će široko prihvaćen u izgradnji stambenih tornjeva

¹⁶ Prva nagrada dodijeljena je radu arh. Mirze Pašića. [25]

tijekom sedamdesetih i osamdesetih godina unutar naselja Zamet, Rastočine, Kozala te na pojedinačnim lokacijama.



a)



b)

Slika 10. Dva suprotna koncepta u primjeni krajem 60-ih: Stambeni toranj Kantrida, arh. Mirza Pašić, (10.a.) i stambeni toranj Podmurvice, arh. Igor Emili (10.b.) [26]

Višestambenu izgradnju polovice 70-ih (i kasnije) karakterizira pluralni pristup: polikromna obrada *pretežite* (nizovi podignuti 1972. u Ul. A. Barca, stambeni tornjevi podignuti 1974. u Dubrovačkoj ulici 1, 2-6, Sl. 11.a.) ili *ukupne površine pročelja* (niz podignut 1973, u Ul. A. Barca 10, 10A-C, te nizovi podignuti 1975. u Ul. A. Benussija, Sl. 11.b.). Nizovi u Benussijevoj pokazuju bitan odklon u odabiru boje koji se može dovesti u vezu s bojom stambenog niza Biribirskoj ulici 7-9, sagrađen 30-ih godina, a sličan odnos vrijedi i za koloristički odnos tornjeva u Dubrovačkoj ulici i prijeratnog radničkog naselja R.O.M.S.A. u neposrednoj blizini. Nasuprot opisanim, monokromatska pročelja stambenih tornjeva u Čandekovoj 23A i B (Sl. 11.a.) u cijelosti slijede Emilijev koncept posredne primjene boje (plavi akcent neboderima daju rolete prozorskih i vratnih otvora i boja ograda).



a)



b)

Slika 11. *Koncept djelomične polikromije*, stambeni tornjevi u Dubrovačkoj ulici, 1974. (11.a.) i *potpune polikromije pročelja*, nizovi u Ul. A. Benussija, 1975. (11.b.); *monokromatski koncept*, stambeni tornjevi u Čandekovoj 23 A, B, (Sl. 11.a.)

6. Zaključno razmatranje

Istraživanje razvoja kolorističkog pristupa u poslijeratnoj riječkoj arhitekturi ukazuje na određene zakonitosti i povezanost s aktualnim strujanjima u suvremenoj arhitektonskoj praksi i likovnim umjetnostima te stoga *polikromija riječkih pročelja predstavlja neprijepornu vrijednost poslijeratne stambene arhitekture.*

Razdoblje od (približno) polovice 50-ih do polovice 60-ih godina pokazuje se izrazito formativnim jer u njemu arhitekti aktivno istražuju izražajne mogućnosti boje u oblikovanju stambene arhitekture, kreirajući koncepte koji će postati uzori za daljnju primjenu i deriviranje novih inačica obrade pročelja ili će se vezati uz prostornu, tipološku i/ili autorsku posebnost. Važnost učinka boje u obradi pročelja prepoznaju i tadašnje općine Stari grad, Sušak i Zamet koje na samom početku 60-ih, osnivaju povjerenstva sa zadaćom nadzora projekata. Od polovice 60-ih godina na dalje ustaljuje se primjena uglavnom osnovnih boja u kojima se arhitektonska teorija i praksa susreću s lokalnim osobitostima, a kao temeljni, oblikuje se model dominantne boje pročelja na kojoj se koloristički, vertikalno ili horizontalno naglašavaju zone otvora, balkona, loggia i sl. Učinku cjelovite i promišljene primjene boja doprinosi i izgradnja stambenih naselja, te se ona, a ne pojedinačne stambene građevine, individualiziraju bojama (na pr. crvene na Vojaku, a modrosive na Gornjoj Vežici i sl.), čime se oblikuje kontekst naselja i urbanog prostora uopće.

Izvorišta, razvoj i primjenu pojedinih kolorističkih koncepata, kao i urbanističko-arhitektonsku karakterizaciju građevine i njoj pripadajućeg ambijenta svakako je potrebno (pre)poznavati i odgovarajuće vrednovati prilikom suvremene obnove pročelja koja se odvija nekoliko desetljeća po izgradnji, koja teži novim rješenjima kojim utječe na javni prostor i sliku grada, a koristi nove tehnologije i materijale bitno veće učinkovitosti i trajnosti. Upravo u ovom odnosu potrebno je promatrati temu izazova, naglašenu u naslovu ovoga rada, budući da se pristup obnovi pročelja još uvijek rješava u uskom trokutu koji čine upravitelj zgrade, vlasnici i projektant (ovlašteni inženjer građevinarstva, ali ne i ovlašteni arhitekt). Na žalost, obnovu pročelja kao izazov ne prepoznaju ni zakonodavac, ni arhitektonska struka i njezine asocijacije, niti služba zaštite koja bi korištenjem makar preventivne zaštite bitno utjecala na uspostavu kriterija obnove. Sve dok se ovakav odnos ne promijeni, individualizirani pristup obnovi bit će raspoznatljiv i na izgledu novobnovljenih pročelja.

Literatura

- [1] *Zakon o gradnji*, Narodne novine 153/13
- [2] *Pravilnik o jednostavnim i drugim građevinama i radovima*, Narodne novine 79/14.
- [3] *** *Generalni urbanistički plan grada Rijeke*, Zavod za urbanizam i planiranje Arhitektonskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i Odjel gradske uprave za razvoj, urbanizam i gospodarenje zemljištem Grada Rijeke, Zagreb/Rijeka, 2007.
- [4] *** *Moderna arhitektura Rijeke, Arhitektura i urbanizam međuratne Rijeke 1918.-1945.*, ur. Valušek, B., Moderna galerija Rijeka, 1996.
- [5] Zdenko Kolacio, *Prvi susret s Londonom*, Riječki list, 10.12.1953.
- [6] Klinkhammer, B., *After Purism: Le Corbusier and Color, Preservation, Education&Research*, 4, 2011. www.ncpe.us/wp-content/uploads/2013/01/Klinkhamer_OffprintPERvol4.pdf
- [7] Ščavničar Ivković, J., *Obnova pročelja zgrade u Vukovarskoj 35-35a arhitekta Drage Galića*, u: Uzelac, Z, ur. *Godišnjak zaštite spomenika kulture Hrvatske*, 35, str. 219-232, Ministarstvo kulture, Uprava za zaštitu kulturne baštine, Zagreb, 2011.
- [8] Zdenko Kolacio, *Rad i zadaci arhitekta*, Riječki list, 31.7.1951.
- [9] Kolečnik, Lj., *Konfliktne vizije moderniteta i poslijeratna umjetnost*, u: Kolečnik, Lj., ur.: *Socijalizam i modernost, Umjetnost, kultura, politika 1950.-1974.*, str. 127-207, Muzej suvremene umjetnosti, Institut za povijest umjetnosti, Zagreb, 2011.
- [10] Zdenko Kolacio: *Uoči otvaranja izložbe "Salon 54"*, Riječki list, 5.3.1954.
- [11] Č., *Stvoreno je novo umjetničko djelo*, Novi list, 26.09.1954.
- [12] Škunca, S., *Planiranje i izgradnja radničkih naselja u Rijeci u svijetlu društveno-političkih promjena u razdoblju 1940.-1945.*, u: Palinić, N. ur., *V međunarodna konferencija o industrijskoj baštini, Rijeka i industrijsko graditeljsko nasljeđe, 2012.*, 467-484, ProTorpedo, Rijeka, 2014.
- [13] Škunca, S., *Planiranje i izgradnja radničkog naselja brodogradilišta "3. maj" i Tvornice motora "Aleksandar Ranković" na Zametu u Rijeci, 1947.-1952.*, u: Lozzi-Barković, J., ur., *VI međunarodna konferencija o industrijskoj baštini, Čovjek i industrija, Zbornik sažetaka*, str. 105, ProTorpedo Rijeka, 2014.
- [14] Đ.L. *Koji su komunalni radovi izvršeni iz društvenog plana i budžeta*, Riječki list, 12.6.1953.

- [15] Z.D. *Razgovori o arhitekturi s ing. arhitektom Zdenkom Kolaciom*, Riječki list, 23.5.1952.
- [16] Zdenko Kolacio: *Novo u arhitekturi Rijeke*, Novi list, 5.2.1955.
- [17] Butković Mićin, L., *Ada Felice-Rišić i Nada Šilović - Ženski trag u arhitekturi*, Muzej grada Rijeke, Rijeka, 2013.
- [18] B.D., *Novi moderni stanovi*, Novi list, 31.7.1955.
- [19] IVS, *Najjeftinija stambena zgrada u zemlji*, Novi list, 3.2.1959.
- [20] Gović, V., *Andrija Čičin-Šain*, katalog, Muzej grada Rijeke, 2009.
- [21] Kolacio, Z., *Stambeno naselje "Ogranak" u Rijeci*, Arhitektura, 5, 1961.
- [22] Šerman, K., *Kontekst, igra, znak*, u: Grimmer, N., Kisić, D., ur., *Ivan Vitić*, Arhitektura, broj 1(217), Zagreb, 2005.
- [23] I. Sabol, *Za milijun dinara jeftiniji stan*, Novi list, 4.2.1959.
- [24] *** 1945-1975, Građevno poduzeće Jadran Rijeka, monografija, GP "Jadran", Rijeka, 1975.
- [25] M.B., *Kako će izgledati novo naselje "Autoput" na Kantridi*, Novi list, 30.10.1960.
- [26] Schwalba, R., *Igor Emili*, Muzej grada Rijeke, Rijeka, 1999.

MESO SCALE MODEL FOR FIBER-REINFORCED- CONCRETE: EFFECTIVE BOND-SLIP RELATIONSHIP OF FIBERS

MEZO MODEL BETONA ARMIRANOG VLAKNIMA: EFEKTIVNA POSMIČNA VEZA IZMEĐU VLAKNA I BETONA

Željko Smolčić *, Joško Ožbolt **

Sažetak

U radu je prikazana eksperimentalna i numerička analiza betona armiranog čeličnim vlaknima s kukama. Eksperimentalna analiza provedena je savijanjem zarezanih greda u tri točke s različitim volumnim udjelima vlakana do 1,5%. Numerička analiza betona armiranog vlaknima provedena je na mezo nivou. Beton je modeliran s 3D solid konačnim elementima, dok je kao konstitutivni zakon korišten mikroravninski model. Vlakna su modelirana slučajno generiranim 1D štapnim konačnim elementima, a veza između betona i vlakana („interface“) modelirana je diskretnim bond elementima. Analiza realno odgovara eksperimentalnim rezultatima. U svim slučajevima, do otkazivanja dolazi zbog čupanja vlakana. Pokazano je da se porastom volumnog udjela vlakana smanjuje čvrstoća bonda i kapacitet prokliznuća vlakana.

Ključne riječi: beton, čelična vlakna, analiza 3D konačnim elementima, mezo nivo, mikroravninski model, posmično naprezanja-prokliznuće

Abstract

The paper carries out an experimental and numerical analysis of hook-end steel fiber reinforced concrete. The experimental tests are performed on notched beams loaded in 3-point bending using fiber volume fractions up to 1.5 %. The numerical analysis of fiber reinforced concrete beams is performed at meso scale. The concrete is discretized with 3D solid finite elements and a microplane model is used as a constitutive law. The fibers are modelled by randomly generated 1D truss finite elements and the interface

* Faculty of Civil Engineering of University of Rijeka, Radmile Matejčić 3, Rijeka, Croatia
E-mail: zeljko.smolcic@uniri.hr

** Faculty of Civil Engineering of University of Rijeka, Radmile Matejčić 3, Rijeka, Croatia
E-mail: drugi.ozbolt@iwb.uni-stuttgart.de

between concrete and fibers is simulated by employing discrete bond-slip relationship. The analysis realistically replicates experimental results. In all investigated cases failure is due to the pull-out of fibers. It is shown that with increase of volume content of fibers the effective bond strength and slip capacity of fibers decreases.

Keywords: Concrete, steel fibers, 3D finite element analysis, meso-scale, microplane model, bond-slip

1. Introduction

Fiber reinforced concrete is a composite material, to which, in addition to the usual concrete ingredients, small discontinuous fibers of high tensile strength are added during the mixing process. The fibers used in fiber reinforced concrete are classified according to the material they are made of: steel fibers, glass fibers, synthetic fibers and natural fibers [1]. Compared to the same concrete composition without fibers, fiber reinforced concrete has principally a higher compressive and tensile strength and fracture energy. The main advantages of fiber reinforced concrete are visible at the post peak response when the fibers bridge the cracks and contribute to the resistance and ductility [1].

Due to its composition, concrete is an extremely heterogeneous quasi-brittle material, not simple to model realistically. Addition of fibers to concrete increases its heterogeneity. From the numerical point of view, this makes the modelling even more complex. In the numerical modelling macro scale models are mostly used in engineering practice; however, numerically more demanding meso scale models provide better insight into the actual concrete behavior. Numerical studies are essential to improve the properties of the material, such as concrete or fiber reinforced concrete. Having a realistic numerical model, numerical parametric studies together with experiments can serve as important tool to improve material and structural properties. An overview of the models for modelling of fiber reinforced concrete is given in [2], according to which the majority of fiber reinforced concrete models are based on: (1) Models formulated in the framework of continuum mechanics using stress-strain (σ - ϵ) relationship and smeared crack approach [3, 4]; (2) Discrete models based on the stress-crack opening law (σ - w , discrete cracks) [5, 6] and (3) The combination of (1) and (2). The analysis can be carried out at the macro or meso scale.

For modelling at macro scale material properties must be homogenized and, depending whether the cracking is modelled using smeared or discrete approach, stress-strain softening law or stress-crack opening law is employed. However, when modelling at the meso scale, the fiber reinforced concrete is usually considered as a three - phase material consisting of:

cement matrix (concrete), fibers and interface between cement matrix and fibers. Every single fiber has to be modelled separately so that the fiber position and its orientation, as random variables, have to be determined. Typical examples of such modelling approach are based on the Lattice models and the Rigid-Body-Spring Model (RBSM) [2, 7, 8, 9, 10, 11].

In this paper experimental and numerical results of 3-point bending pre-notched beams made of fiber reinforced concrete are presented and discussed. In order to provide better insight into the actual behavior of fiber reinforced concrete, the numerical analysis is performed at the meso scale. The aim is to formulate the effective bond-slip relationship between fibers and concrete for different volume content of fibers. In the analysis fiber reinforced concrete is considered as a three-phase composite consisting of concrete, fibers and the interface between them. Concrete is discretized by 3D finite elements. The microplane model is used as a constitutive law. The fibers are modelled as simple truss finite elements that are randomly distributed over the concrete and represented by the uniaxial stress-strain relationship for steel. The connection between concrete and fibers is modelled with discrete bond-slip relationship. The calibration of parameters for concrete and for bond-slip relationship is obtained by fitting experimental results of concrete beams without and with different fiber content. Finally, numerical parametric study is carried out to formulate the relationship between volume content of fibers and bond-slip relationship.

2. Experimental investigations

Three-point bending tests are performed on pre-notched fiber reinforced concrete beams. In the experiments, the concrete quality is kept constant and only the volume content of steel fibers is varied in the range from 0 to 1.5 %. The experimental results are then used to calibrate the numerical model in order to formulate the relationship between volume content of fibers and effective bond-slip constitutive law for fibers.

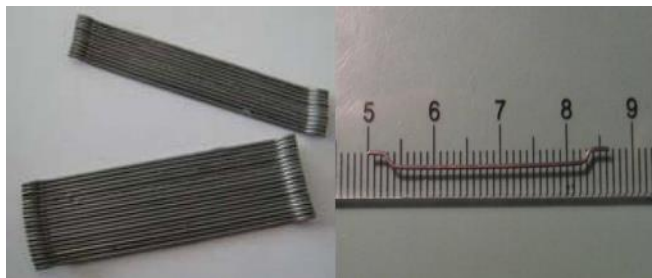
2.1. Material properties

The compressive and tensile strength of plain concrete are measured for three different concrete mixtures. The compressive tests are performed according to EN 12390-3 [12] standard on 150x150x150 mm concrete cubes. Three specimens of each mixture are tested, 9 specimens in total. The results (mean values) are shown in Table 1. Tensile splitting strength of concrete is measured according to EN-12390-6 [13] standard on 150x150x150 mm concrete cubes. The same as for compression, three specimens of each mixture are made and the results are summarized Table 1.

Table 1. Compressive and tensile strengths (mean values)

Mixture	Compressive strength f_c [MPa]	Splitting tensile strength f_{ts} [MPa]
M1	60.94	3.96
M2	74.47	4.38
M3	71.88	4.20

In the fiber reinforced concrete the hooked-end steel fibers Dramix RC 65/35 BN are used. The fiber length being $l_f = 35$ mm, the diameter $d_f = 0.55$ mm (Fig. 1) and the aspect ratio $l_f/d_f = 65$. The fiber tensile strength is $f_s = 1.345$ GPa and Young's modulus $E_s = 210$ GPa.

**Figure 1.** Hooked-end steel fibers Dramix RC 65/35 BN

The objective of the study is to obtain the parameters needed for discrete modelling of bond between concrete and fibers. To obtain bond-slip relation for a single fiber, pull-out tests for single fiber are carried out on 40x40x160 mm concrete prisms for three different concrete mixtures. Three specimens of each mixture were made, in total 9 specimens were tested. The steel fibers were embedded in the middle of the concrete prism, with the embedment length equal to one fourth of the fiber length ($l_e = l_f/4 = 35/4 \approx 9$ mm). The axis of the fiber is perpendicular to the surface of the concrete specimen. The pull-out tests are carried out by displacement control, the constant displacement rate being 0.005 mm/s. The experiment is conducted until the fiber is completely pulled out of the specimen (total displacement of 9 mm). The measured pull-out load vs. fiber displacement curves and the corresponding mean value curve are shown in Fig. 2.

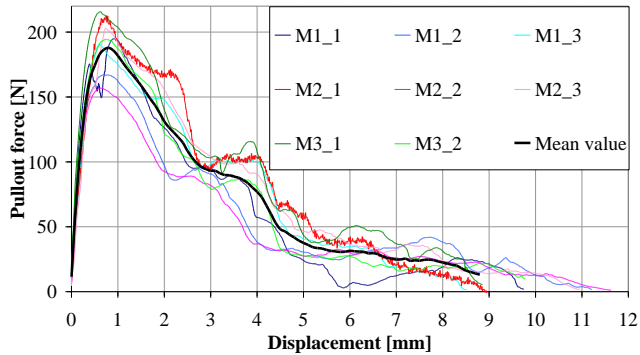


Figure 2. Single fiber pull-out force vs. slip curves

2.2. Three-point bending tests on pre-notched beams

The bending tests are carried out on square cross-section beams $b \times h = 150 \times 150$ mm of the total length $L = 550$ mm. The beam is simply supported with the span of $l = 500$ mm (see Fig. 3), according to RILEM recommendations for fiber reinforced concrete structures TC 162-TDF [14]. The notch at the mid-length of the beam was cut 28 days after casting using the wet sawing method. The beam was turned on its side at 90° against the casting surface and the notch was sawn over the entire width. The notch width is 5 mm and 25 mm in length (see Fig. 3).

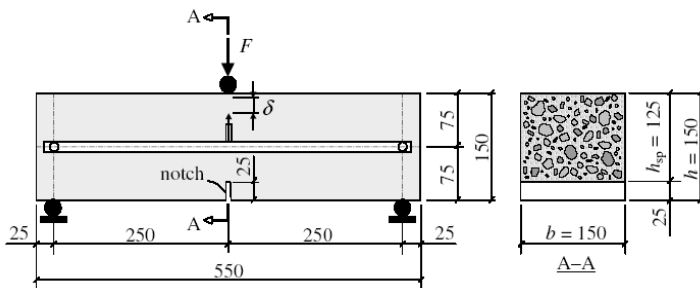


Figure 3. Pre-notched beam geometry and 3-point bending test set-up [14]

The beam is loaded by displacement control with displacement rate at the mid-span of 0.01 mm/min for plain concrete beams and 0.2 mm/min for the fiber reinforced beams, respectively. For fiber reinforced beams the displacement controlled test is carried out up to the total displacement of approximately 30 mm. During the test the load and displacement at the bottom surface of the beam were continuously measured.

The tests are performed for three different concrete mixtures, each containing four different fiber volume fractions ($V_f = 0\%$, 0.5% , 1.0% and 1.5%) and for each fiber volume fraction three specimens are tested, i.e. in total 36 specimens are tested.

Experimentally obtained load-displacement curves for the beams cast in M2 mixture, with different fiber volume fractions ($V_f = 0\%$, 0.5% , 1.0% and 1.5%) are plotted in Fig. 4. Each figure shows the load-displacement relationship for all tested specimens as well as the mean value of the results (black colour). For plain concrete beams ($V_f = 0\%$) the displacement up to 0.5 mm is shown, while for fiber reinforced concrete ($V_f = 0.5\%$, 1.0% and 1.5%) the displacement up to 5.0 mm is plotted.

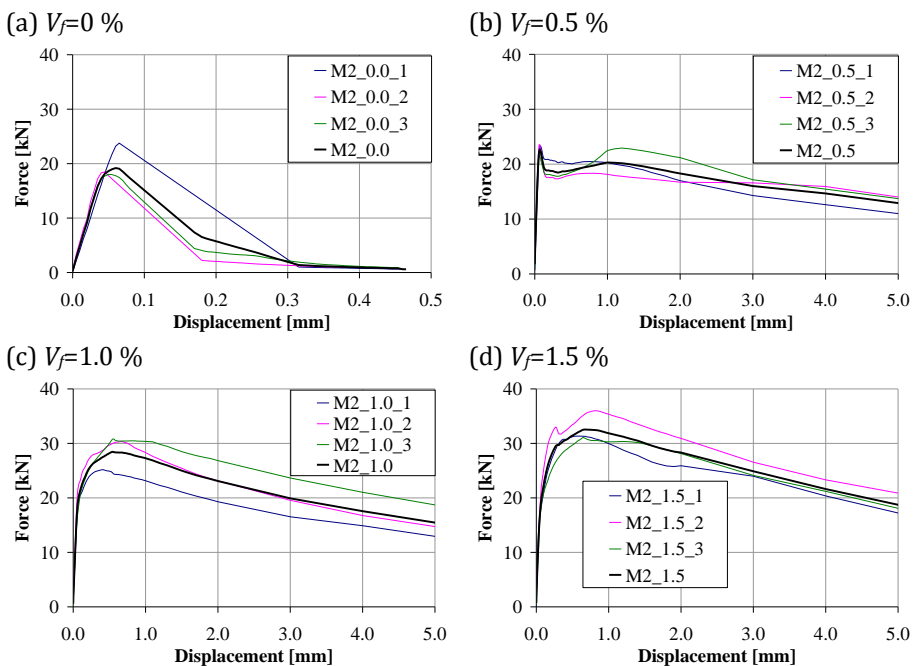


Figure 4. Experimentally measured load - displacement curves for beams with different fiber volume fractions of mixture M2

It can be seen that up to the formation of the first crack in concrete the load-displacement curves are almost identical for all beams and only after the first crack appearance large scatter of measured data can be observed. As expected, with addition of steel fibers the beam response becomes more ductile. It is obvious that with increasing the fiber volume fraction, the resistance and ductility of the beams increase. In all cases the failure is due to the mode-I bending with formation of single discrete crack.

3. Meso scale modelling approach

In the nonlinear finite element analysis [15], performed at meso scale, fiber reinforced concrete was considered as a three-phase composite consisting of concrete, fibers and the discrete interface between them. Concrete is discretized by 3D finite elements with the microplane model [16] as a constitutive law. The fibers are modelled as simple truss finite elements that are randomly distributed over the concrete and the uniaxial stress-strain relationship for steel is used as a constitutive law. The connection between concrete and fibers is simulated with discrete bond-slip relationship [17].

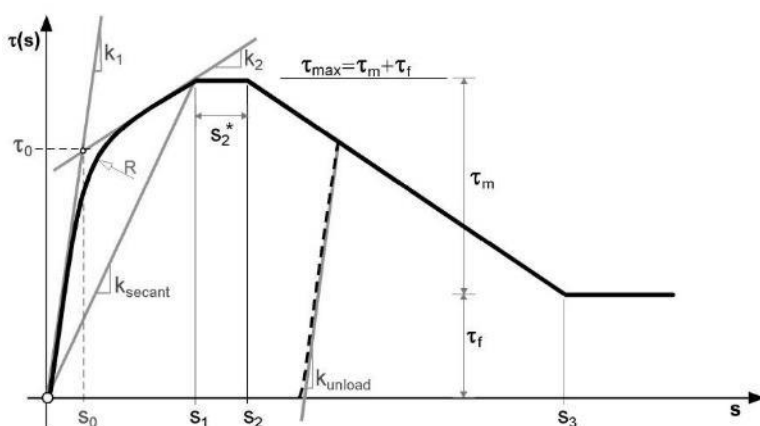


Figure 5. Discrete bond-slip relationship

In the finite element model the bond model simulates the connection between concrete 3D finite elements and the fibers that are represented by 1D truss finite elements. The connection perpendicular to the fiber orientation is assumed to be perfect and the connection in direction of fiber axis is defined by discrete bond-slip law. The fiber slip s represents a relative displacement between “the same” concrete and the fiber node in direction of fiber axis. It is modelled using zero length nonlinear spring element (Fig. 5) [17].

3.1. Generation of fiber finite elements

For the defined 3D space of the beam the fibers are generated randomly. For the given length of fibers (35 mm) the position of their center of gravity and orientation are chosen as a random variables. The random generator should fulfill two basic constrains, the volume content of fibers and the distance between them should be larger than certain in advance defined threshold value. Once the fibers are generated they are discretized by four

truss finite elements. The fibers are discretized by the straight bars, i.e. the hooks are not modelled (see Fig. 6). Note that their mechanical effect is taken into account indirectly through the effective bond-slip relationship. Truss finite elements are used as a constraint for the generation of four node concrete solid finite elements. At the common points two nodes are introduced and connected with zero length nonlinear spring elements, which represent bond-slip constitutive law, as defined above.

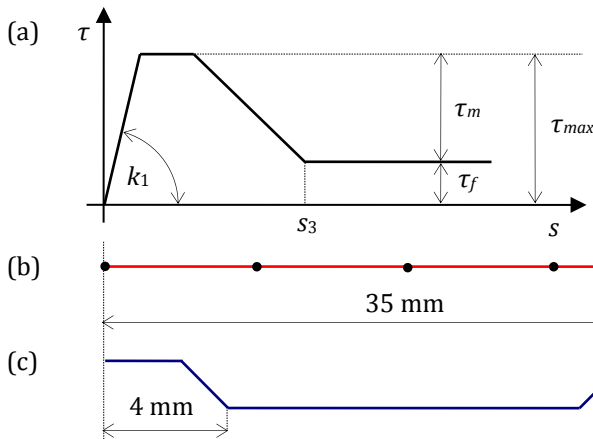


Figure 6. Finite element idealization of fibers: (a) bond-slip relationship, (b) four truss finite elements and (c) actual fiber shape

In order to save computational time, in the 3-point bending finite element analysis of the beam, only central part of the beam (150x150x150 mm) is modelled as a three-phase material. The rest of the beam, which is out of the zone of interest, is modelled using standard 3D solid finite elements representing fiber reinforced concrete at macro scale. Furthermore, in the analysis simplified version of the bond-slip relationship from Fig. 5 is used in most cases with the assumption $R = \infty$ (see Fig. 6). The essential parameters for the calibration of the bond - slip relationship (τ - s) are: $k_1 = k_2 = k_{secant}$, $\tau_{max} = \tau_m + \tau_f$ and s_3 . Note that τ_m is mechanical bond (contribution of hooks) and τ_f is the contribution of friction to bond.

4. Numerical analysis

4.1. Finite element model

The numerical analysis is carried out only for the beams made of M2 concrete mixture with for different fiber volume fractions ($V_f = 0\%$, 0.5% , 1.0% and 1.5%). For the finite element discretization of the beam with fiber content $V_f = 0.5\%$ and $V_f = 1\%$, in total 1874 and 3784 fibers, respectively, are

generated in the middle zone of the beam. Due to the limitations of the mesh generator, the finite element mesh for the case $V_f=1.5\%$ is the same as for the case $V_f=1.0\%$, however, the cross-section area and diameter of the fibers are adopted accordingly, i.e. an increase of 1.5 times in the fiber cross section area and fiber circumference are accounted for. The models for plain concrete ($V_f=0\%$) are generated for concrete meshes that correspond to $V_f=0.5\%$ and $V_f=1.0\%$. These two models are marked with $V_f=0.0\%$ (0.5%) and $V_f=0.0\%$ (1.0%), respectively. Note that the discretizations without bond elements and fibers need to be verified with respect to the mesh objectivity, i.e. two different meshes for plain concrete beams should result to the same response. The typical finite element discretizations for beams with 0.5% and 1.0% of volume fiber fractions together with random distribution of fibers are shown in Fig. 7.

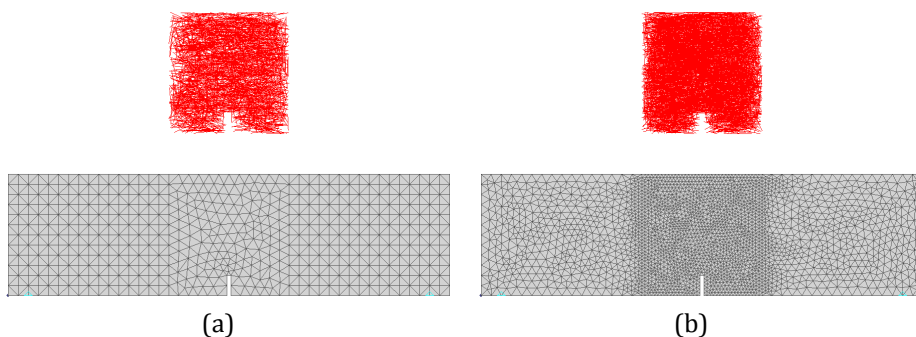


Figure 7. Finite element discretization of concrete and fibers for fiber volume content of 0.5% and 1.0%: (a) $V_f=0.5\%$, entire beam view and (b) $V_f=1.0\%$, entire beam view

4.2. Calibration of concrete parameters

The model parameters are obtained by fitting of test results for plain concrete beams loaded in 3-point bending under displacement control. The resulting macroscopic properties of concrete are: Young's modulus $E_c = 38652$ MPa, Poisson's ratio $\nu_c = 0.18$, uniaxial compressive strength $f_c = 75.0$ MPa, uniaxial tensile strength $f_t = 5.24$ MPa and fracture energy $G_F = 0.092$ J/m². In Fig. 8 are plotted experimentally and numerically obtained curves for two different meshes. As can be seen the agreement between experimental and numerical results is reasonably good for both discretizations.

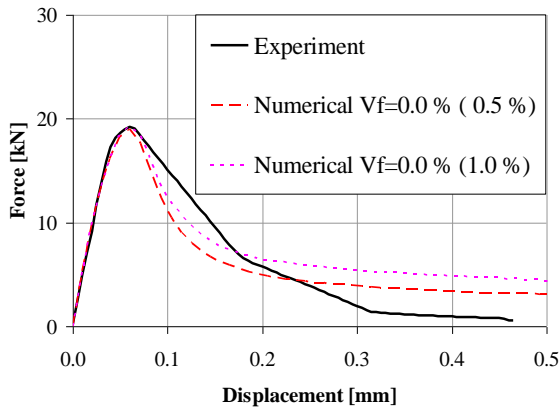


Figure 8. Load-displacement curves for plain concrete beam, numerical and experimental results

4.3. Effective bond - slip relationship of single fiber

Based on the experimentally obtained bond-slip relationship for single fiber (mean value, Fig. 2), the model parameters for the effective bond-slip curve of single fiber are obtained by minimizing the error between experimentally obtained bond-slip relationship and constitutive law shown in Fig. 5. Based on this, the discrete bond model parameters are obtained as: $\tau_m=10.17$ MPa, $\tau_f=1.83$ MPa, $k_{secant}=17.129$ MPa/mm, $k_1=41.808$ MPa/mm, $k_2=2.707$ MPa/mm, $s_2^*=0.2$ mm, $s_3= 4.8$ mm and $R=3.039$. The comparison between the experimental bond-slip curve and the constitutive law is shown in Fig. 9a.

The influence of the bond-slip relationship on the response of the beam is first studied for the concrete mix with volume fiber fraction of 0.5%. The analysis is carried out using bond-slip constitutive law for pull-out of single fiber (case BS-P, see Table 2). The comparison with the experimental results (see Fig. 9b) shows that the peak resistance is well estimated, however, the post-peak response is too brittle. There are two reasons for this; firstly, the bond-slip relationship for a single fiber does not account for the interaction between fibers and, secondly, in the critical section of the beam fibers are loaded (pulled out) in directions that do not coincide with the their axis, i.e. there is also dowel action which leads to the increase of the stiffness of the effective bond-slip relationship.

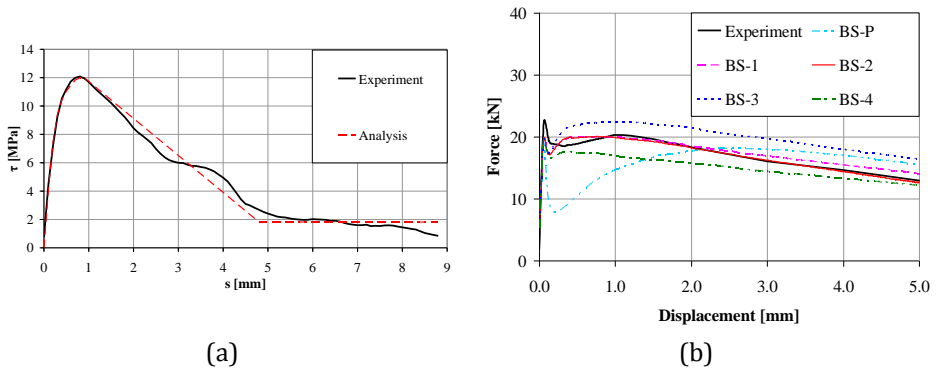


Figure 9. (a) Experimental bond - fiber slip relationship (τ - s) and fit obtained from numerical analysis and (b) Comparison between experimentally and numerically obtained load – mid span displacement curves ($V_f=0.5\%$) for different bond-slip relationships

Table 2. Discrete bond model parameters for $V_f = 0.5\%$

Case	Model parameters							
	τ_m [MPa]	τ_f [MPa]	k_{secant} [MPa/mm]	k_1 [MPa/mm]	k_2 [MPa/mm]	s_2^* [mm]	s_3 [mm]	R
BS-P	10.17	1.83	17.13	41.81	2.71	0.20	4.80	3.04
BS-1	10.17	1.83	1200	1200	1200	0.20	4.80	-
BS-2	10.17	1.83	1200	1200	1200	0.20	4.00	-
BS-3	12.55	1.83	1200	1200	1200	0.20	4.80	-
BS-4	7.76	1.83	1200	1200	1200	0.20	4.80	-

To obtain better fit of the experimental results a parametric study is carried out. In the study the simplified version of the bond-slip relationship (see Fig. 6a) is used in which, compared to the single bond-slip relationship, stiffness k_1 , k_2 and k_{secant} are increased and all equal to 1200 MPa/mm, keeping all other parameters the same (case BS-1, see Table 2). With these parameters for bond-slip relationship the analysis shows very good agreement with the experiments almost in the entire displacement range, up to 5 mm. To further improve the response for large displacements, in the next step slip parameter s_3 is slightly decreased, from 4.8 mm to 4.0 mm (case BS-2). The resulting curve obtained from the meso-scale model exhibit now excellent agreement with the experimental curve, not only for the pre-peak response and resistance but also for the entire post-peak response in the range up to displacement of 5 mm. Finally, the effect of bond strength on the response of the beam is investigated by varying peak resistance (12.0 MPa, case BS-1) in the range of $\pm 20\%$ (cases BS-3 and BS-4). From Fig. 9b

can be seen that this leads to the positive and negative shift, respectively, of the post-peak response. Based on the comparison of the numerical and experimental data it can be concluded that the best fit for $V_f = 0.5\%$ is obtained for the bond-slip relationship BS-2.

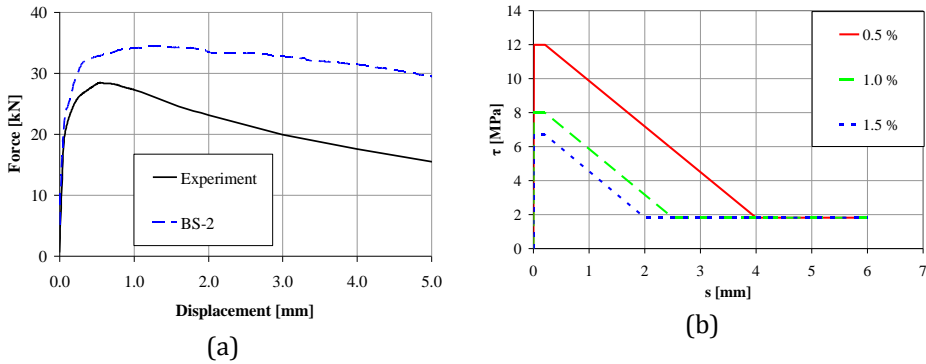


Figure 10. (a) Comparison between experimentally and numerically obtained load - mid span displacement curves ($V_f=1.0\%$) and (b) Fiber bond - slip relationship (τ - s) for fiber reinforced concrete beams with different fiber volume fractions

If one employs the bond-slip relationship obtained from the calibration of the model with $V_f = 0.5\%$ for the beams with higher content of fibers then the resulting resistance is overestimated and the post-peak response too ductile. This is illustrated in Fig. 10a which shows the comparison between the corresponding experimental data and numerical simulation using bond slip relationship for the case BS-2. The reason for this is obvious, namely, due to the higher content of fibers the interaction between fibers leads to the reduction of the pull-out capacity of fibers. Therefore, it is necessary to adopt the bond-slip relationship on the volume content of fibers. This is obtained through the parametric study, similar as carried out for the fiber volume content of 0.5%. In the study the starting constitutive bond-slip relationship is the case BS-2 (see Table 2). The peak resistance τ_m and the limit slip s_3 are varied such that the analysis fit the mean load-displacement curve for the fiber volume content of 1.0% and 1.5%, respectively. The optimal parameters of the bond-slip constitutive law for all three volume contents are summarized in Table 3 and the corresponding bond-slip relationships are plotted in Fig. 10b.

Table 3. Discrete bond model parameters for all models

Volume content of fibers	Model parameters					
	τ_m [MPa]	τ_f [MPa]	k_{secant} [MPa/mm]	k_1 [MPa/mm]	s_2^* [mm]	s_3 [mm]
0.5	10.17	1.83	1200	1200	0.20	4.00
1.0	6.17	1.83	1200	1200	0.20	2.50
1.5	4.89	1.83	1200	1200	0.20	2.00

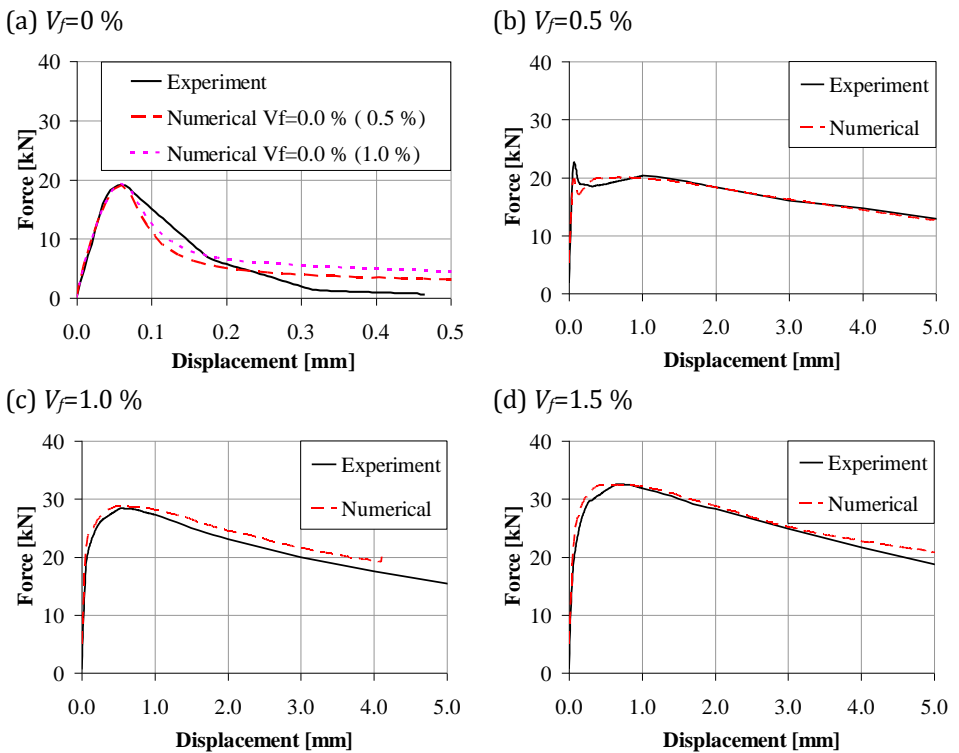


Figure 11. Comparison between experimentally and numerically obtained load – mid span displacement curves

The resulting load-displacement curves for the beams with volume fraction of fibers varied from 0 % to 1.5 % are shown in Fig. 11. As can be seen for the entire range of the post peak response, the agreement between numerical and experimental curves is very good. Note that for the case with 1% of fiber content the analysis was stopped at displacement of approximately 4 mm due to numerical difficulties. It can be seen that for relative low volume fraction of fibers after the peak resistance is reached

the load-displacement curve exhibit a sudden drop and subsequent recovery. This is due to the relative low volume content of fibers but is also dependent on the beam size. In case of large beams this drop would probably be even more pronounced.

In all simulations the failure is due to the bending Mode-I failure type. For the lower content of fibers damage tends to be more localized around the final discrete crack whereas for the cases with higher content of fibers damage tends to be more distributed.

5. CONCLUSION

Based on the results of the study, the following conclusions can be drawn out. (1) Modelling of fiber reinforced concrete at meso scale is rather demanding task since fibers, randomly oriented in space, have to be generated and connected with concrete elements using an effective bond-slip relationship. (2) It is shown that the effective bond-slip relationship cannot be obtained only from a single fiber pull-out experiments. From such a test only bond strength and maximum slip can be realistically evaluated. However, the initial stiffness is underestimated, with a consequence that the resulting pre-peak resistance is underestimated and the post-peak response is too brittle. (3) The effective bond-slip relationship is calibrated based on the fit of the experimental results for 3-point bending test data by the numerical results using bond-slip relation of a single fiber as the starting relationship. (4) The used 3D finite element analysis based on the proposed meso scale approach is able to predict pre- and post-peak behavior and peak resistance realistically. As expected, with increase of the volume fraction of fibers the resistance and ductility increases. (5) With the increase of the volume content of fibers the bond strength and maximum slip decrease. The reason is the interaction among the fibers when they come too close to each other, i.e. the local damage of concrete around fibers leads to degradation of effective bond capability. (6) The evaluation of the numerical results shows that for the investigated beams the failure is due to the failure of bond between concrete and fibers, i.e. fibers are pulled-out from the concrete. In all cases the yield stress in steel is not reached. (7) The failure is of the beams due to the mode-I bending. With increase of the volume, content of fibers local damage around discrete crack increases, which leads to the increase of ductility. (8) The proposed meso scale model is shown to be powerful numerical tool able to realistically predict behavior of fiber reinforced concrete. In combination with experimental results it can be effectively employed in design of new materials and structural elements.

References

- [1] ACI Committee 544. State-of-the Art Report on Fiber Reinforced Concrete, ACI Manual of Concrete Practice, 2001; ACI 544.1R-96.
- [2] Kunieda M., Ogura H., Ueda N. & Nakamura H. Tensile fracture process of Strain Hardening Cementitious Composites by means of three-dimensional meso-scale analysis, *Cement & Concrete Composites*, 2011; 33: 956-965.
- [3] Han T.-S., Feenstra P.-H. & Billington S.-L. Simulation of highly ductile fiber-reinforced cement-based composite components under cyclic loading, *ACI Structural Journal*, 2003; 100(6): 749-757.
- [4] Suwada H. & Fukuyama H. Nonlinear finite element analysis on shear failure of structural elements using high performance fiber reinforced cement composite, *Journal of Advanced Concrete Technology*, 2006; 4(1): 45-57.
- [5] Fischer G., Stang H. & Dick-Nielsen L. Initiation and development of cracking in ECC materials: experimental observations and modelling, *Fracture mechanics of concrete and concrete structures FRAMCOS6*, 2007: 1517-1522.
- [6] Maalej M. Tensile properties of short fiber composites with fiber strength distribution, *Journal of Materials Science*, 2001; 36: 2203-2212.
- [7] Bolander J.E. & Saito S. Discrete modelling of short-fiber reinforcement in cementitious composites, *Advanced Cement Based Material*, 1997; 6: 76-86.
- [8] Jun P. & Mechtcherine V. Behaviour of strain-hardening cement-based composites (SHCC) under monotonic and cyclic tensile loading: Part 2 - Modelling, *Cement & Concrete Composites*, 2010; 32: 810-818.
- [9] Bolander J.E. & Sukumar N. Irregular lattice model for quasistatic crack propagation, *Physical Review B*, 2005; 71: 1-12.
- [10] Schaufert E.A. & Cusatis G. Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. I: Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, 2012; 138: 826-833.
- [11] Schaufert E.A., Cusatis G., Pelessone D., O'Daniel J.L. & Baylot J.T. Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. II: Tensile Fracture and Multiaxial Loading Behavior, *Journal of Engineering Mechanics*, 2012; 138: 834-841.
- [12] EN 12390-3:2001 Testing hardened concrete - Part 3: Compressive strength of test specimens, 2001.

- [13] EN 12390-6:2000 Testing hardened concrete - Part 6: Tensile splitting strength of test specimens, 2000.
- [14] Vandewalle L. RILEM TC162-TDF: Test and design methods for steel fiber reinforced concrete: Bending test final Recommendation, *Materials and Structures*, 2002; 35: 579-582.
- [15] Ožbolt J. MASA – MACROscopic Space Analysis, Internal Report, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1998.
- [16] Ožbolt J., Li Y.J. & Kožar I. Microplane Model for Concrete with Relaxed Kinematic Constraint, *International Journal of Solids and Structures*, 2001; 38: 2683-2711.
- [17] Ožbolt J., Lettow S. & Kožar I. Discrete Bond Element for 3D Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. In Balázs-Bartos-Cairns-Borosnyói (eds), *Proceedings of the 3rd International Symposium: Bond in Concrete - from research to standards*. Budapest: University of Technology and Economics, 2002.

NUMERICAL MODELING OF CONCRETE BEAM UNDER DYNAMIC LOADS: 3D FINITE ELEMENT ANALYSIS

NUMERIČKO MODELIRANJE BETONSKE GREDE USLIJED DINAMIČKOG OPTEREĆENJA: 3D ANALIZA KONAČNIM ELEMENTIMA

Natalija Bede*, Joško Ožbolt, Akanshu Sharma**, Barish
Irhan****

Sažetak

U radu se numerički analizira prosto oslonjena betonska greda sa zarezom izložena udarnom opterećenju čekića. Geometrija, svojstva materijala, opterećenje i eksperimentalni rezultati preuzeti su iz literature. Rezultati numeričke analize i eksperimenta su uspoređeni u obliku dijagrama ovisnosti opterećenja o pomaku, vlačne čvrstoće o brzini i energije loma o brzini. Utjecaj brzine deformiranja u numeričkoj analizi uveden je koristeći mikroravninski model betona koji je ovisan o brzini nanošenja opterećenja, a eksplicitnom dinamičkom analizom uzima se u obzir utjecaj inercije. Kako bi se modelirao udar čekića na prosto oslonjenu betonsku gredu, provedena je dinamička analiza međukontaktnog djelovanja između više tijela metodom konačnih elemenata. Pokazano je da numerički model prosto oslonjene betonske grede sa zarezom izložene dinamičkom opterećenju može realistično opisati ponašanje dobiveno eksperimentom. Nadalje, pokazalo se da je određivanje energije loma iz površine ispod krivulje reakcija-pomak netočno jer se sastoji od stvarne energije loma i velikog udjela inercijalne komponente. Slično kao i kod energije loma, i kod vlačne čvrstoće je objašnjena razlika između stvarne i prividne vlačne čvrstoće. Dokazano je da je za određivanje pravih materijalnih svojstava betona ovisnih o brzini deformiranja, kao što su vlačna čvrstoća i energija loma, eliminacija inercijalne

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, Croatia
E-mail: natalija.bede@gradri.uniri.hr

** Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Pfaffenwaldring 4, 70569 Stuttgart, Njemačka
E-mail: ozbolt@iwb-uni.stuttgart.de

komponente neophodna. U protivnom, za veće brzine deformacije svojstva materijala znatno su precijenjena.

Ključne riječi: beton visoke čvrstoće, mikroravninski model, udarno opterećenje (impakt), utjecaj brzine deformacije, energija loma, vlačna čvrstoća

Abstract

The paper numerically analyzes a notched plain concrete beam loaded by impact hammer load. The geometry, material properties, loading and experimental results are taken from the literature. The numerical and experimental results are compared in terms of load-deflection response, strain rate, rate dependent tensile strength and rate dependent fracture energy. Rate dependency in numerical analysis is accounted for through the rate dependent microplane model for concrete while explicit dynamic analysis is performed to account for the influence of inertia. To model the impact of hammer on a plain concrete beam, multi body finite element dynamic analysis is performed. It is shown that the numerical model can realistically capture experimentally observed behavior of the notched plain concrete beams under dynamic loads. Furthermore, it is demonstrated that the evaluation of fracture energy from the area under the reaction-displacement curve may be misleading as it consists of true fracture energy and a large inertial component. Similarly, the tensile strength is differentiated as a true and apparent tensile strength. It is pointed out that to evaluate the true rate dependent material properties, such as tensile strength and fracture energy, inertia has to be filtered out; otherwise, for higher strain rates the material properties are significantly overestimated.

Key words: high-strength concrete, microplane model, impact, strain rate effect, fracture energy, tensile strength.

1. Introduction

The resistance and the failure mode of concrete structures/specimens are known to be significantly influenced by the loading rate. Under high loading rate (impact), two different mechanisms influence the structural behavior. The first is the strain rate influence on strength, stiffness and ductility, and the second, the activated inertia forces which influence the resistance and failure mode of concrete structure. The experimental evidence shows that concrete exhibits the strongest influence of loading rate under tensile load [1], though there is also a significant influence of the loading rate on compressive strength [2].

Zhang et al. [3, 4] performed tests on notched beams under three point bending. The impact velocity was varied from low (order of 10^{-4} mm/s) to medium (order of 10 mm/s) and to high (order of 10^3 mm/s). The authors evaluated fracture energy based on the area under the reaction forces-displacement curve [3]. The results of evaluation of the tests showed again

a sudden rise in the fracture energy as a function of loading rate beyond a certain critical value of loading rate. Similar observations were made for reaction (resistance) as a function of loading rate. However, such procedure is applicable for evaluating fracture energy from tests performed under quasi-static loading condition. Hence, it needs to be understood whether such evaluation of fracture energy is also valid for dynamic loading, since at higher loading rates (impact) structural inertia significantly contributes to reaction forces, even if the material is linear elastic.

Principally, the contribution of inertia should not be accounted for while evaluating fracture energy because fracture energy is a material and not structural property. Experimentally it is difficult to separate the inertial component from the fracture energy evaluated as area under reaction-displacement curve. Therefore, to bring more light into the problem the experiments performed by Zhang et al. [3, 4] are numerically replicated. Well established numerical procedure based on rate sensitive microplane model [5] and transient finite element (FE) dynamic analysis was utilized in the study. The numerical procedure has been validated over a large number of problems on concrete fracture [6-11]. Firstly, to validate the numerical results, they are compared with experimental results reported in [3, 4] and subsequently, the fracture energy is evaluated as suggested by Zhang et al. [3], i.e. by dividing the area under the reactions versus vertical displacement curve by the cross section area in the region above the notch. Furthermore, for better understanding of the structural effects on fracture energy, the evaluation of fracture energy is performed by considering the stress-strain response of the single finite element in the zone of cracking, i.e. just above the notch. The results are evaluated and discussed in detail to understand the correct evaluation procedure for fracture energy under dynamic loading. Similar exercise is also performed for evaluation of tensile strength.

2. Three-dimensional dynamic rate dependent FE analysis

2.1. Constitutive law-rate sensitive microplane model for concrete

In the microplane model the material response is calculated based on the monitoring of stresses and strains in different predefined directions. Integrating microplane stresses in a thermodynamically consistent way; from a known macroscopic strain tensor it is possible to calculate macroscopic stress tensor. In the model, the material is characterized by the uni-axial relation between stress and strain components on planes of various orientations. The here employed microplane model is based on the so-called relaxed kinematic constraint concept [5]. The rate dependency in the here used version of the microplane model for concrete accounts for two

effects: (1) the rate dependency related to the formation (propagation) of the micro-cracks, which is the effect of inertia forces at the level of the micro-crack tip, and (2) the rate dependency due to the viscosity of concrete (bulk material) between the micro-cracks. For more detail see Ožbolt et al. [7, 8] and Bažant et al. [12].

The model was verified against experimental results for compressive and tensile behavior under different strain rates [7, 13, 14]. For example, in case of compact tension specimen [13], it was confirmed that the progressive increase of resistance is due to the inertia generated at the tip of the macro crack, which causes crack branching and leads to progressive increase of resistance. Moreover, it was shown that the true tensile strength and fracture energy increase approximately linear in semi-log scale with increasing strain rate. The linear increase is controlled by the constitutive law (inertia at micro scale and influence of viscosity) whereas the progressive increase comes automatically from dynamic finite element analysis. The same conclusion was obtained by Cusatis et al. [15] based on the 3D finite element analysis using discrete finite elements.

2.2. Transient finite element analysis

In this work, both static and dynamic numerical FE analysis is performed. The static FE analysis is performed using an implicit 3D FE code, which is based on the incremental secant stiffness approach [16]. In the 3D transient multi body dynamic FE analysis, the system of unknown displacements in each time step Δt is calculated by solving the following system of equations (Voigt notation):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{G}^T(\mathbf{u}, t)\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{f}(t) = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{u}, t) = 0$$

where \mathbf{M} = mass matrix, \mathbf{C} = damping matrix, $\ddot{\mathbf{u}}$ = nodal accelerations, $\dot{\mathbf{u}}$ = nodal velocities, $\mathbf{f}(t)$ = resulting nodal forces, \mathbf{G} is the element contact displacement constrain matrix and $\boldsymbol{\lambda}$ is the vector of unknown Lagrange multipliers [16]. The resulting nodal forces are calculated as:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}^{\text{ext}}(t) - \mathbf{f}^{\text{int}}(t) \quad (2)$$

with $\mathbf{f}^{\text{ext}}(t)$ = external nodal forces, $\mathbf{f}^{\text{int}}(t)$ = internal nodal forces.

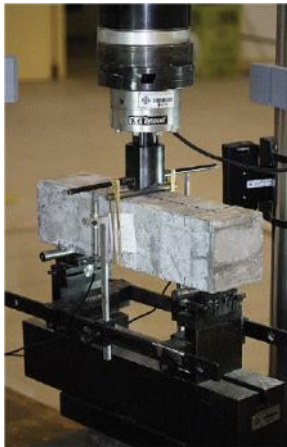
The system (1) is solved using an explicit direct integration scheme [16]. The external nodal forces are known nodal loads. The internal nodal forces are unknown and they are calculated by the integration of the stresses over the finite elements. In the FE code used in the numerical study, the mass and

damping matrices are assumed to be diagonal. In static and dynamic analysis, standard eight or four node solid elements are used. To obtain results objective with respect to the element size, crack band approach is employed as a regularization method [17]. The codes employed in the studies are developed at the Institute of Construction Materials, University of Stuttgart.

3. Numerical analysis of notched plain concrete beams

3.1. Geometry and material properties - Experimental details

In the present numerical study the behavior of notched plain concrete beam under impact loading is investigated. Experimental data are taken from the tests performed by Zhang et al. [3, 4]. The test setup and specimen geometry are depicted in Figure 1.



a)



b)

Figure 1. a) Photo of experimental set-up for three-point bending tests on beams and b) photo of the drop-weight impact machine [3].

The dimensions of the beam were 100 x 100 x 400 mm (width x depth x length) and the initial notch-depth ratio was approximately 0.5. The beams were simply supported with two rigid steel cylinders fixed at 300 mm. Impact loading was applied by dropping weight hammer of 120.6 kg on the top surface of the beam at the mid-span. The striking head of the hammer was formed in a semi-cylindrical shape. During impact the hammer strikes the beam surface only with its apex. Five different loading rates were applied in the experimental setup from quasi-static to the dynamic loading. At low loading rates (5.50×10^{-4} and 1.74×10^1 mm/s) tests were performed

under displacement control. High loading rates (8.81×10^2 , 1.76×10^3 and 2.64×10^3 mm/s) were achieved by dropping the hammer from different heights (40, 160 and 360 mm).

Material properties of the high strength concretes (HSC) used in the experiments are summarized in Table 1 [3, 4]. The same experiments were performed on two similar high strength concrete mixtures. It should be noted that the same authors in last several years published experimental results for the same test set up with nearly the same material properties, however, surprisingly with sometimes rather different results [3, 4, 18-21].

Table 1. Mechanical properties of HSC.

	<i>Zhang et al. [3]</i>	<i>Zhang et al. [4]</i>
Young's modulus, E_c (GPa)	43.3	31.0
Poisson's ratio (assumed value), ν_c	0.18	0.18
Mass density, ρ_c (kg/m ³)	2400	2368
Tensile strength, f_t (MPa)	6.3	5.4
Compressive strength, f_c (MPa)	127.0	102.7
Fracture energy, G_F (N/m)	148	141

3.2. Finite element model

The related geometry dimensions and finite element mesh of the four bodies (hammer, beam, two roller supports) are shown in Figure 2. Three-dimensional tetrahedral finite elements are used to model the concrete, the impacting hammer and the steel cylindrical supports. The beam is simply supported and the load is applied at the mid span of the beam top surface (Figure 1). Two different material properties of concrete are used as inputs for the numerical simulations, as shown in Table 1. The impacting hammer and cylindrical roller supports are assumed to be linear elastic. Material properties of steel employed in the analysis are summarized in Table 2.

Table 2. Mechanical properties of steel used in the analysis.

Young's modulus, E (GPa)	200
Poisson's ratio, ν_s	0.33
Mass density, ρ_s (kg/m ³)	7800

Different impact velocities are applied to study the effect of same on peak load, strain rate, tensile strength and fracture energy of HSC. The numerical analysis is performed for quasi-static loading condition and for the following impact loading velocities: 1.74×10^1 , 8.81×10^2 , 1.76×10^3 and

2.64×10^3 mm/s. It is assumed that quasi-static load corresponds to velocity of 5.50×10^{-4} mm/s [3, 4].

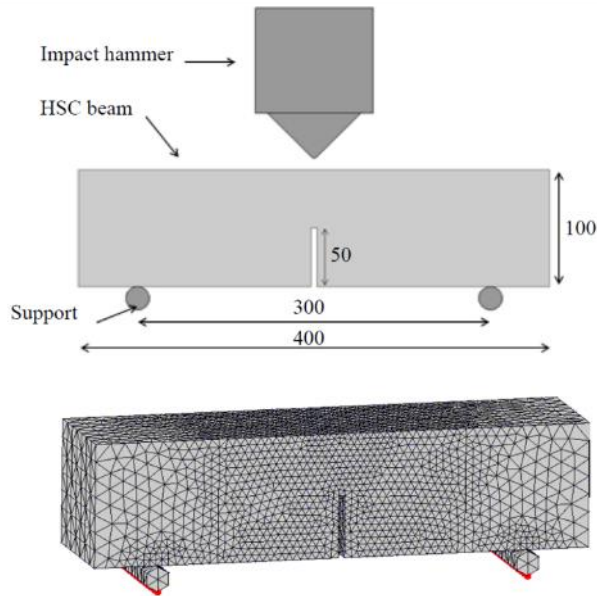


Figure 2. Geometry and finite element mesh of the model used for the numerical analysis (all in mm).

3.3. Effect of impact velocity on peak load and strain rate

3.3.1. Failure modes

In all investigated cases, including quasi static analysis, the failure mode is due to the mode-I fracture. Typical time evolution of crack pattern for the highest impact velocity (2.64 m/s) is shown in Figure 3. The crack (dark zone) is indicated in terms of maximum principal strains that are larger than critical strain that corresponds to critical crack opening. The critical crack opening w_{cr} is assumed to be 0.1 mm and since the average element size is 5 mm, the critical strain $\epsilon_{cr} = 0.02$ (smearred crack approach). As can be seen from Figure 3, after the initialization crack runs straight from the notch tip to the top surface of the beam. The same failure mode was observed in experiments [4]. Note that if the impact velocity would increase significantly, the failure mode and crack pattern may change dramatically. To illustrate this, Figure 4 shows failure mode that corresponds to the impact velocity of 50 m/s. As can be seen, the failure is due to the mixed-mode type. In the present paper discussion is limited to the impact velocities which cause only mode-I type of failure.

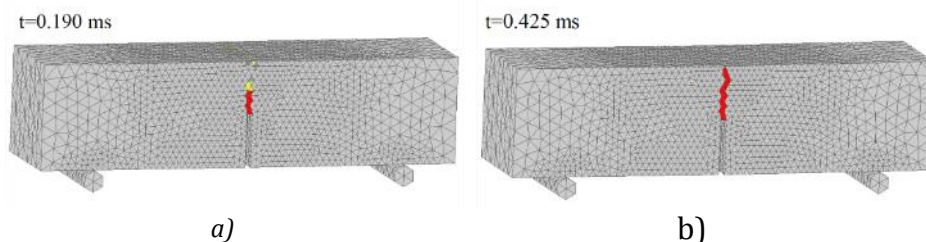


Figure 3. Failure mode at impact velocity of 2.64 m/s as a function of time.

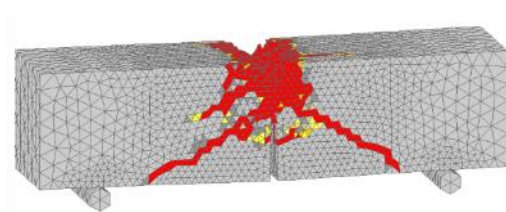


Figure 4. Failure mode at impact velocity of 50 m/s as a function of time.

3.3.2. Impact load and reaction

Experimentally evaluated results that are reported by Zhang et al. [4] are used to validate the capability of the presented FE code in prediction of impact load and reaction forces. Figure 5a presents the comparison of the numerical results and the experimental data in terms of impact load versus impact velocity (in semi-logarithmic scale). As shown in Figure 5a, the shape of the curve is in very good agreement with the experimental results. In both, experiments and the numerical simulations impact force increases with increase of impact velocity. This increase is very slight for impact velocities below 100 mm/s and from here onwards impact force rises at a very high rate.

Even though the experimental data for reactions for high loading rates (impact) were not reported in the experimental study, from numerical results shown in Figure 5b it can be seen that reaction (peak) increases proportionally to the impact load. Evidently, the impact force and the reaction force exhibit a similar trend for all impact velocities. Compared to the impact loads, the reaction forces are relatively small. It is obvious that beyond a certain threshold of impact velocity (100 mm/s) the effect of inertia becomes more pronounced and a significant difference in the two values is observed. This indicates that the most of the impact force is used to maintain the balance with the inertia force during loading, while only a small portion of the impact force is actually used to deform and fracture the specimen.

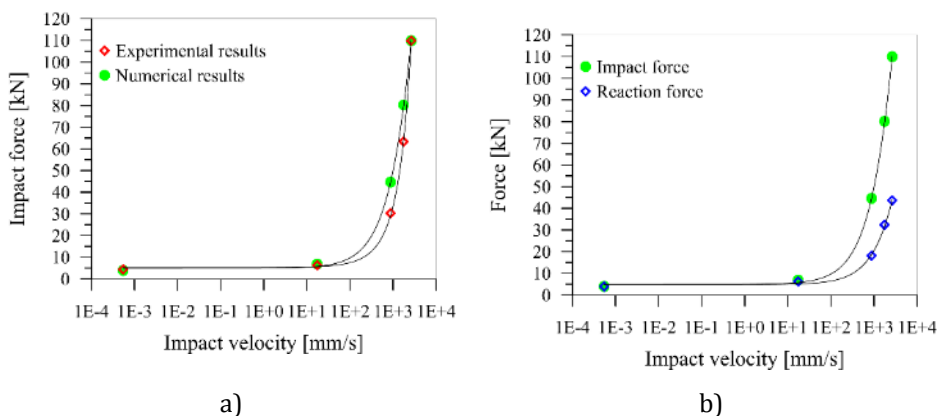


Figure 5. a) Comparison of numerical and experimental result for impact force (load) and b) numerical results for impact force and reaction force at different impact velocities.

3.3.3. Strain rates

Principally, with increasing loading rate (impact velocity) strain rate and corresponding peak strain increase, except in cases where with increase of loading rate failure mode changes, e.g. crack branching. The typical time evolution of strain and stress just above the notch tip, where crack initiates, are evaluated. Figure 6 shows maximal principal strains history and corresponding maximal principal stresses history for different impact velocities in the finite element just above the notch tip. In general, the curves exhibit a similar trend for all impact velocities. The stress-history curves consist of two regions that can be demarcated as pre-peak and post-peak regions. With the increase in the impact velocity, a slight increase in the peak stress in the element can be observed along with a reduction in the time of its occurrence. The strain rate is evaluated as the tangent to the principal strain versus time curve (Figure 6). The evaluation is performed for the time step before the peak stress is reached. As expected, with increase of impact velocity, strain rate increases and for maximum impact velocity (2640 mm/s) reaches 33.4/s. The results are summarized in Table 3.

Table 3. Numerically obtained strain at peak stress and strain rate.

Impact velocity (mm/s)	Strain at peak stress	Strain rate (1/s)
5.50E-04	-	2.34E-06 ([4])
1.74E+01	9.51E-04	5.54E-01
8.81E+02	1.13E-03	2.43E+01
1.76E+03	1.31E-03	3.07E+01
2.64E+03	1.40E-03	3.34E+01

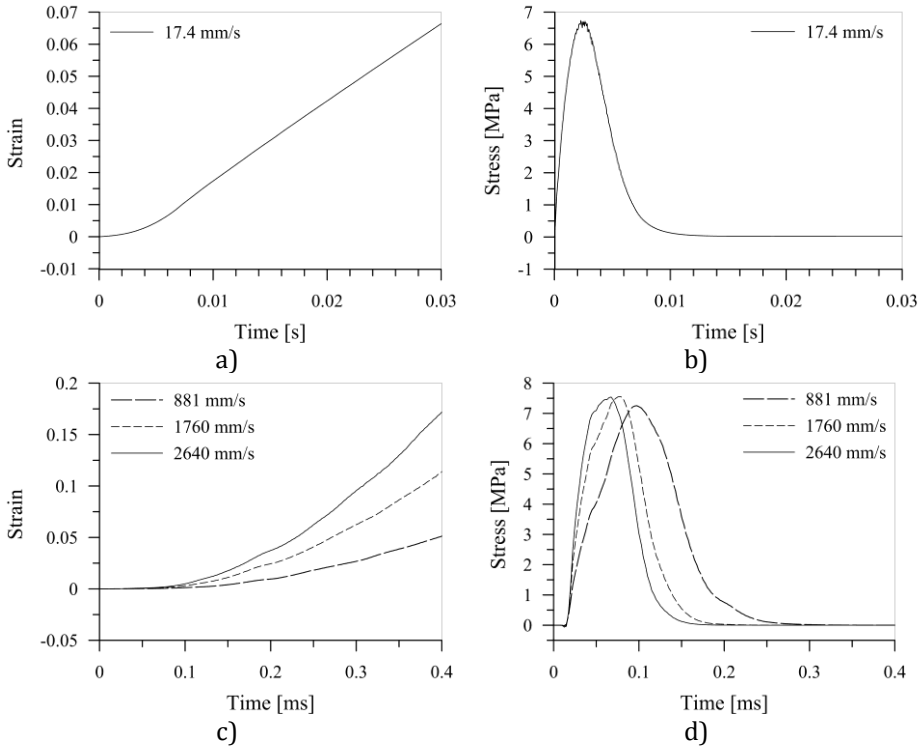


Figure 6. Numerically predicted strain and stress histories at the center of the beam (notch tip) for a),b) low impact velocity and c),d) high impact velocities of time.

3.4. Rate dependent tensile strength and fracture energy

It is well known that tensile strength and fracture energy of concrete depend on strain rate. In the scientific community the influence of the strain rate on the tensile strength and fracture energy is still under discussion. Principally, experiments show that apparent strength and fracture energy increase with increase of strain rate and that for strain rates larger than approximately 10/s both increase progressively with increase of strain rate. However, it was recently demonstrated that the progressive increase is due to the influence of inertia and that the true tensile strength and fracture energy approximately increase linear in semi-log scale with increasing strain rate [13, 14].

To validate numerical results, fracture energy is at first evaluated as suggested by Zhang et al. [3], i.e. by dividing the area under the reactions vs. mid-span vertical displacement curve with the cracked cross section area of the beam. The comparison between experimental and numerical reaction-

displacement curve for typical load case (impact velocity of 881 mm/s) is shown in Figure 7a. Note that a significant portion of reaction force is due to inertia and the remaining part is due to the material resistance. In Figure 7b, dynamic increase factor (DIF) for reaction force is plotted against the impact velocity in a semi-logarithmic scale. DIF is defined as the ratio between dynamic and the corresponding quasi-static value of reaction force. By comparing the experimental and numerical results, it is observed that numerical analysis gives reasonable good agreement with experiment, with a difference between experimental and numerical force for impact velocities higher than approximately 10^3 mm/s. However, the experimental and the numerical analysis show the same tendency, i.e. the reaction force exhibits an exponential growth (in semi-logarithmic plot) with increasing impact velocity. DIF for apparent fracture energy is plotted against the impact velocity in a semi-logarithmic plot (see Figure 8a). Employing the same evaluation of experimental and numerical results, from Figure 8a it can be observed that numerical model realistically predicts the behavior observed in the experiment. Based on the results shown in Figure 8a can be concluded that the fracture energy evaluated from reaction vs. mid-span displacement diagram exhibits progressive growth with increasing impact velocity (in semi-logarithmic plot). However, this approach does not allow for exclusion of structural inertia effects and therefore significantly overestimates fracture energy for higher impact velocities.

In order to provide more insight on the structural effects on fracture energy, the evaluation of fracture energy is performed by considering the stress-strain response of a single finite element in the zone of cracking, i.e. just above the notch tip. The results of the analysis for typical finite elements are presented in Figure 8b. These are plotted against the experimental data shown in Figure 8a for better comparison. A significant difference of the two approaches to evaluate fracture energy can be observed. For impact velocities up to 100 mm/s, numerical and experimental results are similar. However, when impact velocity becomes larger than approximately 100 mm/s, a sudden increase in experimental results is observed, whereas, the numerical results show that fracture energy at a wide range of loading rates, from 10^{-4} mm/s to 10^3 mm/s increases approximately linear in semi-log scale.

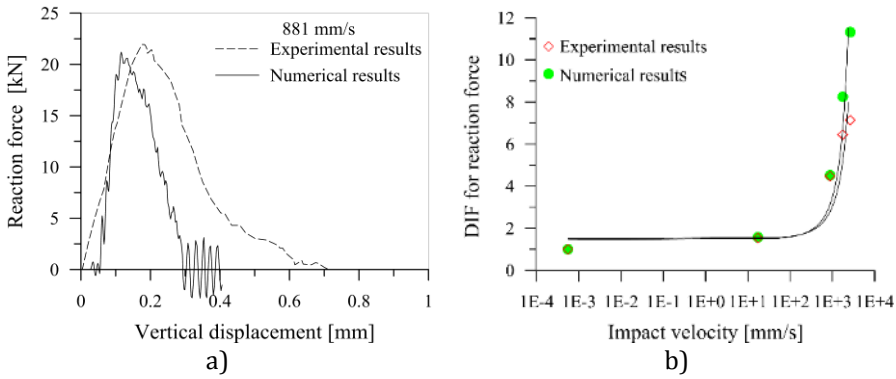


Figure 7. Comparison between numerical and experimental results for a) typical reaction force vs. displacement curve and b) DIF for reaction force vs. impact velocity.

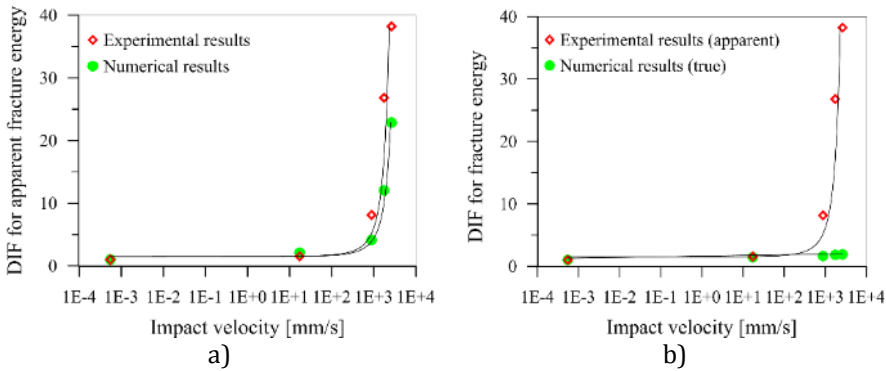


Figure 8. Comparison between numerical and experimental results for a) apparent fracture energy b) true and apparent fracture energy at different impact velocities.

The evaluated fracture energy from the numerical results based on a single finite element response is shown in detail in Figure 9a. This shows that the true fracture energy of HSC increases as a linear function of impact velocity (semi-log scale). The exercise demonstrates the capability of numerical approach to augment the experimental data and provide more insight into the behavior at the material level. In Figure 9b fracture energy at the notch tip is also plotted as a function of strain rate. As can be seen, there is a linear increase of fracture energy with increase of strain rate. This response is coming out from the constitutive law and represents true strain rate dependent fracture energy without the contribution of inertia. It can be observed that when the numerical results are interpreted in the same way as the experimental ones (apparent strength and fracture energy), they both show same trend of progressive increase. However, the evaluated true strength and fracture energy brings out the fact that this progressive

increase is a structural phenomenon governed by the inertial forces and not a material behavior.

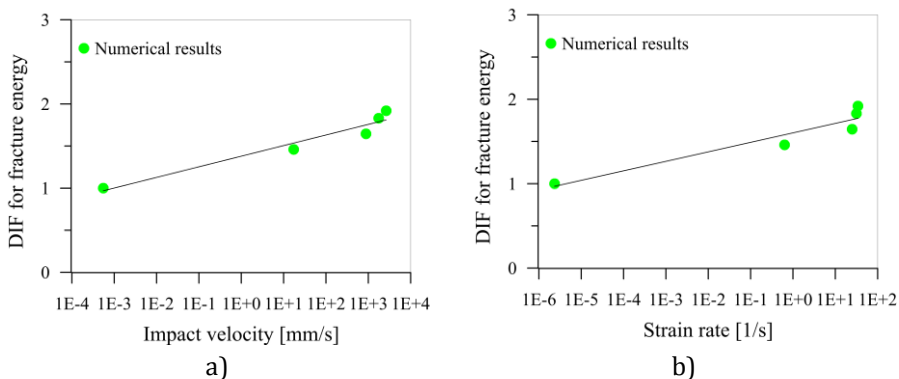


Figure 9. DIF for the fracture energy as a function of a) impact velocity and b) strain rate.

To show the influence of strain rate on the tensile strength, the same approach for the evaluation of tensile strength is used as for the fracture energy, i.e. the strength measured in the finite element above the notch of the beam is plotted against the corresponding strain rate (see Figure 10). It can be seen that, similar as observed for fracture energy, there is linear increase in tensile strength with the increase of strain rate and impact velocity (semi-log scale). It is obvious that tensile strength approximately follows the rate dependent constitutive law. Contrary to evaluation of experimental results, which show that for strain rates larger than approximately 10/s there is progressive increase of tensile strength, the numerical results supports recent results which confirm that the progressive increase is not due to true tensile strength but is consequence of the contribution of inertia. Namely, if one would calculate rate dependent tensile strength from reactions (see Figure 7b), following the same principles as in the case of fracture energy, then is obvious that the tensile strength would increase progressively with increase of strain rate. However, this would be apparent and not true rate dependent tensile strength.

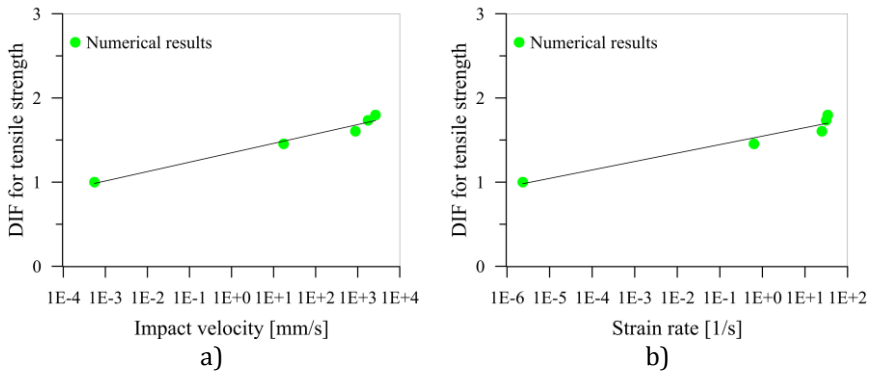


Figure 10. DIF for the tensile strength as a function of a) impact velocity b) strain rate.

4. Conclusion

In the present article dynamic behavior of plain notched beam under hammer impact three point bending load is numerically studied. Rate dependency in numerical analysis is accounted for through the rate dependent microplane model for concrete while explicit dynamic analysis is performed to account for the influence of inertia. To model impact of hammer on plain concrete beam, multi body finite element dynamic analysis is performed. Based on the results of the numerical analysis and comparison with experimental results, the following conclusions can be drawn. (1) In general, it is found that the numerical results exhibit a very good agreement with the experimental counterparts; (2) Comparing impact load with the corresponding reaction force as a function of impact velocity, it is obvious that the peak impact force is much greater than that the peak reaction. However, the curves exhibit similar tendency, i.e. for impact velocity greater than approximately 100 mm/s there is progressive increase, which is due to inertial effects; (3) Maximum strain rates increase as the impact velocity increases. For the investigated notched beam specimen maximum strain rate of approximately 40/s was obtained; (4) It is demonstrated that both, strain rate dependent fracture energy and tensile strength, should not be evaluated based on reaction forces. Doing so, there is significant contribution of inertia, which cannot be attributed to material resistance. Consequently, such evaluation of experimental or numerical results leads to their progressive increase when strain rate becomes larger than approximately 10/s; (5) Numerical results and their comparison with experiments show that the true fracture energy and tensile strength increase approximately linear in semi-log scale with strain rate and that

approximately follow rate dependent constitutive law used in the computation.

References

- [1] Malvar, L. J., Ross, C. A., Review of strain rate effects for concrete in tension, *ACI Mater J*, br. 95(6): 735-9, 1998.
- [2] Bischoff, P., Perry, S.H., Impact behaviour of plain concrete loaded in uniaxial compression, *J Eng Mech (ASCE)*, br. 121(6): 685-93, 1995.
- [3] Zhang, X. X., Ruiz, G., Yu, R. C., Tarifa, M., Fracture behavior of high-strength concrete at a wide range of loading rates, *Int J Impact Engng*, br. 36: 1204-9, 2009.
- [4] Zhang, X. X., Yu, R. C., Ruiz, G., Tarifa, M., Camara, M. A., Effect of loading rate on crack velocities in HSC, *Int J Impact Engng*, br. 37: 359-70, 2010.
- [5] Ožbolt, J., Li, Y. J., Kožar, I., Microplane model for concrete with relaxed kinematic constraint, *Int J Solids Struct*, br. 38: 2683-711, 2001.
- [6] Ožbolt, J., Reinhardt, H. W., Rate dependent fracture of notched plain concrete beams, In: Pijaudier -Cabot, Gerard, Acker, editor. *Proceedings of the 7th international conference CONCREEP-7*, 57-62, 2005.
- [7] Ožbolt, J., Rah, K. K., Meštrović, D., Influence of loading rate on concrete cone failure, *Int J Fract*, br. 139: 239-52, 2006.
- [8] Ožbolt, J., Sharma, A., Reinhardt, H. W., Dynamic fracture of concrete - compact tension specimen, *Int J Solids Struct*, br. 48: 1534-43, 2011.
- [9] Ožbolt, J., Sharma, A., Numerical simulation of reinforced concrete beams with different shear reinforcements under dynamic impact loads, *Int J Impact Engng*, br. 38: 940-50, 2011.
- [10] Ožbolt, J., Sharma, A., Numerical simulation of dynamic fracture of concrete through uniaxial tension and L-specimen, *Eng Fract Mech*, br. 85: 88-102, 2012.
- [11] Travaš, V., Ožbolt, J., Kožar, I., Failure of plain concrete beam at impact load: 3D finite element analysis, *Int J Fract*, br. 160(1): 31-41, 2009.
- [12] Bažant, Z. P., Caner, F. C., Adley, M. D., Akers, S. A., Fracturing rate effect and creep in microplane model for dynamics, *J Engng Mech (ASCE)*, br. 126(9): 962-70, 2000.

- [13] Ožbolt, J., Bošnjak, J., Sola, E., Dynamic fracture of concrete compact tension specimen: Experimental and numerical study, *Int J Solids Struct*, br. 50: 4270-8, 2013.
- [14] Ožbolt, J., Sharma, A., Irhan, B., Sola, E., Tensile behavior of concrete under high loading rates, *Int J Impact Eng*, br. 69: 55-68, 2014.
- [15] Cusatis, G., Strain-rate effects on concrete behavior, *Int J Impact Eng*, br. 38(4): 162-70, 2011.
- [16] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, M., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons Ltd., 2001.
- [17] Bažant, Z. P., Oh, B. H., Crack band theory for fracture of concrete, *Materials and Structures RILEM*, br. 93(16): 155-77, 1983.
- [18] Ruiz, G., Zhang, X. X., Tarifa, M., Yu, R. C., Camara, M., Fracture energy of high-strength concrete under different loading rates, *Anales de Mecánica de la Fractura*, br. 26(2): 513-18, 2009.
- [19] Zhang, X. X., Ruiz, G., Yu, R. C., A new drop weight Impact machine for studying fracture processes in structural concrete, *Strain*, br. 46: 252-7, 2010.
- [20] Rosa, A. L., Yu, R. C., Ruiz, G., Saucedo, L., Sousa, J. L. A. O., A loading rate dependent cohesive model for concrete fracture, *Eng Fract Mech*, br. 82: 195-208, 2012.
- [21] Tarifa, M., Poveda, E., Yu, R. C., Zhang, X. X., Ruiz, G., Effect of loading rate on high-strength concrete: Numerical simulations, *FraMCos-8*, 953-63, 2013.

PROSTORNA REŠETKASTA ČELIČNA KONSTRUKCIJA KUPOLE GRADSKOG TORNJA NA RIJEČKOME KORZU

SPACE TRUSS STEEL STRUCTURE OF RIJEKA'S CITY TOWER DOME AT KORZO

Anamaria Maraš*, Dragan Ribarić*

Sažetak

Ovaj rad opisuje gradski toranj na riječkome Korzu te se bavi analizom strukture kupole tornja za koju će se provesti i statička analiza za standardna djelovanja. Zatim će se, s konstruktivnog aspekta, analizirati mogućnost da se na vrhu tornja ugradi skulptura dvoglavog orla, staroga simbola grada, i raspraviti u kojoj mjeri težina skulpture (0,5 t) i njegova izložena površina za djelovanje vjetrom, imaju utjecaja na stabilnost postojeće strukture kupole.

Zaključak rada je da je postojeća konstrukcija kupole tornja sigurna i stabilna te posjeduje kapacitet da se na njenom vrhu može ugraditi skulptura orla.

Ključne riječi: *gradski toranj na riječkome Korzu, prostorna rešetka, dokaz stabilnosti i mehaničke otpornosti*

Abstract

This article describes the city tower at Korzo in Rijeka and analyzes the tower dome structure by conducting a static analysis for standard loads. Furthermore, the possibility of installing a double-headed eagle sculpture, the old symbol of the city, will be analyzed from constructive aspect. The analysis will show to what extent the sculpture weight (0,5 t) and wind exposed surface affect the stability of the existing structure.

The conclusion of the paper is that the existing city tower dome structure is safe and stable with sufficient capacity for eagle sculpture installation.

* Građevinski fakultet u Rijeci
E-mail: anamaria.maras@gradri.hr ; dragan.ribaric@gradri.hr

Key words: *city tower dome at Korzo in Rijeka, space truss, mechanical resistance and stability.*

1. Uvod

U sljedećem radu modelirat će se prostorna rešetkasta čelična konstrukcija krova Gradskog tornja na Riječkom Korzu. Kroz povijest, kupola je poprimala različite oblike, a krajem XIX. stoljeća na njoj je stajao i dvoglavi orao – grb grada Rijeke. Kako bi se provjerilo može li Gradski toranj poprimiti svoj nekadašnji izgled, analizirat će se dva stanja: postojeća situaciju za djelovanja težina, snijega i posebno vjetra te situacija nakon montaže gradskog grba u tjeme kupole za ista i potrebna dodatna djelovanja.

2. Kupola kroz povijest

Mnogi gradovi-utvrde gradska su vrata naglašavali tornjem sa satom. Rijeka je sve do pred kraj XVIII. stoljeća bila takav grad-utvrda, okružena gradskim zidinama. U grad se ulazilo ispod Vrata od mora (Porta al mare) na kojima niti još u XVI. stoljeću nije bio postavljen sat. Već u XVII. stoljeću na prikazima Rijeke vidi se nad ulazom u grad s morske strane viši prizmatični toranj s četverovodnim krovom (Slika 1) na kojem je postavljen sat te se udomaćuje naziv Gradski toranj.



Slika 1. Gradski toranj s četverovodnim krovom [1]

1750. godine Rijeku je pogodio veliki potres te je carica Marija Terezija dodijelila gradu sredstva za obnovu Gradskog tornja. Prilikom obnove tornja kupljen je novi sat koji je tada postavljen nešto više. Stoga se završni vijenac nad krugom nadlučuje. Kasnije su naručeni novi satovi za sve četiri strane tornja, a ne samo za pročelje. Riječani se više nisu zadovoljavali time da njihov satni toranj ima običan četverovodni krov poput stereotipnih kula, pa se tom prilikom gradi nad tornjem osmerostranični predložak za lukovičastu kupolu [1].

Početak XIX. stoljeća Kapetansko vijeće pokreće akciju da se kupola tornja popravi i da joj se izmijeni kostur. Vijeće je za to zadužilo inženjera Antona Gnamba, direktora gradnji. Iz zapisnika se vidi da je kostur vrlo slab i da kupolu drži isključivo olovni pokrivač. Olovne su ploče čak pale na susjednu kuću Wohinz [1]. Stoga je odlučeno da se sve to podigne i načini nova armatura, a umjesto olovnih kupa postavi limena obloga.

Budući da je 1872. godine u Rijeci nastupilo razdoblje velikih obnova postojećih građevina, odlučeno je da se obnovi i gradski toranj tako da se tadašnja lukovičasta kupola zamijeni sadašnjom. Taj projekt povjeren je 1890. godine arhitektu dr. Filibertu Bazarigu.



Slika 2. Obnova Gradskog tornja 1890. godine [2]



Slika 3. Izgled kupole nakon obnove [2]

Oduševljen arhitekturom povijesnih stilova, Bazarig dodaje dvostruke kanelirane pilastre s kompozitnim kapitelima na bočne površine koje su postojale od ranije. Oplemenjuje podložak za kupolu okruživši ga isturenim

vijencem. Kupolu postavlja na niski zidani osmerokutni predložak. Ona je izvedena od kriški koje su se na vrhu spajale, tako da su rebra jasno naznačena (Slika 2). Nakon dovršenja kupole, na njen se vrh nije postavio riječki dvoglavi orao, već stijeg za zastavu. Mađari su za vrijeme svojih nacionalnih praznika isticali svoju trobojnicu, što je vrijeđalo Riječane koji su već imali svoju zastavu. Da se izbjegne nesporazum, Riječanke su naručile brončanu plastiku koja je predstavljala riječkog dvoglavog orla i poklonile ga gradu za Gradski toranj. Tako je na vrh kupole postavljen riječki orao (Slika 3). Međutim, 4. studenog 1919. godine dvojica D'Annunzijeve arditari odrubili su jednu od dviju glava riječkoga orla misleći da je to austrijski carski orao [3]. Tako je na vrhu neko vrijeme stajao dekapitirani riječki orao, sve dok se 1949. skulptura nije uklonila s tornja i rastalila, a vrh kupole poravnao [4].

3. Geometrijske karakteristike kupole

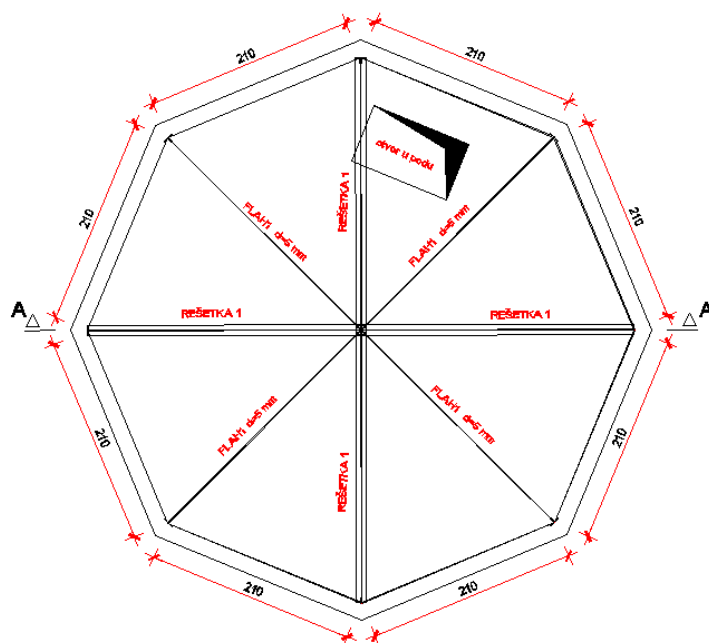
Konstrukcija kupole izvedena je kao čelična prostorna rešetka složena od štapova tipskog presjeka (najviše dvostrukog kutnika 50/5 mm te plesnog željeza traka 60/4 mm), koju čine četiri radialno raspoređene ravninske rešetke sa središnjim stupom ($\Phi 101$ mm) koji ih vezuje te međuremenatama između rešetki i spregovima za stabilizaciju u ravnini krovnih ploha kako je prikazuju Slika 4 i Slika 5. Drvena oplata zakovana je za vanjske pojasnice rešetki te za remenate. Za potrebe ovoga rada, autori su načinili prostorni štapni model konstrukcije kupole te na njemu analizirali djelovanja (Slika 6 i Slika 7).



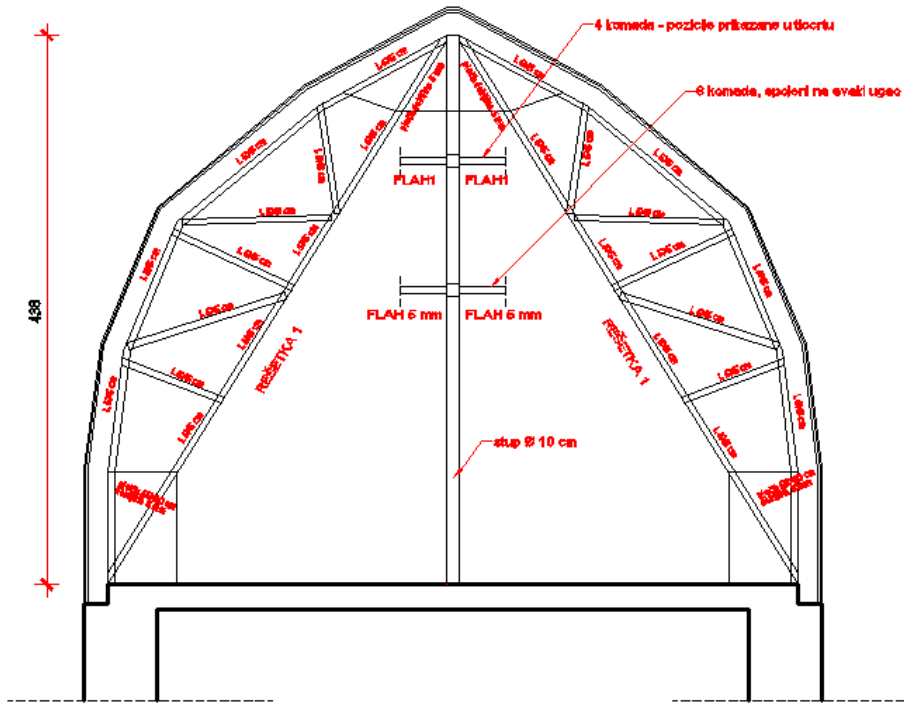
Slika 4. Unutrašnjost kupole



Slika 5. Rešetke spojene na središnji stup

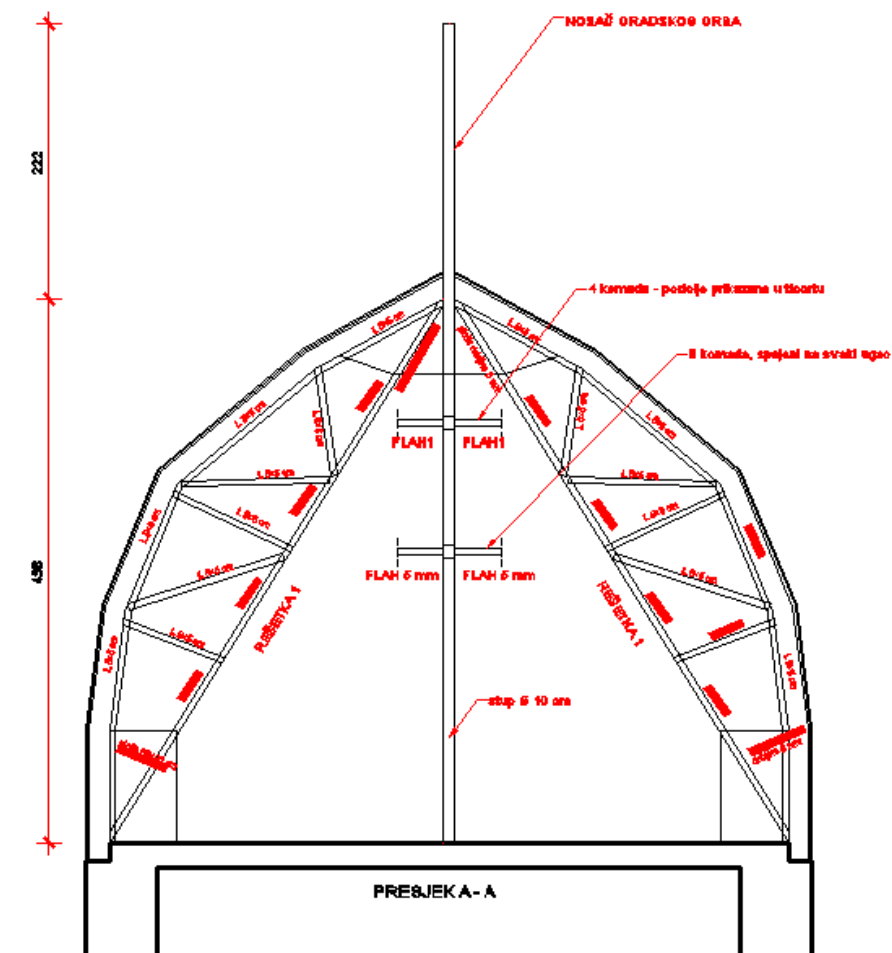


Slika 6. Tlocrt kupole



Slika 7. Presjek A-A

Na postojeći model dogradit će se stup koji nosi gradski grb (Slika 8) i na njemu će se aplicirati dodatni teret. U nedostatku točnijih podataka o veličini i masi gradskog grba, procijenjeno je da on ne bi trebao težiti više od 5,0 kN (mase 500 kg) i ne bi trebao imati površinu izloženu vjetru veću od 4,0 m² te biti viši od 2,0 m iznad vrha kupole. Na kraju će se ta dva modela usporediti po deformacijskim promjenama i po uvećanjima sila u štapovima.



Slika 8. Presjek A-A s dograđenim stupom za grb

4. Analiza djelovanja na kupolu

4.1. Opterećenje od stalnog djelovanja

Opterećenje od stalnog djelovanja određuje se na sljedeći način:

- pokrov: bakreni lim = 0,10 kN/m²
- daščana oplata = 0,10 kN/m²
- ljepenka = 0,05 kN/m²
- čelična potkonstrukcija = 0,15 kN/m²

$$g = 0,40 \text{ kN/m}^2$$

4.2. Opterećenje snijegom

Opterećenje snijegom na krovu za stalne i prolazne proračunske situacije određuje se prema poglavlju 5.2 norme HRN EN 1991-1-3:2008 + AC:2009 [5]:

$$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k, \quad (1)$$

gdje su

s_k karakteristična vrijednost opterećenja snijegom na tlu, u $[\text{kN/m}^2]$, određena prema Nacionalnom dodatku norme HRN EN 1991-1-3:2012/NA [6] i pripadajućoj karti snijega RH,

C_e i C_t koeficijent izloženosti i toplinski koeficijent, a μ_i faktor oblika opterećenja snijegom na krovu koji je u proračunu jednak nuli zbog velikog nagiba krova (osim u tjemenu), pa se djelovanje snijegom može zanemariti.

4.3. Opterećenje vjetrom

Djelovanja vjetra kolebaju tijekom vremena i djeluju izravno ili kao pritisak ili kao uzgon na vanjske površine zatvorene konstrukcije. Zbog (ne)poroznosti vanjskih površina, djelovanja se vjetra posredno prenose i na unutrašnje površine. Ekvivalentno opterećenje vjetra djeluje u pravcu normale na površinu, osim u slučajevima puhanja vjetra preko dugih površina kad su sile izazvane trenjem vjetra tangencijalne i za velike ploštine mogu imati značajan intenzitet. Djelovanje vjetra može se pojednostavljeno usvojiti kao niz ekvivalentnih raspodijeljenih sila w , ili rezultanti tih sila F_w , čiji su učinci istovrijedni ekstremnim učincima turbulentnog vjetra.

Učinak djelovanja na konstrukciju (tj. odziv konstrukcije) ovisi o veličini, obliku i dinamičkim svojstvima konstrukcije. Odziv konstrukcije treba proračunati prema normi HRN EN 1991-1-4:2008 + AC:2010 + A1:2010 [7] za tlak pri vršnoj brzini vjetra q_p , koji ovisi o klimatskim prilikama, hrapavosti terena i vertikalnoj razvedenosti terena (orografiji) te referentnoj visini. Lokalno djelovanje vjetra na plohu ovisno je o tlaku pri vršnoj brzini i uvećano je za doprinos kratkotrajnih kolebanja tlaka.

Korigiranu osnovnu brzinu vjetra v_b treba odrediti iz osnovne brzine vjetra $v_{b,0}$, tako da uključuje i smjer djelovanja i eventualno godišnje doba, te se ona računa prema izrazu:

$$v_b = C_{dir} \cdot C_{season} \cdot v_{b,0} \quad (2)$$

gdje je:

$v_{b,0}$ osnovna brzina vjetra, definirana kao 10-minutna srednja brzina vjetra s rizikom premašaja 0.02 neovisno od smjera vjetra, na visini od 10 m iznad ravnog otvorenog terena u prirodi,

v_b korigirana osnovna brzina vjetra, koja uključuje i smjer djelovanja i eventualno godišnje doba,

C_{dir} faktor smjera, preporučena vrijednost $C_{dir} = 1,0$

C_{season} faktor godišnjeg doba, preporučena vrijednost $C_{season} = 1,0$,

Za područje Rijeke osnovnu brzinu vjetra treba uzeti iz karte vjetra u HRN EN 1991-1-4:2012/NA [8] sa $v_{b,0} = 30m/s$, pa je

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 30,0 = 30,0m/s$$

Tlak vjetra pri osnovnoj brzini dat je izrazom:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 \quad (3)$$

gdje je:

ρ gustoća zraka ovisna o visini, temperaturi i barometarskom pritisku koji se očekuje u regiji tijekom vjetrovnih oluja, preporučena vrijednost $1,25kg/m^3$.

Tlak vjetra pri vršnoj brzini vjetra $q_p(z)$ na visini z dat je izrazom:

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot q_b = c_e(z) \cdot q_b \quad (4)$$

gdje je $c_e(z)$ faktor izloženosti na visini plohe građevine (z) koji uzima u obzir lokalne efekte prema poglavlju 4.5 norme EN 1991-1-4 [9].

Usvojene vrijednosti daju vršni pritisak za našu analizu od

$$q_p(z) = 2,04 \cdot 0,562 = 1,15kN/m^2$$

4.3.1. Tlak vjetra na vanjske površine

Djelovanje vjetra na vanjske površine građevine računa se iz tlaka pri vršnoj brzini:

$$w_e = q_p(z_e) \cdot c_{pe} = 1,15 \cdot c_{pe} \quad (5)$$

gdje je:

c_{pe} koeficijent tlaka na vanjsku izloženu plohu.

4.3.2. Tlak vjetra na unutarnje površine

Tlak vjetra na unutarnje površine računa se kao:

$$w_i = q_p(z_i) \cdot c_{pi} = 1,15 \cdot c_{pi} \quad (6)$$

gdje je:

c_{pi} koeficijent tlaka na unutrašnju površinu.

4.3.3. Rezultantni tlak vjetra

Rezultantni tlak vjetra w_{rez} , mjerodavan za proračun, treba odrediti kao vektorski zbroj vanjskog i unutrašnjeg tlaka vjetra:

$$w_{rez} = w_e - w_i = 1,15 \cdot (c_{pe} - c_{pi}) \quad (7)$$

Za zatvorene građevine za najnepovoljniji slučaj treba pretpostaviti da je:

$c_{pi} = -0,5$ podtlak u zatvorenom prostoru

ili $c_{pi} = +0,8$ nadtlak u zatvorenom prostoru.

Pri izračunu koeficijenata tlaka na kupolu uvažene su slijedeće geometrijske mjere:

- visina objekta u sljemenu je $h = 20m$,
- širina kupole $d = 5,50m$,
- visina kupole $f = 4,40m$,

pa su usvojeni koeficijenti vanjskog tlaka:

- izložena krovna ploha: $c_{peA} = +0,8$,
- nizvjetrovna ploha: $c_{peC} = -0,5$,

- sljeme i bokovi: $c_{peI} = -1,2$.

Podtlak i nadtlak su na zatvorenoj simetričnoj konstrukciji horizontalno uravnoteženi u oba glavna smjera.

Računski tlak vjetra na izloženu plohu je stoga:

$$w_A = 1,15 \cdot (+0,8) = +0,92 \text{ kN/m}^2.$$

Tlak vjetra na nizvjetrovnu plohu je:

$$w_C = 1,15 \cdot (-0,5) = -0,58 \text{ kN/m}^2,$$

a tlak vjetra na sljemeni dio plohe kupole:

$$w_A = 1,15 \cdot (-1,2) = -1,38 \text{ kN/m}^2.$$

4.3.4. Najnepovoljnija kombinacija djelovanja na kupolu

Najnepovoljnija kombinacija zbirnih djelovanja računa se prema HRN EN 1990:2011/NA [10] sa:

1,35 * stalno opterećenje + 1,5 * promjenjivo opterećenje (vjetar).

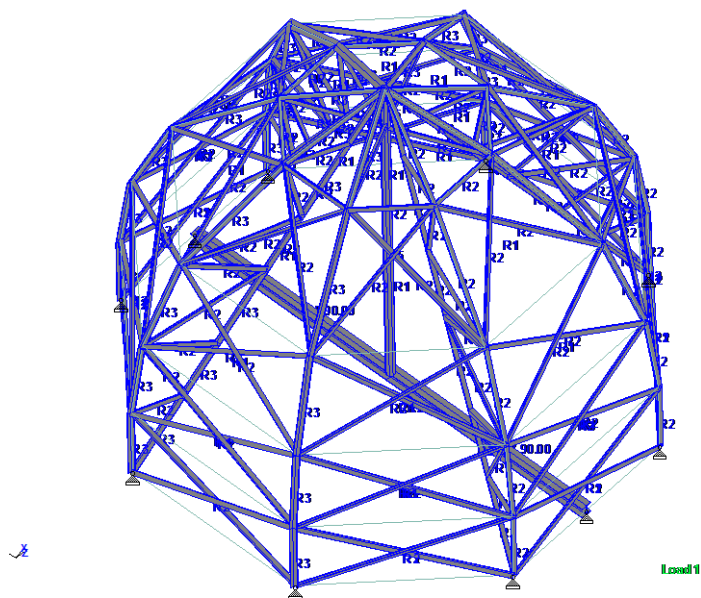
5. Opterećeni modeli kupole

5.1. Postojeće stanje

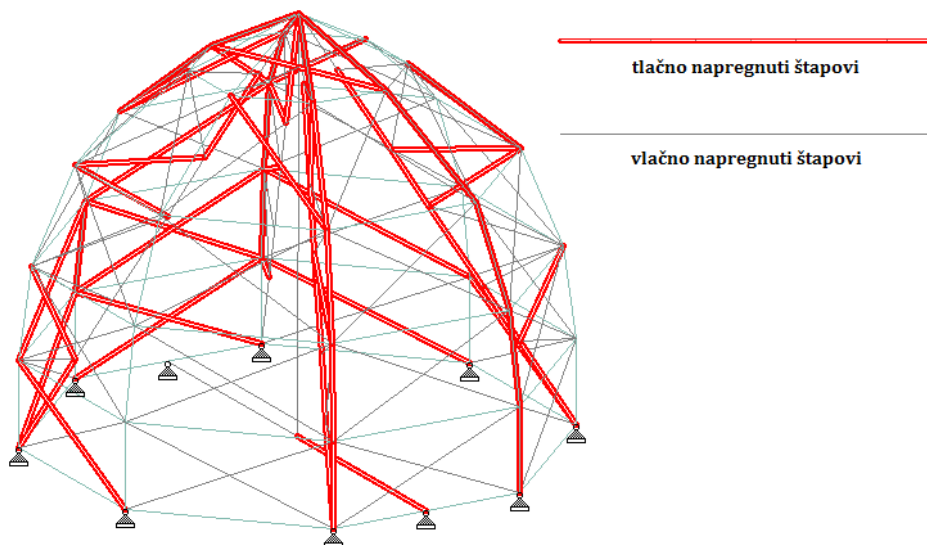
U sljedećem poglavlju opisano je postojeće stanje prostorne rešetke kupole s vjetrom na krovne plohe. Snijeg se zanemaruje zbog strmine krovnih ploha, a, ukoliko bi on i postojao, nije vjerojatno da se može pojaviti istovremeno s najjačim vjetrom. Kupola je modelirana kao prostorna rešetka čeličnih štapova koju čine četiri radialno raspoređene ravninske rešetke sa središnjim stupom koji ih vezuje te međuremenatama između rešetki i spregovima za stabilizaciju u ravnini krovnih ploha (Slika 9). Drvena oplata je zakovana za vanjske pojasnice rešetke te za remenate.

Model je izrađen u programu Staad.Pro te opterećen mjerodavnom kombinacijom djelovanja. Za dano opterećenje dobiju se uzdužne sile u štapovima, kako je prikazano na Slici 10.

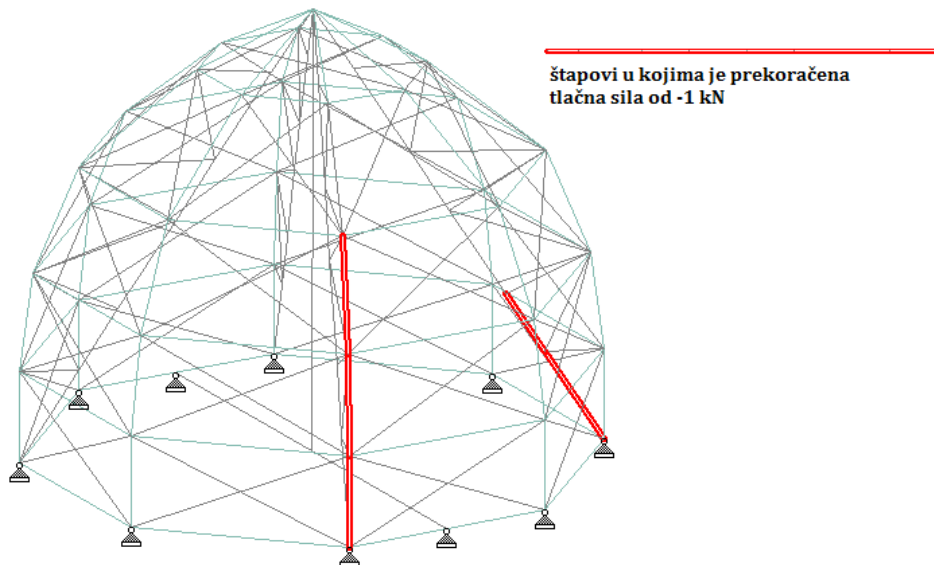
Kako bi se usporedilo postojeće stanje i stanje nakon dodavanja dodatnog tereta, skulpture dvoglavog orla, kao granična sila zadana je sila od 1,0 kN. Slike 11 i 12 prikazuju štapove u kojima je granična sila prekoračena.



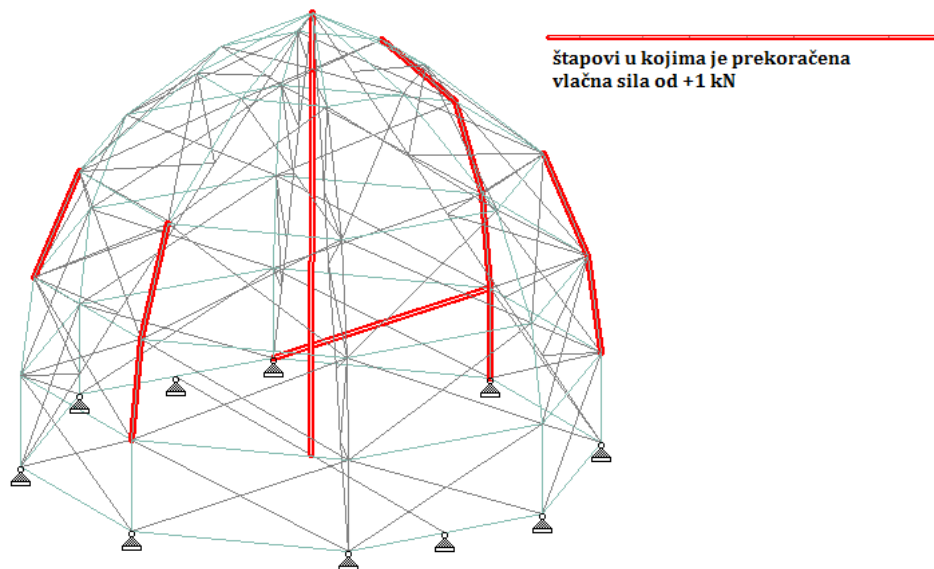
Slika 9. Aksonometrija prostorne rešetke kupole – postojeće stanje



Slika 10. Uzdužne sile u štapovima rešetke s tanko označenim vlačnim silama i podebljano (crveno) označenim tlačnim silama



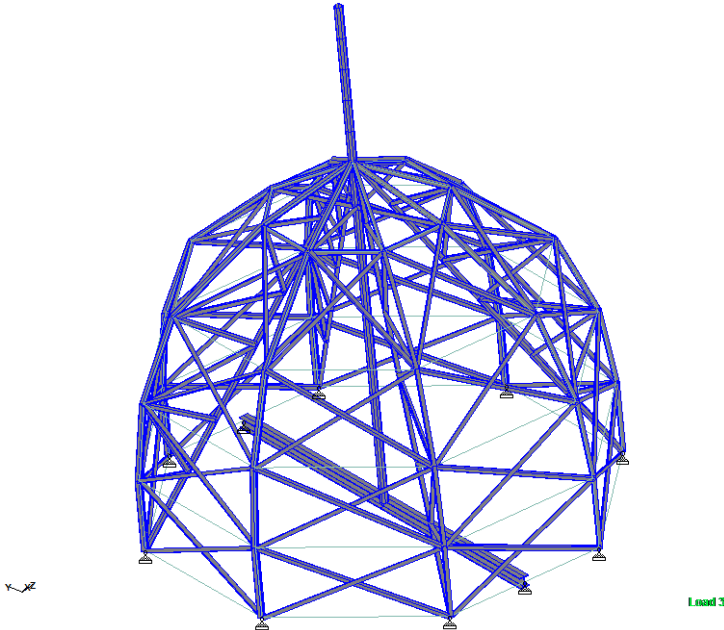
Slika 11. Prikaz sa podebljano (crveno) označenim štapovima u kojima je prekoračena tlačna sila od -1 kN



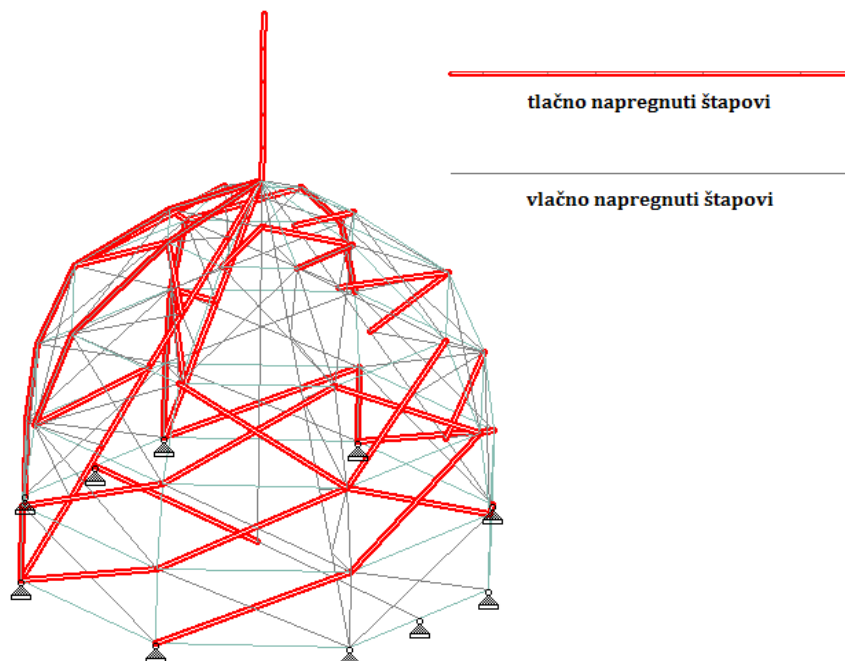
Slika 12. Prikaz sa podebljano (crveno) označenim štapovima u kojima je prekoračena vlačna sila od +1 kN

5.2. Stanje s dograđenim gradskim grbom

Stanje s dograđenom skulpturom dvoglavog orla (Slika 13), koji je konstruktivno opisan kao štap, tj. produžetak središnjeg stupa, čija težina ne premašuje $\Delta G \leq 5,00 \text{ kN}$ (500 kg mase) i na koju djeluje vjetar intenzitetom $w = 1,15 \cdot c_{pe} = 1,15 \cdot 1,20 = 1,38 \text{ kN/m}^2$, a čija izložena vertikalna površina nije ukupno veća od $A_{tot} \leq 4,0 \text{ m}^2$ ($\Sigma W = 1,38 \cdot 4,0 = 5,52 \text{ kN}$) je sljedeće:

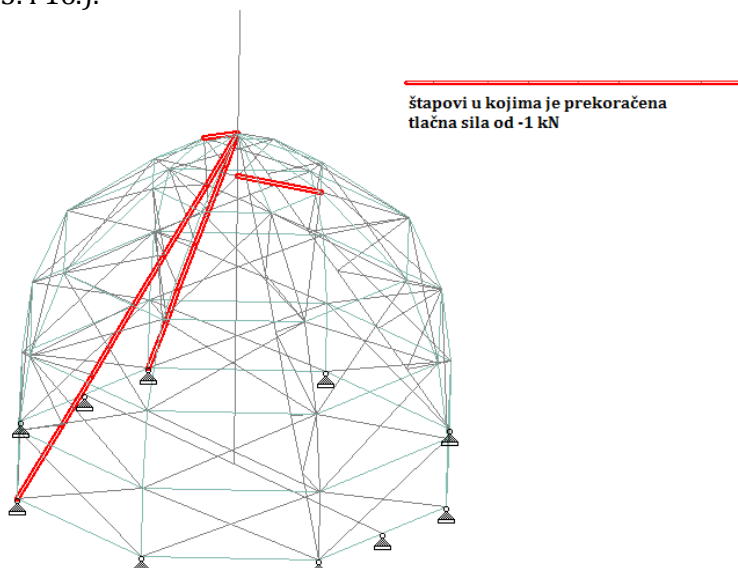


Slika 13. Aksonometrija prostorne rešetke kupole – novo stanjw

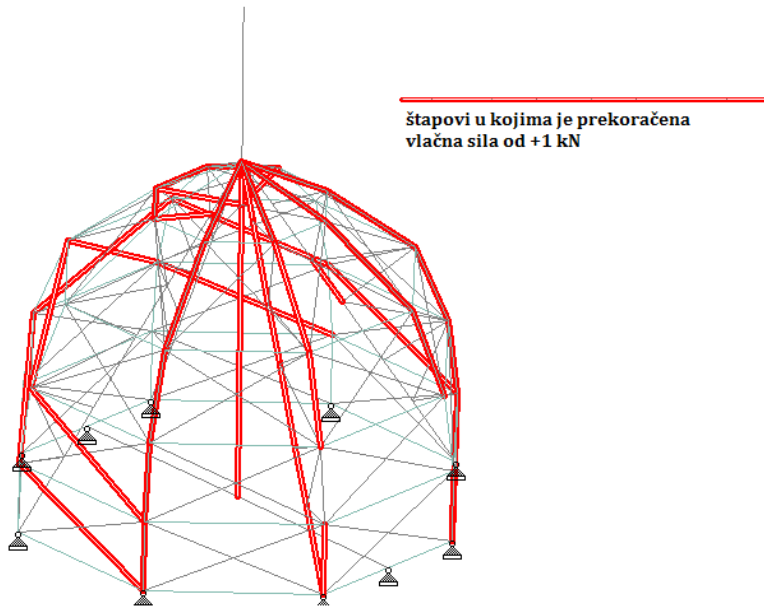


Slika 14. Uzdužne sile u štapovima rešetke s tanko označenim vlačnim silama i podebljano (crveno) označenim tlačnim silama

Uzdužne sile na novom modelu prikazane su na Slici 14. Kao granična sila ponovno je zadan 1,0 kN kako bi se vidjelo povećanje sila u štapovima (Slike 15. i 16.).



Slika 15. Prikaz s podebljano (crveno) označenim štapovima u kojima je prekoračena tlačna sila



Slika 16. Prikaz s podebljano (crveno) označenim štapovima u kojima je prekoračena vlačna sila

6. Rezultati

Najveća deformacija točke tjemena kupole za kombinaciju djelovanja 3 (1,35*G+1,5W) je prema modelu postojeće prostorne rešetke kupole zanemarivo mala:

$$\Delta_{y1} = 0,043mm$$

Montažom grba ona se povećava:

$$\Delta_{y2} = 0,228mm$$

ali je i dalje daleko manja od granične vrijednosti

$$\frac{h}{250} = \frac{4380}{250} = 17,5mm$$

Vlačne i tlačne sile povećavaju se nakon montaže grba. Tako je najveća tlačna sila nekom štapu s:

$$N_{t1} = -0,63kN \quad \text{povećana na} \quad N_{t2} = -5,40kN$$

Najveća vlačna sila u nekom štapu s:

$$N_{v1} = +0,28kN \quad \text{povećana na} \quad N_{v2} = +5,58kN$$

Povećanja su relativno velika, ali su na razini naprezanja još uvijek daleko od proračunske nosivosti štapa na koje se odnose. Na primjer, za presjek štapa koji se sastoji od 2 L50/50/5 mm kutnika ($A=11,38 \text{ cm}^2$) razina naprezanja je:

$$\sigma_0 = \frac{5,58 \cdot 10}{11,38} = 4,90MPa$$

dok je nosivost presjeka:

$$f_y = \frac{235,0}{1,1} = 213,6MPa$$

Možemo zaključiti da su presjeci daleko neiskorišteni i nakon montaže gradskog grba.

7. Zaključak

Kupola gradskog tornja je izvedena kao čelična prostorna rešetka sa središnjim stupom koji ih vezuje te međuremenatama između rešetki i spregovima za stabilizaciju u ravnini krovnih ploha. Kao takva, konstrukcija je u dobrom stanju. Vrlo je kruta i nisko iskorištenih presjeka, iako su ti presjeci relativno mali (L50/5 mm). I sa povećanim opterećenjem nakon montaže gradskog simbola, dvoglavog orla, u tjemenu kupole razina deformacija i naprezanja nije znatnije povećala iskoristivost otpornosti presjeka. Tome ponajviše doprinosi pravilan raspored štapova koji čine snažnu rešetkastu strukturu. Može se zaključiti da kupola gradskog tornja može prihvatiti terete koji mogu nastati pri montaži gradskog simbola. Potrebno je riješiti nastavljanje srednjeg stupa s elementima nosača skulpture te otvoriti pokrov na vrhu kupole. Spojevi strukture kupole su zavareni, nepoznate debljine i duljine vara, pa se ovdje nisu razmatrali. Za izvedbu bi ih trebalo snimiti i provjeriti.

Literatura

- [1] Matejčić, R., *Kako čitati grad*. Adamić, d.o.o, Rijeka, 2007.
- [2] Gradski toranj – simbol grada Rijeke: <http://croinfo.net/vijesti-regija/5409-gradski-toranj-simbol-grada-rijeke.html> (09.09.2013.)
- [3] Povijest Rijeke: Skupština općine : Izdavački centar Rijeka, 1988.

- [4] http://www.formula1-dictionary.net/rijeka_6.html (23.11.2014.)
- [5] Nepokoj, D., *Gradski toranj*, Pomorski i povijesni muzej Hrvatskog primorja Rijeka, Rijeka, 2010.
- [6] HRN EN 1991-1-3:2008 + AC:2009, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-3: Opća djelovanja – Opterećenja snijegom
- [7] HRN EN 1991-1-3:2012/NA, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-3: Opća djelovanja – Opterećenje snijegom. Nacionalni dodatak
- [8] HRN EN 1991-1-4:2008 + AC:2010 + A1:2010, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja – Djelovanje vjetra
- [9] HRN EN 1991-1-4:2012/NA, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja – Djelovanje vjetra. Nacionalni dodatak
- [10] Bjelanović, A., *Analiza djelovanja na konstrukciju*, separati s auditornih vježbi, 2013.
- [11] HRN EN 1990:2011/NA, Eurokod 0: Osnove projektiranja konstrukcija. Nacionalni dodatak

JACOBIJEVE METODE ZA RAČUNANJE SINGULARNE DEKOMPOZICIJE MATRICE

JACOBI METHODS FOR SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

Ines Radošević*

Sažetak

Singularna dekompozicija je temeljna dekompozicija u teoriji matrica i primjenama matrica u numeričkoj linearnoj algebri. Ima velike primjene u znanosti, tehnici, ekonomiji te u raznim praktičnim problemima, što je čini vjerojatno najvažnijom matricnom dekompozicijom. U singularnoj dekompoziciji pojavljuju se unitarne matrice, što je čini izvrsnim sredstvom za diskutiranje geometrije unitarnih prostora, pomoću nje se lako izračuna rang matrice te aproksimira matrica matricom manjeg ranga, jednostavno se izračunava generalizirani inverz matrice. Postoji nekoliko klasa metoda za računanje singularne dekompozicije općih matrica, od kojih su dvije najpoznatije. Klasa metoda temeljenih na bidijagonalizaciji polazne matrice i klasa sve popularnijih dijagonalizacijskih metoda, od kojih će ovdje biti pobliže opisane Jacobijeve metode. Numeričkim testiranjem potvrđeni su rezultati o relativnoj točnosti Jacobijevih metoda, odnosno izračunatih singularnih vrijednosti i singularnih vektora zadane matrice.

Ključne riječi: *singularna dekompozicija matrice, singularna vrijednost, singularni vektori, unitarna matrica, Jacobijeva metoda*

Abstract

Singular value decomposition is a fundamental decomposition in the matrix theory and applications of matrices in numerical linear algebra. There are numerous applications in science, technology, economics, and in a variety of practical problems, which makes it probably the most important matrix decomposition. Singular value decomposition involves unitary matrices and is therefore an excellent tool for discussing the geometry of unitary space. Having found the singular value decomposition of a given matrix C , one is in a position to easily determine the rank of C , to approximate C with a matrix of lower rank, and to simply calculate the

* Odjel za matematiku, Sveučilište u Rijeci, Radmile Matejčić 2, Rijeka, Hrvatska,
E-mail: inesr@math.uniri.hr

generalized inverse of C . There are several classes of methods for computing the singular value decomposition of general matrices. The two most widely known classes are the methods in which the starting matrix is bidiagonalized and the methods in which the starting matrix is diagonalized. The diagonalization methods being increasingly popular, this paper is focused on some of them, namely on the Jacobi methods. Numerical testing confirmed the results on the relative accuracy of Jacobi-wise computed singular values and singular vectors of a given matrix.

Keywords: singular matrix decomposition, singular value, singular vectors, unitary matrices, Jacobi method

1. Uvod

Metode za računanje singularne dekompozicije općih matrica dijele se u dvije osnovne klase. Prvo, klasu metoda temeljenih na bidijagonalizaciji polazne matrice, kao što su QR, DQD (differential qd) i DC (divide i conquer) metode. To su metode koje su brže, ali nisu točne. Drugu klasu čine sve popularnije dijagonalizacijske metode koje se dijele na jednostrane i dvostrane metode. Iterativne metode za računanje vlastitih vrijednosti i vlastitih vektora te singularnih vrijednosti i vektora zadane matrice, temeljene na nizu ravninskih unitarnih transformacija sličnosti biranih tako da se izvandijagonalni dio matrice maksimalno reducira, nazivaju se Jacobijeve metode i pripadaju klasi dijagonalizacijskih metoda.

1.1. Singularna dekompozicija matrice

Faktorizacija matrice A prikazana produktom $U\Sigma V^*$, gdje su U i V unitarne matrice, a Σ dijagonalna matrica, naziva se singularna dekompozicija matrice A ili kraće SVD¹ matrice A . SVD je temeljna dekompozicija u teoriji matrica i primjenama matrica u numeričkoj linearnoj algebri. Naime, teorija singularnih vrijednosti i vektora jedna je od najčešće primjenjivanih alata u teoriji matrica. U singularnoj dekompoziciji pojavljuju se unitarne matrice, što je čini izvrsnim sredstvom za diskutiranje geometrije unitarnih prostora. Pomoću nje se lako izračuna rang matrice te aproksimira matrica matricom manjeg ranga i jednostavno se izračunava generalizirani inverz matrice A . Navedeni razlozi nisu bili početna motivacija za otkrivanje singularne dekompozicije, već su neovisno jedan od drugoga, Beltrami² (1873.) i Jordan (1874.), istražujući bilinearne forme otkrili egzistenciju singularnih vrijednosti, [16], [18]. Od tada mnogi matematičari istražuju i razvijaju teoriju kao i algoritme za računanje

¹ SVD je akronim za Singular Value Decomposition (engl.).

² Eugenio Beltrami (1835.–1899.), talijanski matematičar

singularne dekompozicije matrica. Ovdje će biti kratko opisana jednostrana i dvostrana Jacobijeva metoda.

Singularna dekompozicija matrice opisana je teoremom koji slijedi, čime su definirane singularne vrijednosti i singularni vektori matrice koja se promatra.

Teorem 1.1.1 (Singularna dekompozicija matrice, [15, str. 414]). *Ako je $C \in \mathbb{C}^{m \times n}$, onda postoje unitarne matrice $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ i $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$, takve da je*

$$U^*CV = \Sigma, \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min\{m,n\}}),$$

pri čemu vrijedi

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min\{m,n\}} \geq 0.$$

Brojevi $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min\{m,n\}}$ ³ su **singularne vrijednosti** matrice C . Stupci matrice U su **lijevi**, a stupci matrice V su **desni singularni vektori** matrice C .

Dokaz. Jedinična sfera u \mathbb{C}^n je ograničen i zatvoren skup, samim time je kompaktan, pa svaka neprekidna funkcija na njemu dostiže minimum i maksimum. Funkcija $f(x) = \|Cx\|_2$ je neprekidna, pa postoji jedinični vektor $v \in \mathbb{C}^n$, takav da je

$$\|Cv\|_2 = \max\{\|Cx\|_2 \mid \|x\|_2 = 1, x \in \mathbb{C}^n\}.$$

Ako je $\|Cv\|_2 = 0$, onda je $C=0$ i faktorizacija u iskazu teorema je trivijalna uz $\Sigma = 0$ i s proizvoljnim unitarnim matricama U i V reda m i n , respektivno.

Ako je $\|Cv\|_2 > 0$, stavi se $\sigma_1 = \|Cv\|_2$ i formira jedinični vektor

$$u_1 = \frac{Cv}{\sigma_1} \in \mathbb{C}^m.$$

Nadopunom u_1 s $m-1$ vektora do baze u \mathbb{C}^m i primjenom npr. Gram-Schmidtovog postupka ortogonalizacije, dobije se ortonormirana baza u_1, \dots, u_m za \mathbb{C}^m . Time je dobivena unitarna matrica $U_1 = [u_1, u_2, \dots, u_m]$. Slično, za $v_1 = v$ postoji $n-1$ ortonormiranih vektora $v_2, \dots, v_n \in \mathbb{C}^n$, takvih da je matrica $V_1 = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ unitarna. Onda je

³ Matrica C ima $r(C)$ ne-nul singularnih vrijednosti i $\min\{m, n\} - r(C)$ nula singularnih vrijednosti

$$\begin{aligned}
C_1 = U_1^* C V_1 &= \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ \vdots \\ u_m^* \end{bmatrix} [C v_1 \quad C v_2 \quad \cdots \quad C v_n] = \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ \vdots \\ u_m^* \end{bmatrix} [\sigma_1 u_1 \quad C v_2 \quad \cdots \quad C v_n] \\
&= \begin{bmatrix} \sigma_1 & u_1^* C v_2 & \cdots & u_1^* C v_n \\ 0 & u_2^* C v_2 & \cdots & u_2^* C v_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & u_m^* C v_2 & \cdots & u_m^* C v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & z^* \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

gdje je $z \in \mathbb{C}^{n-1}$, $C_2 \in \mathbb{C}^{(m-1) \times (n-1)}$. Za jedinični vektor

$$y = \frac{1}{\sqrt{\sigma_1^2 + z^* z}} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ z \end{bmatrix}$$

zbog unitarne invarijantnosti euklidske norme, vrijedi

$$\|C(V_1 y)\|_2^2 = \|(U_1^* C V_1) y\|_2^2 = \|C_1 y\|_2^2 = \frac{(\sigma_1^2 + z^* z)^2 + \|C_2 z\|_2^2}{\sigma_1^2 + z^* z} \geq \sigma_1^2 + z^* z,$$

što je striktno veće od σ_1^2 ako je $z \neq 0$. Kako je to u suprotnosti sa maksimalnošću od σ_1 , mora biti $z = 0$. Dakle,

$$C_1 = U_1^* C V_1 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}.$$

Ponavljanjem istog postupka za matricu $C_2 \in \mathbb{C}^{(m-1) \times (n-1)}$ i za ostale matrice nastale iz ponavljanja tog postupka dolazi se do unitarnih matrica U i V , kao produkata unitarnih matrica dobivenih nakon svakog koraka.

Ako je $m = n$ taj postupak vodi do dijagonalne matrice Σ .

Ako je $m < n$ u zadnjem koraku se radi s matricom $C_m \in \mathbb{C}^{1 \times (n-m+1)}$. Može se pokazati da za matricu C_m postoji unitarna matrica, takva da je

$$C_m V_m = [\|C_m\|_2, 0, \dots, 0],$$

(LQ faktorizacija od C_m), pa će lijeve i desne komponente unitarne matrice u zadnjem koraku biti $U_m = I_1$ i V_m , respektivno. Ovaj dio dokaza, umjesto objašnjenjem koristeći pojam LQ faktorizacije, može se objasniti i na drugi način. Za $m > n$ primjenjuje se postupak opisan u dokazu teorema na matricu C^* . Nakon dobivene dekompozicije $C^* = U \Sigma V^*$, hermitskog transponiranja obje matrice u toj jednakosti, dobije se

$$C = \tilde{V} \tilde{\Sigma}^T \tilde{U}^*,$$

što je tražena singularna dekompozicija od C , pri čemu treba preimenovati \tilde{V} u U , \tilde{U} u V i $\tilde{\Sigma}^T$ u Σ . Dakle, SVD matrice C je njena faktorizacija

$$C = U\Sigma V^*. \quad (1)$$

Jer je $C^* = V\Sigma^*U^*$ SVD matrice C^* , obično se pretpostavlja da je $m \geq n$, u suprotnom se radi s C^* .

Primjer 1.1.2. Singularna dekompozicija 3×2 matrice A je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3381 & 0.8480 & 0.4082 \\ -0.5506 & 0.1735 & -0.8165 \\ -0.7632 & -0.5009 & 0.4082 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6.5468 & 0 \\ 0 & 0.3742 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5696 & -0.8219 \\ -0.8219 & 0.5696 \end{bmatrix}$$

Primjer 1.1.3. Singularna dekompozicija kompleksne 2×2 matrice B je

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2+i \\ 2 & 3i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4251 + 0.3388i & -0.1419 - 0.8272i \\ -0.8221 - 0.1694i & -0.3528 + 0.4136i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.2495 & 0 \\ 0 & 0.9702 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.4869 & -0.2400 - 0.8398i \\ -0.8734 & 0.1338 + 0.4682i \end{bmatrix}.$$

Singularne vrijednosti su unitarno invarijantne, jer ako je $C = U\Sigma V^*$ singularna dekompozicija matrice C , onda je za proizvoljne unitarne matrice $W_1 \in \mathbb{C}^{m \times m}$ i $W_2 \in \mathbb{C}^{n \times n}$,

$$W_1 C W_2 = (W_1 U) \Sigma (W_2^* V)^*,$$

pa je to singularna dekompozicija matrice $W_1 C W_2$. Dakle, C i $W_1 C W_2$ matrice imaju iste singularne vrijednosti.

Također, može se pokazati da su singularne vrijednosti, σ_i , $1 \leq i \leq \min\{m, n\}$, matrice C kvadratni korijeni vlastitih vrijednosti matrica C^*C i CC^* , [8]. Za $C \in \mathbb{C}^{m \times n}$ obje matrice C^*C i CC^* su hermitske i pozitivno semidefinitne pa su njihove vlastite vrijednosti nenegativne.

Teorem 1.1.4 ([1, str. 555–556]). Neka je $C = U\Sigma V^*$ singularna dekompozicija matrice $C \in \mathbb{C}^{m \times n}$ ranga r . Onda je

$$(i) \quad V^*(C^*C)V = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_r^2, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-r});$$

pa su kvadrati singularnih vrijednosti matrice C vlastite vrijednosti od C^*C s dodatnih $n - r$ nula vlastitih vrijednosti. Stupci matrice V su odgovarajući vlastiti vektori.

$$(ii) \quad U^*(CC^*)U = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_r^2, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-r});$$

pa su kvadrati singularnih vrijednosti matrice C vlastite vrijednosti od CC^* s dodatnih $m - r$ nula vlastitih vrijednosti. Stupci matrice U su odgovarajući vlastiti vektori.

Dokaz. Ako je $\Sigma = U^*CV$, gdje je $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min\{m,n\}})$, onda je $\Sigma^* = V^*C^*U$, pa slijedi

$$\begin{aligned}\Sigma^*\Sigma &= V^*C^*UU^*CV = V^*C^*CV \in \mathbb{C}^{n \times n} \\ \Sigma\Sigma^* &= U^*CVV^*C^*U = U^*CC^*U \in \mathbb{C}^{m \times m}.\end{aligned}$$

Time je dokazana veza vlastitih vrijednosti matrica C^*C i CC^* i singularnih vrijednosti matrice C .

Polazeći od definicije singularnih vrijednosti i uzimajući za matricu C normalnu matricu, može se zaključiti da su *singularne vrijednosti normalne matrice apsolutne vrijednosti njezinih vlastitih vrijednosti*.

Korolar 1.1.5. Neka je $C \in \mathbb{C}^{n \times n}$ normalna matrica s vlastitim vrijednostima $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Singularne vrijednosti od C su $|\lambda_i|$, $i = 1, \dots, n$.

1.2. Geometrijska interpretacija singularne dekompozicije

SVD daje jednostavnu geometrijsku interpretaciju transformacije $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{Ax} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^*\mathbf{x}$. Množenje unitarnim matricama \mathbf{V}^* i \mathbf{U} ne mijenja normu vektora, njihov geometrijski smisao je rotacija. Vektor \mathbf{x} se rotira u vektor $\mathbf{V}^*\mathbf{x}$, zatim se njegove komponente pomnože s nenegativnim brojevima σ_i , što znači da se mijenja njihova duljina, te se dobije vektor $\Sigma\mathbf{V}^*\mathbf{x}$. Na kraju, vektor $\Sigma\mathbf{V}^*\mathbf{x}$ se rotira matricom \mathbf{U} . Norma vektora \mathbf{Ax} ovisi o singularnim vrijednostima matrice \mathbf{A} . Neka je $\mathbf{A} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^*$ singularna dekompozicija matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, za koju vrijedi $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min\{m,n\}} \geq 0$. Neka su matrice $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m]$ i $\mathbf{V}_r = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]$. Promatrajući kako matrica \mathbf{A} djeluje na jediničnu sferu u \mathbb{R}^n jedan je od načina kako razumjeti djelovanje matrice na cijeli prostor. Proizvoljni \mathbf{x} jedinične sfere može se prikazati kao linearna kombinacija $\mathbf{x} = x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2 + \dots + x_n\mathbf{v}_n$, pri čemu je $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 1$. Slika od \mathbf{x} je

$$\mathbf{Ax} = x_1\mathbf{A}\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{A}\mathbf{v}_2 + \dots + x_n\mathbf{A}\mathbf{v}_n = \sigma_1x_1\mathbf{u}_1 + \sigma_2x_2\mathbf{u}_2 + \dots + \sigma_kx_k\mathbf{u}_k,$$

Za $\mathbf{y}_i = \sigma_i x_i$, slika jedinične sfere sastoji se od vektora $\mathbf{y}_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{y}_2\mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{y}_k\mathbf{u}_k$ i dobiva se kanonski oblik k -elipsoida

$$\frac{y_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{y_2^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{y_k^2}{\sigma_k^2} \leq \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1 \quad (2)$$

Za matricu A punog stupčanog ranga $k = n$, nejednakost u (2) postaje jednakost. Time je pokazano da matrica A preslikava jediničnu sferu iz \mathbb{R}^n ,

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_2 = 1\},$$

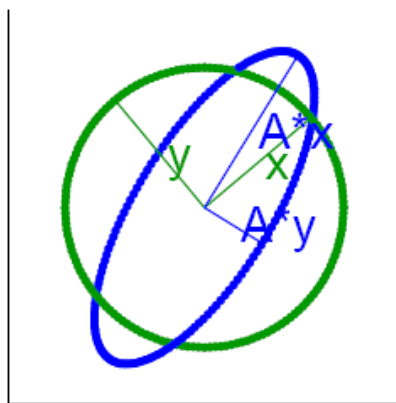
u k -dim elipsoid sa središtem u \mathbb{R}^m ,

$$A \cdot S = \{Ax : x \in \mathbb{R}^n \text{ i } \|x\|_2 = 1\},$$

s poluosima u smjeru u_i duljina σ_i . Za $k = n$ slika je površina elipsoida, inače je i njegova nutrina.

Primjer 1.2.1. *MATLAB-ov demo direktorij, aktivacijom funkcije eigshow(svd) (A) za neku 2×2 realnu matricu A , prikazuje u ravnini dva međusobno okomita vektora $x = [1 \ 0]^T$ i $y = [0 \ 1]^T$, te njima pripadne vektore Ax i Ay . Pomicanjem x -a po jediničnoj kružnici pomiče se y , okomito na x , te Ax*

i Ay po elipsi. Na slici 1 je prikazano djelovanje matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \\ 1 & 1/2 \end{bmatrix}$ na jediničnu kružnicu.



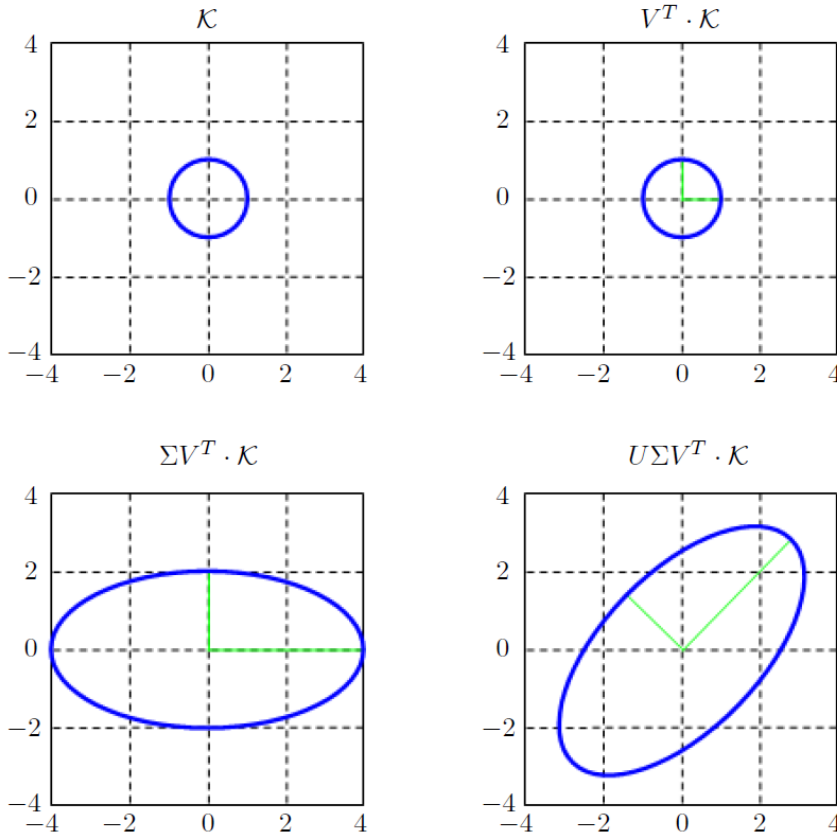
Slika 1. eigshow(svd)

Primjer 1.2.2. *Za jediničnu kružnicu K i jednu kvadratnu i regularnu matricu A treba odrediti skup $A \cdot K$. Postupak je prikazan slikom 2. Kako je prije opisano, odredi se SVD matrice A ,*

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}^T \equiv U \Sigma V^T$$

Matrica V^T je ortogonalna, preslikava jedinične vektore u jedinične vektore, pa je $V^T \cdot K = K$. Za svaki vektor $v \in K$, prema (2), Σv su vektori elipse s poluosima

$\sigma_i e_i$. Konačno, matrica U rotira elipsu tako da e_i postaju u_i , stupci matrice U . Ovo je primjer simetrične matrice koja preslikava kružnicu u elipsu, čije su glavne osi vlastiti potprostori simetrične matrice.



Slika 2. Djelovanje matrice A u ravnini

Primjer 1.2.3. Singularnom dekompozicijom matrica

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -0.5 & 1 \\ -1 & -0.5 & 4 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & -0.5 & 1 \\ 1 & -0.5 & 0.25 \end{bmatrix},$$

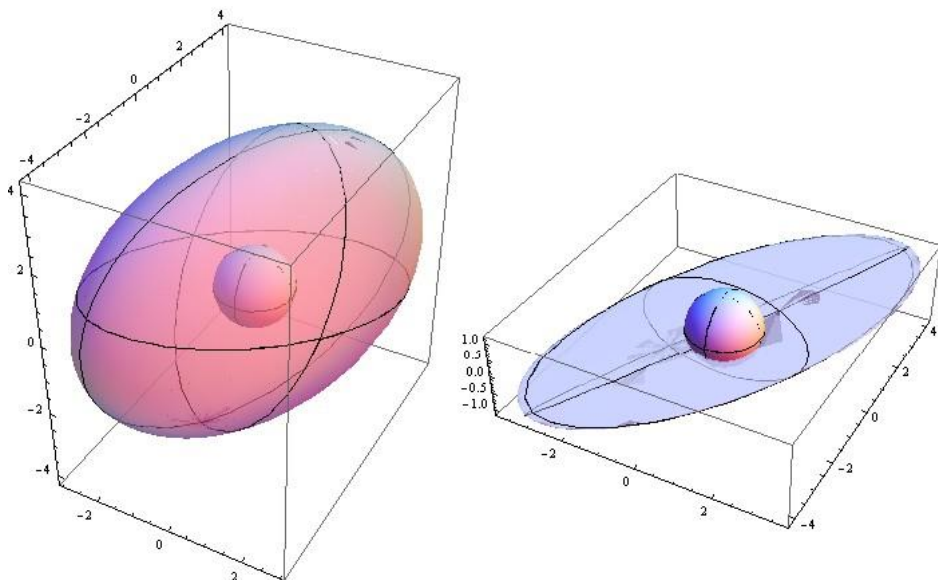
dobiju se singularne vrijednosti matrice A_1

$$\sigma_1 = 4.71535, \quad \sigma_2 = 4.14502, \quad \sigma_3 = 2.02095$$

i singularne vrijednosti matrice A_2

$$\sigma_1 = 5.34839, \quad \sigma_2 = 1.98897, \quad \sigma_3 = 0.0352517.$$

Elipsoidi nastali djelovanjem matrice A_1 i A_2 na jediničnu sferu S prikazani su na slici 3. Singularna vrijednost σ_3 matrice A_2 značajno je manja od ostale dvije, pa je elipsoid $A_2 \cdot S$ vidljivo spljošten.



Slika 3. Djelovanje matrice A_1 i A_2 na jediničnu sferu u \mathbb{R}^3

1.3. Primjena singularne dekompozicije matrice

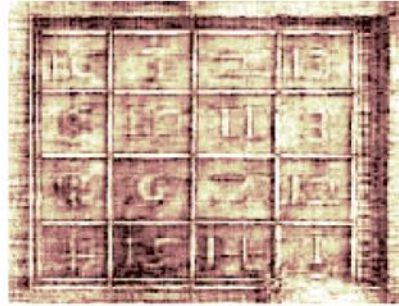
Ovdje su navedene neke primjene singularne dekompozicije matrica što je čini temeljnom, često korištenom, dekompozicijom u teoriji matrica s primjenama u raznim problemima numeričke linearne algebre.

Određivanje ranga matrice i numeričkog ranga matrice jedna je od važnijih primjena singularne dekompozicije matrice. Prema korolaru [5, str. 55–56], rang matrice jednak je broju singularnih vrijednosti matrice različitih od nule. Kako najbolje aproksimirati zadanu matricu pomoću matrice manjeg ranga? Ideja je odbaciti sve singularne vrijednosti koje su manje od nekog praga, potom se mogu odbaciti pripadni lijevi i desni singularni vektori i dobiva se aproksimacija nižeg ranga. Naime, mnogi teoremi u linearnoj algebri upravo koriste pojam ranga, no određivanje ranga nije jednostavan zadatak. Na primjer, računanje ranga matrice

Gaussovom metodom eliminacije u aritmetici konačne preciznosti, numerički nije stabilan algoritam.



$k = 359$



$k = 20$



$k = 1$



$k = 100$

Slika 4: Dürerov magični kvadrat

Primjer je obrada slike. Spremanje slike kodiranih boja u memoriju računala je spremanje $m \times n$ matrice, često velike dimenzije. Naime, digitalizirana slika je podijeljena na piksele ili kvadratiće, svaki prezentiran jednim brojem koji bilježi intenzitet svijetla u tom kvadratiću. Za slike visoke rezolucije matrice su velikih dimenzije pa se time zahtijeva i mn lokacija u memoriji. Potreba za memorijskim prostorom može se smanjiti primjenom SVD matrice. Za $m \times n$ matricu (sliku) A ranga k koristi se skraćena singularna dekompozicija kojom se dobiju matrice $U(1 : m, 1 : k)$, $V(1 : n, 1 : k)$ i $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$. Spremanje ovih podataka zahtijeva $k(m + n + 1)$ lokacija u memoriji, a to bi moglo biti manje od mn lokacija ako je $k \leq \min\{m, n\}$. Odbacivanjem malih singularnih vrijednosti, odnosno smanjivanjem broja k , smanjuje se rezolucija. Odabir broja k ovisi o odnosu između dovoljno dobre slike i količine spremljenih podataka. Primjena ovog postupka, smanjivanja ranga i primjene skraćene singularne dekompozicije

prikazana je na Slici 4. Slika magičnog kvadrata detalj je slike (grafike) *Melankolija I, Albrechta Dürera*⁴ i u MATLAB-u je učitana u dimenziji 359×371 . Sličan primjer slike klauna, dimenzije 200×320 , dan je u [2, str. 114–116].

Od važnijih primjena singularne dekompozicije matrice može se navesti još računanje inverza regularne matrice, računanje generaliziranog inverza matrice, računanje uvjetovanosti matrice, rješavanje problema najmanjih kvadrata. Nadalje, proučavanjem odnosa dvaju potprostora i pri tome korištenjem singularne dekompozicije, dobiju se odgovori na neka pitanja, kao što je pitanje udaljenosti potprostora, presjeka potprostora, te pitanje preklapanja rotiranjem potprostora. Singularna dekompozicija primjenjuje se kod rješavanja Procrustovog problema, odnosno registracije slike.

Primjer je registracija slike. Za dvije matrice $A, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ formirane iz podataka dva odvojena mjerenja u eksperimentu postavlja se pitanje njihovog preklapanja, odnosno optimalne aproksimacije, [8, str. 582]. Ortogonalni Prokrustov problem daje rješenje registracije slike kod neelastičnih transformacija koje je optimalno u smislu kvadratne pogreške. Registracija slike je problem analize slike jednog objekta raznim načinima snimanja, slike jednog objekta u različitim vremenskim trenucima, usporedba slike i modela, usporedba slika više objekata i slično. Problem se sastoji u određivanju geometrijske transformacije točaka, kojom se jedna slika preslikava u drugu.

Ovo pretpostavlja da je sadržaj dviju slika sličan u smislu da obje sadrže isti ili sličan objekt koji je eventualno rotiran, translatican ili izobličen elastičnom geometrijskom transformacijom, no u ovom posljednjem slučaju primjenjuju se neke druge metode. Primjena registracije slike i integracije podataka je na primjer prisutna u medicini, pri ispitivanju anatomskih i funkcionalnih malformacija tkiva te u urbanizmu, pri daljinskom snimanju Zemlje i drugdje.

2. Jacobijeve metode za računanje singularne dekompozicije

Jacobijeve⁵ metode su iterativne metode za računanje vlastitih vrijednosti i vlastitih vektora te singularnih vrijednosti i vektora zadane matrice. One se temelje na transformacijama zadane matrice pomoću Jacobijevih rotacija, odnosno ravninskih unitarnih transformacija, koje su birane tako da se izvandijagonalni dio matrice reducira na račun dijagonale.

⁴ Albrecht Dürer (1471.–1528.), njemački slikar.

⁵ Carl Gustaf Jacob Jacobi (1805.–1851.), njemački matematičar.

Jacobijevu metodu za spektralnu dekompoziciju uvodi Jacobi 1846. godine, a zadnjih 50 godina se razvijaju njezine različite varijante. No, tek razvojem računala, a time i mogućnošću efikasne implementacije na paralelnim računalima i dokazima o visokoj točnosti izračunatih vlastitih vrijednosti, Jacobijeve dijagonalizacijske metode izlaze iz sjene metoda baziranih na QR faktorizaciji, vidi [3]. Kasnije opisana Kogbetliantzova metoda za računanje singularne dekompozicije matrice može se shvatiti kao generalizacija klasične Jacobijeve metode za računanje vlastitih vrijednosti hermitske (simetrične) matrice. Ideja metode za rješavanje problema vlastitih vrijednosti simetrične matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je pronaći niz ortogonalnih matrica $U^{(0)}, U^{(1)}, U^{(2)}, \dots$, takvih da se počevši od $A^{(0)} \equiv A$ generira niz ortogonalno sličnih matrica $A^{(1)} = (U^{(0)})^T A^{(0)} U^{(0)}$, $A^{(2)} = (U^{(1)})^T A^{(1)} U^{(1)}$, $A^{(3)} = (U^{(2)})^T A^{(2)} U^{(2)}$, ..., $A^{(k+1)} = (U^{(k)})^T A^{(k)} U^{(k)}$, odnosno

$$A^{(k+1)} = (U^{(0)} U^{(1)} U^{(2)} \dots U^{(k)})^T A (U^{(0)} U^{(1)} U^{(2)} \dots U^{(k)}), k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

tako da matrice $A^{(k)}$ konvergiraju k dijagonalnoj matrici Λ kada $k \rightarrow \infty$. Iz sličnosti u relaciji (3) slijedi da matrice A i $A^{(k)}$ imaju iste vlastite vrijednosti. Odabirom ortogonalnih matrica, matrica rotacija danih relacijom (4) i redoslijedom njihovog djelovanja na matricu A , odnosno odabirom pivotne strategije, poništavaju se izvandijagonalni elementi od A . Poništeni elementi u prethodnom koraku mogu već u sljedećem koraku postati netrivialni, što pokazuje da svrha jednog koraka nije poništiti pivotne elemente, već je bitan krajnji cilj, a to je načiniti matricu $A^{(k+1)}$ "više" dijagonalnom nego što je to matrica $A^{(k)}$. Odstupanje matrice $A^{(k)}$ od dijagonalne forme mjeri se off normom, definiranom

$$\text{off}(A) = \|A\|_{\text{off}} = \|\Omega(A)\|_F = \|A - \text{diag}(A)\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}|^2},$$

gdje je $\|\cdot\|_F$ Frobeniusova norma, $\text{diag}(A) = \text{diag}(a_{11}, \dots, a_{nn})$ i $\Omega(A) = A - \text{diag}(A)$ izvandijagonalni dio matrice. Kriterij zaustavljanja iterativnog procesa, danog relacijom (3), je postizanje "dovoljno" dijagonalne iterirane matrice $A^{(k)}$ za neki k . Onda su dijagonalni elementi od $A^{(k)}$ dovoljno dobre aproksimacije vlastitih vrijednosti od A , a stupci produkta rotacija dovoljno dobre aproksimacije vlastitih vektora. Dakle, potrebno je osigurati konvergenciju nizova $(A^{(k)})$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{off}(A^{(k)}) = 0$, a to je moguće odabirom pivotne strategije, odnosno načinom izbora pivotnih parova (i_k, j_k) u ovisnosti o k . U praktičnom računanju za zadanu toleranciju $tol > 0$, postoji

gdje je V_k ortogonalna ravninska matrica, koja djeluje na i_k -te i j_k -te stupce matrice $A^{(k)}$. Pritom je za neko k

$$\begin{aligned}(V_k)_{ii} &= (V_k)_{jj} = \cos(\psi_k), \\ (V_k)_{ji} &= -(V_k)_{ij} = \sin(\psi_k).\end{aligned}\quad (6)$$

Svaka matrica V_k je oblika kao u relaciji (4),

$$V_k = R_{i_k, j_k}(\psi_k).$$

Ravnina (i_k, j_k) je ravnina razapeta vektorima e_{i_k} i e_{j_k} , što su i_k -ti i j_k -ti stupci jedinične matrice I_n . Odabir pivotnog para (i_k, j_k) izvršava se prema odabranoj pivotnoj strategiji, cikličkoj ili pak klasičnoj pivotnoj strategiji, koju je koristio i sam Jacobi. Kod klasične pivotne strategije, u matrici $A^{(k)}$, traži se onaj par stupaca kojemu skalarni produkt ima najveći modul. Dakle, u k -tom koraku ($k \geq 0$), pivotni par (i_k, j_k) odabire se tako da vrijedi $|(a_{i_k}^{(k)})^T a_{j_k}^{(k)}| = \max_{l < m} |(a_l^{(k)})^T a_m^{(k)}|$, ovdje je $a_l^{(k)}$ oznaka za l -ti stupac matrice $A^{(k)}$. Jedan korak jednostranog Jacobijevog algoritma može se predočiti na slijedeći način

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & c_{\psi_k} & & -s_{\psi_k} & \\ & & & 1 & & \\ & & s_{\psi_k} & & c_{\psi_k} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \end{bmatrix},$$

pri čemu su c_{ψ_k}, s_{ψ_k} redom $\cos(\psi_k), \sin(\psi_k)$, zatim \bullet elementi su matrice $A^{(k)}$ na koje će djelovati matrica V_k i $*$ elementi su matrice $A^{(k+1)}$ koji su izmijenjeni u k -tom koraku. Uz odabir kuta ψ_k može se postići da dva stupca označena s $*$ postanu ortogonalana. Jacobijevom metodom se ortogonaliziraju stupci iterirane matrice. Ako se izdvoje elementi rotacije kao u relaciji (6) i stupci $A^{(k)} = [a_1^{(k)}, \dots, a_n^{(k)}]$ iz stupčane particije matrice $A^{(k)}$, $k \geq 0$, na kojima se događa promjena, onda se iteracije Jacobijevog

algoritma (5) mogu promatrati na podmatricama tipa $m \times 2$, na sljedeći način

$$\begin{bmatrix} a_{i_k}^{(k+1)} & a_{j_k}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{i_k}^{(k)} & a_{j_k}^{(k)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi_k) & -\sin(\psi_k) \\ \sin(\psi_k) & \cos(\psi_k) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

ili kraće

$$\tilde{A}^{(k+1)} = \tilde{A}^{(k)} \tilde{V}_k.$$

Kako je spomenuto, kut ψ_k se bira tako da ortogonalizira pivotne stupce matrice $A^{(k)}$, tj. da vrijedi

$$(a_{i_k}^{(k+1)})^T a_{j_k}^{(k+1)} = 0. \quad (8)$$

Može se pokazati da uvjet (8) osigurava maksimalnu redukciju izvandijagonalnih elemenata matrice $(A^{(k+1)})^T A^{(k+1)}$ prema off-normi

$$\text{off}^2 \left((A^{(k+1)})^T A^{(k+1)} \right) = \text{off}^2 \left((A^{(k)})^T A^{(k)} \right) - 2 \left| (a_{i_k}^{(k)})^T a_{j_k}^{(k)} \right|^2, \\ k \geq 0.$$

Slijede izvodi formula za kut ψ_k , pa radi jednostavnosti zapisa, može se izostaviti oznaka za korak metode k i uvesti oznake

$$\begin{aligned} a'_i &= a_{i_k}^{(k+1)} & s_\psi &= \sin(\psi_k) \\ a'_j &= a_{j_k}^{(k+1)} & c_\psi &= \cos(\psi_k) \\ & & t_\psi &= \tan(\psi_k). \end{aligned}$$

Uz novu notaciju i uz uvjet (8), relacija (7) može se zapisati kao

$$\begin{bmatrix} a'_i & a'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & a_j \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_\psi & -s_\psi \\ s_\psi & c_\psi \end{pmatrix} \quad (9)$$

ili $\tilde{A}' = \tilde{A} \tilde{V}$. Ako skalarni produkt stupaca a_i i a_j nije jednak nuli, kut ψ će biti netrivialan i nakon transformacije $\tilde{A} \rightarrow \tilde{A}'$ će vrijediti

$$(a'_i | a'_j) = 0. \quad (10)$$

Relacija (10), po definiciji skalarnog produkta za vektore, može se zapisati

$$(a'_i | a'_j) = \sum_{l=1}^m a'_{li} \cdot a'_{lj} = 0,$$

te se dobiva

$$\begin{aligned}
 (a'_i|a'_j) &= (a_i c_\psi + a_j s_\psi | -a_i s_\psi + a_j c_\psi) \\
 &= -(a_i|a_i) c_\psi s_\psi - (a_j|a_i) s_\psi^2 + (a_i|a_j) c_\psi^2 + (a_j|a_j) c_\psi s_\psi \quad (11) \\
 &= (\|a_j\|^2 - \|a_i\|^2) c_\psi s_\psi - (a_j|a_i) s_\psi^2 + (a_i|a_j) c_\psi^2.
 \end{aligned}$$

Primjenom formula za sinus i kosinus dvostrukog kuta, i odabirom kuta rotacije ψ iz intervala $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, iz (11) dobiva se

$$\begin{aligned}
 (\|a_i\|^2 - \|a_j\|^2) \frac{1}{2} \sin(2\psi) &= (a_i|a_j)(c_\psi^2 - s_\psi^2), \\
 \tan(2\psi) &= \frac{2(a_i|a_j)}{\|a_i\|^2 - \|a_j\|^2}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

S obzirom da se transformacija preskače ako je $(a_i|a_j) = 0$, za računanje se mogu odabrati formule

$$\begin{aligned}
 \cot(2\psi) &= \frac{\|a_i\|^2 - \|a_j\|^2}{2(a_i|a_j)}, \\
 t_\psi &= \frac{\text{sign}(\cot(2\psi))}{|\cot(2\psi)| + \sqrt{1 + \cot^2(2\psi)}}.
 \end{aligned}$$

Sada se lako izračunaju c_ψ i s_ψ primjenom formula

$$c_\psi = \frac{1}{\sqrt{1 + t_\psi^2}}, \quad s_\psi = \frac{t_\psi}{\sqrt{1 + t_\psi^2}} = t_\psi \cdot c_\psi.$$

Jednostrani Jacobijev algoritam za računanje singularne dekompozicije matrice ekvivalentan je simetričnom Jacobijevom algoritmu primijenjenom na matricu $A^T A$.

Uz već ranije navedeno u (5) neka je

$$H^{(k)} = (A^{(k)})^T A^{(k)}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Za odgovarajuću pivotnu strategiju dobiva se konvergentan proces. Dakle, niz matrica $(A^{(k)})^T A^{(k)}$ konvergira ka dijagonalnoj matrici

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \lim_{k \rightarrow \infty} H^{(k)}.$$

Postoji konvergentan podniz $(V^{(k_i)}, i = 0, 1, \dots)$ niza $(V^{(k)}, k = 0, 1, \dots)$ tako da vrijedi

$$V_{\infty} = \lim_{i \rightarrow \infty} V^{(k_i)}, \quad A_{\infty} \stackrel{\text{def}}{=} AV_{\infty}, \quad A_{\infty}^T A_{\infty} = V_{\infty}^T H^{(0)} V_{\infty} = \Lambda.$$

Neka je

$$A_{\infty} = Q\Sigma, \quad ,$$

QR faktorizacija matrice A_{∞} , pri čemu je $Q^T Q = Q Q^T = I$, $\Sigma^T \Sigma = \Lambda$.

Slijedi da je $A = Q\Sigma V_{\infty}^T$ singularna dekompozicija matrice A .

Metodom se računaju singularne vrijednosti i singularni vektori s visokom relativnom točnošću pod uvjetom da se matrica može dobro skalirati zdesna ili slijeva, vidi [3]. Radi smanjenja računskih operacija, korisno je načiniti QR faktorizaciju početne pravokutne matrice A , kada je $m \gg n$, čime se dobije gornjetrokutasta matrica manje dimenzije $n \times n$ na koju se onda primijeni Jacobijeva metoda. O bržem i točnijem računanju SVD matrice vidi u [13] i [14], gdje je pokazano da je trokutasta matrica iz QR faktorizacije s pivotiranjem stupaca dobroponašajuća i time se Jacobijeva metoda može poboljšati u smislu brzine (postaje brža nego QR metoda), pouzdana je i relativno točna.

U kratko, dobre strane metode su te da je vrlo točna, jednostavna, brza, pogodna za paralelno procesiranje, može se provoditi po bilo kojoj pivotnoj strategiji. Nedostaci su ti da ne čuva trokutastu formu matrice i početnu skoro dijagonalnu matricu. Ako se provodi na pravokutnoj matrici, loša strana je izvršavanje velikog broja računskih operacija, jer u svakom koraku računa skalarni produkt vektora duljine m . Loša strana je i problem kriterija zaustavljanja. Naime, proces se zaustavlja kada su stupci "dovoljno" ortogonalni. Svaka provjera ortogonalnosti stupaca matrice $A^{(k)}$ traži računanje njihovih skalarnih produkata, što značajno povećava broj računskih operacija.

2.2. Dvostrana Jacobijeva (Kogbetliantzova) metoda

Kogbetliantzova metoda je dvostrana Jacobijeva metoda za računanje singularne dekompozicije kvadratnih matrica. Naziva se Kogbetliantzova metoda jer je 1954. E.G.Kogbetliantz⁶ dao prve rezultate vezane uz tu metodu. U [10] je dan Kogbetliantzov algoritam primijenjen na trokutastu matricu, nakon QR faktorizacije s pivotiranjem stupaca početne matrice.

Neka je $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ opća kvadratna matrica. Kogbetliantzova metoda je iterativni proces kojim se generira niz matrica $A^{(k)}$ na način

⁶ Ervand George Kogbetliantz (1888.-1974.), armenski (američki) matematičar. Njegov rad bio je usmjeren na proučavanje beskonačnih nizova, teoriju ortogonalnih polinoma, računalne algoritme elementarnih funkcija te na algoritam za računanje SVD koji je po njemu i nazvan.

$$\begin{aligned}
 A^{(0)} &= A & U^{(0)} &= I_n & V^{(0)} &= I_n & k \geq 0, \\
 A^{(k+1)} &= U_k^* A^{(k)} V_k & U^{(k+1)} &= U^{(k)} U_k & V^{(k+1)} &= V^{(k)} V_k &
 \end{aligned} \tag{14}$$

gdje su U_k i V_k unitarne ravninske matrice, koje djeluju na i_k -te i j_k -te retke i stupce matrice $A^{(k)}$. Daljnje razmatranje biti će ograničeno na realne matrice, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Matrice U_k i V_k definirane su relacijom

$$U_k = R_{i_k, j_k}(\varphi_k), \quad V_k = R_{i_k, j_k}(\psi_k),$$

gdje je $R_{i_k, j_k}(\theta_k)$ rotacija, iz relacije (4), u (i_k, j_k) ravnini u \mathbb{R}^n , te je

$$\begin{aligned}
 (U_k)_{ii} &= (U_k)_{jj} = \cos(\varphi_k), \\
 (U_k)_{ji} &= -(U_k)_{ij} = \sin(\varphi_k), \\
 (V_k)_{ii} &= (V_k)_{jj} = \cos(\psi_k), \\
 (V_k)_{ji} &= -(V_k)_{ij} = \sin(\psi_k).
 \end{aligned} \tag{15}$$

Ravnina (i_k, j_k) je razapeta vektorima e_{i_k} i e_{j_k} , koji su stupci jedinične matrice I_n . Jedan korak Kogbetliantzovog algoritma može se predočiti na 6×6 matrici na sljedeći način

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & c_{\varphi_k} & & s_{\varphi_k} & \\ & & & 1 & & \\ & & -s_{\varphi_k} & & c_{\varphi_k} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & c_{\psi_k} & & -s_{\psi_k} & \\ & & & 1 & & \\ & & s_{\psi_k} & & c_{\psi_k} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

pri čemu su $c_{\varphi_k}, c_{\psi_k}$ redom $\cos(\varphi_k), \cos(\psi_k)$, zatim $s_{\varphi_k}, s_{\psi_k}$ redom $\sin(\varphi_k), \sin(\psi_k)$, \bullet elementi su matrice $A^{(k)}$ na koje će djelovati matrice U_k i V_k , i dati

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ * & * & * & * & 0 & * \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \\ * & * & 0 & * & * & * \\ \bullet & \bullet & * & \bullet & * & \bullet \end{bmatrix},$$

pri čemu su $*$ elementi matrice $A^{(k+1)}$ koji su izmijenjeni u ovom koraku. Odabir pivotnog para (i_k, j_k) izvršava se npr. prema odabranoj redčanoj ili stupčanoj cikličkoj pivotnoj strategiji. Prijelaz $A^{(k)} \rightarrow A^{(k+1)}$, iz relacije (14), je k -ti korak metode, koji je dvostrana ortogonalna transformacija s

ravninskim rotacijama, gdje su obje rotacije definirane istim pivotnim parom.

Kogbetliantzova metoda je globalno konvergentna ako za opću početnu $n \times n$ matricu A dobiveni niz matrica $A^{(k)}$ konvergira prema dijagonalnoj matrici. Asimptotski, konvergencija je kvadratična ako postoji $c > 0$ takav da za svaki $N \geq 0$ vrijedi

$$\text{off}(A^{(N+1)}) \leq c \cdot \text{off}^2(A^{(N)}).$$

Za odgovarajuću pivotnu strategiju dobiva se konvergentan proces. Granična vrijednost niza $(A^{(k)}, k \geq 0)$, je dijagonalna matrica Σ iz singularne dekompozicije matrice A , $A = U\Sigma V^T$. Dakle, ideja metode je generiranje niza matrica $(A^{(k)}, k \geq 0)$ koji konvergira ka dijagonalnoj matrici,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^{(k)} = \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n).$$

Isto tako postoji konvergentan podniz $(V^{(k_i)}, i = 0, 1, \dots)$ niza $(V^{(k)}, k \geq 0)$ tako da vrijedi $V = \lim_{i \rightarrow \infty} V^{(k_i)}$. Jedna od unitarnih matrica, u ovom slučaju U , može se izračunati iz matrice jednadžbe te su time izračunati svi faktori singularne dekompozicije, $A = U\Sigma V^T$.

Proučavanje algoritama za rješavanje nekog problema, konkretno je to ovdje računanje singularne dekompozicije matrice, nužno sa sobom nosi problem točnosti izračunatih vrijednosti. Naime, različiti algoritmi koji u egzaktnoj aritmetici daju isti rezultat, ne moraju dati isti ili jednako točan rezultat u konačnoj aritmetici koju koristi računalo. Implementacija Jacobijevе metode u aritmetici konačne preciznosti nosi sa sobom osim greške nastale uzimanjem konačnog dijela konvergentnog niza i grešku zaokruživanja u svakoj operaciji provedbe algoritma. Jacobijeva transformacija se ne može odrediti egzaktno, niti se može egzaktno primjeniti. Naime, u svakom koraku umjesto matrice $A^{(k)}$ tu je matrica $A^{(k)} + \delta A^{(k)}$, a umjesto matrice $V^{(k)}$ matrica $V^{(k)} + \delta V^{(k)}$ i greška zaokruživanja nastala kod množenja matrica. U [13, 14] dani su najnoviji rezultati točnosti dvostrane Jacobijevе metode ili Kogbetliantzove metode za računanje singularne dekompozicije kvadratne matrice. Iako je definirana i za opće matrice, ta metoda postaje efikasna tek nakon redukcije opće matrice na trokutasti oblik, što je rezultat manjeg broja računanja u konačnoj aritmetici. Primjenom metode dobiva se niz unitarno ekvivalentnih matrica $A^{(k)}, k \geq 0$, gdje je $A^{(0)} = A$ polazna matrica. Što je k veći to je matrica $A^{(k)}$ bliža dijagonalnoj, pa počevši od nekog $k_0 \geq 0$ dobiva se niz skoro dijagonalnih matrica u određenom smislu. Općenito, na početnoj matrici A tipa $m \times n$, $m > n$, da bi se ubrzalo računanje, prirodno je svesti faktor A na trokutastu matricu. U [4] je pokazano da se QR faktorizacijom s pivotiranjem stupaca početne matrice A , ne samo skraćuje računanje, nego i poboljšava točnost dobivenih singularnih vrijednosti. QR faktorizacija koja se koristi za

dobivanje trokutaste matrice, ne kviri informaciju o najmanjim singularnim vrijednostima i vektorima, kao što to čine metode temeljene na bidijagonalizaciji. Zato se promatra Kogbetliantzova metoda na trokutastim matricama, što znatno pojednostavljuje metodu, te ona postaje efikasnija i kvadratično konvergentna. Ide li se korak dalje, mogu se proučavati i skalirane dijagonalno dominantne trokutaste matrice. Naime, u radovima [9, 11] dokazani su prvi rezultati o točnosti Kogbetliantzove metode, upravo za

$n \times n$ skalirano dijagonalno dominantne trokutaste matrice. Prema [12, 13] takve skalirano dijagonalno dominantne matrice dobro se ponašaju pri računanju singularnih vrijednosti. Dobro-ponašajuće matrice su one matrice koje nakon odgovarajućeg skaliranja imaju malu uvjetovanost. Naime, ako ta mala uvjetovanost ulazi u ocjene perturbacija, postiže se relativna točnost izračunatih singularnih vrijednosti. Cilj numeričkog testiranja je potvrditi očekivano, odnosno da će singularne vrijednosti primjenom Jacobijeve metode biti izračunate s visokom relativnom točnošću. Za malo modificirani algoritam, metoda postaje relativno točna, te računa najmanje singularne vrijednosti i vektore onoliko točno koliko to matrica omogućuje. Uz kombinaciju poboljšane analize grešaka zaokruživanja i teorema o perturbaciji singularnih vrijednosti skaliranih dijagonalno dominantnih matrica, koji je dan u [13], dobivene su vrlo oštre ograde za relativne greške izračunatih singularnih vrijednosti.

3. Primjer

Na trokutastu matricu G reda n , primijenjena je standardna MATLAB-ova funkcija $[U, S, V] = \text{svd}(G)$ i algoritam KOGB, implementirani Jacobijev algoritam, za računanje singularnih vrijednosti i singularnih vektora zadane matrice. Rezultati su ispisani u drugom i trećem stupcu tablica danih primjera. U prvom stupcu ispisane su singularne vrijednosti koje se smatraju točnima, a dobivene su korištenjem aritmetike računala (vpa⁷) koja omogućuje računanje $\text{svd}(G)$ na d decimala. Ovdje je se računalo s $d = 200$,

`digits(200), exact=vpa(svd(sym(G))), double(exact).`

Relativne greške izračunatih singularnih vrijednosti $\tilde{\sigma}_i$, dobivene iz $|\tilde{\sigma}_i - \sigma_i|/\sigma_i$, za algoritam KOGB i za funkciju svd , ispisane su u četvrtom i petom stupcu tablica danih primjera. Zadana matrica G je dobro-ponašajuća matrica ako nakon simetričnog skaliranja matricom D , $B = DGD$, ima malu uvjetovanost. Također, promatra se norma izvandijagonalnog dijela skalirane matrice da bi se mogla načiniti usporedba s rezultatima iz teorije.

⁷ engl. variable precision arithmetic

Za slučaj dobro-ponašajuće matrice G , MATLAB-ova funkcija svd , koja se bazira na bidijagonalizaciji i QR metodi, računa male singularne vrijednosti s niskom relativnom točnošću. U prvom primjeru testiranje je načinjeno na skalirano dijagonalno dominantnoj trokutastoj matrici reda 5, a u drugom primjeru na općoj trokutastoj matrici reda 5. Na oba primjera dokazana je relativna točnost izračunatih singularnih vrijednosti primjenom KOGB algoritma.

Primjer 3.1. *Trokutasta matrica G reda 5,*

$$G = \begin{bmatrix} 3.9811 \cdot 10^{-37} & -6.5378 \cdot 10^{-32} & -5.7417 \cdot 10^{-26} & -9.8771 \cdot 10^{-20} & -1.7122 \cdot 10^{-13} \\ 0 & 7.4989 \cdot 10^{-25} & -3.2060 \cdot 10^{-20} & 1.0400 \cdot 10^{-14} & 2.5439 \cdot 10^{-08} \\ 0 & 0 & 1.4125 \cdot 10^{-12} & 2.9671 \cdot 10^{-08} & -1.1802 \cdot 10^{-01} \\ 0 & 0 & 0 & 2.6607 \cdot 10^{+00} & 1.3329 \cdot 10^{+04} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \cdot 10^{+12} \end{bmatrix}.$$

Zadana matrica G je dobro-ponašajuća matrica jer nakon simetričnog skaliranja matricom $D = \text{diag}(G)$, $B = D^{-\frac{1}{2}}GD^{-\frac{1}{2}}$, ima malu uvjetovanost i vrijedi

$$\kappa_2(G) = \|G\|_2 \|G^{-1}\|_2 \approx 1.2589 \cdot 10^{49}, \quad \kappa_2(B) = \|B\|_2 \|B^{-1}\|_2 \approx 1.2382,$$

a norma izvandijagonalnog dijela skalirane matrice $\alpha_0 = \|B - I_5\|_2 \approx 0.21083$.

točne singularne vrijednosti	svd	KOGB	$E_{rel}(svd)$	$E_{rel}(KOGB)$
$5.011872336272716 \cdot 10^{+12}$	$5.0119 \cdot 10^{+12}$	$5.0119 \cdot 10^{+12}$	$1.9485 \cdot 10^{-16}$	0
$2.660725059798793 \cdot 10^{+00}$	$2.6607 \cdot 10^{+00}$	$2.6607 \cdot 10^{+00}$	0	0
$1.412537544622750 \cdot 10^{-12}$	$1.4125 \cdot 10^{-12}$	$1.4125 \cdot 10^{-12}$	$8.4497 \cdot 10^{-11}$	$1.4297 \cdot 10^{-16}$
$7.498942093324586 \cdot 10^{-25}$	$3.2509 \cdot 10^{-17}$	$7.4989 \cdot 10^{-25}$	$4.3351 \cdot 10^{+07}$	0
$3.981071705534971 \cdot 10^{-37}$	$3.9811 \cdot 10^{-37}$	$3.9811 \cdot 10^{-37}$	$3.7764 \cdot 10^{-15}$	0

Primjer 3.2. *Trokutasta matrica G reda 5,*

$$G = \begin{bmatrix} 1.0000 \cdot 10^{+12} & -1.1368 \cdot 10^{+15} & -5.4533 \cdot 10^{+14} & -9.0308 \cdot 10^{+14} & -1.0296 \cdot 10^{+15} \\ 0 & 3.1622 \cdot 10^{+03} & -4.4221 \cdot 10^{+05} & -5.1468 \cdot 10^{+05} & -1.7780 \cdot 10^{+06} \\ 0 & 0 & 9.9999 \cdot 10^{-06} & -1.2625 \cdot 10^{-03} & -3.6412 \cdot 10^{-03} \\ 0 & 0 & 0 & 3.1623 \cdot 10^{-14} & -3.7620 \cdot 10^{-12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \cdot 10^{-22} \end{bmatrix}.$$

Zadana matrica G je skalirana s lijeva matricom $D = \text{diag}(G)$, $B = D^{-1}G$, i vrijedi

$$\kappa_2(G) = \|G\|_2 \|G^{-1}\|_2 \approx 4.6109 \cdot 10^{46},$$

$$\kappa_2(B) = \|B\|_2 \|B^{-1}\|_2 \approx 4.7921 \cdot 10^{12},$$

a norma izvandijagonalnog dijela skalirane matrice je $\alpha_0 = \|B - I_5\|_2 \approx 1.9349 \cdot 10^3$.

točne singularne vrijednosti	svd	KOGB	$E_{rel}(svd)$	$E_{rel}(KOGB)$
$1.861612788098755 \cdot 10^{+15}$	$1.8616 \cdot 10^{+15}$	$1.8616 \cdot 10^{+15}$	$1.3429 \cdot 10^{-16}$	$1.3429 \cdot 10^{-16}$
$1.330519310186274 \cdot 10^{+06}$	$1.3305 \cdot 10^{+06}$	$1.3305 \cdot 10^{+06}$	$1.7499 \cdot 10^{-16}$	$1.7499 \cdot 10^{-16}$
$9.230563758739433 \cdot 10^{-04}$	$9.2305 \cdot 10^{-04}$	$9.2305 \cdot 10^{-04}$	0	$2.3491 \cdot 10^{-16}$
$1.083335341191562 \cdot 10^{-12}$	$1.0833 \cdot 10^{-12}$	$1.0833 \cdot 10^{-12}$	$9.3206 \cdot 10^{-15}$	$3.7282 \cdot 10^{-16}$
$4.037367909497149 \cdot 10^{-32}$	$4.0373 \cdot 10^{-32}$	$4.0373 \cdot 10^{-32}$	$1.1658 \cdot 10^{-10}$	$2.7115 \cdot 10^{-16}$

4. Zaključak

Tema ovog rada pripada području matricnih algoritama, preciznije teoriji dijagonalizacijskih metoda za računanje singularne dekompozicije općih matrica. Ovdje je osnovni cilj opisati Jacobijevu metodu za računanje singularne dekompozicije matrice te samo spomenuti i kratko se osvrnuti na teoriju perturbacija i rezultate točnosti Kogbetliantzove metode za računanje singularne dekompozicije kvadratne matrice. Iz navedene literature i osobnog rada, a na temelju numeričkog testiranja algoritama, potvrđuju se rezultati relativne točnosti Kogbetliantzove metode i potvrđuje pretpostavka da metode temeljene na bidijagonalizaciji općenito nisu točne na klasi dobro-ponašajućih matrica. U prvom dijelu rada definirana je singularna dekompozicija matrica i dana geometrijska interpretacija spomenute matricne transformacije koristeći programski alat MATLAB. Zatim su navedene neke primjene singularne dekompozicije matrice uz nekoliko primjera.

Drugi dio rada sadrži opis jednostrane Jacobijeve metode uz osvrt na karakteristike vezane za pouzdanost i brzinu metode. Također, analogno jednostranoj, kratko je opisana dvostrana Jacobijeva metoda ili Kogbetliantzova metoda.

Na kraju, koristeći programerski alat MATLAB, dana su dva primjera. Primjerima su prikazani rezultati numeričkog testiranja algoritma KOGB, što je implementacija Kogbetliantzove metode za $n \times n$ trokutaste matrice i standardne MATLAB-ove funkcije *svd* za računanje singularnih vrijednosti i singularnih vektora zadane matrice. Bidijagonalizacija nije stabilna jer u konačnoj aritmetici može posve promijeniti najmanje singularne vrijednosti i pripadne vektore, čime su potvrđeni rezultati o relativnoj točnosti Kogbetliantzove metode.

Literatura

- [1] B.N. Datta, *Numerical Linear Algebra and Applications*, SIAM, Philadelphia, 2010.
- [2] J.W. Demmel, *Applied Numerical Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, 1997.

- [3] J.W. Demmel, K. Veselić, *Jacobi's Method is more Accurate than QR*. SIAM J. Matrix Anal. Appl. 13: 1204–1245 (1992).
- [4] Z. Drmač, *Computing the Singular and the Generalized Singular Values*, Dissertation zur Erlangung des Grades Dr.rer.nat. des Fachbereichs Mathematik der FernUniversität-Gesamthochschule Hagen, Hagen, 1994.
- [5] Z. Drmač, V. Hari, M. Marušić, M. Rogina, S. Singer, S. Singer, *Numerička analiza*, Matematički odjel PMF-a, Zagreb, 2003.
- [6] Z. Drmač, K. Veselić, *New fast and accurate Jacobi SVD algorithm I*. LAPACK Working Note 169, 2005.
- [7] Z. Drmač, K. Veselić, *New fast and accurate Jacobi SVD algorithm II*. LAPACK Working Note 170 2005.
- [8] G.H. Golub, C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore-London, 1993.
- [9] V. Hari, J. Matejaš, *Accuracy of two SVD Algorithms for 2x2 Triangular Matrices*. Applied Mathematics and Computation. 210(1):232–257 (2006).
- [10] V. Hari, K. Veselić, *On Jacobi methods for singular value decompositions*. SIAM J. Sci. Stat. Vol. 8, No. 5: 741–754 (1987).
- [11] V. Hari, J. Matejaš, *Quadratic Convergence of Scaled Iterates by Kogbetliantz Method*. Computing [Suppl] 16: 83–105 (2003).
- [12] J. Matejaš, V. Hari, *Scaled Almost Diagonal Matrices with Multiple Singular Values*. ZAMM Vol. 78 No. 2: 121–131 (1997).
- [13] J. Matejaš, V. Hari, *Relative Eigenvalue and Singular Value Perturbations of Scaled Diagonally Dominant Matrices*, BIT Numerical Mathematics 48(4), 769–781 (2008).
- [14] Matejaš J., Hari V. *Accuracy of the Kogbetliantz Method for Scaled Diagonally Dominant Triangular Matrices*. Applied Mathematics and Computation. 217(8):3726–3746 (2010).
- [15] R.A. Horn, C.R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [16] R.A. Horn, C.R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [17] I. Radošević, *Stabilnost Kogbetliantzove metode za trokutaste matrice*, Magistarski rad, Matematički odjel PMF-a, Zagreb, 2010.
- [18] G.W. Stewart, *On the Early History of the Singular Value Decomposition*, SIAM Review, Vol.35., No.4, pp. 551–566, 1993.

MULTIGRID METODE

MULTIGRID METHODS

Melita Štefan Trubić*

Sažetak

Multigrid metode originalno su razvijene za numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi, posebno eliptičkih kao što je Poissonova. Takve se jednadžbe numerički rješavaju uvođenjem diskretizacije, čime se problem svodi na sustav linearnih jednadžbi za vrijednosti rješenja u izabranim točkama mreže. Pripadajuće matrice sustava često imaju posebna svojstva koja direktne metode za rješavanje sustava linearnih jednadžbi samo djelomično iskorištavaju. Za razliku od njih, iterativne metode za rješavanje takvih sustava koriste svojstva kao što su pravilan poredak netrivialnih elemenata, rijetka popunjenost, simetričnost ili pozitivna definitnost, i to im daje veliku prednost. Osnovu multigrid metoda čine iterativne metode koje primijenjene na grešku imaju svojstvo izgladivanja. To svojstvo, zajedno s činjenicom da se uvođenjem grublje mreže može učinkovito izvršiti korekcija aproksimacije rješenja, formira strukturu ciklusa na dvije mreže koja predstavlja dobar temelj za uvođenje multigrid metode. Proširenje te metode je potpuni multigrid koji koristi niz različitih operatora i mreža koje, uz odgovarajuću dinamiku izmjene, brzo rješavaju diskretni problem. U ovom će radu biti predstavljeni osnovni elementi multigrid metode, njene različite sheme i odgovarajući algoritmi. Metoda multigrida primijenit će se na odabranom numeričkom primjeru i dati usporedba brzine njezine konvergencije u odnosu na klasične iterativne metode.

Ključne riječi: multigrid, iterativne metode, sustavi linearnih jednadžbi, eliptičke parcijalne diferencijalne jednadžbe

Abstract

Originally, multigrid methods have been developed to solve numerical boundary value problems, especially of elliptic types such as the Poisson equation. Such equations are solved numerically by using the appropriate discretizations. In this way a system of linear equations associated to the values of the solution at the chosen grid points is obtained. The corresponding matrices of the systems often have special properties

* Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Katedra za primijenjenu matematiku, Vukovarska 58, Rijeka, Hrvatska
E-mail: mstefan@riteh.hr

which are only partially exploited in direct methods for solving linear systems, like the Gaussian eliminations. On the other hand, iterative methods for solving these systems use properties such as regular ordering of the nontrivial elements, sparse, symmetry or positive definite properties. Therefore, they are of a great advantage over the direct ones. The basics of the multigrid methods are iterative methods, and when applied on the error, they have a smoothing property. This property, along with the fact that introducing a coarse grid can make efficient correction of the approximation of the solution, forms a structure of the two-grid cycle. That is a good foundation for introducing the concept of both multigrid methods and full multigrid which use a sequence of various operators and grids, which quickly solve discrete problem, with a proper switching. In this work the basic elements of multigrid methods, the different schemes and the appropriated algorithms are presented. Multigrid methods on the particular numerical example of elliptic partial differential equations are applied and comparison of the speed of its convergence with the respect to the classical iterative methods is presented.

Key words: *multigrid, iterative methods, system of linear equations, elliptic partial differential equations*

1. Uvod

Multigrid metode originalno su razvijene za numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi. Iako se takve metode danas mogu primijeniti na probleme u različitim područjima, najučinkovitije su upravo u rješavanju linearnih sustava dobivenih diskretizacijom eliptičkih parcijalnih diferencijalnih jednačbi.

Na sustave linearnih jednačbi općenito se mogu primijeniti klasične iterativne metode, kao što su Jacobijeva i Gauss-Seidelova metoda. No, njihov je nedostatak što im se konvergencija usporava porastom broja točaka mreže n . To se posebno odnosi na direktnu metodu, kao što su npr. Gaussove eliminacije, koja je pogodna za sustave linearnih jednačbi malih dimenzija. Naime, kod iterativnih metoda broj iteracija potrebnih za postizanje određene točnosti raste s brojem točaka mreže, odnosno nepoznanica. S obzirom da se povećanjem broja nepoznanica n , povećava i broj aritmetičkih operacija po iteraciji, ukupno vrijeme računanja je kod Jacobijeve i Gauss-Seidelovu metode proporcionalno s n^2 , a kod Gaussovih eliminacija s n^3 .

Primjenom multigrid metoda moguće je zadržati zahtijevani broj iteracija neovisnim o koraku mreže i ključno je da će pri tome vrijeme računanja rasti proporcionalno s n . Upravo činjenica da brzina konvergencije multigrid metoda ne ovisi o finoći diskretizacije čini navedenu metodu optimalnom iterativnom metodom; vidi [1]. Unatoč sporijoj konvergenciji, direktna metoda i iterativne metode ipak imaju

određena dobra svojstva, međusobno komplementarna, koja multigrid metoda koristi i uspješno povezuje u vrlo učinkovit postupak. Osnove multigrid metoda opisane su u poglavlju 2, a zatim su u poglavlju 3 metode primijenjene na dva test primjera.

2. Ideja multigrida i osnovni algoritmi

Osnovna ideja multigrid metode bit će objašnjena najprije na najjednostavnijem slučaju s dvije mreže, a zatim će se uvesti proširenje na niz mreža. Mnogi problemi u fizici mogu se modelirati eliptičkim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama. Najjednostavnija i najčešća takva jednadžba je Poissonova jednadžba s Dirichletovim rubnim uvjetom oblika

$$Lu = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y) \text{ na domeni } \Omega \subseteq \mathbf{R}^2, \quad (1)$$

$$u(x, y) = 0, \text{ na rubu } \partial\Omega \text{ domene,}$$

pri čemu je L Laplaceov operator $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $f = f(x, y)$ zadana neprekidna funkcija definirana na Ω i $u = u(x, y)$ traženo rješenje. Zbog jednostavnosti za domenu će se uzeti jedinični kvadrat $\Omega = (0, 1)^2$.

Problem (1) će se diskretizirati uvođenjem uniformne mreže $\Omega_h = \{(x_i, y_j) = (ih, jh) : i, j = 0, 1, 2, \dots, n+1\}$ koraka $h = \frac{1}{n+1}$, pri čemu je $n+1$ parni prirodni broj. Zamijenom parcijalnih derivacija u (1) s *centralnim konačnim razlikama* drugog reda dobiva se sustav linearnih jednadžbi oblika

$$\frac{-u_{i-1,j} + 2u_{ij} - u_{i+1,j}}{h^2} + \frac{-u_{i,j-1} + 2u_{ij} - u_{i,j+1}}{h^2} = f_{ij}, \quad (2)$$

$$u_{ij} = 0, \text{ za } i=0 \text{ ili } i=n+1 \text{ ili } j=0 \text{ ili } j=n+1,$$

pri čemu se oznaka u_{ij} odnosi na aproksimaciju točne vrijednosti $u(x_i, y_j)$, i $f_{ij} = f(x_i, y_j)$. Uz leksikografski poredak po i , nepoznanice i -tog retka mreže mogu se predstaviti u obliku vektora $\mathbf{u}_i = (u_{i,1}, \dots, u_{i,n})^T$, za $i = 1, \dots, n$

, i slično se stavlja da je $\mathbf{f}_i = (f_{i,1}, \dots, f_{i,n})^T$. Tada se (2) zapisuje u blok tridijagonalnoj matricnoj formi u obliku

$$\frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} S & -I & & & \\ -I & S & -I & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -I & S & -I \\ & & & -I & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

pri čemu je dijagonalni blok $S \ n \times n$ tridijagonalna simetrična matrica oblika

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & & & \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 4 & -1 \\ & & & -1 & 4 \end{bmatrix},$$

dok je svaki izvandijagonalni element matrica $-I$, gdje je $I \ n \times n$ jedinična matrica; vidi [2].

Dobivena matrica sustava je tridijagonalna, simetrična i pozitivno definitna s konstantnim vrijednostima na svim dijagonalama te će se zbog kasnije potrebe diskretnog zapisa na različitim mrežama unutar multigrid metode označiti s L_h . Tada se (3) može kraće zapisati u obliku

$$L_h u_h = f_h, \quad (4)$$

i pri tome je $f_h = (\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_n)^T$ i $u_h = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n)^T$ aproksimacija rješenja u točkama mreže ([3]).

Pretpostavlja se da (4) ima jedinstveno rješenje u_h na Ω_h . Prema [4] za proizvoljnu m -tu aproksimaciju u_h^m rješenja u_h , postoje dvije važne mjere kojima se procjenjuje kvaliteta aproksimacije. **Greška** oblika

$$e_h^m = u_h - u_h^m, \quad (5)$$

mjera je udaljenosti diskretnog rješenja od trenutne aproksimacije. Međutim, kako je rješenje u_h nepoznato, uvodi se **rezidual** ili **defekt**

$$r_h^m = f_h - L_h u_h^m, \quad (6)$$

koji posredno mjeri kvalitetu aproksimacije u_h^m . Budući da je operator L_h linearan, iz (5) i (6) slijedi da je

$$L_h e_h^m = L_h (u_h - u_h^m) = L_h u_h - L_h u_h^m = f_h - L_h u_h^m = r_h^m.$$

Na taj način se dobiva **rezidualna ili korekcijska jednadžba** oblika

$$L_h e_h^m = r_h^m, \quad (7)$$

koja ima ključnu ulogu u metodi multigrada, a povezuje grešku i rezidual. Jedan od načina rješavanja (4) je upravo rješavanje rezidualne jednadžbe nekom od klasičnih iterativnih metoda. Za određivanje e_h^m primjenom iterativnih metoda operator L_h tipično se zamjenjuje jednostavnijim, koji će se u nastavku i dalje označavati s L_h . U slučaju Jacobijeve iterativne metode za operator L_h uzima se njegova dijagonala, a kod Gauss-Seidelove iterativne metode donji trokut. No, za razliku od navedenih klasičnih iterativnih metoda, kod multigrid metode se za aproksimaciju operatora L_h uzima njegova inačica na grubljnoj mreži. Točnije, operator L_h aproksimira se operatorom $L_H = L_{2h}$ na grubljnoj mreži s korakom $H = 2h$. Dakle, (7) se aproksimira jednadžbom

$$L_{2h} e_{2h}^m = r_{2h}^m. \quad (8)$$

koja će biti jednostavnija za rješavanje, budući je operator L_{2h} manje dimenzije.

Pri tome je za definiranje reziduala r_{2h}^m na grubljnoj mreži potreban **operator restrikcije** $R = I_h^{2h}$ koji vektore s fine mreže Ω_h preslikava u vektore na grubu mrežu Ω_{2h} , tj. vrijedi

$$r_{2h}^m = I_h^{2h} r_h^m. \quad (9)$$

Najjednostavniji operator restrikcije je linearan operator *injekcije* čijom primjenom vektor na gruboj mreži svoje komponente dobiva direktno uzimajući vrijednosti iz odgovarajućeg vektora na finoj mreži, odnosno

vrijedi da je $r_{2h}^j = r_h^{2j}$, za $j = 1, \dots, \frac{n-1}{2}$. Drugi često korišten operator restrikcije je operator *potpunog težinskog sumiranja*, definiran kao linearan operator s $r_{2h}^j = \frac{1}{4}(r_h^{2j-1} + 2r_h^{2j} + r_h^{2j+1})$, za $j = 1, \dots, \frac{n-1}{2}$ što znači da su komponente vektora r_{2h} težinska suma komponenti odgovarajućih susjednih točaka polazne točke na finoj mreži Ω_h . U dvodimenzionalnom se obliku navedeni operatori definiraju na sličan način.

S druge strane da bi rješenje rezidualne jednadžbe, odnosno izračunatu aproksimaciju greške e_{2h}^m na gruboj mreži Ω_{2h} vratili natrag na finu mrežu Ω_h , potreban je **operator interpolacije** ili **prolongacije** $P = I_{2h}^h$, tj. preslikavanje za koje vrijedi da je

$$e_h^m = I_{2h}^h e_{2h}^m. \quad (10)$$

U slučaju *linearne interpolacije* vrijedi da je $e_h^{2j} = e_{2h}^j$ i $e_h^{2j+1} = \frac{1}{2}(e_{2h}^j + e_{2h}^{j+1})$ za $j = 0, \dots, \frac{n-1}{2}$. To znači da se u parnim točkama fine mreže Ω_h komponente vektora e_h prenose direktno s mreže Ω_{2h} na mrežu Ω_h , dok se u neparnim točkama mreže Ω_h komponente vektora e_h dobivaju kao aritmetička sredina komponenti odgovarajućih susjednih točaka na mreži Ω_{2h} . Na sličan se način operator linearne interpolacije definira u dvodimenzionalnom obliku.

Važno je istaknuti da je operator potpunog težinskog sumiranja povezan s operatorom linearnog interpoliranja izrazom $I_h^{2h} = \frac{1}{2}(I_{2h}^h)^T$. Pored toga, činjenica je da se operator L_{2h} na gruboj mreži definira pomoću izraza $L_{2h} = I_h^{2h} L_h I_{2h}^h$. Ta dva svojstva zajedno se nazivaju *varijacijska svojstva*.

Dakle, ideja je za izračunatu aproksimaciju u_h^m odrediti rezidual r_h^m iz (6), zatim rješavanjem jednadžbe (7), odnosno (8), odrediti e_h^m , odnosno e_{2h}^m te izračunati novu aproksimaciju pomoću izraza za **rezidualnu korekciju**

$$u_h = u_h^m + e_h^m. \quad (11)$$

Jednom kada se izračuna dobra aproksimacija greške e_h^m , ista se može nadodati na trenutnu aproksimaciju u_h^m i tako popraviti polaznu aproksimaciju diskretnog rješenja u_h . Dakle, pomoću izračunatog rješenja na grubljoj mreži popravljiva se trenutna iteracija na originalnoj polaznoj mreži kako bi se dobila bolja aproksimacija rješenja linearnog sustava na finoj mreži.

Opisana **korektivna shema na dvije mreže** (oznaka KS) prema [5] ima sljedeće korake:

- izračunati rezidual r_h^m na finoj mreži pomoću (6),
- prenijeti rezidual r_h^m na grubu mrežu operatorom restrikcije (9),
- izračunati korekciju e_{2h}^m na grubljoj mreži iz (8),
- prenijeti korekciju e_{2h}^m na finu mrežu operatorom interpolacije (10),
- izračunati novu aproksimaciju u_h pomoću (11).

Iako je korektivna shema na dvije mreže ključna za multigrid metodu, treba istaknuti još jedan element koji je neophodan za njezinu učinkovitost. U osnovi multigrid metoda leži važna činjenica da klasične iterativne metode kao što su Jacobijeva ili Gauss-Seidelova metoda imaju prirodno svojstvo **izgladivanja greške**. Naime, prema [6] greška se prikazuje u obliku linearne kombinacije svojstvenih vektora matrice određene iterativnom metodom, odnosno sinusnih funkcija s različitim frekvencijama k , pri čemu se jasno mogu razlikovati njezine niskofrekventne ili glatke komponente za $1 \leq k < \frac{n+1}{2}$ i visokofrekventne ili oscilatorne komponente za $\frac{n+1}{2} \leq k \leq n$. Pokazalo se da klasične iterativne metode reduciraju oscilatorne komponente greške koje odgovaraju velikim svojstvenim vrijednostima vrlo efikasno, ali da se njihova konvergencija usporava na glatkim komponentama. Upravo to svojstvo klasičnih iterativnih metoda se naziva izgladivanje greške. Zbog toga iterativne metode konvergiraju mnogo brže kada pogreška sadrži više oscilatornih

komponenti. Dobivene glatke greške se međutim mogu dobro aproksimirati na grubljoj mreži. Štoviše, glatke greške na polaznoj originalnoj mreži izgledaju oscilatorno na grubljoj mreži. Dakle, klasične iterativne metode će na grubljoj mreži opet konvergirati brže i u nekoliko iteracija ukloniti veliki dio preostale greške. Isti se efekt postiže primjenom klasičnih iterativnih metoda na sve vektore s takvim svojstvom, pa i na rezidual. Na taj način, nedostatak iterativnih metoda na finoj mreži postaje prednost na gruboj mreži. Pored toga važno je istaknuti da je operator interpolacije najučinkovitiji kada se primijeni na glatke greške, pa se može sa sigurnošću reći da će korekcija biti precizno vraćena na finu mrežu.

Ideja smanjivanja oscilatornih komponenti greške može se ili primijeniti rekurzivno dok se ne dođe do najgrublje mreže ili se na grubljoj mreži može koristiti direktna metoda rješavanja kao što su npr. Gaussove eliminacije, budući da je broj nepoznanica ovdje manji i računanje jeftinije nego na originalnoj mreži. U slučaju rekurzivne primjene govori se o „pravom“ ciklusu multigrida, a u slučaju primjene direktne metode rješavanja dobiva se ciklus između samo dvije mreže.

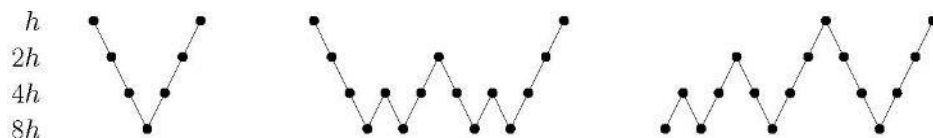
Multigrid metoda postiže izvanredne rezultate naizmjeničnom upotrebom dviju različitih ideja: primjenom klasičnih iterativnih metoda na trenutnoj mreži i uvođenjem grublje mreže. Zajedničko međudjelovanje tih dvaju osnovnih elemenata zapravo je ključ optimalne konvergencije multigrid metoda jer se prvom idejom postiže značajno smanjenje pogreške a drugom dobiva problem dvostruko manje dimenzije. Prema [4] proces izgladivanja i proces korekcije na dvije mreže zajedno formiraju **ciklus između dviju mreža** koji se sastoji od tri važna koraka:

- izgladivanje-prije: izračunati \bar{u}_h^{-m} primjenom ν_1 koraka iterativne metode nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom u_h^m na mreži Ω_h ,
- korektivna shema na dvije mreže: koristeći \bar{u}_h^{-m} izračunati $u_h^{m, \text{poslijeKS}}$ tj. novi u_h^m primjenom KS,
- izgladivanje-poslije: izračunati u_h^{m+1} primjenom ν_2 koraka iterativne metode nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom $u_h^{m, \text{poslijeKS}}$ dobivenom pomoću korektivne sheme na mreži Ω_h .

Parametri ν_1 i ν_2 predstavljaju broj iteracija iterativne metode na finoj mreži prije i poslije obilaska grube mreže i uobičajeno iznose 1, 2 ili 3.

Ciklus između dvije mreže je sam po sebi od malog praktičnog značaja, ali nam daje dobru osnovu za razumijevanje **multigrid metode**. Prema [7] ideja multigrida dolazi iz razmatranja da u ciklusu između dvije mreže nije korisno i neophodno riješiti (8) na gruboj mreži Ω_{2h} točno. Umjesto toga, bez značajnog gubitka na brzini konvergencije, može se e_{2h}^m zamijeniti odgovarajućom aproksimacijom. Prirodan način za dobivanje takve aproksimacije je primijeniti ideju korektivne sheme na dvije mreže i na (8), upotrebljavajući sada još grublju mrežu od mreže Ω_{2h} , odnosno iterirajući na Ω_{2h} s početnom iteracijom 0 jer se prirodno očekuje da greška bude blizu nule i korigirajući greškom dobivenom na Ω_{4h} . To je moguće, budući je (8) na mreži Ω_{2h} istog oblika kao originalna jednadžba (4), pa se problem na gruboj mreži ne razlikuje mnogo od polaznog problema. Zbog sličnosti polaznog i rezidualnog problema, te kasnijeg rekurzivnog pozivanja, uvode se oznake f_{2h} za desnu stranu r_{2h} u (8) i u_{2h} umjesto e_{2h} za rješenje iste jednadžbe. Prikladno je primijeniti samo nekoliko, npr. γ koraka iteracije na dvije mreže da bi dobili dovoljno dobru aproksimaciju rješenja (8). Postupak se može rekurzivno primijeniti na sve grubljim mrežama, sve dok se na njima može riješiti rezidualna jednadžba, odnosno dobivanja najgrublje moguće mreže koja se idealno sastoji od jedne ili nekoliko unutarnjih točaka. Na toj najgrubljoj mreži rješenje se može naći jednostavno ili direktno invertiranjem matrice sustava ili primjenom neke iterativne metode.

Budući da algoritam prolazi od najfinije mreže preko grubljih mreža do najgrublje i vraća se natrag ponovno do najfinije mreže, formira se "prava" multigrid metoda. Na slici 1, preuzetoj iz [3], prikazan je raspored posjećivanja mreža s različitim brojem iteracija γ koji zovemo *indeks ciklusa*. Prema [7] u primjeni su najvažniji slučajevi $\gamma = 1$ koji zbog svog oblika dobiva naziv *V-ciklus* i $\gamma = 2$ koji se naziva *W-ciklus*.



Slika 1. V-ciklus, W-ciklus i FMG na 4 mreže

V-ciklus se sastoji od silaznog prolaska kroz mreže od najfinije prema najgrubljoj, gdje se na svakoj mreži izvodi jedan korak iteriranja, i uzlaznog

povratka od najgrublje prema najfinijoj mreži, pri čemu se ponovno na svakoj mreži izvodi iteriranje, što je detaljnije dato u [3]. Budući da se V-ciklus može shvatiti kao ciklus između dviju mreža koji ponovno poziva sam sebe, prema [4] može se definirati rekurzivni algoritam istoga:

REKURZIVNA SHEMA V-CIKLUSA $u_h^m = V_h(u_h^m, f_h)$:

1. Iterirati ν_1 puta iterativnu metodu nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom u_h^m

2. Ako je Ω_h najgrublja mreža otići na korak 4. Inače

$$f_{2h}^m = I_h^{2h}(f_h - L_h u_h^m),$$

$$u_{2h}^m = 0,$$

$$u_{2h}^m := V_{2h}(u_{2h}^m, f_{2h}^m).$$

3. Korigirati $u_h^m := u_h^m + I_{2h}^h u_{2h}^m$.

4. Iterirati ν_2 puta iterativnu metodu nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom u_h^m

Kod W-ciklusa izvršavaju se po dvije iteracije, odnosno u slučaju s četiri mreže koriste se dva V-ciklusa na svakoj od grubljih mreža, kako je prikazano na slici 1. Budući se na sličan način može promatrati W-ciklus i općenito ciklusi za različiti broj iteracija γ , sljedeći se rekurzivni algoritam odnosi na općenitu grupu multigrad shema:

REKURZIVNA SHEMA γ -CIKLUSA $u_h^m = MG_h(u_h^m, f_h)$:

1. Iterirati ν_1 puta iterativnu metodu nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom u_h^m

2. Ako je Ω_h najgrublja mreža otići na korak 4. Inače

$$f_{2h}^m = I_h^{2h}(f_h - L_h u_h^m),$$

$$u_{2h}^m = 0,$$

$$u_{2h}^m := MG_{2h}(u_{2h}^m, f_{2h}^m) \gamma \text{ puta.}$$

3. Korigirati $u_h^m := u_h^m + I_{2h}^h u_{2h}^m$.

4. Iterirati ν_2 puta iterativnu metodu nad $L_h u_h = f_h$ s početnom iteracijom u_h^m

Multigrid je do sada opisan kao iterativna metoda koja započinje s početnom iteracijom na najfinijoj mreži i izvodi V ili W ciklus kako bi postigao konvergenciju. To je najjednostavniji ali ne i najučinkovitiji način primjene multigrida. Prema [8] i [9] još bolju učinkovitost može se postići koristeći **potpuni multigrid** (eng. full multigrid, oznaka FMG) koji je usko povezan s pojmom *ugnježđenih iteracija*. Naime, umjesto da se započinje s proizvoljnom aproksimacijom za problem na najfinijoj mreži, ideja je za dobivanje početne iteracije koristiti grublje mreže. Tako se prva aproksimacija dobiva interpolacijom rješenja dobivenog na grubljoj mreži, što znači da svakom V-ciklusu prethodi V-ciklus na grubljoj mreži kako bi se generirala najbolja moguća početna iteracija; vidi Sliku 1. Algoritam sheme potpunog multigrida V-ciklusa može se rekurzivno definirati na sljedeći način:

POTPUNI MULTIGRID V-CIKLUS $u_h^m = FMG_h(f_h)$:

1. Ako je Ω_h najgrublja mreža, postaviti $u_h^m = 0$ i otići na korak 3. Inače

$$f_{2h}^m = I_h^{2h} f_h,$$

$$u_{2h}^m := FMG_{2h}(f_{2h}^m).$$

2. Korigirati $u_h^m := I_{2h}^h u_{2h}^m$.
3. $u_h^m := V_h(u_h^m, f_h)$ ν_0 puta.

Kakve rezultate navedeni algoritami postižu na odabranim primjerima bit će predstavljeno u sljedećem poglavlju.

3. Primjena multigrid metoda

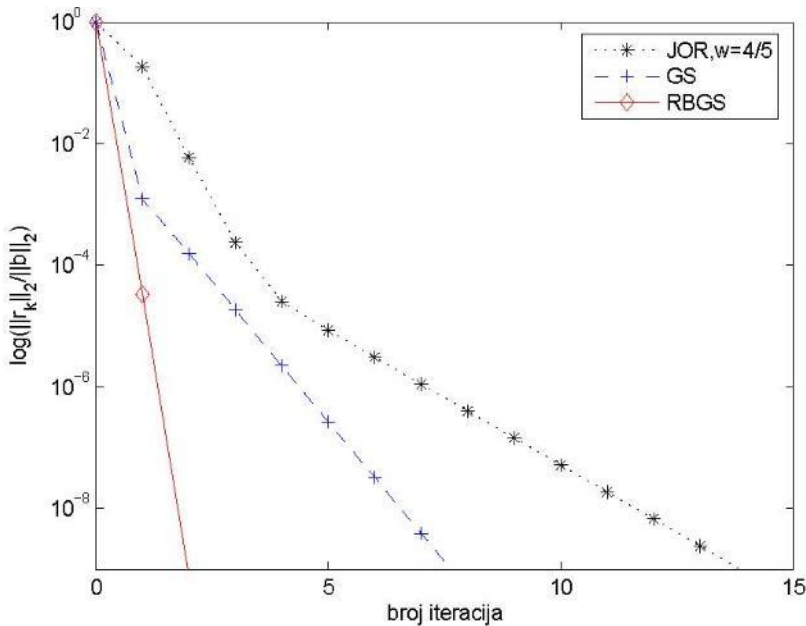
U ovom će se poglavlju primijeniti različite sheme, odnosno ciklusi metode multigrida na odabranim primjerima. Sve metode su implementirane u Matlab okruženju.

Primjer 1

Promatra se jednadžba (1) pri čemu je $f(x, y) = 2\pi^2 \sin(\pi x) \sin(\pi y)$ na Ω i $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$. Analitičko rješenje jednako je

$u(x, y) = \sin(\pi x)\sin(\pi y)$. U nastavku će se prikazati kako pojedine komponente multigrad metode utječu na numeričko rješenje problema.

Najprije će se prikazati utjecaj različitih iterativnih metoda kao izgladivača u V-ciklusu multigrad metode. Usporedit će se JOR metoda s optimalnim parametrom $\omega = 4/5$, Gauss-Seidelova metoda s leksikografskim poretkom, te RB Gauss-Seidelova iterativna metoda s crveno-crnim poretkom točaka mreže. Najfinija mreža Ω_h će u ovom eksperimentu imati korak $h = 1/1024$, odnosno vrijedi da je $n + 1 = 1024$. Za broj koraka izgladivanja prije i broj koraka izgladivanja poslije primjene korektivne sheme, redom će se uzeti parametri $\nu_1 = 1$ i $\nu_2 = 1$, za operator restrikcije potpuno težinsko sumiranje, te za prijelaz s grube na finu mrežu linearna interpolacija. Za svaku od k iteracija izračunava se 2-norma reziduala $\|r_k\|_2$, te istovremeno ista norma vektora greške $\|e_k\|_2$, budući je analitičko rješenje poznato, i pri tome je maksimalan broj iteracija jednak 15.



Slika 2. Brzina konvergencije V-ciklusa multigrad metode primijenjene na diskretiziranu Poissonovu jednadžbu za različite izbore izgladivača

Na temelju izračunatih vrijednosti navedenih normi, poslije svakog V-ciklusa te omjera normi reziduala, odnosno greške sukcesivnih V-ciklusa formira se grafički prikaz budući da 2-norma reziduala u logaritamskoj skali ovisi o broju izvršenih multigrad iteracija na Slici 2. Može se primijetiti da

norme reziduala za sve ispitane izgladivače brzo opadaju u nekoliko prvih V-ciklusa te da najbržu kovergenciju postiže RB Gauss-Seidelova iterativna metoda.

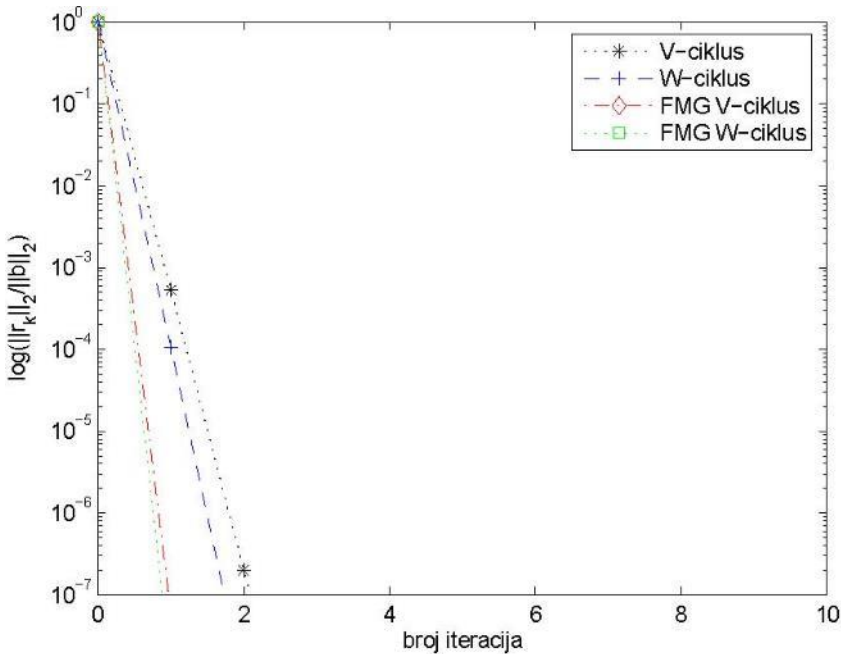
U sljedećem dijelu bit će opisano nekoliko V-ciklusa za različite izbore iterativnih metoda, operatora restrikcije i interpolacije. Posebice, koristit će se Jacobijeva, Gauss-Seidelova i RB Gauss-Seidelova iterativna metoda, operator injekcije i potpuno težinski operator restrikcije te operatori linearne i kubične interpolacije. Za svaku od iterativnih metoda izvodi se 6 V-ciklusa sa svim kombinacijama operatora restrikcije i interpolacije koje smo prije naveli. U svakom pokusu izvodi se (1,0), (1,1) i (2,1) V-ciklus, pri čemu (ν_1, ν_2) označava ν_1 koraka izgladivanja prije i ν_2 koraka izgladivanja poslije primjene korektivne sheme. Najfinija mreža Ω_h imat će korak $h = 1/256$, odnosno vrijedi da je $n + 1 = 256$. Rezultati su prikazani u Tablici 1, pri čemu dobivene vrijednosti daju posebno za svaki pokus prosječni faktor konvergencije u posljednjih 5 V-ciklusa, a crtica se odnosi na divergentne sheme.

Prema podacima iz Tablice 1 može se zaključiti da je za zadanu jednadžbu linearna interpolacija učinkovitija od kubične kada za operator restrikcije koristimo injekciju. To vrijedi i za potpuno težinski operator, za sve iterativne metode osim Jacobijeve. Nadalje, za izbor linearne interpolacije i operatora injekcije najbržu konvergenciju od svih metoda postiže Gauss-Seidelova metoda, a u slučaju kada se za operator restrikcije uzima potpuno težinsko sumiranje, tu ulogu preuzima RB Gauss-Seidelova metoda. Treba napomenuti još da gotovo kod svih kombinacija (ν_1, ν_2) najbolji rezultat postiže odabir $\nu_1 = 2$ i $\nu_2 = 1$.

Tablica 1. Prosječni faktori konvergencije za V-cikluse izvedenih na prvom primjeru za različite kombinacije iterativnih metoda, operatora restrikcije i interpolacije

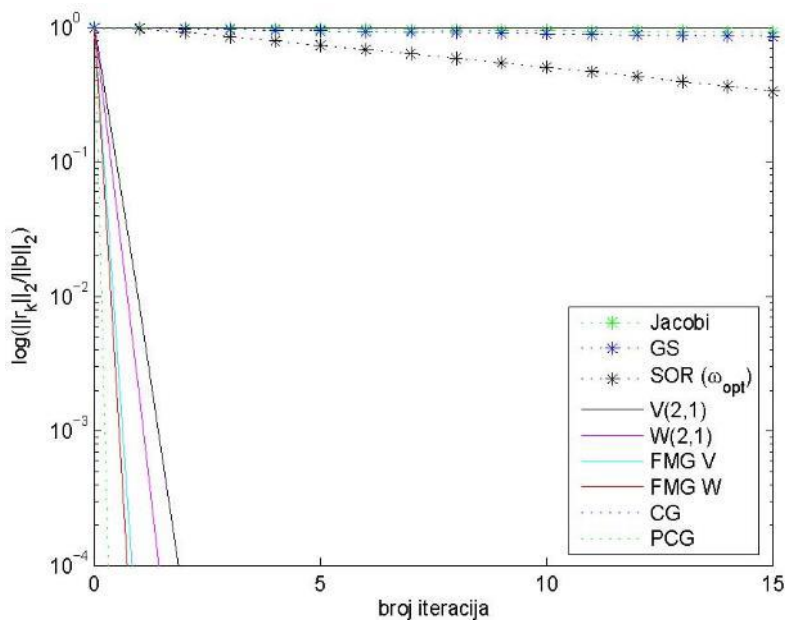
(ν_1, ν_2)	Iterativna metoda	Injekcija		Potpuni težinski operator	
		Linearna	Kubična	Linearna	Kubična
(1,0)	Jacobi	0.161	0.421	0.140	0.418
	GS	0.106	0.354	0.080	0.328
	RBGS	-	-	0.004	0.062
(1,1)	Jacobi	-	0.215	0.794	0.215
	GS	0.114	0.187	0.059	0.100
	RBGS	-	-	0.025	0.051
(2,1)	Jacobi	-	0.105	0.794	0.105
	GS	0.055	0.112	0.028	0.031
	RBGS	-	-	0.025	0.021

U trećem dijelu će grafički biti prikazano kako različite sheme multigrad metode djeluju na konvergenciju diskretiziranog polaznog problema. RBGS iterativnu metodu te parametre $\nu_1 = 2$ i $\nu_2 = 1$ koristit će se za izgladivanje, potpuno težinsko sumiranje kao operator restrikcije te linearnu interpolaciju za prijelaz s grube na finu mrežu. Najfinija mreža će imati korak $h = 1/256$. Načinjena je usporedba V-ciklusa, W-ciklusa, te V i W-ciklusa uz početnu iteraciju dobivenu pomoću FMG algoritma, pri čemu je svaka od navedenih shema izvedena 10 puta. Na Slici 3 prikazan je rezultat, odnosno ovisnost 2-norme reziduala u logaritamskoj skali o broju izvršenih multigrad iteracija. Može se zaključiti da je najbrža konvergencija postignuta kod FMG algoritama.



Slika 3. Brzina konvergencije različitih shema multigrad metode

Za isti polazni problem analizirat će se ovisnost 2-norme reziduala o metodama rješavanja. Pored jednostavnih iteracija Jacobi, Gauss-Seidel i RB Gauss-Seidelove metode, na istom problemu primijenit će se uz multigrad metodu i metoda konjugiranih gradijenata. Dobiveni rezultat prikazan je na Slici 4.

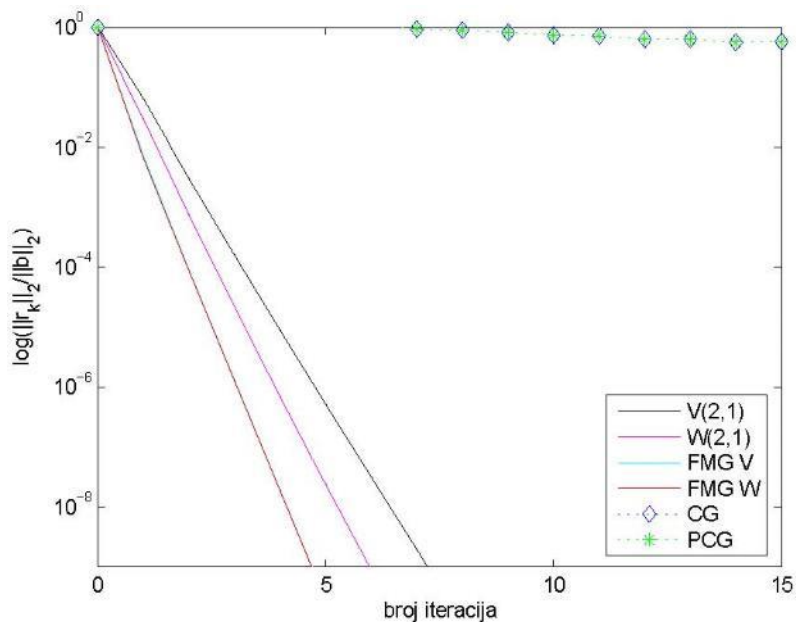


Slika 4. Usporedba klasičnih iterativnih metoda s multigrid metodama

U ovom se slučaju vidi da su multigrid metode mnogo uspješnije u odnosu na jednostavne iteracije, ali s druge strane metoda konjugiranih gradijenata daje nešto bolji rezultat u odnosu na multigrid metode. Međutim, taj rezultat ovisi i o konkretnoj jednadžbi na kojoj je metoda primijenjena.

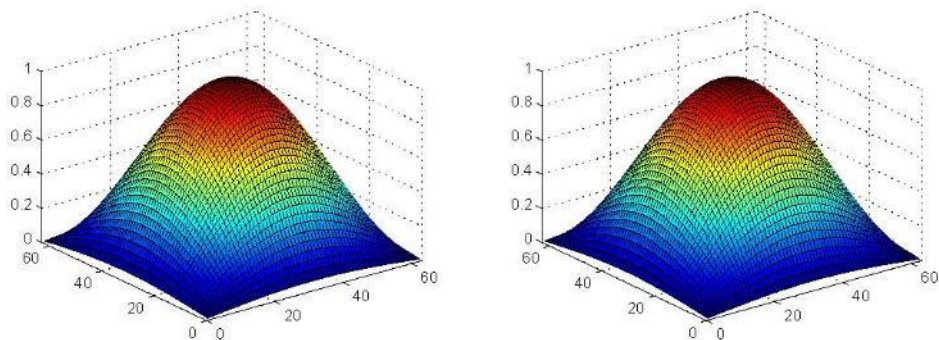
Primjer 2

Ako se uspoređi multigrid metoda i metoda konjugiranih gradijenata na primjeru Poissonove jednadžbe (1) pri čemu je $f(x, y) = 2[(1 - 6x^2)y^2 + (1 - 6y^2)x^2]$ na Ω i $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$, te analitičko rješenje $u(x, y) = (x^2 - x^4)(y^4 - y^2)$, vidjet će se da bolji rezultat daju multigrid metode, Slika 5.

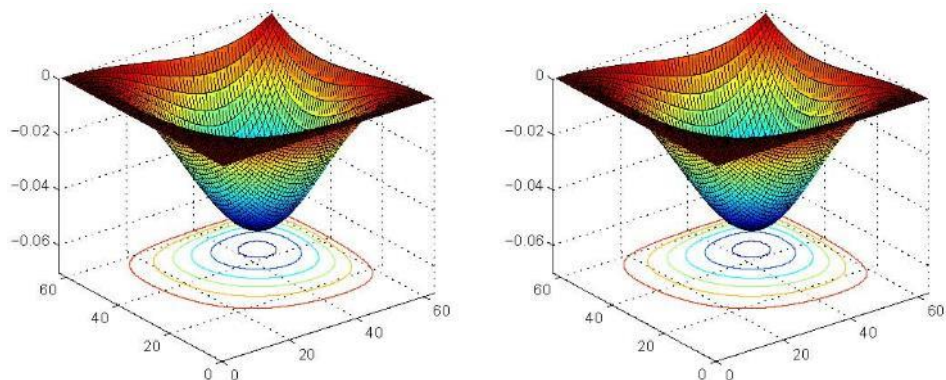


Slika 5. Usporedba multigrid metode s metodom konjugiranih gradijenata

Slike 6 i 7 prikazuju tačno i aproksimativno rješenje za odabrane primjere, redom, dobiveno primjenom W(2,1)-ciklusa multigrid metode.



Slika 6. Tačno i aproksimativno rješenje primjera 1



Slika 7. Točno i aproksimativno rješenje primjera 2

Ispitani primjeri potvrđuju da su metode multigrida, s odgovarajućim izborom komponenti, u usporedbi s nekim drugim iterativnim metodama vrlo učinkovite pri numeričkom rješavanju različitih eliptičkih rubnih problema.

4. Zaključak

U radu su opisane i primijenjene različite inačice multigrid metoda. Osnovni su elementi multigrid metoda kao što su izgladivanje greške primjenom klasičnih iterativnih metoda i rekurzivno korištenje grubljih mreža sami za sebe vrlo jednostavni i već dugo upotrebljavani. No kao što je u radu izloženo i primjerima potkrijepljeno, multigrid metode njihovom zajedničkom implementacijom, u obliku različitih algoritama, posebice potpunog multigrida, postižu jako dobre rezultate. Optimalnost multigrid metoda proizlazi upravo iz činjenice da brzina konvergencije multigrid metoda ne ovisi o finoći diskretizacije. Iako je brzina konvergencije multigrid metoda u ovom radu ispitana na Poissonovim jednadžbama, odnosno parcijalnim diferencijalnim jednadžbama eliptičkog tipa, navedene se metode mogu koristiti i za rješavanje paraboličkih i hiperboličkih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Pri tome korištenje multigrid metoda nije strogo vezano za različita područja matematike, već se uspješno mogu primijeniti i šire, primjerice u računalnoj dinamici fluida. Tako se pomoću multigrid metoda u aerodinamici mogu dobiti simulacije različitih brzina strujanja zraka poput strujanja oko avionskog krila, u biomedicini se mogu dobiti simulacije biofluida u krvnim žilama, a u meteorologiji se mogu predvidjeti vremenske nepogode. Multigrid metode se koriste i u rekonstrukciji slika, pri detektiranju i izoštravanju rubova prikazanih objekata, za segmentaciju slika, a njihova primjena se može vidjeti i u medicini, primjerice u tomografiji. Uz današnji razvoj računalne opreme i

tehnologije može se reći da se multigrad metode mogu uspješno primijeniti na široki spektar problema iz različitih područja.

Literatura

- [1] Demmel, J.W., *Applied Numerical Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, 1997.
- [2] Štefan Trubić, M., *Multigrad metode*, magistrski rad, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2009.
- [3] Greenbaum, A., *Iterative Methods for Solving Linear Systems*, SIAM, Philadelphia, 1997.
- [4] Hackbusch, W., *Multi-Grid Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [5] Stoer, J., Bulirsch, R., *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [6] Yavneh, I., *Why Multigrad Methods Are So Efficient*, Computing in Science & Engineering, Vol.8., No.6, 2006.
- [7] Briggs, W.L., Henson, V.E., McCormick, S.F., *A multigrad tutorial*, SIAM, Philadelphia, 2000.
- [8] Trottenberg, U., Oosterlee, C., Schüller, A., *Multigrad*, Academic Press, London, 2001.
- [9] Wesseling, P., *An Introduction to Multigrad Methods*, Pure and Applied Mathematics, John Wiley & Sons, Chichester, 1992.

USPOREDBA METODE FIKSNE TOČKE I NEWTON-RAPHSONOVE METODE KOD RJEŠAVANJA NELINEARNIH SUSTAVA S DVIJE NEPOZNANICE

COMPARISON OF FIXED-POINT ITERATION AND NEWTON-RAPHSON METHOD IN SOLVING NONLINEAR SYSTEMS WITH TWO UNKNOWNNS

Tea Rukavina*, Nermina Mujaković**, Ivan Dražić***

Sažetak

U ovom radu opisan je problem numeričkog rješavanja nelinearnih sustava s dvije nepoznanice gdje su objašnjene metoda fiksne točke i Newton-Raphsonova metoda. Opisane su prednosti i nedostaci obiju metoda i pokazana njihova primjena na praktičnim primjerima koji su riješeni u programskom paketu Wolfram Mathematica. Razmotrena je konvergencija ovih metoda i dan je tablični i grafički prikaz rješenja i greške u odnosu na broj iteracija.

Ključne riječi: *nelinearni sustav jednadžbi, metoda fiksne točke, Newton-Raphsonova metoda*

Abstract

This paper describes numerical solving of nonlinear systems with two unknowns, with an explanation of fixed-point iteration and Newton-Raphson method. Advantages and drawbacks of these two methods are considered and their application is shown in examples solved in the package Wolfram Mathematica. Convergence of both methods is described and the solution and error in respect to the number of iterations is shown in tables and graphs.

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci

E-mail: tea.rukavina@gradri.uniri.hr

** Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci

E-mail: mujakovic@inet.hr

*** Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

E-mail: idrazic@riteh.hr

Key words: *system of nonlinear equations, fixed-point iteration, Newton-Raphson method*

1. Uvod

Kod matematičkog opisivanja složenih pojava iz prirode gotovo se uvijek pojavljuju nelinearnosti. Međutim, takvi se modeli radi lakšeg rješavanja često svode na linearni oblik. Ipak, postoje slučajevi u kojima linearna aproksimacija nije dovoljno dobra pa rješavanje modela zahtijeva traženje rješenja nelinearne jednačbe ili nelinearnih sustava jednačbi.

Rješavanje nelinearnih sustava jednačbi nije lak zadatak, pogotovo ako nemamo dovoljno dobro određeno područje gdje se rješenje nalazi. Općenito, za rješavanje nelinearnih jednačbi najčešće se koriste iterativne metode kod kojih postoji formula u koju se uvrštava proizvoljno izabrana početna aproksimacija rješenja kako bi se u idućem koraku došlo do nove aproksimacije koja bi, u idealnom slučaju, bila bliže točnom rješenju od prethodne. Iterativni proces završava kada se postigne zadovoljavajuća točnost ili se prekida u slučaju divergencije.

U radu će se pobliže objasniti dvije iterativne metode - metoda fiksne točke i Newton-Raphsonova metoda te prikazati njihova primjena na rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice.

2. Numeričko rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice

Za rješavanje nelinearnih jednačbi mogu se koristiti iterativne metode i metode sigurne konvergencije. Primjeri iterativnih metoda su metoda fiksne točke (metoda iteracije), metoda sekante, Newton-Raphsonova metoda (metoda tangente) i sl., dok se metoda

pogrešnog položaja (regula falsi) i Brentova metoda ubrajaju u metode sigurne konvergencije [1, 2]. Kada se radi o nelinearnim sustavima, metode sigurne konvergencije nisu primjenjive pa se moramo osloniti na iterativne metode, s time da moramo imati dobru početnu aproksimaciju rješenja kako bi metoda konvergirala. Za razliku od rješavanja nelinearne jednačbe s jednom nepoznanicom, gdje intuitivno možemo pretpostaviti gdje se rješenje otprilike nalazi, kod rješavanja nelinearnih sustava s dvije ili više nepoznanica to postaje sve teži zadatak. Zato je potrebno dobro analizirati problem prije no što se krene u iterativni proces.

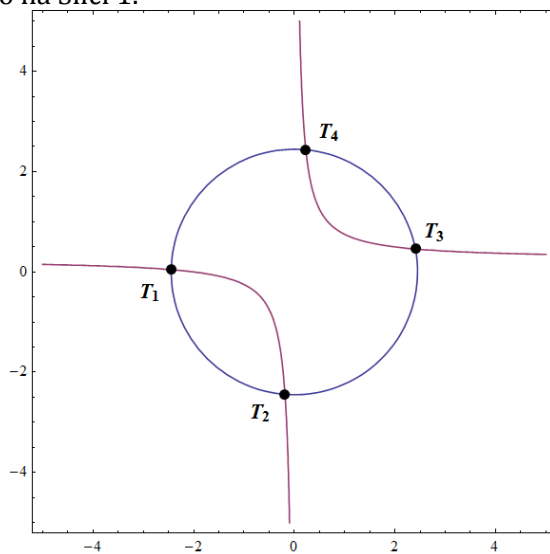
Nelinearni sustav s dvije nepoznanice može se zapisati u obliku:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= 0 \\ v(x, y) &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Rješavanje (1) svodi se na pronalaženje uređenog para (x, y) koji zadovoljava (1). Primjer takvog sustava je:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= x^2 + y^2 - 6 = 0 \\ v(x, y) &= x - 4xy + 2 = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Sustav (2) ima četiri rješenja i to su sjecišta krivulja određenih sa (2), što je prikazano na Slici 1.



Slika 1. Točke T_1 , T_2 , T_3 i T_4 su rješenje od (2)

2.1. Metoda fiksne točke za nelinearne sustave s dvije nepoznanice

Metoda fiksne točke primijenjena na rješavanje jednadžbe s jednom nepoznanicom može se generalizirati na rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice pa analogijom možemo definirati iterativne formule za rješavanje sustava (1). Kao prvo, sustav (1) možemo zamijeniti ekvivalentnim sustavom:

$$\begin{aligned} x &= g(x, y) \\ y &= h(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Opet tražimo uređeni par (x, y) koji zadovoljava sustav (3). Neka je (x_0, y_0) polazna i proizvoljna aproksimacija traženog rješenja. Definiramo iterativne formule sa:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= g(x_i, y_i) \\ y_{i+1} &= h(x_i, y_i). \end{aligned} \quad (4)$$

Pomoću formula (4) određujemo niz (x_i, y_i) aproksimativnih rješenja sustava (3).

Hoće li metoda fiksne točke za sustave s dvije nepoznanice konvergirati, ovisi o tome kako su definirane funkcije g i h u (3), i to u većoj mjeri nego što je to slučaj kod jednadžbe s jednom nepoznanicom. Osim toga, potrebno je da početna aproksimacija (x_0, y_0) bude dovoljno blizu točnom rješenju jer inače metoda divergira.

Neka je $D = \{(x, y), |x - x_0| < a, |y - y_0| < b\}$ dovoljno dobro izabrani pravokutnik. Po analogiji s metodom fiksne točke u jednadžbi s jednom nepoznanicom, dovoljni uvjeti za konvergenciju su [3, 4]:

$$\left| \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \right| < 1 \text{ i } \left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} \right| < 1, \quad \forall (x, y) \in D. \quad (5)$$

Ti uvjeti mogu se zamijeniti sljedećim uvjetima:

$$\left| \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right| < 1 \text{ i } \left| \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} \right| < 1, \quad \forall (x, y) \in D. \quad (6)$$

To su prilično strogi uvjeti i nije ih lako zadovoljiti pa zbog toga metoda fiksne točke ne predstavlja najbolji izbor za rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice.

2.2. Newton-Raphsonova metoda za nelinearne sustave s dvije nepoznanice

Newton-Raphsonova metoda (metoda tangente) također se može generalizirati na rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice. Formule se dobivaju po uzoru na Newton-Raphsonove formule za jednadžbu s jednom nepoznanicom, samo što se mora primijeniti razvoj u Taylorov red za funkcije dvije varijable. Na osnovu Taylorovog razvoja dolazimo do sljedeće dvije jednadžbe:

$$\begin{aligned} 0 &= u_i + (x_{i+1} - x_i) \frac{\partial u_i}{\partial x} + (y_{i+1} - y_i) \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ 0 &= v_i + (x_{i+1} - x_i) \frac{\partial v_i}{\partial x} + (y_{i+1} - y_i) \frac{\partial v_i}{\partial y}. \end{aligned} \quad (7)$$

Za određivanje (x_{i+1}, y_{i+1}) koristimo poznate vrijednosti iz prethodnog koraka, tj. $x_i, y_i, u_i = u(x_i, y_i)$ i $v_i = v(x_i, y_i)$ pa jednadžbe (7) možemo zapisati na sljedeći način:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i}{\partial x} x_{i+1} + \frac{\partial u_i}{\partial y} y_{i+1} &= -u_i + x_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + y_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} x_{i+1} + \frac{\partial v_i}{\partial y} y_{i+1} &= -v_i + x_i \frac{\partial v_i}{\partial x} + y_i \frac{\partial v_i}{\partial y}.\end{aligned}\tag{8}$$

Jednadžbe (8) čine sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice, čija su rješenja:

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= x_i - \frac{u_i \frac{\partial v_i}{\partial y} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x}} \\ y_{i+1} &= y_i - \frac{v_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial x}}{\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x}}.\end{aligned}\tag{9}$$

Izrazi (9) predstavljaju Newton-Raphsonove formule za nelinearni sustav s dvije nepoznanice.

3. Numerički primjeri

Zadan je sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned}x^2 + xy - 7y &= 8 \\ 2xy^2 + 3y^3 &= 5,\end{aligned}\tag{10}$$

kojeg treba riješiti pomoću metode fiksne točke i Newton-Raphsonove metode te usporediti dobivene rezultate.

U tu svrhu korišten je programski paket *Wolfram Mathematica* gdje su programirane obje metode. Ulazni podaci su početna aproksimacija (x_0, y_0) te prihvatljiva razina greške koja osigurava da rješenje bude točno u minimalno n značajnih znamenki [3]:

$$\varepsilon_s = (0.5 * 10^{2-n})\%.\tag{11}$$

Ako želimo da rješenje bude točno u 5 značajnih znamenki, dobivamo da je prihvatljiva greška ε_s jednaka:

$$\varepsilon_s = (0.5 * 10^{2-5})\% = (0.5 * 10^{-3})\% = 0.0005 \%.\tag{12}$$

Apsolutna relativna greška definirana je na sljedeći način [4]:

$$\varepsilon_{x,i} = \left| \frac{x_r - x_i}{x_r} \right| * 100\%, \quad (13)$$

gdje x_r označava točno rješenje, a x_i približno. Analogno se dobiva greška $\varepsilon_{y,i}$.

Kada je apsolutna relativna greška manja od prihvatljive razine greške, tj. kada vrijedi:

$$\varepsilon_{x,i} < \varepsilon_s \quad \text{i} \quad \varepsilon_{y,i} < \varepsilon_s \quad (14)$$

dobivena aproksimacija (x_i, y_i) je prihvatljiva.

Izlazni podaci u programu su i -ta iteracija, vrijednosti (x_i, y_i) u svakoj iteraciji te apsolutne relativne greške $\varepsilon_{x,i}$ i $\varepsilon_{y,i}$.

Izvođenje programa se zaustavlja kada u određenoj iteraciji greške $\varepsilon_{x,i}$ i $\varepsilon_{y,i}$ postanu manje od ε_s , uz maksimalno ograničenje od 20 iteracija kako se petlja ne bi izvršavala beskonačno puta u slučaju divergencije.

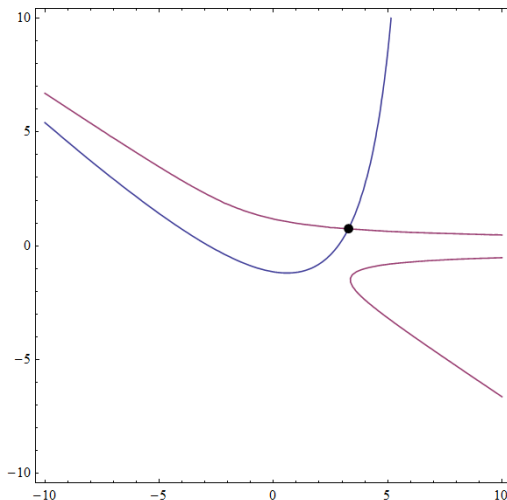
Na Slici 2 dan je prikaz dviju funkcija iz (10), a rješenje koje tražimo je:

$$(x_r, y_r) = (3.28561, 0.75255). \quad (15)$$

Početne jednadžbe u metodi fiksne točke za rješavanje sustava (10) formulirane su u obliku koji je dan izrazom (4) na sljedeći način:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= g(x_i, y_i) = \sqrt{8 - x_i y_i + 7 y_i} \\ y_{i+1} &= h(x_i, y_i) = \sqrt{\frac{5 - 3 y_i^2}{2 x_i}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Za početnu aproksimaciju rješenja uzeto je $(x_0, y_0) = (3, 1)$.



Slika 2. Prikaz funkcija iz (10)

Pomoću metode fiksne točke dolazi se do prihvatljivog rješenja u 11 iteracija. Prikaz tih iteracija dan je u Tablici 1.

Tablica 1. Prikaz rješenja i greške kod rješavanja (10) metodom fiksne točke

i	x_i	$\varepsilon_{x,i}[\%]$	y_i	$\varepsilon_{y,i}[\%]$
1	3.4641	5.43246	0.57735	23.28034
2	3.1688	3.55449	0.79897	6.16913
3	3.3258	1.22339	0.73994	1.67524
4	3.2739	0.35528	0.75431	0.23411
5	3.2879	0.07107	0.75297	0.05690
6	3.2856	0.00078	0.75206	0.06485
7	3.2853	0.00831	0.75280	0.03378
8	3.2858	0.00533	0.75245	0.01326
9	3.2855	0.00233	0.75258	0.00417
10	3.2856	0.00081	0.75254	0.00099
11	3.2856	0.00022	0.75255	0.00011

Jedna od preostalih mogućih varijanti formuliranja početnih jednadžbi kao u (16) bila bi sljedeća:

$$x_{i+1} = \frac{5 - 3y_i^3}{2y_i^2}$$

$$y_{i+1} = \frac{x_i^2 + x_i y_i - 8}{7},$$
(17)

no tada bi metoda divergirala. Ako bi se uzela drugačija početna aproksimacija rješenja za sustav (10), npr. $(x_0, y_0) = (2, 2)$ metoda bi također divergirala. Očito je da je metoda fiksne točke vrlo osjetljiva na oblik početnih jednadžbi i na početne pretpostavke rješenja, kao što je objašnjeno kod izraza (5) i (6).

Kada se isti sustav (10) koji je ranije riješen metodom fiksne točke rješava Newton-Raphsonovom metodom, koriste se izrazi (9). Funkcije u i v u ovom slučaju izgledaju:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= x^2 + xy - 7y - 8 \\ v(x, y) &= 2xy^2 + 3y^3 - 5. \end{aligned} \quad (18)$$

Jednadžbe (9) sada poprimaju oblik:

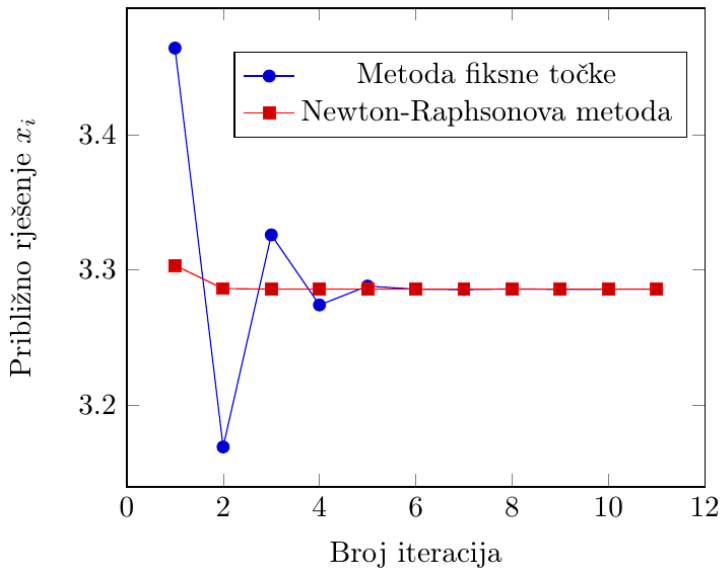
$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i - \frac{(x_i^2 + x_i y_i - 7y_i - 8)(4x_i y_i + 9y_i^2) - (2x_i y_i^2 + 3y_i^3 - 5)(x_i - 7)}{9y_i^3 + 14y_i^2 + 8x_i^2 y_i + 20x_i y_i^2} \\ y_{i+1} &= y_i - \frac{(2x_i y_i^2 + 3y_i^3 - 5)(2x_i + y_i) - (x_i^2 + x_i y_i - 7y_i - 8) 2y_i^2}{9y_i^3 + 14y_i^2 + 8x_i^2 y_i + 20x_i y_i^2} \end{aligned} \quad (19)$$

Ako se za početnu aproksimaciju rješenja sustava (10) i ovdje uzme $(x_0, y_0) = (3, 1)$, do prihvatljivog se rješenja dolazi u tri iteracije, što je prikazano u Tablici 2.

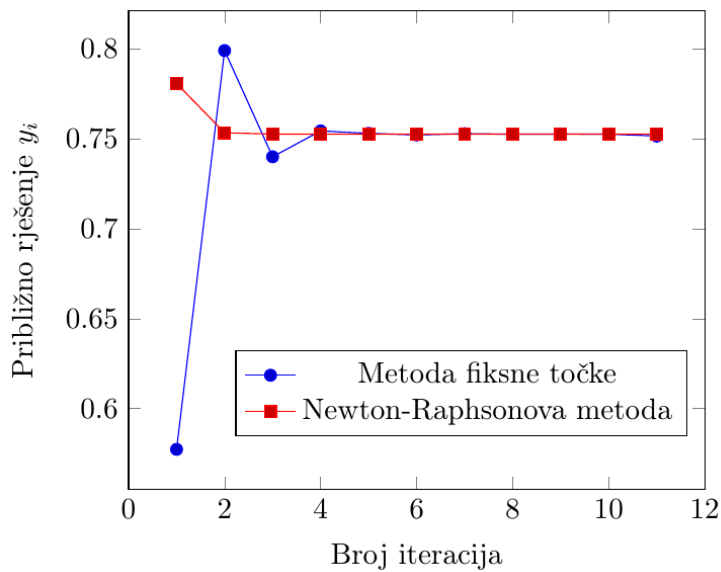
Tablica 2. Prikaz rješenja i greške kod rješavanja (10) Newton-Raphsonovom metodom

i	x_i	$\varepsilon_{x,i} [\%]$	y_i	$\varepsilon_{y,i} [\%]$
1	3.3032	0.536092	0.78065	3.73397
2	3.2861	0.01453	0.75328	0.09784
3	3.2856	0.00001	0.75255	0.00007

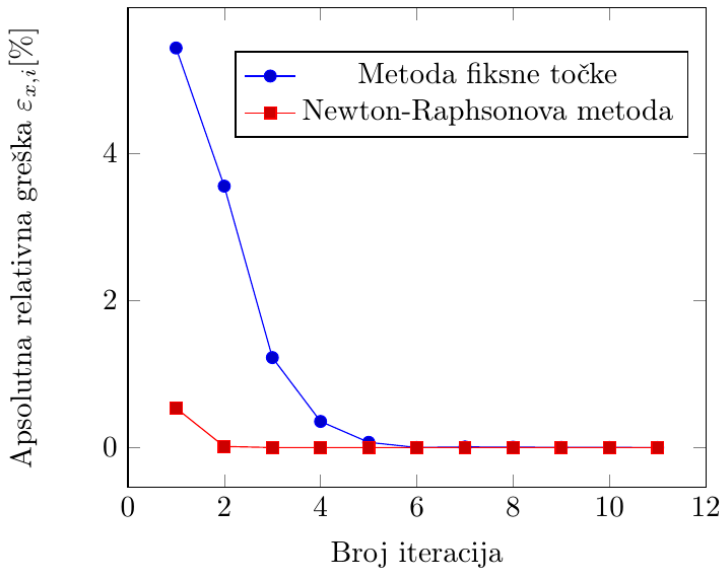
Na idućim grafovima prikazana je usporedba približnih rješenja (x_i, y_i) te apsolutnih relativnih grešaka $\varepsilon_{x,i}$ i $\varepsilon_{y,i}$ za rješavanje sustava (10) metodom fiksne točke i Newton-Raphsonovom metodom.



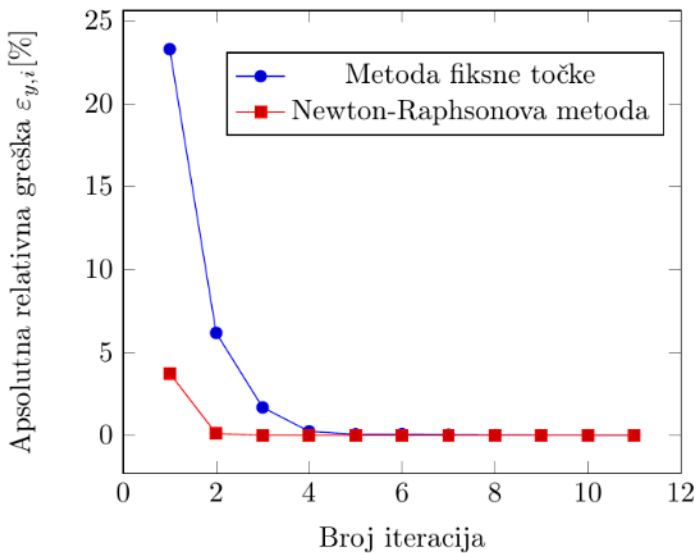
Slika 3. Prikaz rješenja x_i u odnosu na broj iteracija za (10)



Slika 4. Prikaz rješenja y_i u odnosu na broj iteracija za (10)



Slika 5. Prikaz greške $\varepsilon_{x,i}$ u odnosu na broj iteracija za (10)



Slika 6. Prikaz greške $\varepsilon_{y,i}$ u odnosu na broj iteracija za (10)

Iz gornjih je grafova vidljivo kako Newton-Raphsonova metoda brže konvergira točnom rješenju i kako se greška brže smanjuje sa svakom idućom iteracijom u odnosu na metodu fiksne točke. Poznato je obilježje metode fiksne točke linearna konvergencija, a Newton-Raphsonove metode kvadratna konvergencija [5]. Također, Newton-Raphsonova metoda manje

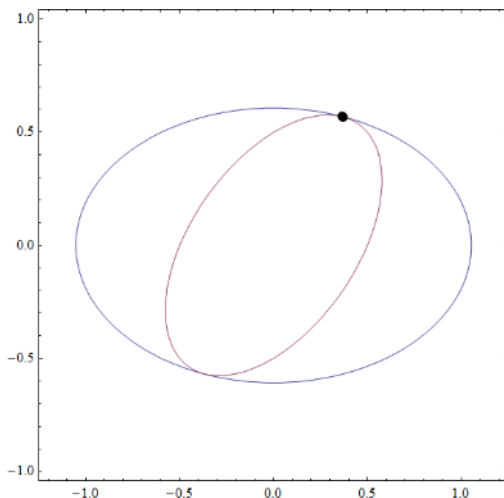
je osjetljiva na oblik početnih jednadžbi i na početnu aproksimaciju rješenja pa je pogodnija za rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice, osim u slučajevima pojave teškoća vezanih uz deriviranje funkcija u i v iz sustava (1).

Za drugi primjer zadan je sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned}x^2 + 3y^2 &= 1.1076 \\x^2 - xy + y^2 &= 0.25.\end{aligned}\tag{20}$$

Na Slici 7 dan je prikaz dviju funkcija iz sustava (20). One imaju četiri sjecišta, od kojih se po dva nalaze vrlo blizu jedno drugome. Pozitivna rješenja sustava (20) koja su na Slici 7 označena točkom su:

$$\begin{aligned}(x_{r1}, y_{r1}) &= (0.36527, 0.56985) \\(x_{r2}, y_{r2}) &= (0.37003, 0.56882).\end{aligned}\tag{21}$$



Slika 7. Prikaz funkcija iz (20)

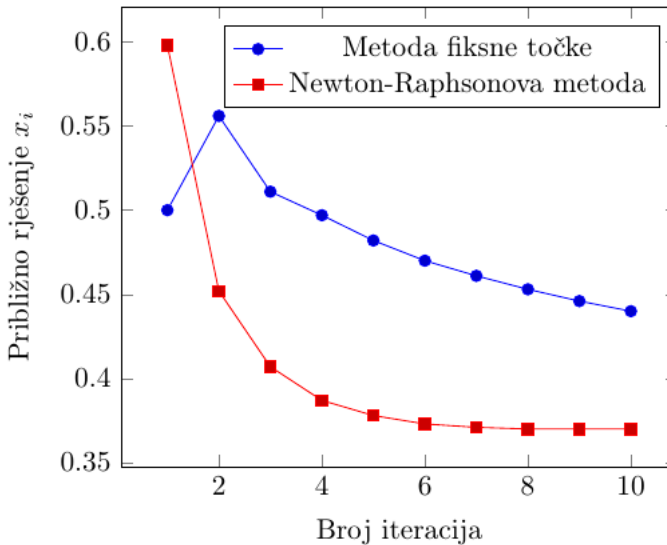
Kod rješavanja sustava (20) Newton-Raphsonovom uz početnu aproksimaciju $(x_0, y_0) = (1, 1)$ dolazi se do rješenja $(x_{r2}, y_{r2}) = (0.37003, 0.56882)$ u 10 iteracija. Iteracijske formule u ovom slučaju izgledaju:

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= x_i - \frac{0.5x_i^3 + 2x_i^2y_i - 1.5x_iy_i^2 - 0.5538x_i + 0.3576y_i}{x_i^2 - 3y_i^2 + 4x_iy_i} \\y_{i+1} &= y_i - \frac{-1.5y_i^3 + 0.5x_i^2y_i + 2x_iy_i^2 - 0.8576x_i + 0.5538y_i}{x_i^2 - 3y_i^2 + 4x_iy_i}.\end{aligned}\tag{22}$$

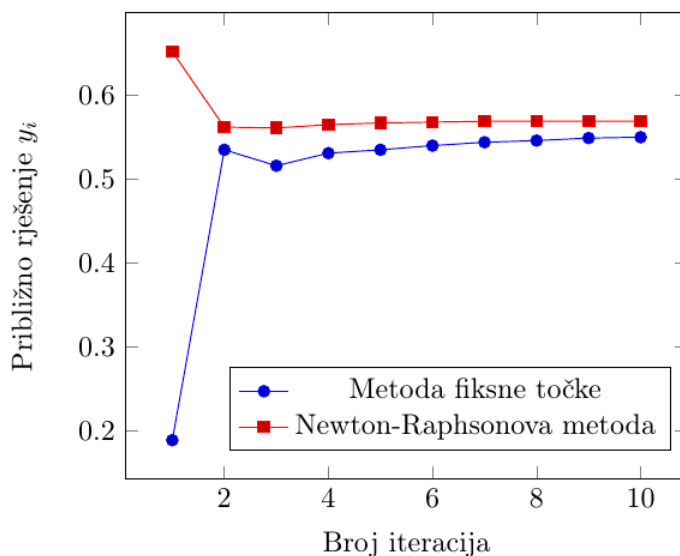
Za razliku od toga, metoda fiksne točke ne konvergira točnom rješenju, već se nakon 20 iteracija, uz početnu aproksimaciju $(x_0, y_0) = (1, 1)$, dobiva vrijednost $(x_{20}, y_{20}) = (0.40896, 0.55941)$. Korištene su sljedeće iteracijske formule:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= \sqrt{0.25 + x_i y_i - y_i^2} \\ y_{i+1} &= \sqrt{\frac{1.1076 - x_i^2}{3}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Na Slikama 8 i 9 dana je usporedba rješenja (x_i, y_i) dobivenog pomoću metode fiksne točke i Newton-Raphsonove metode za prvu i drugu koordinatu.



Slika 8. Prikaz prve koordinate x_i rješenja (x_i, y_i) za prvih 10 iteracija za sustav (20)



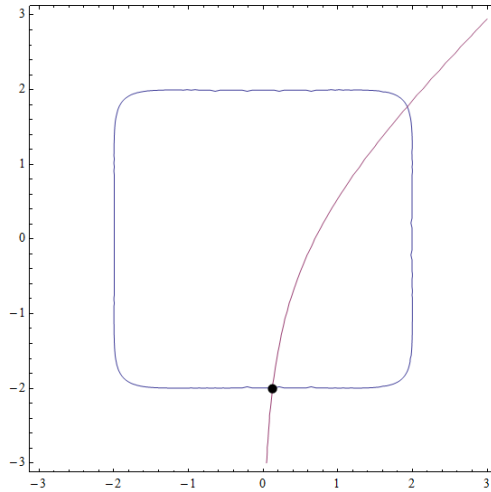
Slika 9. Prikaz druge koordinate y_i rješenja (x_i, y_i) za prvih 10 iteracija za sustav (20)

Za treći primjer zadan je nealgebarski sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} x^{10} + y^{10} &= 2^{10} \\ e^x - e^y &= 1. \end{aligned} \tag{24}$$

Na Slici 10 dan je prikaz dviju funkcija iz sustava (24), koji ima dva rješenja, a tražit ćemo sljedeće rješenje:

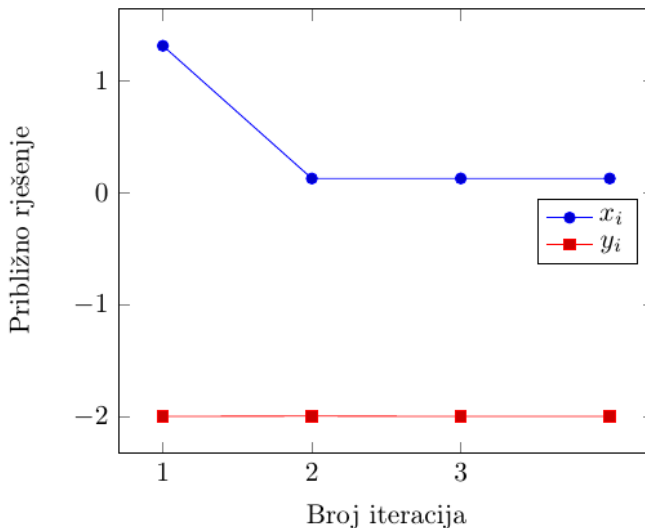
$$(x_r, y_r) = (0.12693, -2). \tag{25}$$



Slika 10. Prikaz funkcija iz (24)

Kod rješavanja sustava (24) metodom fiksne točke uz početnu aproksimaciju $(x_0, y_0) = (1, 1)$ dolazi se do točnog rješenja u 3 iteracije, što je prikazano na Slici 11. Koristimo iterativne jednadžbe u obliku:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= \ln(1 + e^{y_i}) \\ y_{i+1} &= -(2^{10} - x_i^{10})^{0.1}, \end{aligned} \quad (26)$$



Slika 11. Prikaz rješenja u odnosu na broj iteracija za metodu fiksne točke za sustav (24)

Uz istu početnu aproksimaciju Newton-Raphsonova metoda divergira. Iterativne jednadžbe za sustav (24) u ovom slučaju izgledaju:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i - \frac{10 (e^{x_i} - e^{y_i} - 1) y_i^9 + e^{y_i} (x_i^{10} + y_i^{10} - 2^{10})}{10 (e^{y_i} x_i^9 + e^{x_i} y_i^9)} \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{10 (e^{x_i} - e^{y_i} - 1) x_i^9 - e^{x_i} (x_i^{10} + y_i^{10} - 2^{10})}{10 (e^{y_i} x_i^9 + e^{x_i} y_i^9)}. \end{aligned} \quad (27)$$

4. Zaključak

Metoda fiksne točke i Newton-Raphsonova metoda ubrajaju se u iterativne metode koje se mogu primijeniti za rješavanje nelinearnih sustava jednadžbi. Kako to općenito nije lak zadatak, dovoljno dobra početna aproksimacija rješenja nužan je preduvjet za konvergenciju ovih metoda. Metoda fiksne točke vrlo je osjetljiva na oblik početnih jednadžbi u iterativnoj formuli, što rezultira malim područjem primjene ove metode na rješavanje nelinearnih sustava s dvije nepoznanice. Algoritam Newton-Raphsonove metode nešto je složeniji od onog za metodu fiksne točke zbog potrebe za izračunom prve derivacije, no brzina konvergencije i stabilnost znatno su bolje u odnosu na prethodno opisanu metodu. U prva dva primjera uočavaju se prednosti Newton-Raphsonove metode u odnosu na metodu fiksne točke, dok je u trećem primjeru metoda fiksne točke bila jedina primjenjiva metoda, zbog čega je ne treba zanemariti.

Literatura

- [1] Antia, H.M., *Numerical Methods for Scientists and Engineers*, Second Edition, Birkhäuser Verlag, Boston-Basel-Berlin, 2002.
- [2] Rogina, M., Singer, S., Singer, S., *Numerička analiza, Predavanja i vježbe*, Sveučilište u Zagrebu, PMF - Matematički odjel, Zagreb, 2003.
- [3] Chapra, S., Canale, R., *Numerical Methods for Engineers, Sixth Edition*, McGraw-Hill, New York, 2010.
- [4] Mujaković, N., *Numeričke metode u inženjerstvu, Bilješke s predavanja*, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Rijeka, 2013.
- [5] Scitovski, R., *Numerička matematika, Drugo izdanje*, Odjel za matematiku Sveučilišta u Osijeku, Osijek, 2004.